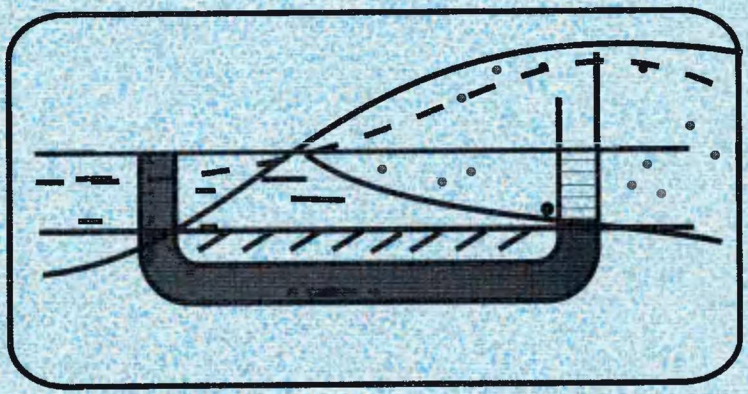
В.А.МИРОНЕНКО

ДИНАМИКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД





МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВЫСШЕЕ ГОРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Валерий Александрович **Мироненко**

ДИНАМИКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Режим выпуска «стандартный»
Выпущено в авторской редакции

Набор: *Е.М. Левшина*
Компьютерная верстка и подготовка оригинал-макета: *Ю.В. Суркова*
Дизайн серии: *Е.Б. Капралова*
Полиграфическое производство: *Т.Д. Герасимова, Н.Д. Уробушкина, Г.Н. Потемкина*

Подписано в печать 05.10.2001. Формат 60×90/16. Бумага офсетная № 1. Гарнитура «*Dutch*». Печать трафаретная на цифровом дупликаторе. Уч.-изд. л. 35,03. Усл. печ. л. 32,44. Тираж 500 экз. Заказ 686

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Лицензия на издательскую деятельность
ЛР № 062809 от 30.06.98 г.
Код издательства 5Х7(03)

Отпечатано в типографии Издательства Московского государственного горного университета

Лицензия на полиграфическую деятельность
ПЛД № 53-305 от 05.12.97 г.

119991, Москва, ГСП-1, Ленинский проспект, 6; Издательство МГГУ; тел. (095) 236-97-80; факс (095) 956-90-40



РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Председатель

Л.А. ПУЧКОВ — *ректор МГГУ, чл.-корр. РАН*

Зам. председателя

Л.Х. ГИТИС — *директор Издательства МГГУ*

Члены редсовета

И.В. ДЕМЕНТЬЕВ — *академик РАЕН*

А.П. ДМИТРИЕВ — *академик РАЕН*

Б.А. КАРТОЗИЯ — *академик РАЕН*

В.В. КУРЕХИН — *академик РАЕН*

М.В. КУРЛЕНЯ — *академик РАН*

В.И. ОСИПОВ — *академик РАН*

Э.М. СОКОЛОВ — *академик МАН ВШ*

К.Н. ТРУБЕЦКОЙ — *академик РАН*

В.В. ХРОНИН — *профессор*

В.А. ЧАНТУРИЯ — *академик РАН*

Е.И. ШЕМЯКИН — *академик РАН*

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ВЫСШЕЕ ГОРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

В.А. МИРОНЕНКО

ДИНАМИКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Издание 3-е, стереотипное

Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Геология и разведка полезных ископаемых», специальности «Поиск и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания»

МОСКВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА

2 0 0 1

УДК 551.49
М 64

Мироненко В.А.

М 64 Динамика подземных вод: Учебник. — 3-е изд., стер. — М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2001. — 519 с.

ISBN 5-7418-0110-2

Излагается теория движения подземных вод: физико-математические основы фильтрации, методы решения задач плановой фильтрации, теоретические основы опытно-фильтрационных работ, а также основы миграции подземных вод и влагопереноса в зоне аэрации. Особое место занимает раздел, посвященный приложению методов динамики подземных вод при гидрогеологических и инженерно-геологических исследованиях.

Для студентов, геологоразведочных и горных вузов, изучающих гидрогеологию и инженерную геологию.

УДК 551.49

ISBN 5-7418-0110-2

Библиотека Российской Академии Наук

© В.А. Мироненко, 2001
© Издательство МГГУ, 2001

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ 17

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД (ОСНОВНОЙ КУРС)

Глава 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД 28

1.1. Вода как жидкость. Исходные физико-механические представления 28

1.1.1. Основные свойства жидкостей 28

1.1.2. Элементы гидростатики 31

1.1.3. Гидростатический напор 33

1.1.4. Элементы гидродинамики идеальной жидкости 34

1.1.5. Элементы гидродинамики реальной жидкости 37

1.1.6. О режимах движения 43

1.2. Общая физическая характеристика водонасыщенных горных пород 46

1.2.1. Геометрия пор и трещин в горных породах 46

1.2.2. Виды воды в горных породах с позиций задач динамики подземных вод 48

1.2.3. Водонасыщенные горные породы как сплошная среда 52

1.3. Подземная гидростатика (напряжения в водонасыщенных горных породах) 54
1.4. Емкостные свойства горных пород 61
1.4.1. Гравитационная емкость 61
1.4.2. Упругая емкость 63
1.5. Основной закон фильтрации и проницаемость горных пород 71
1.5.1. Закон Дарси 71
1.5.2. Коэффициент фильтрации и коэффициент проницаемости 76
1.5.3. Ограничения на закон Дарси 80
1.5.4. Общие представления о статистической теории фильтрации 84
1.5.5. О напряженном состоянии горных пород в фильтрационном потоке (гидродинамическое давление) 86
1.6. Общая физическая характеристика геофильтрационных процессов 88
1.7. Физические основы моделирования геофильтрационных процессов 95
Контрольные вопросы 102

Глава 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД 104

2.1. Гидродинамическая типизация условий движения подземных вод 105
2.2. Построение основных дифференциальных уравнений геофильтрации и математические основы моделирования фильтрационных процессов 114
2.2.1. Дифференциальные представления исходных физических закономерностей 114

2.2.2. Расчетная модель жесткого режима фильтрации 117

2.2.3. Расчетная модель упругого режима фильтрации 119

2.2.4. Подобие дифференциальных уравнений как основа математического моделирования фильтрации 121

2.3. Основные дифференциальные уравнения плановой фильтрации 123

2.3.1. Плановая фильтрация в изолированном напорном пласте 125

2.3.2. Плановая напорная фильтрация при наличии перетекания 125

2.3.3. Плановая фильтрация в безнапорном пласте 127

2.4. Краевые условия фильтрации 131

2.5. Математическая модель плановой фильтрации — условия применимости и основные расчетные схемы 141

2.5.1. Об условиях применимости расчетной модели плановой фильтрации 141

2.5.2. Основные расчетные схемы плановой фильтрации 143

Контрольные вопросы 149

Глава 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПЛАНОВОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ 151

3.1. Плоскопараллельная (одномерная) стационарная фильтрация 152

3.1.1. Задача о напорной фильтрации между двумя бассейнами (реками) 152

3.1.2. Задача о безнапорной фильтрации между двумя бассейнами (реками) 155

3.1.3. О формуле Дюпюи и промежутке высачивания 158
3.1.4. Безнапорная фильтрация в слоистом пласте между двумя бассейнами (реками) при отсутствии инфильтрации 160
3.1.5. Напорно-безнапорная фильтрация между двумя бассейнами (реками) при отсутствии инфильтрации 161
3.1.6. Движение в планово-неоднородном напорном пласте 163
3.1.7. Безнапорное движение между двумя бассейнами (реками) в однородном пласте с наклонным водоупором при отсутствии инфильтрации 165
3.2. Плоскорадиальная (одномерная) стационарная фильтрация 168
3.2.1. Задача о фильтрации к скважине в круговом пласте 168
3.2.2. Задача о скважине в пласте с перетеканием 170
3.3. Решение задач двухмерной установившейся фильтрации на основе принципа сложения течений 174
3.4. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений 182
3.5. Общие принципы моделирования задач плановой стационарной фильтрации 193
3.5.1. Сплошные модели из электропроводной бумаги 193
3.5.2. Дискретные модели — сетки электрических сопротивлений 198
Контрольные вопросы 202

Глава 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПЛАНОВОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ 204

4.1. Простейшие одномерные решения и пути их использования для исследования двухмерных задач плановой фильтрации 206

4.1.1. Фундаментальное решение (задача о подпоре вблизи водохранилища) 206

4.1.2. Задача о плоскорадиальной фильтрации к скважине 214

4.1.3. О возможностях распространения решений одномерных задач на двухмерные плановые потоки 221

4.2. Аналитическое исследование нестационарных фильтрационных процессов методами интегральных преобразований 224

4.3. Моделирование нестационарных плановых потоков 232

4.3.1. Конечно-разностная форма дифференциальных уравнений 232

4.3.2. Аналоговое моделирование нестационарной фильтрации 234

4.3.3. Исходные представления о схемах численного моделирования нестационарной фильтрации на ЭВМ 239

Контрольные вопросы 244

Глава 5. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПЫТНО-ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ 246

5.1. Особенности задач, связанных с интерпретацией опытно-фильтрационных исследований 246

5.2. Общая гидродинамическая характеристика опытных откачек и типизация условий опробования 251

5.2.1. Изменения в подземной гидростатике и гидродинамике при опытной откачке 251

5.2.2. Особенности фильтрационных процессов при опытных откачках 254

5.2.3. Основные расчетные схемы 256

5.3. Специфика геофильтрационных процессов в различных типовых условиях проведения опытных опробований 263

5.3.1. Схема II-1 — пласт с перетеканием 264

5.3.2. Схема II-2 — напорный гетерогенный пласт 267

5.3.3. Схема III-1 безнапорный пласт двухслойного строения 271

5.3.4. Схема III-2 — однородный безнапорный пласт 273

5.3.5. О некоторых гидрогеомеханических эффектах 275

5.3.6. Особенности фильтрационного процесса при откачках из планово-ограниченных и планово-неоднородных пластов 277

5.4. Анализ влияния технических факторов на результаты опытно-фильтрационных работ 280

5.4.1. Значение несовершенства центральной скважины по степени вскрытия пласта 280

5.4.2. Значение несовершенства наблюдательных скважин по степени вскрытия пласта 282

5.4.3. Значение непостоянства расхода откачки и объема воды в стволе центральной скважины 283

5.4.4. Роль скин-эффекта центральной скважины 284

5.4.5. Инерционность наблюдательных скважин 287
5.5. Принципы и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ 288
5.5.1. Способы количественной обработки опытных данных 289
5.5.2. Принципы диагностики данных ОФР 295
Контрольные вопросы 301

Глава 6. ТЕОРИЯ МИГРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЛАГОПЕРЕНОСА 304

6.1. Конвективный перенос в подземных водах 306
6.1.1. Общее представление о конвекции в фильтрационном потоке 306
6.1.2. Конвекция разновесомых жидкостей 308
6.1.3. Конвективный перенос, осложненный физико-химическими процессами 314
6.1.4. Задача об определении скорости фильтрации скважинной резистивиметрией (термометрией) 322
6.2. Диффузионно-дисперсионные процессы 324
6.2.1. Молеккулярная диффузия и гидродисперсия 324
6.2.2. Задача о диффузионном переносе в разделяющем слое 328
6.3. Конвективно-дисперсионный перенос в однородных водоносных пластах 331
6.3.1. Фундаментальное решение 331
6.3.2. Задача о запуске пакета индикатора 335
6.4. Особенности массопереноса в гетерогенных водоносных системах 337

6.4.1. Общие представления о макродисперсии 337
6.4.2. Макродисперсия в гетерогенных системах упорядоченного строения 338
6.4.3. Макродисперсия в гетерогенных системах неупорядоченного строения 347
6.5. Процессы теплопереноса в подземных водах — общие представления и простейшие задачи 350
6.5.1. Об аналогиии между процессами тепло- и массопереноса 350
6.5.2. Задачи о термометрии скважин 353
6.6. Определение миграционных параметров лабораторными методами 355
6.6.1. Опыты с относительно хорошо проницаемыми грунтами 356
6.6.2. Опыты с относительно слабопроницаемыми грунтами 359
6.7. Полевые опытно-миграционные работы 361
6.7.1. Общие вопросы индикаторного опробования водоносных пластов 361
6.7.2. Методика полевого индикаторного опробования 364
6.8. Физические основы влагопереноса в горных породах при неполном водонасыщении 368
6.8.1. Общая энергетическая характеристика процесса влагопереноса 369
6.8.2. Закон движения влаги 373
6.9. Постановка и решение простейших задач вертикального влагопереноса 378
6.9.1. Дифференциальное уравнение и граничные условия 378
6.9.2. Простейшая задача вертикального просачивания 381

6.9.3. Особенности движения влаги при опробовании пород зоны аэрации наливами в шурфы 383

Контрольные вопросы 390

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД (ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ КУРСА)

Глава 7. ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПОВ И МЕТОДОВ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОПЫТНЫХ РАБОТАХ И НАБЛЮДЕНИЯХ 392

7.1. Методика постановки и проведения опытно-фильтрационных работ 393

7.1.1. Виды ОФО и области их применения 393

7.1.2. Постановка опытных опробований 396

7.1.3. Конструкция и расположение опытных скважин при откачке 398

7.1.4. Режим опытной откачки 404

7.1.5. Продолжительность опытной откачки 405

7.2. Определение фильтрационных параметров по данным режимных геофильтрационных наблюдений 409

7.2.1. Общие представления 409

7.2.2. Прямое определение параметров интегрированием исходных дифференциальных уравнений на математических моделях 411

7.2.3. Прямое определение параметров на основе интегральных методов решения обратных задач 412

7.2.4. Об интерпретации данных режимных наблюдений на ЭВМ методами целенаправленного поиска 417

7.3. Методика опытно-миграционных работ 419

7.3.1. О целесообразных условиях проведения ОМР 420

7.3.2. Расчетные модели для ОМР в трещиноватых породах 422

7.3.3. Планирование миграционных опытов 426

7.3.4. Конкретные примеры 431

7.4. Постановка режимных наблюдений за процессами загрязнения подземных вод 434

7.4.1. Общие положения 434

7.4.2. Геофильтрационные наблюдения вблизи бассейнов промышленных стоков 436

7.4.3. Наблюдения за качественным составом подземных вод 437

7.5. Общие принципы гидрогеологической схематизации в связи с постановкой опытных работ и наблюдений 442

7.5.1. Принцип непрерывности ГГС 444

7.5.2. Принцип адаптации 445

7.5.3. Принцип обратной связи 447

Глава 8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ РЕШЕНИИ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ТВЕРДЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ 451

8.1. Анализ деформаций и устойчивости пород при горных разработках 451

8.1.1. Осадка толщ горных пород при глубоком водопонижении 452
8.1.2. Оползни бортов карьеров, вызванные напорными водами 454
8.1.3. Фильтрационные деформации пород вблизи горных выработок 455
8.1.4. Изучение деформаций горных пород над выработанным пространством 458
8.2. Обоснование дренажа как метода борьбы с деформациями пород при горных разработках 460
8.2.1. Влияние дренажа на напряженное состояние пород в откосах 460
8.2.2. Дренаж как метод борьбы с фильтрационными деформациями откосов 462
8.2.3. Водопонижение при проходке шахтного ствола 465
8.3. Прогноз водопритоков к открытым горным выработкам 466
8.3.1. Общая характеристика прогнозной ситуации 466
8.3.2. Схематизация условий фильтрации 467
8.3.3. Прогнозы водопритоков на базе аналитических методов 470
8.3.4. Особенности прогноза в условиях сложных расчетных схем 472
8.4. Прогноз процессов загрязнения подземных вод в горнодобывающих районах 474
8.4.1. Цели прогноза и элементы предварительной схематизации 476
8.4.2. Прогнозные оценки процессов загрязнения подземных вод аналитическими методами 479

8.4.3. Основные представления о математическом моделировании процессов загрязнения подземных вод 486
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 492
ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ 497
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 506
ПРИЛОЖЕНИЯ 510
ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ 513
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 516

Предисловие

Курс «Динамики подземных вод» (ДПВ) закладывает фундамент специального гидрогеологического образования; он вскрывает физико-математическую сущность гидрогеологических процессов, включая механико-математические методы их изучения, и тем самым дает основу для всех оценок инженерной направленности в гидрогеологии (и не только для них). Будучи наукой геологического цикла, курс ДПВ необходим для комплексной геологической и механико-математической подготовки специалиста-гидрогеолога. Именно с этим связаны обычно основные трудности усвоения данной дисциплины.

Читатель-студент, для которого в основном написана эта книга, чаще всего весьма приблизительно представляет пока суть выбранной им специальности — гидрогеологии. На первых курсах обучения эти представления вырабатываются преимущественно на основе лекций по общегеологическим дисциплинам, материал которых носит сугубо качественный описательный характер. Поэтому первые лекции по курсу «Динамика подземных вод», насыщенные не только геологическим, но физико-математическим содержанием, вызывают у многих студентов определенную противоречивость во взглядах на сущность их будущей профессиональной деятельности; в основе ее лежит чаще всего недопонимание значимости механико-математического начала в гидрогеологии.

В этой связи, начиная изложение курса ДПВ, полезно обсудить принципиальный вопрос: является ли выделение гидрогеологической специальности органической необходимостью? На первый взгляд представляется, в частности, что каждая гидрогеологическая задача расчленяется на геологическую и механико-математическую составляющие; в таком случае не может ли заменить гидрогеолога союз геолога и математика?

Для того чтобы ответить на эти вопросы, просмотрим краткий перечень основных проблем и связанных с ними

характерных задач, сталкиваясь с которыми гидрогеолог должен в той или иной мере проявить свое инженерное мышление или умение **количественно** оценить конкретную гидрогеологическую обстановку:

1 поиски, разведка и эксплуатация месторождений подземных вод (интерпретация опытных работ, подсчет эксплуатационных запасов, оценка условий эксплуатации водозаборов);

2 гидрогеологическая разведка и режимные наблюдения при освоении месторождений твердых полезных ископаемых (интерпретация данных опытных работ и наблюдений);

3 гидрогеохимические методы поиска полезных ископаемых (оценка условий миграции компонентов в подземных водах, интерпретация данных гидрохимического опробования);

4 гидрогеологические прогнозы в связи с разработкой месторождений твердых полезных ископаемых (оценка водопритоков в горные выработки, обоснование дренажных мероприятий, обоснование возможности выемки полезных ископаемых под водными объектами);

5 задачи нефтяной гидрогеологии (анализ флюидодинамического режима нефтяных месторождений и выявление на его основе условий образования и сохранения залежи, изучение движения водонефтяного контакта в ходе эксплуатации нефтяных скважин и при искусственном заводнении и т.д.);

6 гидрогеологическое обоснование технологических схем разработки месторождений твердых полезных ископаемых такими специальными способами, как подземное выщелачивание, подземный гидроразмыв и др.;

7 региональный анализ гидродинамического режима подземных вод в естественных и нарушенных условиях, решение специфических задач региональной динамики подземных вод (оценка условий питания и разгрузки водоносных структур, анализ региональной взаимосвязи водоносных комплексов, палеогидрогеологические по-

строения, интерпретация гидродинамических предвестников землетрясений и т.п.);

8 гидрогеологические исследования при гидротехническом, гражданском и дорожном строительстве (оценка водопритоков в строительные котлованы, оценка фильтрационных потерь из водохранилищ, расчет строительного водопонижения);

9 гидрогеологические исследования инженерно-геологической направленности (оценка устойчивости обводненных откосов, прогноз консолидации водонасыщенных горных пород, изучение деформаций горных пород при глубоком водопонижении, изучение влажностного режима горных пород в основаниях и откосах инженерных сооружений);

10 подземное захоронение промышленных стоков (обоснование возможности захоронения, прогноз движения промстоков в пласте);

11 обоснование схем искусственного восполнения подземных вод;

12 проблема охраны и рационального использования подземных вод (прогноз процессов антропогенного загрязнения, анализ условий вторжения соленых морских вод на побережье, обоснование зон санитарной охраны водозаборов, оценка защитных свойств относительно водоупорных пород, обоснование защитных и контрольных мероприятий);

13 задачи мелиоративной гидрогеологии (прогноз режима подземных вод в районах мелиорации, обоснование мелиоративных систем, оценка интенсивности процессов засоления грунтов на участках мелиорации);

14 гидрогеологический анализ условий использования глубинного тепла Земли.

Решая эти и подобные задачи, всегда приходится сводить реальную ситуацию к схематическому представлению. К этому принуждают сложность исходной гидрогеологической обстановки, дефицит информации, имеющейся для ее описания, и сама инженерная постановка задачи, не требующая обычно кропотливого учета всех

особенностей изучаемого объекта. Такая **гидрогеологическая схематизация** — основное звено в исследовании перечисленных задач; ее цель — максимально упростить постановку задачи, сохранив в то же время наиболее значимые для изучаемого процесса факторы. При этом деление на лишнее и необходимое зависит не только от исходных гидрогеологических условий, но и от того, какие инженерные сооружения будут здесь в дальнейшем функционировать, т.е. для чего будет использован результат решения данной задачи. Подобная **обратная связь** должна реализоваться не только в процессе гидрогеологической схематизации, но и в широком спектре гидрогеологических исследований в целом как связь между средством и целью. Например, на геологическом объекте недопустимы изыскания «вообще»: виды, объемы и методика изыскательских работ в одной и той же исходной геологической ситуации могут кардинально различаться в зависимости от характера инженерного объекта, под который ведутся изыскания.

Изложенные доводы, не будучи, конечно, исчерпывающими, делают ответы на поставленные ранее вопросы достаточно очевидными, они убедительно подчеркивают настоятельную необходимость взаимопроникновения, самого тесного сочетания геологического и механико-математического анализа при решении гидрогеологических проблем; а это под силу только специалисту, основательно владеющему и тем, и другим. Следовательно, гидрогеологическая специализация немыслима без фундаментальных знаний в области ДПВ, которая и обеспечивает «стык» геологических и механико-математических основ гидрогеологии.

В то же время можно привести немало доводов в пользу чтения данного курса и для инженеров-геологов. Во-первых, очень часто приходится сталкиваться с задачами смешанного свойства — и гидрогеологическими, и инженерно-геологическими одновременно (см. гл. 8). Во-вторых, многие методы исследований динамики подземных вод весьма эффективны для решения инженерно-геологических задач; это относится к ана-

литическим исследованиям, моделированию и полевым опытным работам. В-третьих, подземные воды в силу своей высокой подвижности во многих случаях оказываются удобным индикатором при изучении геомеханических процессов. И, наконец, нельзя забывать, что инженеру-геологу, как и гидрогеологу, очень часто приходится выступать специалистом по обоим указанным направлениям.

Начальные шаги науки о движении подземных вод принято связывать с именами А.Дарси (предложившего в 1856 г. формулировку основного закона фильтрации), Ж.Дюпюи, Н.Е.Жуковского, Ф.Форхгеймера. В дальнейшем крупные достижения в развитии подземной гидродинамики были связаны с гидротехническим и гражданским строительством [8, 22] и нефтяным делом [32, 36, 43]. Большую роль в разработке математических основ теории сыграли также труды П.Я.Полубариновой-Кочиной [27], В.И.Аравина и С.Н.Нумерова [1], Н.Н.Веригина [10]. Важнейшее значение для оформления ДПВ как самостоятельной научной дисциплины геологического цикла наук имели труды Г.Н.Каменского [15] — его можно рассматривать как основоположника ДПВ. В последние десятилетия основные успехи в развитии науки о движении подземных вод связаны с трудами гидрогеологов, что объясняется постановкой широкого круга новых и сложных проблем гидрогеологии. Не пытаясь дать исчерпывающий список специалистов, внесших ощутимый вклад в эту работу, отметим труды Ф.М.Бочевера [5], И.К.Гавич [7], Н.К.Гиринского, И.Е.Жернова [14], В.И.Лялько [20], В.М.Шестакова [22, 23, 34], Я.Бэра [6], Р.Де Уиста [13], Ж.Фрида [31], М.Хантуша [42].

В соответствии с интенсивным развитием теории и практики ДПВ разработаны и изданы учебники Г.Н.Каменского, А.И.Силина-Бекчурина, П.П.Климентова, Г.Б.Пыхачева и др. В начале 70-х годов появился учебник В.М.Шестакова [34], вобравший в себя основные научные достижения ДПВ; учебнику сопутствовал гидрогеологический практикум [35]. Позднее появились учебники В.А.Мироненко и И.К.Гавич [7]. Из зарубежных тру-

дов отметим книги Я.Бэра [37], П.Доменико [40], Р.Фриза и Д.Черри [41].

К настоящему времени ДПВ располагает научной методологией и специалистами, вполне отвечающими современному научному уровню и требованиям гидрогеологической практики. Спектр используемых здесь методов исследований весьма разнообразен. Он включает методы геологоструктурного анализа, лабораторное изучение движения флюидов через горные породы с учетом их физико-химического взаимодействия, полевые опробования той же направленности, режимные гидродинамические и гидрогеохимические наблюдения, аналитические оценки, аналоговое и численное моделирование гидрогеологических процессов. Методология этих исследований вобрала в себя многие достижения геологических наук, математики (классической и прикладной), механики сплошных сред и статистической механики, физической химии и т.д. Большое значение для развития научных представлений ДПВ имели исследования в области механики нефтяных пластов [32, 36, 43], а также почвоведения [24]. Необходимо особо отметить ее тесные связи с инженерно-геологическими исследованиями, в частности, с механикой грунтов (горных пород). Эти связи нашли отражение в общих **гидрогеомеханических** построениях [8, 22, 29], рассматривающих массив горных пород и движущиеся в них подземные воды как единую механическую систему.

Настоящий учебник дает систематическое изложение основ ДПВ. В нем последовательно рассматриваются: физические и механико-математические основы движения подземных вод, методы его аналитического исследования и моделирования, теоретические аспекты изучения исходных расчетных параметров водоносных комплексов, основы теории массо- и теплопереноса в последних, теоретические вопросы влагопереноса при неполном водонасыщении горных пород.

Представляется полезным остановиться на специфике изложения отдельных проблем и на особенностях формы подачи материала в этой работе.

1 Постараемся по возможности обстоятельнее, при минимальном привлечении математического аппарата, осветить физические основы изучаемых процессов. При этом будем широко использовать гидрогеомеханический подход, позволяющий рассматривать физические основы ДПВ в рамках методических построений, единых с механикой горных пород. В целом автор стремился к тому, чтобы студент смог объяснить физическую суть всех изучаемых процессов на словах, не прибегая к математическому аппарату.

При рассмотрении физико-математических моделей процессов в книге повсеместно используется детерминистский подход, отвечающий представлениям механики сплошных сред, хотя в последнее время в гидрогеологии уделяется все больше внимания вероятностным (стохастическим) моделям. На это ограничение мы пошли исходя главным образом из практических соображений. Во-первых, детерминированные модели позволяют проще объяснить физико-механические принципы ДПВ, оставаясь в рамках привычных для студентов представлений. Во-вторых, систематическое построение курса на базе вероятностных моделей (само по себе вполне возможное) должно быть увязано с практикой современных гидрогеологических исследований и с возможностями определения соответствующих исходных данных для расчетных моделей, а это в настоящее время является нереальным. Сказанное, однако, не означает, что автор вообще отказался от учета вероятностных свойств изучаемой среды: на самом деле, как будет показано, рассматриваемые детерминированные модели уже представляют собой результат некоторого статистического усреднения этих свойств на определенном уровне, находящего свое отражение в исходных параметрах среды.

2 При изложении математических основ ДПВ главный упор делается на последовательное построение исходных дифференциальных уравнений процесса и на ознакомление с общими методами их решения — аналитическими, аналоговыми и численными. Конкретные задачи, иллюстрирующие применение этих методов, подобра-

ны таким образом, чтобы получаемые решения одновременно способствовали более глубокому пониманию физических особенностей изучаемого процесса. Практически все эти решения доведены до конечных аналитических зависимостей, так что за редкими исключениями в книге не дается формул без вывода; автор руководствовался убеждением, что в учебнике по фундаментальной дисциплине предпочтительнее вообще не приводить те или иные зависимости (кроме феноменологических законов*), чем давать их без должного обоснования.

Сказанное не предполагает, что после прохождения курса студент должен свободно владеть рассматриваемым здесь математическим аппаратом; однако от него можно требовать грамотной физической и математической постановки задачи, изложения логической последовательности решения и объяснения (уже с помощью книги) деталей решения. В целом же важно помнить, что именно правильная постановка задачи чаще всего является определяющим моментом в ее исследовании.

3 Методы аналогового и численного моделирования гидрогеологических процессов рассматриваются лишь в своей теоретической основе, так как детализация методики и ознакомление с техникой моделирования — предмет не лекционных, а практических занятий. Серьезное внимание уделяется вопросам эффективного сочетания этих методов с аналитическими исследованиями, которое даст возможность выработать у читателя гибкий подход к решению конкретных задач,наряду с пониманием того, что моделирование в настоящее время должно рассматриваться как обязательный элемент любого исследования в сфере ДПВ.

4 Особое значение придается теоретическим основам определения расчетных гидрогеологических параметров. Это вызвано прежде всего актуальностью данной проблемы, от решения которой во многом зависит прогресс гидрогеологии в целом: в настоящее время погрешности гидрогеологических прогнозов обусловлены пре-

* Эти законы не вытекают непосредственно из теории, но обоснованы с необходимой точностью и надежностью данными экспериментов и наблюдений.

имущественно низкой точностью исходных расчетных данных (наряду с погрешностями гидрогеологической схематизации)*. Кроме того, посвященный этой проблеме материал в максимальной степени способствует более глубокому пониманию различных физических аспектов подземной гидромеханики. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, автор старался не загружать соответствующий раздел учебника формально-математическим аппаратом. Того же принципа он придерживался при изложении основ теории тепло-, массо- и влагопереноса, помня о том, что многие аспекты этой теории (особенно, если говорить о влагопереносе в ненасыщенных средах) пока еще не получили должного практического применения; основная причина тому — все те же трудности определения необходимых исходных данных.

5 Для более глубокого уяснения теоретического материала по ходу его изложения предлагаются дополнительные вопросы и задачи**. Вместе с тем, их рекомендуется рассматривать как обязательные компоненты учебника в целом: очень часто размышления над этими вопросами и ответы на них органически вплетаются в общую логику изложения материала. В конце основных глав (1-6) даются контрольные вопросы, в подготовке которых принимали участие В.В.Антонов, Е.А.Ломакин, Е.В.Мольский, В.Г.Румынин.

Для облегчения понимания формальных аспектов теорииб учебник построен таким образом, чтобы возможные недостатки математического образования компенсировались по ходу изучения курса. Бесспорно, все формальные выкладки учебника вполне могут быть усвоены читателем, имеющим элементарные представления о математическом анализе на уровне первого-второго курсов технического вуза. Более того, автор считает уместным настаивать на таком усвоении, так как без него специалист гидрогеолог может оказаться беспомощным, столкнув-

---

* Имея в виду характерный порядок этих погрешностей, нет необходимости настаивать на слишком высокой точности теоретического анализа практических задач. Здесь вполне допустимо пренебрегать погрешностью решения в пределах нескольких процентов.

** В конце книги можно найти ответы на них.

шись с реальными инженерными задачами: часто ему будет трудно понять даже саму постановку задачи, так как умение мыслить и объясняться формальным математическим языком - сейчас необходимый элемент инженерного образования. Наряду с подобными прикладными навыками немаловажным является также выработка у студента общего инженерного мировоззрения, согласно которому математика не только «обслуживает» гидрогеологию, но и привносит в нее более глубокое понимание проблемы, а подчас и принципиально новые физические идеи. Вместе с тем, полезно иметь в виду, что в гидрогеологии нередко встречаются работы прямо противоположного свойства, в которых математические построения имеют сугубо формальный характер и мало увязываются как с физической сутью проблемы, так и с возможностями практического ее решения. Таким образом, чтобы успешно разобраться во всех сложностях этой проблемы, будущему инженеру необходимо целенаправленно развивать свою математическую эрудицию.

В тексте дано подразделение материала на основной, требующий наиблее полного усвоения, и вспомогательный (набран петитом), направленный на более углубленное понимание вопроса и в какой-то мере на развитие научных склонностей студентов. Наиболее важные понятия и определения выделены разрядкой. Курсив призывает читателя обратить особое внимание на данную часть текста; наиболее мелким шрифтом дается материал, требующий от читателя для полного понимания более детальных (логических или формально-математических) самостоятельных построений, выходящих за рамки общего курса (иногда такой материал занимает целый раздел, и тогда его можно рекомендовать для индивидуальной научной работы студентов, в том числе и на последующих курсах).

В заключение полезно подчеркнуть, что за пределами учебника осталась важнейшая проблема любого гидрогеологического исследования — проблема гидрогеологической схематизации. Объясняется это тем, что при схематизации огромную роль играют личный опыт и интуиция специалиста. Поэтому знания, полученные из данного курса, могут рассматриваться лишь как необходимые, но

не достаточные для эффективного решения проблемы схематизации в конкретной гидрогеологической ситуации. Кроме того, схематизация во многом определяется именно конкретной постановкой задачи, всегда так или иначе связанной с практической ее направленностью. Поэтому развитие принципов схематизации на учебном уровне должно по возможности проводиться в рамках более узко специализированных курсов, таких как «Поиски и разведка подземных вод», «Мелиоративная гидрогеология», «Горнопромышленная гидрогеология» и др. Правда, исходные навыки в сфере гидрогеологической схематизации чистатель сможет выработать и по этой книге, особенно по двум заключительным главам, где даются довольно разнообразные примеры приложения принципов и методов «Динамики подземных вод» к решению гидрогеологических и некоторых инженерно-геологических проблем реальной инженерной сложности. Наконец, можно ожидать, что те или иные разделы книги принесут также пользу инженерам и научным сотрудникам, занятым в различных сферах гидрогеологической и инженерно-геологической деятельности.

В целом, содержание данной работы согласуется по принципиальным позициям с учебной программой по курсу «Динамика подземных вод». Вместе с тем, он, естественно, отражает специфику взглядов на предмет конкретного лектора, его профессиональную ориентацию. Учебник сформировался преимущественно как результат чтения лекций по динамике подземных вод для студентов-гидрогеологов и инженеров-геологов С.-Петербургского горного института за период с 1969 по 1995 г.г. Автор пользуется возможностью, чтобы выразить признательность за неизменную поддержку и внимание сотрудникам кафедр гидрогеологии и инженерной геологии. Особо автор благодарит за сотрудничество Ю.А.Норватова, В.Г.Румынина, Е.А.Ломакина и Е.В.Мольского, принимавших участие в подготовке отдельных разделов двух заключительных глав, а также профессоров И.К.Гавич, И.Е.Жернова и В.М.Шестакова за полезные замечания, во многом способствовавшие улучшению учебника.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

Теоретические и методические основы динамики подземных вод (основной курс)

ГЛАВА 1 ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Мы будем заниматься изучением движения подземных вод в горных породах. Поэтому естественно сначала немного поговорить о тех и других по отдельности. Тем самым мы начнем осваивать теоретические основы движения подземных вод, отталкиваясь от общих геологических и грунтоведческих представлений, а также от достижений классической гидромеханики.

1.1. Вода как жидкость, исходные физико-механические представления

1.1.1. Основные свойства жидкостей

Так как нас интересует вода в жидкой фазе, то полезно вспомнить основные свойства типичных жидких тел. Прежде всего, эти тела текут. Далее, покоящиеся жидкости подчиняются закону Паскаля, согласно которому давление, приложенное к их поверхности, передается без изменения во все точки жидкого объема. Важнейшим молекулярным свойством жидкостей является поверхностное натяжение.

ВОПРОСЫ. Вспомните, почему возникает и как проявляется поверхностное натяжение в жидкости. Почему вода поднимается в открытой капиллярной трубке, опущенной одним концом в сосуд с водой?

Благодаря особенностям молекулярного строения, жидкости характеризуются весьма слабой сжимаемостью. При изменении давления p в объеме жидкости V на величину Δp, упругообратимое изменение ее объема ΔV определяется законом Гука:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{E}\cdot\Delta p\,, \qquad (1.1)$$

где константа E —объемный модуль Юнга.

Для чистой воды $E = E_в \approx 2\cdot10^3$ МПа, но для газированных вод эта величина может уменьшаться на порядок. Кроме того, значение Е заметно зависит от температуры и минерализации воды.

Какой бы малой не представлялась нам сжимаемость воды, но при больших объемах значение ее может оказаться вполне ощутимым.

ПРИМЕР. Подземный бассейн пресных вод радиусом 10 км приурочен к пескам пористостью 33% и средней мощностью 30 м. Нетрудно подсчитать, что при снижении давления воды на 1 МПа (100 м водяного столба) из песков, только за счет упруго расширения жидкости, может быть получено около 1 млн $м^3$ пресной воды.

Жидкости обладают вязкостью, или внутренним трением, т.е. сопротивлением перемещению слоев друг относительно друга, обусловленным беспрерывным движением частиц, их проникновением из одного слоя в другой.

ПРИМЕР. Жидкость находится между двумя параллельными стенками (рис. 1.1); стенка *AA* неподвижна, а стенка *BB* перемещается вдоль *AA* со скоростью *U*. При малом значении *U* слои жидкости движутся параллельно стенкам со скоростями, равномерно возврастающими вдоль нормали n от 0 до *U*. Вязкость проявляется в том, что каждый слой увлекается вышележащим и, в свою очередь, стремится привести в движение слой, расположенный ниже. Опыт показывает, что силы вязкого трения растут с ростом *U* и с уменьшением толщины слоя m. Их равнодействующая пропорциональна поверхности соприкасающихся слоев. Для того, чтобы стенка *BB* увлекла врехний слой, т.е. привела жидкость в движение, к ней нужно приложить силу и совершить работу по взаимному перемещению слоев

жидкости, которая превращается в тепловую энергию движения молекул. С прекращением движения вязкое трение исчезает.

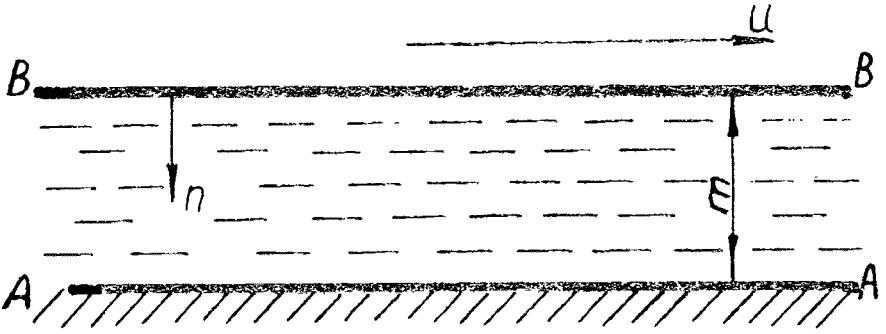


Рис. 1.1.Схема к оценке сил вязкого трения в жидкости

Для **параллельноструйного** течения, описанного в этом примере, И.Ньютон предожил следующие постулаты:

1 трение между слоями пропорционально поверхности соприкосновения слоев Ω;

2 трение пропорционально скорости относительного взаимного перемещения слоев $\bar{u}_n$; если $\bar{u}_1$ и $\bar{u}_2$ — скорости слоев, отстоящих друг от друга на расстояние Δn, то $|\bar{u}_n| = \lim_{\Delta n \to 0} \left| \frac{u_1 - u_2}{\Delta n} \right| = \left| \frac{\partial u}{\partial n} \right|$;

3 сила трения не зависит от давления в жидкости (установленный многочисленными экспериментами факт, резко отличающий жидкости от твердых тел);

4 при прочих равных условиях, силы трения в разных жидкостях различны.

Из этих постулатов прямо вытекает закон Ньютона для сил вязкого трения:

$$f_{mp} = \mu \cdot \Omega \cdot \left| \frac{\partial u}{\partial n} \right|, \qquad (1.2)$$

или

$$\tau_{mp} = \frac{f_{mp}}{\Omega} = \mu \cdot \left| \frac{\partial u}{\partial n} \right|, \qquad (1.2a)$$

где $f_{тр}$ (или $\tau_{тр}$) — сила трения (направлена противоположно потоку жидкости);
константа μ — коэффициент вязкости жидкости.

ЗАДАЧА. Получить из закона Ньютона размерность величины μ. Вязкость жидкостей заметно меняется с температурой θ. Например, для воды при $\theta = 0^{\circ}C$, $\mu = 0{,}00178$ Па с; при $\theta = 10^{\circ}C$ $\mu = 0{,}00131$ Па · с и при $\theta = 20^{\circ}C$ $\mu = 0{,}001$ Па·с. С уменьшением вязкости скорость движения возрастает, т.е. повышение температуры, само по себе, может приводить к ускорению движения жидкости.

1.1.2. Элементы гидростатики

При отсутствии дополнительных сил, приложенных к поверхности покоящейся жидкости, давление по любой площадке внутри жидкого объема определяется лишь весом расположенного выше столба жидкости высотой h_p:

$$p = \rho \cdot g \cdot h_p , \qquad (1.3)$$

где p — гидростатическое давление на глубине h_p (избыточное по отношению к атмосферному);
ρ — плотность жидкости;
g — ускорение свободного падения.

Для пресной воды $\rho = 1$ г/см^3, для соленой морской воды — около 1,02÷1,03 г/см^3, а для высокоминерализованных подземных рассолов — 1,2÷1,3 г/см^3.

ВОПРОС. Почему при вторжении океанических вод в пласт, содержащий пресную воду, они тяготеют к его подошвенной зоне?

Запись формулы (1.3) предполагает постоянство плотности по глубине z. Для неоднородной жидкости

$$p = g \cdot \int_0^{h_p} \rho(z)\, dz . \qquad (1.3а)$$

В частности, изменение плотности с глубиной может являться результатом сжатия жидкости в соответствии с законом Гука (1.1):

$$\rho = \rho_o + \Delta\rho_o \approx \rho_o \cdot \left(1 + \frac{p}{E}\right) , \qquad (1.4)$$

где ρ_o — плотность при атмосферном давлении.

Равнодействующая сил гидростатического давления, приходящихся на погруженное в жидкость тело, - есть выталкивающая сила, равная весу жидкости в объеме тела.

ВОПРОС. Корабль весом G, объемом V и с площадью днища ω лежит на морском дне (рис. 1.2); чему равно давление в точке A? Прежде чем ответить на этот вопрос, заметьте, что он сформулирован некорректно и поставьте вопрос правильно (**указание:** в точке A действуют давления двух различных типов).

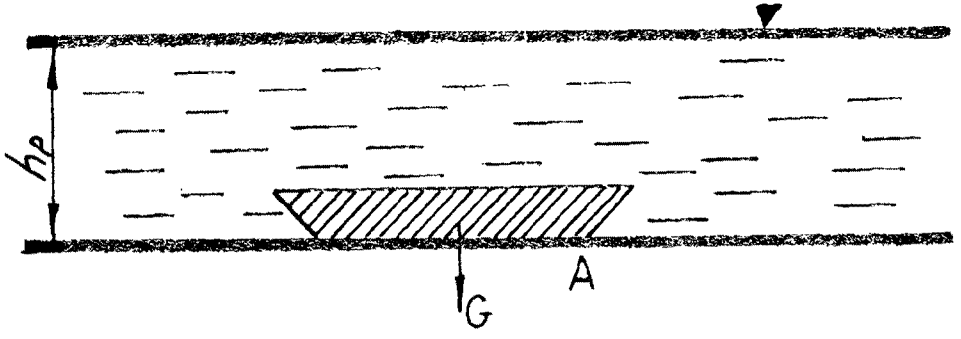


Рис. 1.2. Схема к оценке роди гидпростатического взвешивания

Особо напомним основные сведения о гидростатике капилляров.

В открытой капиллярной трубке, опущенной одним концом под уровень воды, гидростатическое давление p меньше атмосферного; на высоте z над уровнем воды оно равно:

$$p = \rho \cdot g \cdot z \,, \tag{1.5}$$

где $z \le h_к$;

$h_к$ — высота подъема воды в капилляре, определяемая формулой Лапласа:

$$h_к = \frac{2\sigma_к}{\rho \cdot g \cdot r_к} \,, \tag{1.6}$$

где $\sigma_к$ — удельная сила поверхностного натяжения, равная для воды 8 Па см;

$r_к$ — радиус капилляра.

1.1.3. Гидростатический напор

При отсутствии движения механическая энергия жидкости полностью определяется ее потенциальной составляющей. Показателем потенциальной энергии некоторого объема жидкости служит его потенциально возможное высотное положение относительно выбранной плоскости сравнения.

Рассмотрим *U*-образную трубу, заполненную водой (рис. 1.3). В точку *A* опущена тонкая измерительная трубка (не капилляр!), открытая с обоих концов. Очевидно, что при равных уровнях в обоих коленах вода в измерительной трубке поднимается на высоту h_p, которую определяем из формулы (1.3):

$$h_p = \frac{p}{\rho \cdot g}, \qquad (1.7)$$

где p — гидростатическое давление в точке А.

Величина h_p называется **пьезометрической высотой** и характеризует, таким образом, ту долю потенциальной энергии жидкости, которая обусловлена гидростатическим давлением; потенциальная энергия также зависит от высотного положения водосодержащего объема в целом, т.е. от **геометрической высоты** z относительно произвольно выбранной плоскости сравнения. Следовательно, сумма

$$H = h_p + z = \frac{p}{\rho \cdot g} + z, \qquad (1.8)$$

называемая **гидростатическим напором**, является показателем потенциальной энергии единицы веса жидкости, помещенной на глубину h_p.

ВОПРОС. Что можно сказать о значениях гидростатического напора в различных точках некоторого замкнутого объема покоящейся жидкости?

Для более полного описания энергетического баданса жидкости необходимо, очевидно, перейти от гидростатических представлений к гидродинамическим.

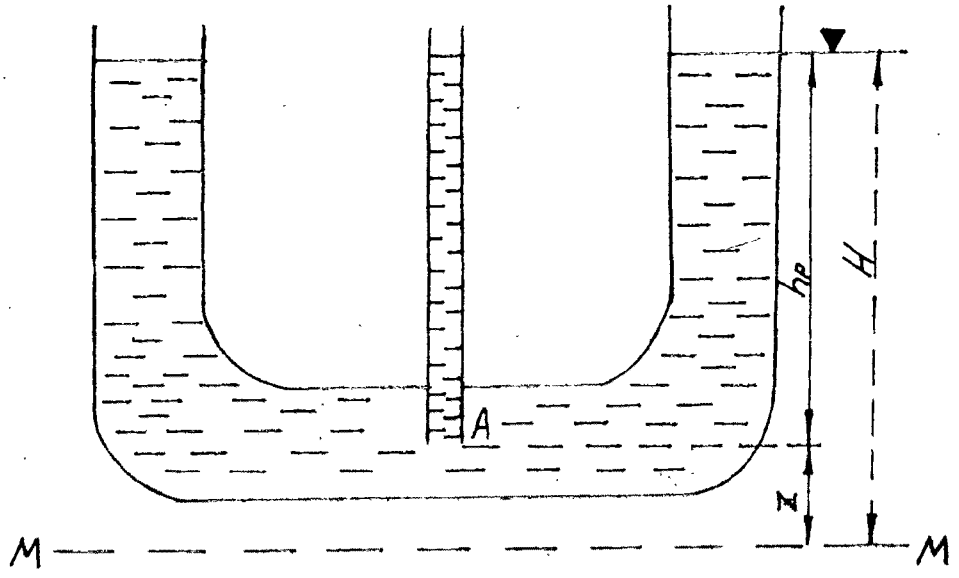


Рис. 1.3. Схема, иллюстрирующая понятие гидростатического напора

1.1.4. Элементы гидродинамики идеальной жидкости

Если выделить в жидкости некоторый малый объем, то движение его будет определяться воздействием:

1 сил гидростатического давления по поверхности объема;

2 силы тяжести (вес выделенного объема жидкости);

3 сил вязкого трения, которые можно пока условно считать распределенными по поверхности выделенного объема;

4 инерционных сил (подчиняющихся второму закону Ньютона);

5 упругих сил, определяемых сжимаемостью жидкости. Так как детальное описание движения под воздействием столь сложной системы сил сопряжено с серьезными трудностями, то рассмотрим сначала упрощенную безинерционную модель **идеальной** жидкости , т.е. несжимаемой жидкости постоянной плотности, не обладающей вязкостью. Благодаря последнему допущению мы сумеем

более ясно представить значение остальных сил — гидростатических и гравитационных.

Для этого выделим в установившемся потоке идеальной жидкости тонкую трубку тока (рис. 1.4), образующие которой являются линиями тока. Напомним, что касательные к линии тока направлены вдоль вектора скорости в точке касания и что линии тока друг с другом не пересекаются, т.е. выделенная трубка тока изолирована от остальной части жидкости. Так как движение **установившееся** (элементы потока не зависят от времени), то трубка тока характеризуется неизменной конфигурацией, а массовый расход жидкости вдоль трубки не меняется от одного поперечного сечения к другому: в противном случае в потоке должны образовываться пустоты, что физически нереально, или сгущения, что противоречит идеальному характеру жидкости. Итак, $\rho\, u\, \delta\omega = \text{const}$, где u — скорость движения жидкости, которая в пределах поперечного сечения трубки $\delta\omega$ может считаться неизменной вследствие его малости. Будем, кроме того, полагать движение плавно изменяющимся, т.е. характеристики его меняются медленно и непрерывно.

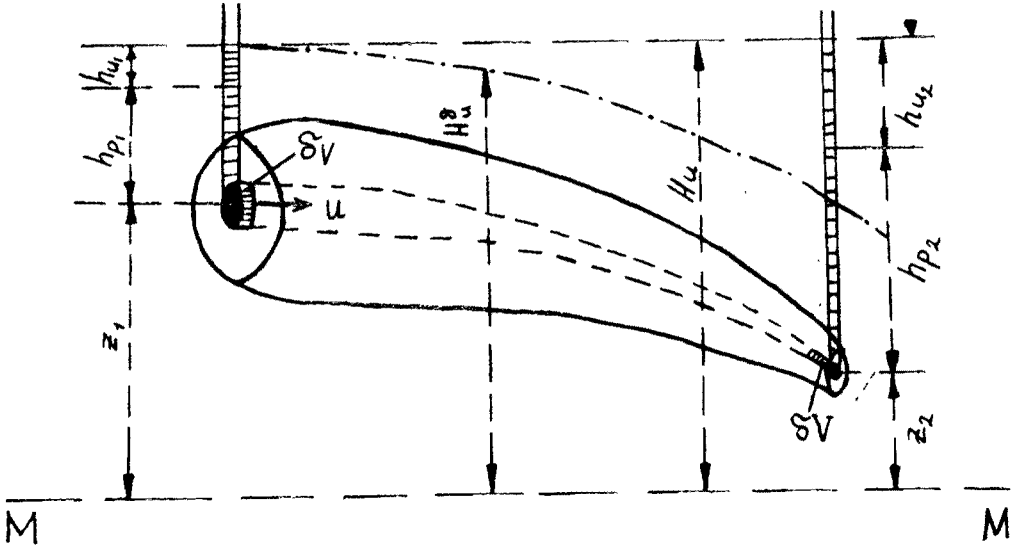


Рис. 1.4. Трубка тока в идеальной жидкости

Если мы теперь мысленно выделим в жидкости малый объем δV и будем следить за его перемещением вдоль трубки тока, то, ввиду отсутствия сопротивления движению и постоянства массы $M_{\delta V}$ в объеме δV ($M_{\delta V}=\rho\cdot\delta V$), полная энергия жидкости в нем будет оставаться неизменной во всех последовательно занимаемых им положениях: $Э_{\delta V}$ = const.

Полная энергия складывается из потенциальной и кинетической. Потенциальная энергия определяется в нашем случае полями двух сил — гидростатических и гравитационных, которые отражены величиной гидростатического напора:

$$Э_{\delta V}^{пот} = M\delta V\cdot g\cdot H = \rho\cdot g\cdot\delta V\cdot H = \rho\cdot g\cdot\left(\frac{p}{\rho\cdot g}+z\right)\cdot\delta V \qquad (1.9)$$

Кинетическая энергия равна:

$$Э_{\delta V}^{кин} = \frac{M_{\delta V}u^2}{2} = \frac{1}{2}\rho\cdot u^2\cdot\delta V \qquad (1.10)$$

Так как $Э_{\delta V}^{кин} + Э_{\delta V}^{пот} = Э_{\delta V} = const$

то

$$\frac{p}{\rho\cdot g} + z + \frac{u^2}{2g} = const \qquad (1.11)$$

Величина $u^2/(2g)$ по аналогии с первыми двумя членами в уравнении (1.11) именуется **скоростной высотой** h_u и отвечает дополнительному подъему воды в измерительной трубке (см. рис. 1.4), обусловленному скоростью потока.

Сумма $H_u = h_p + z + h_u$ называется **гидродинамическим напором** и отражает, таким образом, полную энергию единицы веса движущейся жидкости. Уравнение (1.11), связанное с именем Бернулли, говорит о том, что для стационарного движения идеальной жидкости гидродинамический напор в различных точках трубки тока является

одинаковым, т.е. поверхность напорных уровней горизонтальна (см. рис. 1.4).

ПРИМЕР. Оценим относительную роль скоростного напора при медленных течениях (со скоростями, имеющими порядок скоростей движения подземных вод $V_д$). Известно, что значения $V_д$ редко превосходят 1000 м/сут. Следовательно, значения h_u обычно не превышают $(1000:86400)^2/(2 \cdot 9{,}8) \approx 0{,}01$ мм, т.е. они пренебрежимо малы.

Таким образом, при движении с малыми скоростями $H_u = H$ и гидростатический напор практически может рассматриваться как показатель полной энергии движущейся жидкости.

1.1.5. Элементы гидродинамики реальной жидкости

В реальной жидкости часть энергии потока должна тратиться на преодоление сил вязкого трения, т.е.

$$h_{p1} + z_1 + \frac{u_1^2}{2g} > h_{p2} + z_2 + \frac{u_2^2}{2g}, \qquad (1.12)$$

где точка 1 расположена по течению выше, чем точка 2. Напорная поверхность понижается по направлению движения (линия H_u^g на рис. 4) тем сильнее, чем больше силы трения.

При медленных движениях неравенство (1.12) эквивалентно условияю

$$H_1 > H_2, \qquad (1.12а)$$

т.е. гидростатический напор расходуется на преодоление сил вязкого трения и убывает по направлению движения, или, наоборот, необходимым условием движения жидкости является наличие перепада напоров.

ВОПРОСЫ. Куда движется вода на рис 1.5? Почему? В каком положении (1 или 2) одинаковые объемы жидкости V_o обладают большей энергией?

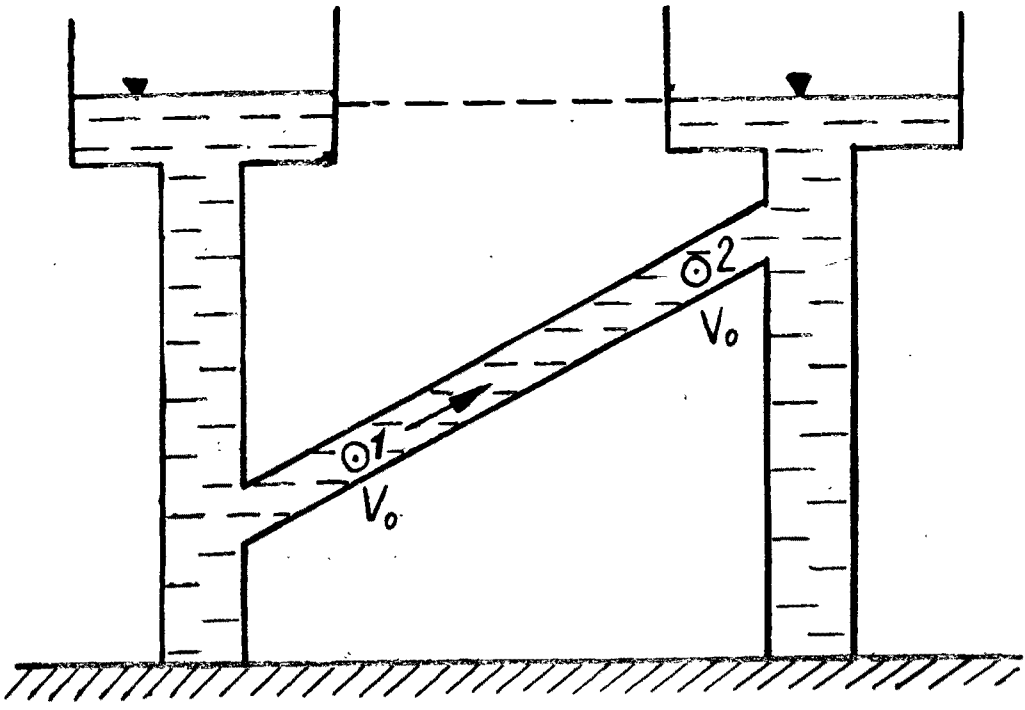


Рис. 1.5. Схема к оценке изменения энергии фиксированного объема в движущейся жидкости

Проиллюстрируем сказанное на примере простейшей задачи для медленного параллельноструйного течения в круглой трубе (рис. 1.6). Рассмотрим в этом потоке дискообразный элемент жидкости радиуса r и толщиной b. Полная энергия жидкости в пределах выделенного объема при его перемещении из положения 1 до положения 2 убывает на величину $M \cdot g \cdot \Delta H$, где $M = \pi \cdot \rho \cdot r^2 \cdot b$ — масса жидкости; $\Delta H = H_1 - H_2$. Эта потеря энергии обусловлена работой A_{mp} по преодолению сил вязкого трения f_{mp} на участке длиной l; согласно закону Ньютона (1.2)

$$A_{mp} = f_{mp} \cdot l = -\mu \cdot \frac{du}{dr} 2\pi \cdot r \cdot b \cdot l ; \qquad (1.13)$$

так как радиус r направлен перпендикулярно к вектору скорости $\bar{u}$, площадь соприкосновения Ω выделенного диска с соседними слоями равна $2\pi \cdot r \cdot b$, а знак минус

указывает, что скорость u падает с удалением от центра трубы: $du/dr < 0$. Итак, $A_{тр} = M \cdot g \cdot \Delta H$, или

$$\pi \cdot \rho \cdot r^2 \cdot b \cdot g \cdot \Delta H = -\mu \cdot \frac{du}{dr} 2\pi \cdot r \cdot b \cdot l \,. \qquad (1.14)$$

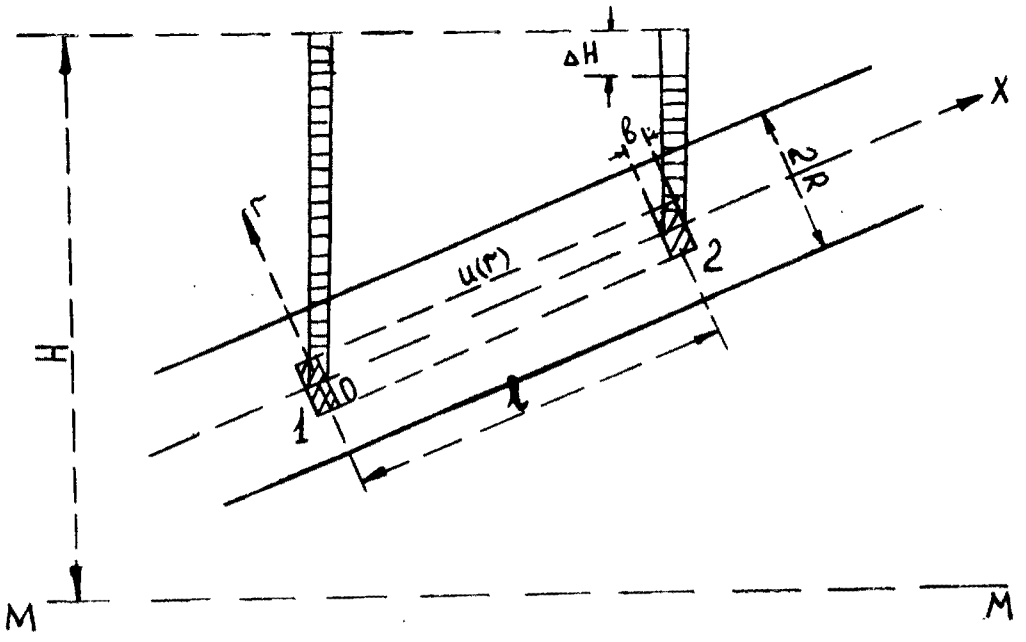


Рис. 1.6. Схема к выводу формулы Гагена-Пуазейля

Введем величину **градиента напора** I, представляющую собой изменение напора на единицу длины пути: $I = \dfrac{-\partial H}{\partial l}$.

В нашем случае, ввиду неизменности конфигурации потока, величина I остается постоянной вдоль длины l, т.е. $I = \dfrac{\Delta H}{l}$. Тогда

$$-\rho \cdot g \cdot I \cdot r \cdot dr = 2\mu \cdot du \qquad (1.15)$$

есть дифференциальное уравнение движения, в котором скорость является функцией от r. Для его интегрирования

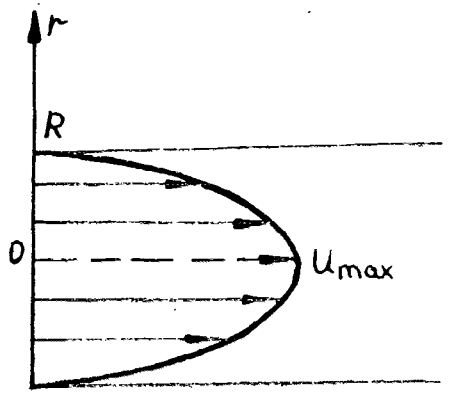


Рис. 1.7. Распределение скорости по поперечному сечению трубы

учтем, что на стенке трубы скорость равна нулю, т.е. $u/_{r=R}=0$. Следовательно,

$$-\rho \cdot g \cdot I \int_0^R r \cdot dr = 2\mu \int_{u(r)}^0 du \,. \tag{1.16}$$

Отсюда

$$u = \frac{\rho \cdot g \cdot I}{4\mu} \cdot (R^2 - r^2), \tag{1.17}$$

т.е. скорость u изменяется в зависимости от r по параболической зависимости (рис. 1.7), причем максимальное значение скорости отмечается вдоль оси трубы (т.е. при $r=0$):

$$u_{max} = \frac{\rho \cdot g \cdot I \cdot R^2}{4\mu}. \tag{1.17а}$$

Суммарный расход жидкости Q в трубе определяется как объем тела вращения, разрез которого показан на рис. 1.7:

$$Q = 2\pi \int_0^R u \cdot r \cdot dr = \pi \cdot \rho \cdot gI \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr = \frac{1}{8} \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot I \cdot R^4}{\mu}; \tag{1.18}$$

выражение (1.18) — формула Гагена-Пуазейля.

Среднее значение скорости равно:

$$u_{cp} = \frac{Q}{\pi \cdot R^2} = \frac{1}{8} \frac{\rho \cdot g \cdot I \cdot R^2}{\mu}, \tag{1.19}$$

т.е. средняя скорость пропорциональна градиенту напора и квадрату радиуса трубы.

Отметим еще один важный в физическом отношении промежуточный результат:

$$I = \frac{f_{mp}}{(\rho \cdot g \cdot \pi \cdot r^2 \cdot b)} = \frac{f_{mp}}{\gamma_0}, \qquad (1.20)$$

т.е. при параллельноструйном движении градиент напора I пропорционален силам вязкого трения f_{mp}, приходящимся на единицу объема движущейся жидкости.

Формула Гагена-Пуазейля свидетельствует о том, что движение в трубе имеет место при любом градиенте $I > 0$, т.е. при наличии любого сколь-угодно малого перепада напоров между концами трубы. Опыты, однако, показывают, что в очень тонких трубках вода начинает перемещаться лишь при достаточно большом перепаде напоров $\Delta H \geq \Delta H_н > 0$. Это объясняется тем, что в тонких капиллярах вода ведет себя как вязкопластическое тело, обладающее некоторым сопротивлением сдвигу. Если величину его, приходящуюся на единицу площади, обозначить через τ_0, то закону вязкого трения (1.2а) отвечает закон вязкопластического течения

$$\tau_{mp} = \tau_o + \mu \cdot \left| \frac{\partial u}{\partial n} \right|, \qquad (1.21)$$

согласно которому движение возникает лишь при условии $|\tau| > |\tau_o|$, где τ — касательное напряжение.

Рассмотрим объем жидкости в тонкой трубке (рис. 1.8). Справа напор равен H_2, слева $H_1 > H_2$. Тогда равнодействующая гидростатических сил F, приложенных к левому и правому сечениям, равна $\rho \cdot g \cdot (H_1 - H_2) \cdot \pi \cdot R^2$ и направлена слева направо. Движению воды под влиянием силы F препятствуют силы сопротивления сдвигу, распределенные по боковой поверхности, $-f_c = \tau_o \cdot 2\pi \cdot R \cdot l$. Таким образом, движение жидкости начнется при $f_c < F$, а условие предельного равновесия имеет вид $f_c \approx F$.

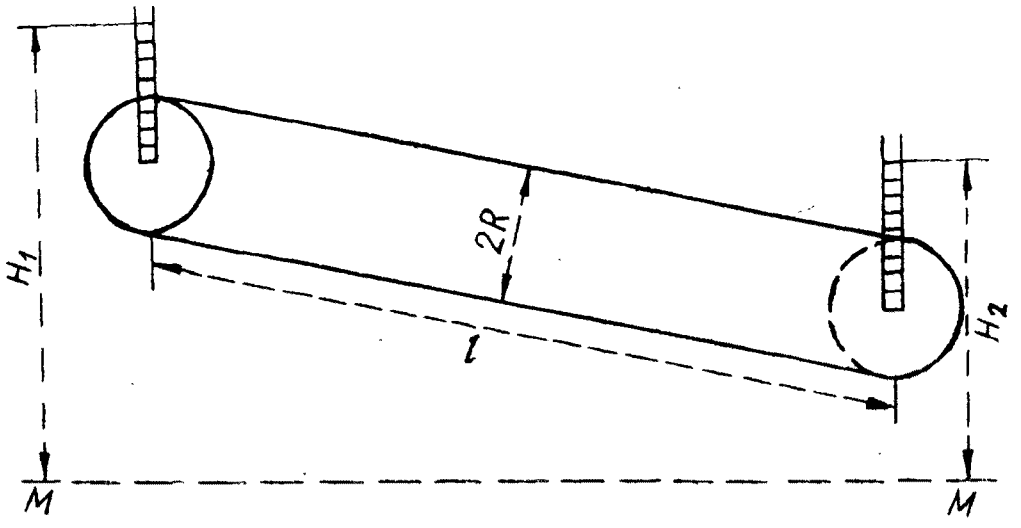


Рис. 1.8. Схема к определению начального градиента

Отсюда получим

$$I_н = \frac{2\tau_o}{\rho \cdot g \cdot R}, \qquad (1.22)$$

где $I_н$ — **начальный градиент**, т.е. минимальный градиент, при котором начинается движение.

Согласно экспериментам, для воды $\tau_o \approx 10^{-4}$ Па [4]. Тогда

$$I_н \approx \frac{2 \cdot 10^{-6}}{R},$$

где R выражается в сантиметрах. Для трубки радиусом $R = 1$ мкм $= 10^{-4}$ см (такому радиусу отвечают, кстати, размеры пор в глинистых породах) $I_н = 0{,}02$, т.е. начальный градиент вполне ощутим. Вместе с тем, величина $I_н$ сильно мняется с температурой: при росте температуры от 15 до 60°С значение τ_o, а следовательно, и начального градиента падает почти на порядок [4].

1.1.6. О режимах движения

Проверка формулы Гагена-Пуазейля на экспериментах с трубками показала, что она дает хорошие результаты лишь в определенном интервале скоростей. В этом интервале зависимость $u_{ср}(I)$ действительно выражается прямой линией, проходящей через начало координат, как это и следует из формулы (1.19). Однако при дальнейшем увеличении градиентов скорости растут медленнее, и на конечном участке графика $u_{ср} \sim \sqrt{I}$ (рис. 1.9, участок *III*). Опыты с запуском в поток окрашенных частиц показали, что в диапазоне участка I (см. рис. 1.9) все частицы жидкости движутся параллельно друг другу, т.е. имеет место параллельноструйное течение, для которого нами и выводилась формула Гагена-Пуазейля, а при выходе скоростей за границы диапазоне I отмечается перемешивание окрашенных струй и в жидкости возникают вихревые зоны, т.е. основная предпосылка, заложенная в выводе формулы Гагена-Пуазейля, не выполняется.

Режим параллельноструйного движения, отвечающий диапазону I, получил название **ламинарного**. При ламинарном движении скорость пропорциональна градиенту гидростатического напора, или, с учетом формулы (1.20), силы сопротивления пропорциональны первой степени скорости.

Режим движения, отвечающий диапазону *III*, получил название **турбулентного**. При турбулентном движении градиент напора и силы сопротивления пропорциональны квадрату скорости.

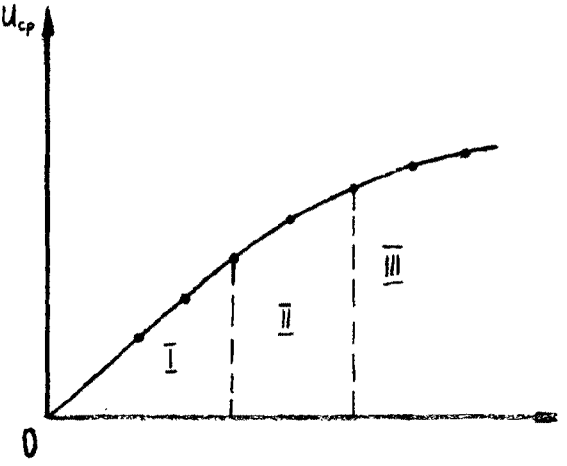


Рис. 1.9. График зависимости средней скорости течения в трубе от градиента

ЗАМЕЧАНИЕ. На опытных графиках $I = f(u)$ фиксируется некоторая промежу-

точная зона *II*, отвечающая постепенному переходу от ламинарного движения к турбулентному.

Турбулентный режим характеризуется вихревым беспорядочным движением жидкости с резкими пульсациями скорости в отдельных точках потока по величине и направлению. Окрашенная струйка жидкости, введенная в турбулентный поток, быстро теряет форму и перемешивается с остальной жидкостью.

Ясно, что математическое описание такой неупорядоченной системы является несравненно более трудной задачей, чем в случае упорядоченного ламинарного потока. Поэтому проблема турбулентности во многом остается открытой для исследований и по сей день. «Если вода течет неторопливо или когда сочится вязкая жижа вроде меда, то мы прекрасно все умеем. А вот с настоящей, мокрой водой, брызжущей из шланга, справиться мы не в силах» [30].

Если проводить формальную аналогию с ламинарным движением применительно к исходному закону вязкого трения (1.2а), то при турбулентном движении получаем [17]:

$$\tau = (\mu + \mu_m) \cdot \left| \frac{\partial u}{\partial n} \right|, \qquad (1.23)$$

где μ_m — динамический коэффициент турбулентной вязкости, учитывающий пульсацию давления и перемешивание жидкости. Величина его пропорциональна модулю градиента скорости $\left| \frac{\partial u}{\partial n} \right|$.

О.Рейнольдс проводил многочисленные эксперименты в трубках различного сечения и с различными жидкостями в целях отыскания верхней границы ламинарного режима. Путем сопоставления результатов серий опытов он пришел к выводу, что режимы движения оказываются подобными, если для всей серии выдерживается один и тот же безразмерный параметр

$$\mathrm{Re} = \frac{2\rho \cdot u_{cp} \cdot R}{\mu}. \qquad (1.24)$$

Величина Re, являющаяся, таким образом, критерием подобия течений, впоследствии получила название **числа Рейнольдса**. Верхней границе ламинарного режима отвечает некоторое критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$, составляющее для гладких труб около 2200.

ВОПРОС. Каков будет режим движения воды в круглом капилляре диаметром 1 мм при скорости движения 1000 м/сут?

Итак, содержание этого раздела позволяет сделать некоторые предположения о возможных особенностях движения в тонких трубках при не очень высоких скоростях:

1 основной характеристикой энергии потока является гидростатический напор (в дальнейшем — просто напор);

2 движение носит ламинарный характер;

3 потери энергии (напора) определяются преимущественно силами вязкого трения, причем показателем интенсивности последних может считаться градиент напора;

4 движение имеет место всегда, как только образуется перепад напоров; исключением могут являться очень тонкие трубки, в которых движение возникает лишь при превышении градиентом некоторой начальной величины $I_н$.

ЗАМЕЧАНИЕ. Мы пока оставили в стороне рассмотрение еще двух сил — инерционных и упругих, которые представляют для нас (как это выяснится позднее) ограниченный интерес.

Так как во всех рассмотренных примерах для расчетных оценок нами сознательно использовались исходные цифры, характерные для движения подземных вод через поровые каналы, то можно ожидать, что сделанные предположения окажутся справедливыми для фильтрации жидкостей в горных породах. Вместе с тем, мы ни в коем случае не можем пока считать эти положения доказанными для подземных вод, так как горная порода лишь очень приблизительно может уподобляться набору тонких капилляров. Последнее станет понятным уже при самом

поверхностном анализе геометрической характеристики порового и трещинного пространства в горных породах.

1.2. Общая физическая характеристика водонасыщенных горных пород

Водонасыщенная горная пород является двухфазной системой, которая состоит из минерального скелета (твердая фаза) и воды, заполняющей поры и трещины жидкая фаза). Охарактеризуем физически каждую из фаз. Учитывая, однако, что детальным изучением твердой фазы занимается инженерная геология (грунтоведение), мы коснемся главным образом геометрической характеристики порового и трещинного пространства.

1.2.1. Геометрия пор и трещин в горных породах

Поровые каналы и водоносные трещины в горных породах исключительно разнообразны по размерам и конфигурации. Детальный анализ их геометрии с целью последующего использования в каких-то детерминированных теоретических построениях* заведомо лишен сымсла: даже если такой анализ увенчался бы успехом и мы смогли бы скрупулезно описать геометрические параметры этих каналов (трещин), то мы все равно не сумели бы воспользоваться полученными результатами для макроскопического описания движения жидкости (см. разделы 1.3 и 1.5).

Поэтому и реально, и разумно оперировать некоторыми обобщенными или статистически усредненными показателями геометрии порового пространства. Наиболее понятным из них является **общая пористость**, характеризующая долю порового пространства в общем объеме горной породы. Для дальнейшего ориентирования приведем некоторые характерные значения общей пористости для нкоторых пород (в %): пески 35-50; глины 40-60; песчаники и осадочные карбонатные породы 5-20; граниты, гнейсы и кварциты — менее 1. Аналогом пористости

---

* Детерминированный подход предполагает, что свойства расчетной среды в каждой ее точке заданы однозначно.

для трещиноватых пород является **трещиноватость** — относительный объем трещин; значение ее обычно не превышает 1-2%, а чаще измеряется долями процента.

Впрочем, прямая польза от этих показателей для нас не очень велика. Например, по ним нельзя судить о способности породы пропускать или отдавать воду (так, пористость типичных глин больше, чем у типичных песков); эта способность в большей степени определяется абсолютными размерами пор, которые имеют, например, в песках порядок 0,1-1 мм, а в глинах 0,1-1 мкм.

ПРИМЕР. Выделим единичное поперечное сечение в образце горной породы. Поры занимают площадь n (нетрудно показать, что объемная пористость равна поверхностной), общее число пор пропорционально $\frac{n}{r_n^2}$ (r_n — радиус поры). Суммарный расход жидкости, согласно формуле Гагена-Пуазейля, пропорционален $\left(\frac{n}{r_n^2}\right) \cdot r_n^4 = n \cdot r_n^2$, т.е., при прочих равных условиях, для глин он на 4-6 порядков меньше, чем для песков.

Важно также, что вода движется не по всем порам, а лишь по связанным друг с другом достаточно крупным порам, образующим так называемое **эффективное поровое пространство** (это понятие используется преимущественно для характеристики нефтяных коллекторов). Например, у некоторых песчаников и карбонатных пород эффективная пористость в несколько раз меньше общей [20].

ЗАМЕЧАНИЕ. Наряду с общей пористостью мы будем использовать **коэффициент пористости** ε, равный отношению объема пор к объему твердой фазы: $\varepsilon = \frac{n}{(1-n)}$.

Если полагать, что в несцементированных песчано-глинистых породах размеры пор примерно соответствуют размерам минеральных частиц, то характеристикой статического распределения пор по размерам будет служить гранулометрический состав этих пород. Правда, совокупность одних и тех же частиц можно уложить с разной плотностью, например, пористость системы из шаров равных разме-

ров меняется в зависимости от укладки от 26 до 48%, а можно придумать и такую укладку, что пористость превысит 70%. Вряд ли, однако, имеет смысл останавливаться на этом моменте слишком подробно, так как от подобных рассмотрений мало пользы для анализа реальных горных пород.

ЗАМЕЧАНИЕ. Общая поверхность пор в 1 $см^3$ горной породы (**удельная поверхность**) может быть огромной. Например, если средний размер глинистых частиц равен 0,2 мкм, то удельная поверхность составляет около 10 $м^2$. Уже отсюда понятно, что, продвигаясь через поры, *вода вынуждена расходовать большую энергию на трение о стенки пор.*

Не менее сложный характер имеет геометрия трещинного пространства: если в ориентации трещин и в их удаленности друг от друга подчас и прослеживаются определенные закономерности, то конфигурация стенок трещин и их раскрытие трудно поддаются формализованному описанию.

Плотность укладки минеральных зерен и раскрытие трещин зависят от обжимающей нагрузки, которая в условиях естественного залегания горных пород определяется в первую очередь мощностью перекрывающей толщи. Поэтому с ростом глубины залегания общая пористость (или трещинная пустотность) обычно уменьшается, хотя закономерность эта может существенно нарушаться цементирующими соединениями.

1.2.2. Виды воды в горных породах с позиций задач динамики подземных вод

Вода, заполняющая поры и трещины в горных породах, может быть связанной и свободной.

Связанная вода притянута силами молекулярного взаимодействия к минеральному скелету; она наиболее характерна для глинистых пород - мелкодисперсных систем с огромной удельной поверхностью, в которых развиваются связи особого — водоно-коллоидного — типа. Согласно современным представлениям [18], вокруг отрицательно заряженных глинистых частиц группируются свободные катионы и дипольно ориентированные моле-

куля воды. Они образуют адсорбционный слой, вокруг которого располагаются катионы диффузного слоя, более удаленные от частицы и связанные с нею менее прочно. Ионы диффузного слоя, толщина которого составляет 1-10 мм, также удерживают дипольно ориентированные молекулы воды. Соответственно, вода адсорбционного слоя является прочно связанной, а вода диффузного слоя - рыхло связанной: она способна передвигаться от одной частицы к другой под воздействием молекулярных сил. С ростом температуры и давления толщина диффузного слоя и количество связанной воды убывают, причем особенно резкие изменения отмечаются при температурах 60-70°С [18]. Толщина диффузного слоя убывает также при замене более активных катионов этого слоя менее активными.

Максимальное относительное количество связанной воды в единице объема горной породы определяется максимальной молекулярной влагоемкостью $W_м$. В трещиноватых породах и в чистых песках величина $W_м$ обычно составляет малую долю от общего объема влаги (не более нескольких процентов), в то время как в некоторых глинах почти вся вода может оказаться представленной связанными разностями и величина $W_м$ практически равна полной влагоемкости породы.

Из сказанного выше понятно, что величина $W_м$ должна существенно зависеть от давления, температуры и химического состава воды (состава обменных катионов).

С точки зрения изучаемых нами процессов связанная вода характеризуется сильными аномальными свойствами: у нее повышены вязкость и плотность; в общем балансе сил, действующих на нее, силы гравитации и гидростатического давления (т.е. те силы, которыми определяется в первую очередь движние свободной воды) играют относительно подчиненную роль и практически не влияют на характер ее перемещения. Поэтому в дальнейшем мы будем условно относить связанную воду к минеральному скелету.

Условность такого отнесения определяется отмченной зависимостью объема связанной воды от температуры и состава обменных

катионов. Кроме того, часть рыхло связанной воды может быть удалена из горной породы механическим путем — посредством сжатия породы под большим дополнительным давлением. Однако характерные величины давлений (порядка сотен мегапаскалей) существенно превышают те значения, с которыми приходится сталкиваться в верхней части земной коры. Наконец, часть связанной воды может перемещаться в пределах гидратных оболочек при их деформировании под влиянием дополнительных нагрузок.

Свободная вода характеризуется практическим отсутствием связей с минеральным скелетом и может быть подразделена на три категории: гравитационная, капиллярная и иммобилизованная [22].

Гравитационная вода заполняет поровое и трещинное пространство* тех горных пород в зоне насыщения, которые принято называть водоносными (заметим попутно, что породы зоны насыщения могут содержать в порах не только воду, но и воздух, однако последний не образует самостоятельной непрерывной фазы: он «защемлен» в порах или растворен в воде). Гравитационная вода обладает всеми основными свойствами капельно-жидкой воды; в частности, она передает непрерывно гидростатическое давление и приходит в движение под влиянием перепада гидростатических напоров.

Капиллярная вода находится в зоне действия капиллярных сил, возникающих на контакте двух внутрипоровых фаз- воды и воздуха. В водонасыщенных горных породах капиллярная вода заполняет поры или мелкие трещины на участках, расположенных непосредственно над уровнем свободной поверхности подземных вод: ее существование здесь в виде так называемой капиллярной каймы обусловлено уже отмеченной в разделе 1.1 способностью воды подниматься по тонким капиллярам над свободным уровнем (т.е. над уровнем, где давление в жидкости равно атмосферному). Единственное отличие капиллярной воды в пределах упомянутой каймы от гравитаци-

* Кроме той его части, которая занята связанной водой.

онной заключается в том, что гидростатическое давление здесь меньше атмосферного. Верхняя граница капиллярной каймы $h_к$ отсекается по довольно резкому изменению степени водонасыщения* (рис. 1.10): в породе появляется воздух в качестве самостоятельной непрерывной фазы, так что выше этой границы свойства капиллярной воды существенно иные (см. раздел 6.8).

ВОПРОС. Почему уровень воды в открытом пьезометре не фиксирует капиллярной каймы?

К категории **иммобилизованной воды** относится та часть свободной воды, для перемещения которой недостаточно любого (сколь-угодно малого) перепада напоров.

В целях упрощенного понимания представим себе капилляр (рис. 1.11) с местным сужением AA'. Если диаметр капилляра на участке AA' таков, что он весь перекрыт связанной водой, то свободная вода выше точки A может оказаться «запертой» (иммобилизованной). При приложении дополнительного перепада гидростатического давления оболочка связанной воды может деформироваться, и иммобилизованная вода получит возможность пройти через участок AA'.

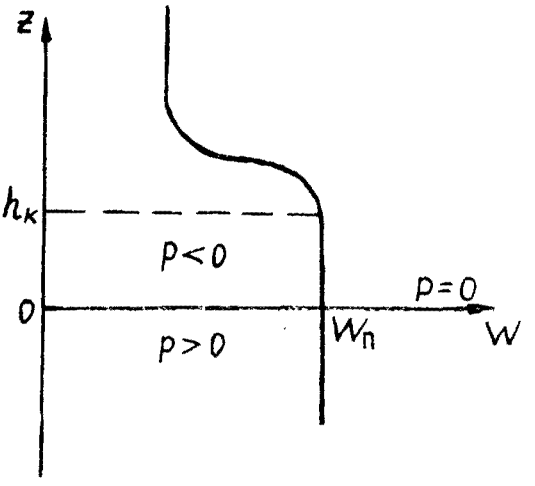


Рис. 1.10. Характерная кривая изменения влажности вблизи капиллярной каймы

Очевидно, между иммобилизованной и рыхло связанной водой нет резкого перехода, так что разница между ними определяется довольно условно: иммобилизованная вода час-

* Верхняя граница капиллярной каймы может быть и не очень четко выраженной (в частности, в тонкозернистый грунтах), так что само представление о капиллярной кайме оказывается довольно условным; к тому же, ее положение и мощность могут заметно изменяться во времени в зависимости от динамики притока влаги из пород зоны аэрации.

тично отжимается из горной породы под сравнительно малыми дополнительными давлениями, характерными для верхней части земной коры (порядка первых атмосфер).

1.2.3. Водонасыщенные горные породы как сплошная среда

Выше мы сказали, что попытки детерминированного учета геометрии порового пространства горных пород были бы обречены на неудачу. Поэтому мы изберем другой путь согласно которому реальная горная порода представляется как некая условная сплошная среда с равномерно распределенными по объему характеристиками. При этом предполагается, что любой малый элемент такой *однородной* среды обладает свойствами, характерными для нее в целом. Между тем понятно, например, что если в массиве, сложенном песком, выделить малый объем, в который попадет лишь одна частица песка, то свойства материала в пределах этого объема будут совершенно иными, чем для массива в целом. Следовательно, *рассматриваемые нами в дальнейшем объемы должны иметь, как минимум, такие размеры, чтобы они содержали достаточно много элементарных составляющих данной горной породы.* Как показано в ряде работ [6, 40], понятие «достаточно много» оценивается числом порядка нескольких десятков, или, что то же, выделяемый малый объем должен иметь диаметр, в 7-10

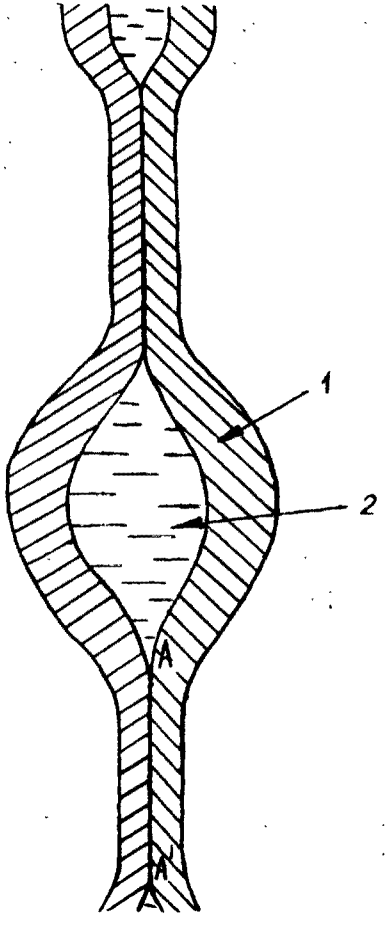


Рис. 1.11. Схема «четочного» капилляра:
1 - связанная вода; 2 - свободная вода

раз превышающий диаметр слагающих породу частиц; минимальный объем, удовлетворяющий этому требованию, будем именовать **минимальным репрезентативным** (представительным) **объемом**.

Для определения минимального репрезентативного объема оцениваются свойства среды при постепенном увеличении испытываемого образца. Например, при пропускании воды через трубы, заполненные непроницаемыми шарами одинаковых размеров, расход потока, приходящийся на единицу поперечного сечения трубы, практически перестает изменяться, когда диаметр трубы превышает десятикратный диаметр шара [38].

Итак, мы имеем право заменить реальную дискретную среду (горную породу) условной сплошной средой, что, конечно, резко упрощает все последующее рассмотрение.

Отсюда видно также, что применение аппарата механики сплошной среды к горным породам смыкается с представлениями о них как о статистических системах. В самом деле, так как строение, состояние и показатели свойств горной породы меняются от точки к точке в зависимости от большого числа случайных факторов, то всякие количественные характеристики горной породы могут лишь совокупно отражать действие этих факторов как некоторые усредненные по объему показатели. Понятно, что такое усреднение будет давать приемлемый результат лишь при рассмотрении достаточно больших объемов.

ЗАДАЧА. На одном из рудных месторождений Средней Азии притоки в подземные выработки (штреки), пройденные в водоносных известняках, определяются поступлением воды по крупным тектоническим трещинам, ориентированным примерно перпендикулярно к выработкам и отстоящим друг от друга на расстояние в несколько десятков метров. При какой минимальной длине штрека массив известняков можно рассматривать как сплошную водосодержащую среду?

Из этого примера следует, что в трещиноватых водоносных породах основная предпосылка механики сплошной среды подчас может не выполняться на практике. В этом случае необходим иной теоретический подход, учитывающий индивидуальную геометрию трещин [28, 45]. Мы, однако, такого рода задачи в дальнейшем рассматривать не будем: не отрицая их практического значения, необходимо отметить, что при современном уровне гидрогеологиче-

ских изысканий мы обычно лишены возможности получать качественные исходные данные, необходимые для реализации упомянутого теоретического подхода.

1.3. Подземная гидростатика (напряжения в водонасыщенных горных породах)

Содержание предыдущего раздела говорит о том, что массив водонасыщенных горных пород представляет собой весьма сложную физическую систему; этим предопределяется и сложный характер механического - силового - взаимодействия между отдельными его элементами. Мерой такого взаимодействия, т.е. мерой внутренних сил, действующих в горной породе, служат напряжения.

ВОПРОС. Как определяется напряжение в курсе общей физики?

Естественно, казалось бы, определить напряжения в горных породах через силы взаимодействия между их элементарными составляющими. Ясно, однако, что если мы, например, выделим в массиве две соприкасающиеся частицы, то напряжения по их контурам будут неравномерными, с резкой концентрацией на контактах. Поэтому разумно оперировать некоторыми усредненными по достаточно большому объему горной породы напряжениями

$$\sigma = \lim_{\omega \to \omega_o} \frac{G}{\omega}, \tag{1.25}$$

где σ и G — соответственно, напряжение (усредненное) и общая сила, действующие по площадке ω;

ω_o — минимальная репрезентативная площадка (удовлетворяющая предпосылке сплошности среды — см. раздел 1.2).

Следовательно, само определение понятия напряжения в горных породах носит статистический характер (см. раздел 1.2.3).

ЗАДАЧА. В сосуде с водой лежат металлические шары (рис. 1.12). Уровень в сосуде понижается от положения AA до положения A_1A_1. Меняются ли действующие в системе напряжения?

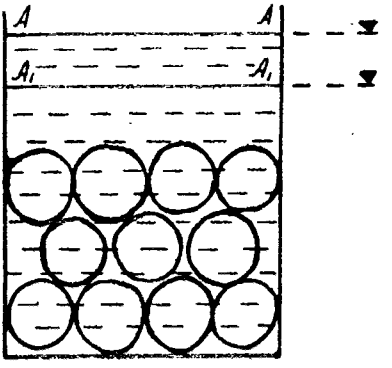


Рис. 1.12. Схема к оценке изменений напряжений при снижении свободного уровня воды

ОТВЕТ. Вопрос поставлен некорректно. Нужно уточнить, о каких напряжениях идет речь. Напряжения, характеризующие силовое взаимодействие между шарами, в данном примере остаются неизменными (кстати, почему?), а напряжения, отвечающие давлению воды на поверхности шаров, убывают.

Из примера видно, что в каждой точке водонасыщенной горной породы мы имеем дело с двумя категориями напряжений, действующих:

1 в минеральном скелете (шары) и

2 во внутрипоровой жидкости.

Все механические свойства горной породы (ее прочность, характеристики деформируемости и т.д.) практически определяются первой системой напряжений, которые принято называть **эффективными** ($\sigma_э$).

ЗАДАЧА. На рис. 1.13 показан закрытый сосуд с водой; внутри него поршень (2) из хорошо проницаемого материала, опирающийся на пружины (1). Что произойдет, если постепенно и плавно повышать давление в жидкости с помощью подключенного к сосуду насоса? Что будет при быстром, скачкообразном приросте давления?

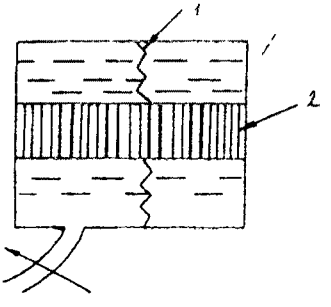


Рис. 1.13. Механическая модель, иллюстрирующая механизм нейтральных напряжений

* Точнее, — в репрезентативном ее объеме.

Напряжения второй системы, отвечающие гидростатическому давлению в жидкости, принято называть **нейтральными** ($\sigma_н$): сами по себе они вызывают лишь всестороннее сжатие отдельных частиц минерального скелета, которым, в силу их малой сжимаемости, мы будем в дальнейшем пренебрегать. В каждой точке водоносного пласта

$$\sigma_н = \gamma_o \cdot h_p , \qquad (1.26)$$

где h_p — пьезометрическая высота.

Рассмотрим теперь реальный безнапорный водоносный горизонт (рис. 1.14) и оценим эффективное напряжение $\sigma_э$ по единичной горизонтальной площадке $\omega = 1$ м^2 на глубине z. Напряжение $\sigma_э$ определяется весом минеральных зерен в столбике вышележащих пород G_c, уменьшенным за счет взвешивания их подземными водами $G_в$. Если все единицы объема минерального материала равен $\Delta_п$, а воды $-\Delta_o$, то $G_c = \Delta_п \cdot z \cdot (1-n)$, а $G_в = \Delta_o \cdot z \cdot (1-n)$, где $z\,(1-n)$ — объем минеральных зерен. Следовательно,

$$\sigma_э = G_c - G_в = (\Delta_п - \Delta_o) \cdot (1-n) \cdot z = \gamma_в \cdot z ,$$

где

$$\gamma_в = (\Delta_п - \Delta_o) \cdot (1-n) - \qquad (1.27)$$

расчетный вес единицы объема взвешенной горной породы.

Например, для кварцевого песка $\Delta_п \approx 2{,}7 \cdot 10^4$ Н/м^3; $n \approx 0{,}4$, т.е. $\gamma_в \approx 10^4$ Н/м^3. Между тем, после снижения уровня подземных вод для того же песка с остаточной насыщенностью пор водой около 50% вес единицы объема взвешенной горной породы составит $\gamma_п = 2{,}7 \cdot (1-0{,}4) + 1 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 1{,}8 \cdot 10^4$ Н/м^3. Следовательно, за счет сил взвешивания эффективные напряжения в этом примере уменьшаются почти в два раза. Отсюда понятно, что при снижении уровня воды в пласте эффективные напряжения будут расти и песок будет сжиматься.

Усложним нашу механическую модель и рассмотрим систему тяжелых поршней из слабопроницаемого материала, разделенных пружинами (рис. 1.15а). Если уменьшить давление жидкости в отсеке 4, снизив уровень в трубке 4 на величину S, то нагрузка на пружину этого отсека возрастет на $\Delta\sigma_э = \gamma_o \cdot S$ (предполагается, что из-за слабой проницаемости поршней давление в остальных отсеках

не меняется). В этой модели давление на пружины соответствует эффективным напряжениям в слоях водоносных пород, разделенных слабопроницаемыми слоями, а давление в жидкости — нейтральным напряжениям.

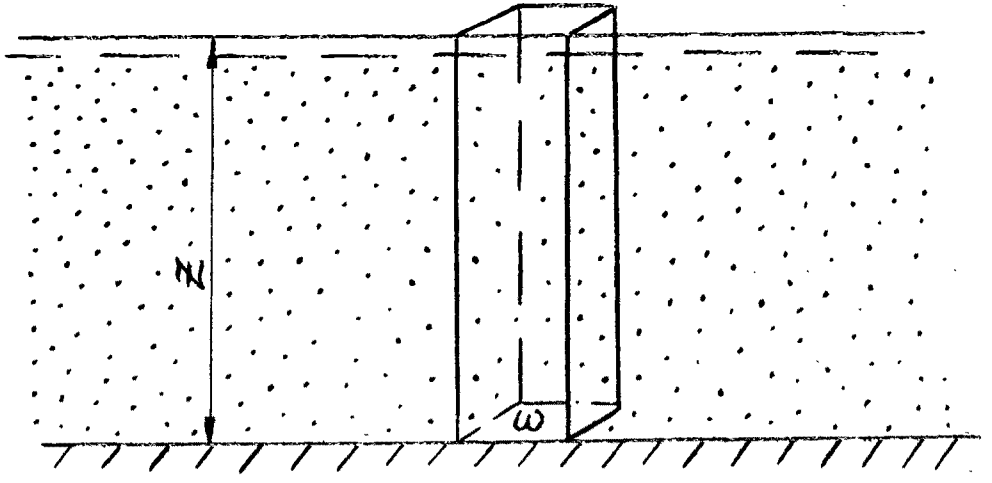


Рис. 1.14. Схема, иллюстрирующая действие сил гидростатического взвешивания в безнапорном пласте

Для более общего аналитического описания процессов перераспределения напряжений рассмотрим **полное** общее давление p_n, оказываемое столбиком обводненных пород на единичную горизонтальную площадку ($|p_n| = |\sigma_n|$, где σ_n— полное напряжение). Очевидно, оно будет равно весу пород в этом столбике вместе с заключенной в них водой.

Обратим, однако, внимание на одно обстоятельство: здесь мы предполагаем, что вес комплекса пород, лежащих выше рассматриваемой площадки, никак не перераспределяется на боковые зоны; соответственно, если под влиянием этого веса происходят деформации сжатия, то упомянутый комплекс ведет себя как абсолютно гибкая плита (жесткость пород во внимание не принимается). Позже (см. раздел 5.3) мы увидим, что это допущение имеет свои пределы.

Рассматривая выделенный объем как единое (сплошное) тело, мы должны считать, что давление P_n уравновешивается двумя силами: нормальной к площадке реакцией скелета породы $\sigma_{эр}$ и гидростатическим давлением по

площадке p ($|p| = |\sigma_н|$), направленным, согласно известным принципам гидростатики, также по нормали к площадке: $p_п = \sigma_{эр} + p$. Следовательно, напряжение $\sigma_э$, обусловливающее силы взаимодействия частиц минерального скелета горной породы и равное по величине реакции $\sigma_{эр}$, можно определить по формуле

$$\sigma_э = |p_п| - |p| = \sigma_п - \sigma_н . \qquad (1.28)$$

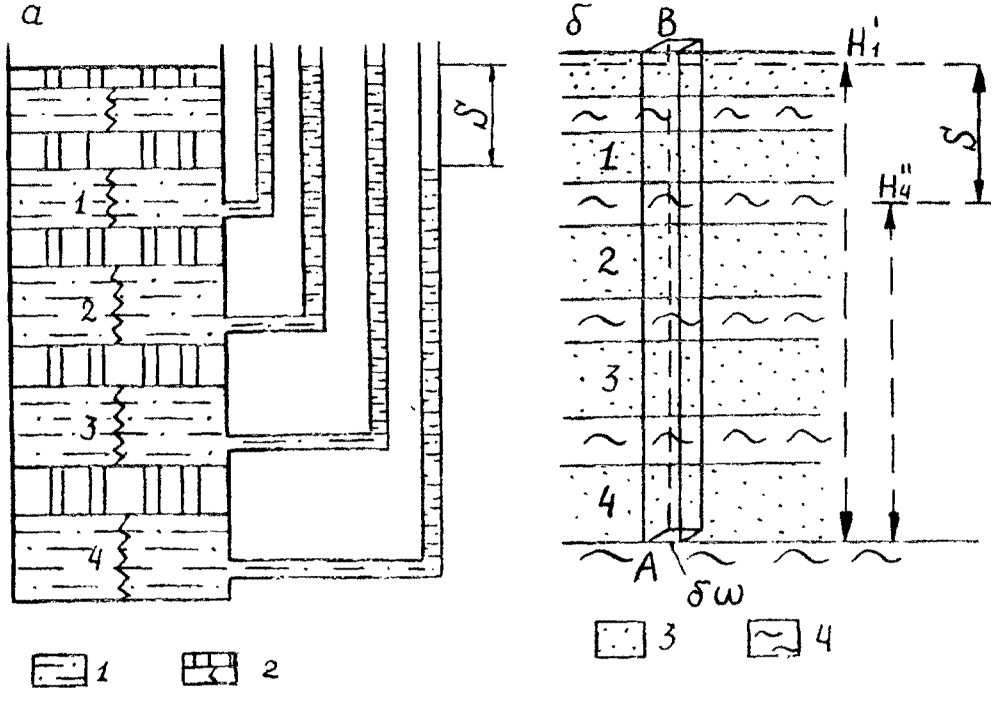


Рис. 1.15. Схема, иллюстрирующая взаимодействие эффективных и нейтральных напряжений:
а - механическая модель; б - многопластовая напорная система (цифрами на рисунке даны номера отсеков слоев).
1 - вода; 2 - поршень с пружиной; 3 - водоносный горизонт; 4 - слабопроницаемые слои

Уравнение (1.28) может рассматриваться как основная закономерность подземной гидростатики. Из него следует, что эффективные напряжения, т.е. напряжения в минеральном скелете, могут меняться не только при из-

менении внешнего (полного) давления на водоносный пласт (дополнительная нагрузка на поверхности земли, выемка вышележащих пород и т.д.), но и при изменении напоров в нем в результате откачки или нагнетания воды.

Рассмотрим единичную горизонтальную площадку δu в пределах напорного водоносного горизонта 4 (см. рис. 1.15 б). При снижении напора на величину S общее давление на площадку (вес столба AB) останется практически неизменным (точнее, оно меняется лишь на небольшую величину, отвечающую отдаче воды самим напорным пластом; позднее мы оценим порядок этой величины и убедимся, что, пренебрегая ею, мы вносим погрешность, измеряемую долями процента). Так как $\Delta\sigma_n \approx 0$, то из формулы (1.28) следует

$$\Delta\sigma_э \approx -\Delta\sigma_н = \gamma_o \cdot S \qquad (1.29)$$

Следовательно, *понижение напоров на каждые 10 м должно приводить к росту напряжений в скелете на 0,1 МПа.*

Итак, подземные воды являются важным силовым фактором, определяющим многие деформационные процессы в горных породах. Например, известны многочисленные случаи оседания земной поверхности в районах интенсивного отбора воды или нефти. Так, в большом районе Калифорнии понижение напоров на 150 м привело к осадке поверхности на площади 5000 км^2, причем максимальное оседание превысило 12 м [44].

Аналогичное объяснение можно дать другому интересному явлению — возникновению землетрясений вблизи вновь создаваемых водохранилищ (в том числе и в доселе несейсмичных районах). Рассмотрим для примера два тектонических блока, граничащие вдоль поверхности сброса AB (рис. 1.16) и находящиеся первоначально в равновесном состоянии. Возникновение водохранилища и связанный с ним рост напоров H вдоль поверхности сброса снижают действующие по этой поверхности силы трения и вызывают относительное смещение блоков, проявляющееся как землетрясение. И, наоборот, начало глубинных смещений породных масс, связанных с изменениями равновесного давления в горном массиве, может фиксироваться по аномальным изменениям нейтральных напряжений (т.е. напоров в наблюдательных скважинах) и тем самым служить индикатором надвигающегося землетрясения.

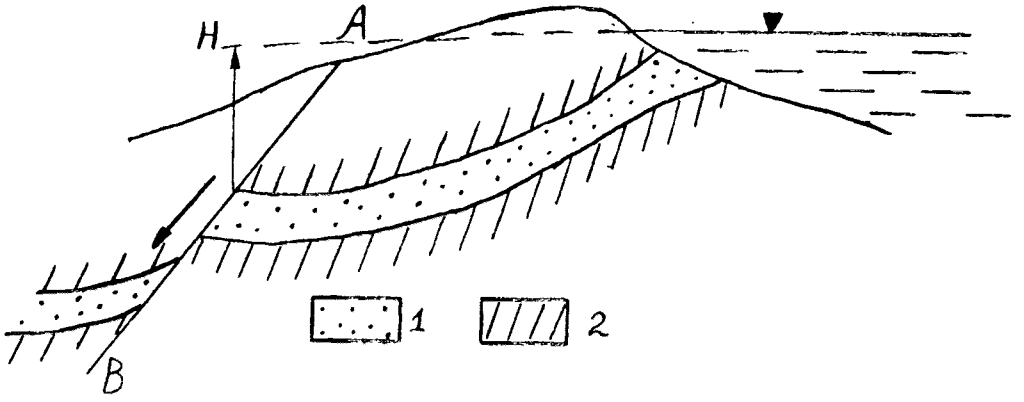


Рис. 1.16. Механизм влияния напорных вод на сейсмическую устойчивость массива горных пород:
1 - водоносный горизонт; 2 - водонепроницаемые породы

В заключение остановимся на напряжениях в пределах капиллярной каймы (см. раздел 1.2.2). Так как гидростатические давления здесь меньше атмосферного, то в каждой точке капиллярной каймы действуют нейтральные напряжения (см. раздел 1.1.2):

$$\sigma_н(z) = -\gamma_o \cdot z, \qquad (1.30)$$

где z — превышение точки относительно свободной поверхности воды ($0 \le z \le h_к$);
$h_к$ — высота капиллярного поднятия (мощность капиллярной каймы).

Таким образом, согласно формуле (1.28), в пределах капиллярной каймы эффективные напряжения возрастают за счет капиллярных сил: к горной породе вдоль поверхности менисков как бы приложена дополнительная внешняя нагрузка, равная $\sigma_э = \gamma_o \cdot h_к$.

Высота капиллярного поднятия в песках изменяется десятками сантиметров, а в глинах — метрами. Это обстоятельство имеет важное значение при моделировании подземных вод в фильтрационных лотках: наличие капиллярной каймы, высота которой обычно соизмерима с высотой лотка, сильно затрудняет соблюдение условий подобия модели и натуры. Заметим попутно, что расчет по формуле (1.6) для капилляров с радиусом R = 0,1 мкм (характерный размер

пор в глинистых грунтах) дает значение $h_к$ примерно 16 м. В реальных грунтах величина $h_к$, однако, заметно меньше рассчитанных таким образом значений из-за неоднородности порового пространства и наличия отдельных крупных пор — расширений в капиллярах.

Так как капиллярные силы возникают не только на контакте вода-воздух, но и на поверхности раздела жидкостей с различным поверхностным натяжением, то эти силы оказывают, например, заметное влияние на перемещение водонефтяного контакта в задачах нефтепромыслового дела [36].

1.4. Емкостные свойства горных пород

Когда заходит речь о водообильности водоносных горизонтов, то обычно подразумевают не общий объем воды в порах или трещинах, а ту его часть, *которая может быть извлечена из породы какими-либо водозаборными сооружениями.* Эту способность горных пород отдавать воду и связывают с их емкостными свойствами. На практике удаление воды из пород зоны насыщения в их естественном залегании идет обычно двумя путями:

1 свободным стеканием, обусловленным гравитационными силами;

2 отжатием под воздействием на породу дополнительной нагрузки. Соответственно, в первом случае говорят о гравитационной емкости, а во втором — об упругой (так как предполагается, что процессы сжатия носят упругий характер).

Емкостными свойствами горных пород характеризуются и аналогичные процессы противоположной направленности, — когда порода принимает в себя дополнительно какой-то объем воды.

1.4.1. Гравитационная емкость

Засыпем песок в трубу, длина которой заметно превышает высоту капиллярного поднятия в песках; затем заполним трубу водой до отметки *I* (рис. 1.17). Открывая кран внизу, будем сливать некоторый объем воды , заме-

ряя соответствующее понижение уровня до отметки *II*. Для однородно уплотненного песка отношение

$$\mu = \frac{\Delta V}{\omega \cdot \Delta H} = \frac{\Delta V_o}{\Delta H} \qquad (1.31)$$

окажется примерно постоянным, характеризуя, таким образом, относительный объем воды, отдаваемый песком с единичной площади колонны (ω — площадь поперечного сечения; $\Delta V_o = \frac{\Delta V}{\omega}$).

ВОПРОС. Почему требуемая высота колонны как-то связывается с капиллярным поднятием в песках?

Проведенный эксперимент достаточно хорошо имитирует процесс отдачи влаги при снижении свободного уровня (депрессионной поверхности) безнапорного водоносного горизонта. Величина μ, которая определяется как отношение объема вытекшей воды к «осушенному» объему породы, называется **коэффициентом гравитационной емкости** (гравитационной водоотдачи) безнапорного горизонта. Понятие «осушенный» применено в данном случае к объему породы, заключенному между исходным и сниженным уровнями, лишь условно: на самом деле, после стекания части гравитационной воды в нем остается вода на стыках отдельных пор («стыковая» вода, являющаяся, по своей сути, также гравитационной) и иммобилизованная вода.

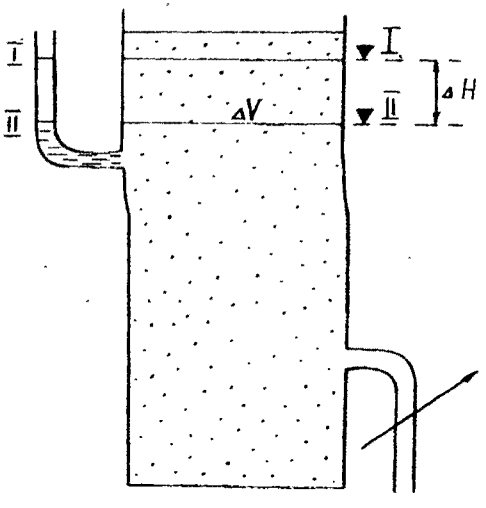


Рис. 1.17. Схема опыта по определению гравитационной водоотдачи

Поэтому, в частности, практикуемое иногда определение величины μ по разности между пористостью и максимальной молекулярной влагоемкостью — неправомерно и может давать резко завышенные значения.

Характерные величины коэффициента гравитационной водоотдачи таковы: 0,25÷0,3 — для крупнозернистых песков и гравия; 0,15÷0,2 — для мелко- и среднезернистых песков; 0,5÷0,1 — для супесчаных грунтов, сотые доли — для суглинков; в скальных и полускальных породах значения μ колеблются в соответствии со степенью трещиноватости от тысячных долей до 0,01-0,02 (последние цифры встречаются сравнительно редко).

Аналогом коэффициента гравитационной водоотдачи при подъеме уровня подземных вод и заполнении пор водой служит **коэффициент недостатка насыщения**; однако численные значения его обычно несколько меньше, чем у коэффициента гравитационной водоотдачи, что объясняется сохранением в насыщающейся породе «защемленного» воздуха и рядом других причин, на которых мы остановимся позднее (см. раздел 6.8).

ВОПРОС. Почему после обильных дождей уровень воды в трещиноватых гранитах поднимается гораздо выше, чем в расположенных по соседству песчаных массивах?

В приведенном здесь понимании коэффициент μ никак не связывается со временем протекания процесса. Между тем, если, проводя описанный опыт с колонной песка, мы будем сливать воду (опускать уровень) с разной скоростью, то значения μ окажутся существенно различными: они будут возрастать с уменьшением скорости опускания уровня и приближаться к практически постоянной величине лишь при достаточно длительных опытах (для песков — порядка десятков часов). Поэтому, принимая в дальнейшем показатели гравитационной емкости пород неизменными во времени, мы предполагаем, что изучаются какие-то длительные природные процессы. Позднее, в главах 5 и 6, мы вернемся е этому вопросу и выясним причины, по которым отдача породой гравитационной влаги растягивается во времени.

1.4.2. Упругая емкость

Рассмотрим водоносную линзу в песках, окруженных относительно водоупорными глинами. При вскрытии линзы скважиной

фиксируется некоторый напор — вода в скважине устанавливается над верхней границей линзы. Откачивая из скважины воду, можно убедиться, что напорный уровень, постепенно понижаясь, будет еще довольно длительное время располагаться выше кровли линзы; пески при этом остаются полностью водонасыщенными, т.е. их гравитационная емкостьы не проявляется. Кроме того, приток воды к линзе со стороны исключен. Естественно, напрашивается вопрос, откуда же берется вода, откачиваемая скважиной?

На основании примера, рассчитанного нами в разделе 1.1.1, и из сказанного в разделе 1.3 мы уже догадываемся, что напорный водоносный комплекс может отдавать воду двумя путями [36, 43]:

1 за счет сжатия породы при приложении к ней дополнительных эффективных напряжений или, что в какой-то степени эквивалентно, при уменьшении нейтральных напряжений (см. раздел 1.3);

2 за счет расширения воды при уменьшении в ней гидростатического давления (см. раздел 1.1.1).

Оба эти механизма, определяющие **упругую емкость** водоносного комплекса, проявляются и в приведенном примере с линзой — при снижении напоров, обусловленном откачкой. Рассмотрим более подробно их количественную сторону. Для этого будем изучать поведение элементарного столбика (с единичной площадью поперечного сечения) в напорном пласте мощностью m, ограниченном водоупорами сверху и снизу (рис. 1.18). Вес жидкости в столбике $G = \gamma_0 \cdot n \cdot m$; исследуем его изменение

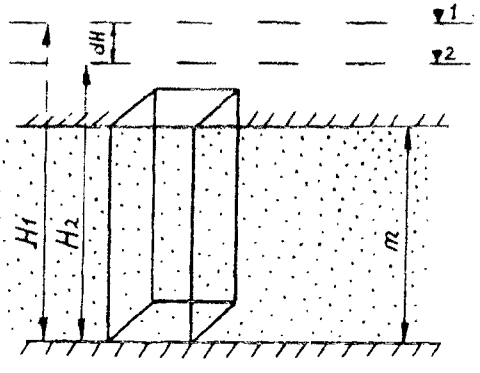


Рис. 1.18. Схема к оценке упругой емкости пласта

$$dG = d\gamma_0 \cdot (n \cdot m) + \gamma_0 \cdot d \cdot (n \cdot m) \quad (1.32)$$

при снижении напора в пласте на величину $|dH| = -dH$, причем, согласно изложенному в разделе 1.3,

$$dH = \frac{d\sigma_н}{\gamma_o} \approx \frac{-d\sigma_э}{\gamma_o}, \qquad (1.33)$$

где $d\sigma_э$ и $d\sigma_н$ — соответственно приращения эффективного и нейтрального напряжений, условно связанные с изменением напора dH через величину объемного веса жидкости γ_o.

Согласно закону Гука для воды (1.1)

$$d\gamma_o = \frac{\gamma_o}{E_o} \cdot d\sigma_н \qquad (1.34)$$

При сжатии породы под дополнительными нагрузками *объем ее уменьшается* главным образом *за счет пор и трещин*, так как сами минеральные зерна сжимаются очень слабо. Показателем интенсивности уменьшения объема пор по мере нагружения служит **коэффициент сжимаемости** a_c, равный изменению коэффициента пористости ε, деленному на то приращение эффективного напряжения, которое привело к этому изменению:

$$a_c = -\frac{d\varepsilon}{d\sigma_э}, \qquad (1.35)$$

где $\varepsilon = \frac{n}{(1-n)}$ (см. раздел 1.2.1).

Для определения коэффициента сжимаемости порезультатам испытаний образцов горных пород строится график зависимости $\varepsilon = f(\sigma_э)$, называемый компрессионной кривой (рис. 1.19); уклон графика отвечает коэффициенту сжимаемости. Характерные значения параметра a_c (в МПа$^{-1}$) для песков $\approx 10^{-3} \div 10^{-2}$; для глин $\approx$ 0,01÷0,1. В трещиноватых породах сжимаемость трещинного

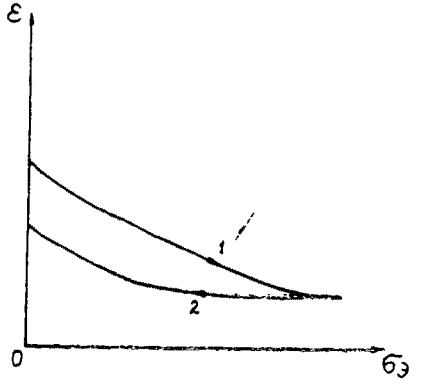


Рис. 1.19. Компрессионная (1) и декомпрессионная (2) кривые

пространства отвечает значениям $\approx 10^{-3} \div 10^{-4}$ МПа$^{-1}$, но сжимаемость пористых блоков можетбыть большей на один-два порядка.

Выражение для изменения коэффициента пористости можно представить в виде

$$d\varepsilon = d \cdot \left(\frac{n}{1-n} \right) = \left[\frac{m \cdot n}{m \cdot (1-n)} \right] = \frac{d \cdot (m \cdot n)}{m \cdot (1-n)}, \quad (1.36)$$

где $m\ (1 - n)$ — объем минерального скелета в выделенном столбике, считающийся неизменным (минеральные зерна практически несжимаемы).

Объединяя выражения (1.32)-(1.36), получаем

$$dG = \gamma_o \cdot m \cdot n \cdot \left(\frac{1}{E_в} + \frac{a_c}{\varepsilon} \right) \cdot d\sigma_н . \quad (1.37)$$

Запишем теперь выражение для относительного изменения объема воды V_o в рассматриваемом объеме породы V_n, имея в виду, что $V_o = nV_n$ и $d\sigma_н = \gamma_o \cdot dH$:

$$\frac{dV_o}{V_n} = \frac{n \cdot dV_o}{V_o} = n \cdot \frac{dG}{G} = n \cdot \left(\frac{1}{E_в} + \frac{a_c}{\varepsilon} \right) \cdot d\sigma_н = \eta^* \cdot dH , \quad (1.38)$$

где

$$\eta^* = \frac{\gamma_o}{1+\varepsilon} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{E_в} + a_c \right) = \gamma_o \cdot \left[\frac{n}{E_в} + (1-n) \cdot a_c \right] . \quad (1.39)$$

Величина η^*, называемая **коэффициентом упругоемкости горной породы** [36], представляет собой, таким образом, изменение объема жидкости в единице объема породы при единичном изменении напора. При снижении напора ($dH < 0$) количество жидкости в пласте уменьшается, т.е. каждая единица объема породы отдает объем воды, равный $\eta^* |dH|$; соответственно с единицы площа-

ди пласта освобождается объем воды dV_o, равный $\eta^* \cdot m \, |dH|$, или

$$\frac{dV_o}{dH} = \mu^* \tag{1.40}$$

где величина

$$\mu^* = \eta^* \cdot m \tag{1.41}$$

аналогична по смыслу коэффициенту гравитационной водоотдачи (см. формулу 1.31)) и называется **коэффициентом упругой водоотдачи пласта.**

Обратим внимание, что, как и параметр μ, величина μ^* безразмерна, в то время как коэффициент упругоемкости η^* имеет размерность, обратную длине (например, $м^{-1}$).

В выражение (1.39) для коэффициента упругоемкости входят два слагаемых, первой из которых отражает роль упругих деформаций воды, а второе — сжимаемость горной породы. С учетом приведенных ранее характерных значений a_c и $E_в$ нетрудно показать, что первое слагаемое имеет смысл принимать во внимание лишь в чисто трещиноватых породах; во всех остальных случаях *доминирующим источником упругих запасов воды в пласте служит уменьшение объема порового пространства*, обусловленное ростом эффективных напряжений при снижении напоров.

В целом абсолютные значения коэффициентов упругоемкости η^* невелики (в $м^{-1}$): $(0{,}5 \div 5) \cdot 10^{-4}$ — для песков; $10^{-4} \div 10^{-3}$ — для супесей и суглинков; $10^{-5} \div 10^{-6}$ — для чисто трещиноватых пород (увеличиваясь примерно на порядок для типичных трещиновато-пористых пород - песчаников, известняков). Следовательно, при реальных мощностях водоносных горизонтов (метры, десятки метров) значения коэффициента упругой водоотдачи на один-два порядка меньше коэффициентов гравитационной емкости для тех же пород. Поэтому в безнапорных горизонтах, в которых при снижении уровней проявляют-

ся и гравитационные, и упругие запасы, последними обычно пренебрегают, т.е. считают $\mu^* << \mu$.

Однако в суглинистых и глинистых грунтах, а также в некоторых трещиновато-пористых породах значения μ^* и μ различаются не столь сильно. Попутно заметим, что, как ясно из только что приведенных величин коэффициентов упругоемкости, упругая водоотдача «водоупорных» пластов глинистого состава может оказаться заметно большей, чем у смежных водоносных пластов.

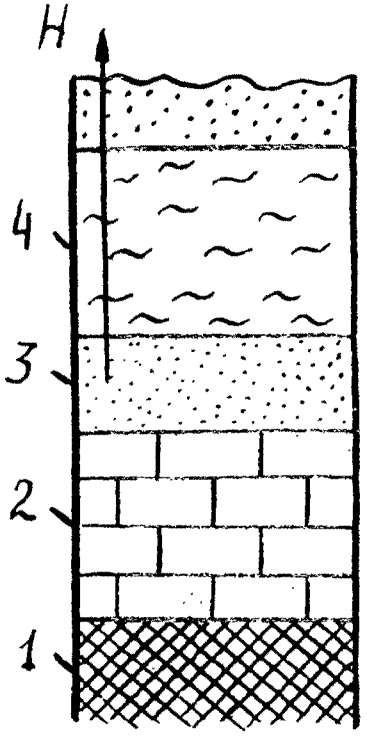


Рис. 1.20. Схематическая колонка нижней пачки осадочных пород Южно-Белозерского месторождения:
1 - породы кристаллического фундамента; 2 - органогенные известняки мощностью 30 м; 3 - бучакские пески мощностью 15 м; 4 - киевские глины мощностью 30 м

Последнее замечание касается не только глинистых водоупоров. Для примера рассмотрим разрез Южно-Белозерского железорудного месторождения (рис. 1.20). Здесь основные водоносные породы — бучакские пески — имеют проницаемость в 10^3+10^4 раз большую, чем у подстилающих их пород — органогенных известняков; поэтому известняки в прогнозах водопритоков принимались за относительный водоупор. В дальнейшем оказалось, что водопонижающие скважины, оборудованные на пески, откачивали большей частью воду, поступавшую в пески из меловых пород.

ЗАДАЧА. Объясните описанный эффект количественно, принимая следующие исходные данные: коэффициент сжимаемости песков примерно равен 0,005 МПа$^{-1}$, известняков — 0,03 МПа$^{-1}$; мощность песков 15 м, известняков 30 м. Снижение напоров в песках и в рудной толще (залегающей под известняками) составило около 200 м.

При росте напоров в водоносном пласте (например, при нагнетании воды) имеют место противоположные эффекты — упругое расширение порового пространства (декомпрессия горной породы) и гидростатическое сжатие

поровой жидкости. В результате водоносный пласт принимает некоторое дополнительное количествоводы; соответствующая емкость пласта — на единицу его площади — характеризуется **коэффициентом недостатка (упругого) насыщения**. Величина его для многих пород, однако, заметно меньше, чем коэффициент упругой водоотдачи. Обусловлено это тем, что сжимаемость ряда пород (особенно песчано-глинистых) при приложении дополнительной нагрузки ($\sigma_э = \gamma_o |dH|$) существенно больше обратных деформаций упругого расширения при снятии нагрузки той же абсолютной величины. На опытном графике сжимаемости (см. рис. 1.19) это обстоятельство отражается меньшим уклоном кривой декомпрессии в сравнении с уклоном компрессионной кривой (компрессионный гистерезис). Однако при многократном нагружении-разгружении, характерном для различных циклических колебаний напоров подземных вод, подобные гистерезисные явления в емкостных свойствах не играют практической роли.

Рассмотрим проявление упругого режима при колебаниях атмосферного давления, вызывающих, как известно, изменения уровней в колодцах и открытых пьезометрах.

ЗАДАЧА. Прежде чем читать последующий материал попытайтесь объяснить, почему перед грозой уровень воды в глубоких колодцах заметно повышается?

При рассмотрении этого эффекта следует учесть, что в данном случае имеет место изменение полного напряжения σ_n, вызванное колебаниями атмосферного давления P_a; так как $d\sigma_n = dP_a$, то равенство (1.28) приводит к формуле

$$d\sigma_н - dP_a = -d\sigma_э . \qquad (1.42)$$

Кроме того, суммарное изменение давления столба воды в скважине (при изменении уровня на величину dh) и атмосферного давления уравновешивается изменением гидростатического давления водоносного пласта, т.е.

$$\gamma_o \cdot dh + dP_a = d\sigma_н . \qquad (1.43)$$

Введем понятие барометрической эффективности BE как отношение изменения уровня воды в пьезометре dh к соответствующему изменению атмосферного давления в метрах водяного столба [42]:

$$BE = \frac{dh}{dP_a/\gamma_0} = \frac{d\sigma_н - dP_a}{dP_a} = -\frac{d\sigma_э}{d\sigma_н + d\sigma_э} = -\frac{1}{1 + d\sigma_н/d\sigma_э}. \tag{1.44}$$

Но из закона Гука для объема воды V_0 в единичном столбике пласта ($V_0 = nm$) имеем

$$d\sigma_н = -E_в \cdot \frac{dV_0}{V_0} = -E_в \cdot \frac{d(n \cdot m)}{n \cdot m},$$

или, с учетом выражений (1.35) и (1.36),

$$d\sigma_н = E_в \cdot \frac{1-n}{n} \cdot a_c \cdot d\sigma_э = \frac{E_в \cdot a_c}{\varepsilon} \cdot d\sigma_э. \tag{1.45}$$

Тогда

$$BE = -\frac{1}{1 + E_в \cdot a_c/\varepsilon}, \tag{1.46}$$

т.е. увеличение атмосферного давления вызывает падение уровня в колодце или пьезометре тем большее, чем меньше сжимаемость пород. Например, для грунтовых потоков в песках при $\varepsilon = 0{,}8$ и $a_c \approx 0{,}05$ МПа$^{-1}$ $|BE| < 0{,}01$, в то время как для глубокозалегающих (200÷300 м) напорных песчаных пластов при $a_c \approx 0{,}002$ МПа$^{-1}$ и $\varepsilon = 0{,}5$ $|BE| > 0{,}1$. Следовательно, перед грозой, при падении атмосферного давления на 2 кПа, уровень воды в скважине, пройденной на напорный пласт, поднимается на несколько сантиметров.

В заключение остается заметить, что, как и в случае гравитационной емкости, коэффициент упругой водоотдачи считается не зависящим от времени протекания процесса: в исходных зависимостях (1.34) и (1.35) деформации предполагались идущими синхронно с изменением напоров в пласте. В разделе 5.3 мы убедимся, что в некоторых комплексах пород это допущение справедливо лишь для достаточно длительных процессов.

Итак, в этом разделое мы ввели важные **гидрогеологические параметры,** характеризующие емкостные свойства водоносной системы — коэффициенты гравитационной и упругой водоотдачи. Данными параметрами

определяются запасы воды в геологических структурах и поэтому их оценке уделяется особое внимание при гидрогеологических изысканиях. Об этой стороне дела мы поговорим в гл. 5, пока же — в последующих разделах мы будем предполагать параметры емкости заданными характеристиками изучаемых гидродинамических процессов.

1.5. Основной закон фильтрации и проницаемость горных пород

1.5.1. Закон Дарси

Термином **«фильтрация»** охватывается движение жидкости в насыщенной ею пористой среде, обусловленное наличием гидравлического градиента (перепада напоров).

Проведем следующий простейший эксперимент. Будем сначала пропускать воду через трубку длиной l с поперечным сечением ω, заполненную песком, добиваясь при заданном перепаде напоров на краях трубки ΔH постоянного расхода жидкости Q. Средняя скорость движения жидкости по порам:

$$v_д = \frac{Q}{\omega \cdot n}, \tag{1.47}$$

где n — эффективная пористость песка.

Рассчитаем теперь по формуле Гагена-Пуазейля (см. раздел 1.1.5) среднюю скорость течения $v_д'$ в круглой трубке с поперечным сечением $\omega' = \omega \cdot n$. Сопоставление $v_д$ и $v_д'$ покажет, что уже для трубок диаметром в несколько сантиметров $v_д << v_д'$, причем разница в скоростях растет с увеличением поперечного сечения трубы. Более того, значение $v_д$ от размеров этого сечения не зависит. Следовательно, при одинаковых суммарных поперечных сечениях потока ($\omega' = \omega \cdot n$) сопротивление движению воды в трубке, заполненной песком, многократно возрастает.

Обдумывая этот эксперимент, мы можем теперь вернуться к понятию пора: изложенное позволяет определить поры как такие пустоты, для которых сопротивление движению жидкости обусловлено главным образом силами трения жидкости об их стенки и пристеночными эффектами. Очевидно, такое определение дает основа-

ние распространить термин «фильтрация» и на трещиноватые горные породы — если движение жидкости в них также характеризуется доминирующим значением сил трения жидкости о стенки.

Будучи частным случаем движения вязкой жидкости, фильтрация описывается общими уравнениями Навье-Стокса [17], которые являются отправным элементом анализа вязких течений в классической гидромеханике: в основе такого анализа лежит интегрирование этих уравнений при определенных краевых условиях. Однако с самого начала было ясно, что ввиду доминирующей роли пристеночных (пограничных) эффектов в сочетании с исключительно сложной геометрией порового пространства, решение уравнений Навье-Стокса для пористой или трещиноватой среды является задачей практически неосуществимой. Этот путь, естественно, был закрыт для построения теории фильтрации и, в частности, для теоретического приближения к основному закону движения подземных вод на базе физически обоснованных упрощений. Однако приведенные выше (см. раздел 1.1) общие соображения о движении вязкой жидкости оказываются все-таки полезными для априорной характеристики такого закона.

Во-первых, основной закон движения должен отразить связь между силами сопротивления и изменениями энергии потока. Как следует из априорных энергетических представлений, приведенных в разделе 1.1, это эквивалентно установлению связей между изменением величины гидростатического напора и работой сил внутреннего трения на одной и той же длине Δl, отсчитываемой вдоль линии тока; иначе говоря, можно ожидать наличия функциональной (линейной) связи между величинами $\frac{\Delta H}{\Delta l}$ и силами внутреннего трения. Так, подобно изложенному в разделе 1.1.4, нетрудно показать, что для пористой среды, представленной системой капилляров, справедлива формула, аналогичная (1.20)

$$f_{mp} = -\gamma_{ж} \cdot \frac{\Delta H}{\Delta l}, \qquad (1.48)$$

где $\gamma_{ж} = \rho_{ж} \cdot g$;

$\rho_{ж}$ — плотность жидкости;

f_{mp} — силы трения, приходящиеся на единицу объема пористой среды.

Во-вторых, можно ожидать, что связь между средней скоростью движения жидкости в порах v_{∂} и градиентом давления или напора $\frac{\Delta H}{\Delta l}$ будет носить линейный характер (движение ламинарное).

---

* Более того, полезно заметить, что формула (1.48) справедлива для любых пористых сред [29].

В-третьих, наконец, можно предположить, что для идеализированной пористой среды, представленной системой параллельных капилляров радиуса r_n, справедлива следующая зависимость, вытекающая из формулы Гагена-Пуазейля (1.18):

$$Q = -\frac{1}{8} \cdot \frac{\pi \cdot \rho_{ж} \cdot g \cdot r_n^4}{\mu_{ж}} \cdot \frac{\Delta H}{\Delta l} \cdot N, \tag{1.49}$$

где Q — суммарный расход N капилляров.

Так как для единичного поперечного сечения $Q = v_{д}\, n$ (см. формулу (1.47)), а $N = \frac{n}{(\pi \cdot r_n^2)}$, то получаем отсюда ожидаемую структуру основного закона фильтрации в следующем виде:

$$v_{д} = B \cdot \frac{g \cdot \rho_{ж}}{\mu_{ж}} \cdot \frac{\Delta H}{\Delta l}, \tag{1.50}$$

где $B = \frac{r_n^2}{8}$.

Проводя опыты по фильтрации воды в трубах, заполненных песком, А.Дарси установил (1856 г.), что результаты этих опытов дают в координатах $\frac{Q}{\omega} \div I$ четко выраженный прямолинейный график (рис. 1.21):

$$\frac{Q}{\omega} = k \cdot I, \tag{1.51}$$

где ω — площадь поперечного сечения трубы;
k — коэффициент пропорциональности, постоянный для данного опыта, точнее — для данной пары грунт-жидкость.

Отношение расхода жидкости ко всему поперечному сечению фильтрующей горной породы

$$\frac{Q}{\omega} = v \tag{1.52}$$

получило название **скорости фильтрации**. Эта *расчетная* величина более удобна на практике, чем действительная средняя скорость движения воды в порах $v_{д}$, так как

она соотносится с легко замеряемым общим объемом горной породы: согласно формулы (1.47), очевидна связь:

$$v = v_{\partial} \cdot n \tag{1.53}$$

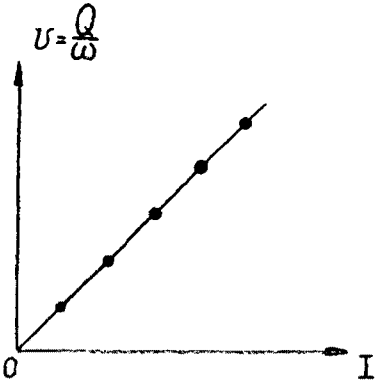


Рис. 1.21. График зависимости скорости фильтрации от градиента

ЗАМЕЧАНИЕ. С учетом требований, вытекающих из предпосылки сплошности среды, более корректное определение скорости фильтрации дается формулой

$$v = \lim_{\omega \to \omega_o} \frac{Q}{\omega},$$

где ω_o — минимальная репрезентативная площадка.

Вводя в закон Дарси (1.51) скорость фильтрации, перепишем его в дифференциальной форме:

$$v = -k \cdot \frac{\partial H}{\partial l}, \tag{1.54}$$

или в проекциях на координатные оси,

$$\begin{cases} v_x = -k \cdot \dfrac{\partial H}{\partial x} \\ v_y = -k \cdot \dfrac{\partial H}{\partial y} \\ v_z = -k \cdot \dfrac{\partial H}{\partial z} \end{cases}. \tag{1.55}$$

Такая форма записи позволяет утверждать, что вектор скорости фильтрации $\overline{v}$ связан со скалярным полем функции H: вектор $\overline{v}$ в каждой точке (x_o, y_o, z_o) направлен по нормали к поверхности H = const, проходящей через эту точку, причем

$$\overline{v} = -k \cdot \operatorname{grad} H, \tag{1.56}$$

где $\mathrm{grad}H$ — вектор-градиент функции H, т.е. вектор, координаты которого равны соответственно $\frac{\partial H}{\partial x}$, $\frac{\partial H}{\partial y}$ и $\frac{\partial H}{\partial z}$.

Переписывая формулу (1.56) в виде

$$\bar{v} = \mathrm{grad}\ (-k \cdot H)\ , \qquad (1.57)$$

приходим к выводу, что функция $\varphi = -k \cdot H$ является потенциалом для вектора скорости фильтрации — согласно известным положениям теории поля [16].

Если свойства среды, задаваемые коэффициентом k, в разных направлениях различны и определяются составляющими k_x, k_y, k_z, то для такой **анизотропной** среды*:

$$v_x = -k_x \cdot \frac{\partial H}{\partial x};\ v_y = -k_y \cdot \frac{\partial H}{\partial y};\ v_z = -k_z \cdot \frac{\partial H}{\partial z}\ . \qquad (1.58)$$

В дальнейшем опыты в фильтрационных трубах неоднократно проводились с различными жидкостями и закону Дарси был придан более общий вид:

$$v = -\frac{k_o \cdot \rho_{ж} \cdot g}{\mu_{ж}} \cdot \frac{\partial H}{\partial l}\ , \qquad (1.59)$$

где коэффициент пропорциональности k_o зависит только от свойств пористой среды.

Закон Дарси, подтвержденный многочисленными экспериментами [6, 10, 36], является по своей сути эмпирическим законом; строгое теоретическое доказательство его справедливости, несмотря на многочисленные попытки такого рода, отсутствует**. Однако тот факт, что структура формулы (1.59) идентична выражению (1.50), полученному теоретическим анализом течения в системе капиллярных трубок, позволяет относиться к закону Дарси с большим доверием.

---

* В этом варианте координатные оси должны быть ориентированы по главным направлениям анизотропии.

** Сказанное относится ко всем попыткам доказательства справедливости закона Дарси применительно к детерминированным моделям пористой среды, в которых последняя представляется набором капилляров определенных форм и размеров.

В работе [46] изучалась модель течения в среде, состоящей из набора шаров одинаковых размеров. Решая уравнения Навье-Стокса для этой модели численным методом (на ЭВМ), авторы показали, что закон Дарси дает для нее погрешность менее 1%.

До сих пор мы говорили о законе фильтрации в пористых средах. очевидно, трещины в горных породах как водопроводящие пути имеют мало общего (по своей геометрии) с порами. Однако из сформулированных выше представлений становится ясно, что в тех трещиноватых породах, где скорость движения жидкости по трещинам определяется (в первую очередь и в основном) силами трения жидкости о стенки и пристеночными эффектами, должен быть также справедливым закон Дарси.

Здесь полезно привести известную формулу Буссинеска, согласно которой при сравнительно малых числах Рейнольдса средняя скорость $v_д$ течения жидкости по щели шириной b с параллельными гладкими стенками подчиняется линейной зависимости:

$$v_д = -\frac{b^2 \rho_ж \cdot g}{12 \mu_ж} \cdot I. \tag{1.60}$$

Если среднее расстояние между параллельными трещинами в горной породе равно l_m, то ее пустотность (аналог пористости) $n = b/l_m$, и с учетом формулы (1.53) имеем для скорости фильтрации в системе параллельных гладких трещин формулу

$$v = -\frac{b^2 \cdot \rho_ж \cdot g}{12 \mu_ж \cdot l_m} \cdot \frac{\partial H}{\partial l}. \tag{1.60а}$$

Сопоставление этой формулы с выражением (1.59) подтверждает их аналогию. Конечно, приведенное представление фильтрующих трещин в горной породе является существенной идеализацией; однако опытный материал убедительно подтверждает, что и в реальных трещиноватых породах закон Дарси чаще всего выполняется с высокой степенью точности [6, 36].

1.5.2. Коэффициент фильтрации и коэффициент проницаемости

Приведенные выше опытные закономерности носят феноменологический характер и содержат эксперимен-

тально получаемые параметры k и k_o, отражающие, в конечном счете, силы внутреннего трения в фильтрующейся жидкости*.

Параметр k, определяющий способность данного грунта пропускать (фильтровать) ту или иную жидкость, получил название **коэффициента фильтрации**; он имеет размерность скорости (м/сут, см/с).

Параметр k_o обычно считается зависящим только от свойств проводящей среды и характеризует ее **проницаемость**, безотносительно к свойствам жидкости. Из выражения (1.59) нетрудно показать, что он имеет размерность площади.

Для того, чтобы понять физическую предпосылку этой размерности, проведем сопоставление выражений (1.59) и (1.50); с учетом связи (1.53) получаем, что при представлении пористой среды набором капилляров

$$k_o = \frac{1}{8} n \cdot r_n^2 \qquad (1.61)$$

Если ввести удельную поверхность скелета породы $\overline{S}$ (общая поверхность частиц в единице объема породы), которая обратно пропорциональна радиусу пор, то получим более общее выражение:

$$k_o = \frac{A}{S^2}, \qquad (1.61а)$$

где A — некоторый коэффициент, зависящий от пористости грунта.

Эксперименты в общем достаточно хорошо подтверждают зависимость (1.61а) для грунтов одного минерального состава.

Проводя аналогичную идеализацию для трещиноватых сред, можно получить для них формальные представления коэффициента проницаемости, по структуре подобные формуле (1.61). Например, для параллельных равноотстоящих трещин одинакового раскрытия b получаем на основе сопоставления формул (1.59) и (1.60а) следующую формулу:

$$k_o = \frac{b^3}{12 l_m} = \frac{n \cdot b^2}{12}. \qquad (1.62)$$

В более общем виде формула (1.62) записывается так [28]:

---

* При прочих равных условиях, величины $1/k$ (или $1/k_O$) пропорциональны силам внутреннего трения в единице объема фильтрующей пористой среды.

$$k_o = \beta \cdot n \cdot b^2, \qquad (1.62а)$$

где коэффициент β зависит от взаимной ориентации трещин.

В физической системе единиц коэффициент проницаемости k_o измеряется в квадратных сантиметрах. Однако чаще для него используется другая единица — квадратный микрометр: среда имеет проницаемость в 1 мкм^2, если при перепаде давления, равном около 0,1 МПа на 1 см длины и вязкости 0,001 Па · с скорость фильтрации равна 1 см/с.

Согласно выражениям (1.54) и (1.59) для закона Дарси фильтрационные характеристики горных пород k и k_o связаны между собой отношением

$$k = \frac{k_o \cdot \rho_ж \cdot g}{\mu_ж}. \qquad (1.63)$$

В гидрогеологии характеристика фильтрационной способности горной породы чаще всего дается через коэффициент фильтрации, а коэффициент проницаемости используется сравнительно редко. В целях возможного их сопоставления можно иметь в виду, что для воды вязкостью 0,001 Па · с (при температуре 20°С) коэффициенту проницаемости в 1 мкм^2 отвечает коэффициент фильтрации, равный 0,86 м/сут (покажите это самостоятельно).

Приведем для ориентира порядок значений коэффициентов фильтрации для различных пород: пески $N \cdot 1$ м/сут (мелкозернистые разности), $N \cdot 10$ м/сут (крупнозернистые разности); супеси $N \cdot 0{,}1$ м/сут; суглинки $N \cdot 0{,}01$ м/сут (легкие разности), $N \cdot 0{,}001$ м/сут (тяжелые разности); трещиноватые породы от $N \cdot 10^{-1}$ (слаботрещиноватые разности) до $N \cdot (1\text{-}10)$ м/сут (породы со средней степенью трещиноватости) и даже $N \cdot 10^2$ м/сут (сильно трещиноватые или закарстованные породы).

Итак, вслед за параметрами емкости (см. раздел 1.4) мы ввели теперь **параметры проницаемости**, которые будем далее считать константами изучаемого фильтрационного процесса. Нужно, однако, отметить, что эти пара-

* В нефтяном деле ей отвечает один дарси.

метры, отражающие геометрию пористой среды, будут оставаться в каждой точке водоносного пласта постоянными лишь при условии неизменной геометрии пор или трещин. В этой связи отметим основные факторы, способные приводить к существенном изменению проницаемости *по сравнению с естественной.*

1 Изменение напряженного состояния горных пород вызывает уменьшение проницаемости при росте эффективных напряжений и ее увеличение — в противном случае.

Как мы уже знаем, рост эффективных напряжений может вызываться понижением напоров подземных вод и, следовательно, при откачке воды из пласта проницаемость должна, вообще говоря, падать. Однако более внимательные исследования показывают, что заметную роль процессы такого рода играют лишь в трещиноватых породах, особенно при нагнетаниях воды, когда из-за уменьшения эффективных давлений возрастает раскрытие трещин и заметно увеличивается проницаемость.

2 В глинистых породах ощутимое влияние на проницаемость оказывает температура, особенно при ее возрастании до интервала 60-80°С: в этом интервале температур отмечается интенсивный переход рыхло связанной воды в свободное состояние (см. раздел 1.2), в результате чего возрастает объем эффективного порового пространства и увеличивается проницаемость.

3 Важную роль в проницаемости пород глинистого состава может играть изменение минерализации и химического состава подземных вод. Казалось бы, с ростом минерализации (а следовательно, и вязкости воды) коэффициент фильтрации должен падать (см. формулу (1.63)). На деле, однако, часто отмечается противоположная картина: фильтрующая способность среды возрастает. Объяснение этому следует также искать в увеличении свободного порового пространства, вызываемом в данном случае уменьшением толщины сольватных оболочек (см. раздел 1.2) при катионном обмене между свободной и связанной водой [18]. В некоторых случаях (например, при пропускании растворов *NaCl* через монтморил-

лонитовые глины) отмечается увеличение проницаемости на порядок [11]. Впрочем, при определенных сочетаниях минерального состава глин и химического состава воды могут наблюдаться и иные тенденции — падение проницаемости с ростом минерализации воды. Во всех случаях полезно подчеркнуть аномальный характер этих эффектов с точки зрения представлений о коэффициенте проницаемости: последний оказывается зависящим не только от свойств фильтрующей среды, но и от характеристики флюида.

В ближайших главах мы будем, однако, пренебрегать упомянутыми здесь специфическими эффектами; мы вернемся к ним в гл. 5, когда будем изучать вопросы, связанные с опытным определением фильтрационных параметров.

1.5.3. Ограничения на закон Дарси

Несмотря на широкий круг применимости, закон Дарси имеет свои ограничения; перейдем к их рассмотрению.

1 Закон Дарси отвечает ламинарному режиму течения.

Принято считать [27], что для большинства пористых горных пород ламинарный характер движения отмечается при следующих числах Рейнольдса (см. раздел 1.1.6):

$$\mathrm{Re} = \frac{1}{0{,}75n + 0{,}23} \cdot \frac{v \cdot d_p \cdot \rho}{\mu} \leq \mathrm{Re}_{кр} \approx 7 \div 9, \qquad (1.64)$$

где d_p — расчетный (действующий) диаметр частиц.

Например, для крупнозернистых песков при $n = 0{,}4$, $d_p = 1$ мм и при $v = 10$ м/сут $\mathrm{Re} = 0{,}2$.

В реальных условиях требование (1.64) почти всегда выполняется, за исключением, быть может, участков, непосредственно прилегающих к стенке водозаборного сооружения, где, кстати говоря, нередко отмечаются и заметные нарушения структуры породы, обусловленные выносом частиц фильтрующейся водой.

Правда, следует полагать, что из-за влияния таких факторов, как извилистость поровых каналов, изменчивость абсолютных размеров пор и др., критическое число Рейнольдса может быть для разных пород (с одинаковыми d_p и n) существенно различным; поэтому приведенные величины являются лишь некоторым ориентиром, относительно стабильным для группы однородных раздельнозернистых пород. Однако практика и многочисленные исследования показывают, что переход к (условно) турбулентному режиму отмечается в сравнительно редких случаях — главным образом для некоторых трещиноватых пород.

Значения критических чисел Рейнольдса для трещиноватых пород принято оценивать по следующей зависимости, считающейся аналогом формулы (1.64) для раздельнозернистых пород [36]:

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot \sqrt{k_o} \cdot \rho_ж}{\mu_ж} \cdot \frac{10}{n^{2,3}} \leq \mathrm{Re}_{кр} \approx 1 \div 12. \qquad (1.64а)$$

Для трещин достаточно большого раскрытия требование о ламинарности режима не выполняется, и лучшие, нежели закон Дарси, результаты дает зависимость [34]

$$I = a\,v + b\,v^2, \qquad (1.65)$$

где I — гидравлический градиент $\left(I = \frac{\partial H}{\partial l}\right)$;

a и b — постоянные величины для данной системы горная порода-жидкость.

Если положить $a = 1/k$, то при малых скоростях выражение (1.65) непрерывно переходит в закон Дарси.

На практике *для трещиноватых пород чаще всего допустимо пользоваться законом Дарси*, за исключением тех закарстованных пород, в которых проницаемость обусловлена главным образом отдельными карстовыми каналами сравнительно большого раскрытия (миллиметры и более). Однако трудности описания движения жидкостей в таких породах связаны не столько с неясностью

формулировки основного закона движения, сколько с недостатком информации об исходных параметрах проницаемости.

2 Закон Дарси проверяется, как правило, в экспериментах со стационарными потоками, исключающих проявление инерционных сил. Однако у нас имеются вполне серьезные основания для пренебрежения силами инерции и в подавляющем большинстве случаев нестационарной фильтрации: из общей гидромеханики известно, что для вязких течений с малыми числами Рейнольдса роль инерции крайне несущественна.

Подтвердим это качественно для фильтрационных течений. Согласно второму закону Ньютона, силы инерции, приходящиеся на жидкость в единице объема горной породы, выразятся формулой

$$f^{v}_{ин} = \rho \cdot n \cdot \frac{dv_{д}}{dt} = \rho \cdot \frac{dv}{dt}. \qquad (1.66)$$

При ориентации вектора $\bar{v}$ по направлению l полную производную dv/dt можно записать в виде [16]

$$\frac{dv(l,t)}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial l} \cdot \frac{\partial l}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} + v_{д} \cdot \frac{\partial v}{\partial l} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{n} \cdot \frac{\partial v}{\partial l}. \qquad (1.67)$$

Так как скорости фильтрации и их изменения в пространстве обычно являются малыми величинами, то вторым членом в формуле (1.67), как произведением двух малых величин, можно пренебречь:

$$\frac{dv}{dt} \approx \frac{\partial v}{\partial t}. \qquad (1.67а)$$

Тогда, с учетом закона Дарси

$$f^{v}_{ин} = \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = -\rho \cdot k \cdot \frac{\partial I}{\partial t}. \qquad (1.68)$$

Предположим теперь, что, как и в условиях установившегося движения, силы трения $f^{v}_{тр}$, приходящиеся на единицу жидкости, выражаются формулой (1.48). Сопоставляя (1.48) и (1.68), получаем

$$\frac{f^{v}_{ин}}{f_{тр}} = \frac{k}{g} \cdot \frac{1}{I} \cdot \frac{\partial I}{\partial t} = \frac{k}{g} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot (\ln I). \qquad (1.69)$$

Так как отношение k/g обычно очень мало (менее 10^{-4} с), то, как правило, силы инерции пренебрежимо малы по сравнению с силами внутреннего трения, отраженными в законе Дарси. Исключение могут составлять кратковременные динамические процессы в подземных водах (взрывы, землетрясения и т.п.), когда градиенты фильтрации претерпевают резкие, скачкообразные изменения во времени.

3 Согласно закону Дарси движение жидкостей в пористой среде имеет место при любом сколь угодно малом градиенте. Между тем, в разделе 1.1.5 мы отметили возможность проявления водой аномальной сдвиговой прочности при движении ее в очень тонких трубках. Следовательно, аналогичные эффекты можно ожидать и в горных породах, характеризующихся малыми абсолютными размерами пор, т.е. в первую очередь в глинистых породах; если добавить к этому характерные для глин эффекты иммобилизации свободной воды (см. раздел 1.2), то станет ясно, что должен существовать нижний предел применимости закона Дарси. Для решения большинства практических задач этот предел может быть формально учтен введением так называемого начального градиента фильтрации $I_н$, определяемого опытным путем:

$$v = \begin{cases} 0 & \text{при } \dfrac{\partial H}{\partial l} \le I_н \\ -k \cdot \left(\dfrac{\partial H}{\partial l} - I_н \right) & \text{при } \dfrac{\partial H}{\partial l} \ge I_н \end{cases}. \qquad (1.70)$$

Тем самым предполагается, что движение жидкости в глинах начинается лишь тогда, когда градиент напора $\dfrac{\partial H}{\partial l}$ превысит начальный градиент $I_н$ (рис. 1.22). Для некоторых глинистых пород величина $I_н$ измеряется десятками и даже сотнями единиц, т.е. такие породы воду обычно практически не фильтруют. Нелишне, однако, оговорить, что понятие начального градиента является достаточно условным и, более того, неопределенным, если участь, например, зависимость $I_н$ от абсолютной величины гидростатического давления (напора) и особенно от температуры. В частности, резкое падение (нередко до нуля) значений начального градиента в глинистых поро-

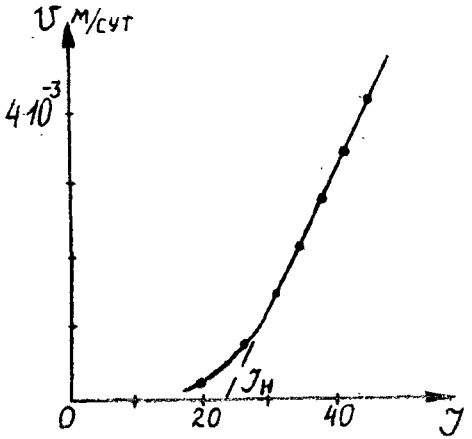


Рис. 1.22. График зависимости скорости фильтрации от градиента

дах отмечается при повышении температуры до 60-80°С, что обусловлено массовым переходом рыхло связанной воды в свободное состояние (см. раздел 1.2.2).

4 Ограничения на применение закона Дарси, особенно в трещиноватых породах, связаны также с необходимостью выполнения требований, предъявляемых к выделенному для рассмотрения объему пород (см. раздел 1.2.3): как уже отмечено, минимальный репрезентативный объем в трещиноватых породах может измеряться десятками и даже сотнями метров — при больших расстояниях между основными водопроводящими трещинами.

5 Наконец, важные ограничения вытекают из усредняющего характера закона Дарси, имеющего дело лишь со средней скоростью фильтрации и никак *не учитывающего индивидуальные скорости и траектории частиц*. Более подробно этот вопрос освещен в разделе 1.5.4.

1.5.4. Общие представления о статистической теории фильтрации

Полуэмпирический характер закона Дарси, с одной стороны, заставил ряд исследователей усомниться в допустимости его применения — во всяком случае в условиях, достаточно далеких от экспериментальных, а с другой — стимулировал неоднократные попытки более строгого физического и математического его обоснования на базе различного рода физических моделей (капиллярных и др.). Однако все эти попытки, к каким бы интересным частным результатам они не приводили, так и не решили упомянутой основной задачи, чего, пожалуй, и следовало ожидать, имея в виду прежде всего исключительно сложный характер геометрии пористой среды. Поэтому, в частности, все теории, представлявшие пористую среду в виде

сложных систем капилляров, не смогли выйти на позиции практического их приложения.

Между тем, было обнаружено несоответствие некоторых практических результатов теории, основанной на законе Дарси.

ПРИМЕР. На входном сечении в фильтрационной колонке с установившимся расходом жидкости через нее $Q = v \cdot \omega$ в течение некоторого времени t_o подается несорбирующийся индикатор (соль, краска и т.п.) с концентрацией C_o. На выходе из колонки регулярно отбирают пробы и строят график $C(t)$ (рис. 1.23). Здесь же нанесен график, рассчитанный по закону Дарси, когда все частицы индикатора переносятся с постоянной скоростью $v_д = \frac{v}{n}$. Из графиков видно, что некоторая доля частиц движется со скоростями, заметно большими $v_д$, другие, наоборот, фильтруются медленнее; максимум концентрации C_{max} примерно отвечает скорости $v_д$, но $C_{max} < C_o$. Подчеркнем, что этих результатов можно было ждать априорно, так как закон Дарси, будучи по своей сути законом статистическим, описывает лишь среднюю скорость фильтрации и не учитывает неравномерности поля скоростей в пределах порового пространства.

Необходимость решения задач, учитывающих индивидуальные траектории и скорости движения частиц жидкости в пористой среде, постоянно побуждала искать какие-то новые возможности для развития теории фильтрации. При этом некоторые исследователи [33] пошли по принципиально иному пути: они вообще отказались от попыток учета геометрии пористой среды и стали рассматривать последнюю как некую статистическую систему, для которой абсолютная величина скорости и направление движения частиц жидкости являются статистическими показателями, определенными с некоторой степенью вероятности. Такой подход естественно вытекал из статистического характера самой пористой среды: рассматривая в массиве горных пород ту или иную фиксированную точку, мы может лишь с определенной долей вероятности отнести ее к минеральной

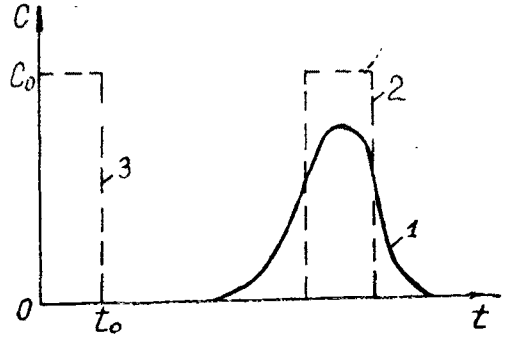


Рис. 1.23. График изменения концентрации индикатора C:
1 - фактический; 2 - рассчитанный по закону Дарси; 3 - на входе в опытную колонку

фазе или к поровому пространству (эта вероятность численно равна пористости). Жидкость в такой среде имеет среднюю скорость $v_д = v/n$, определяемую законом Дарси, но отдельные ее частицы могут опережать «среднее движение» или отставать от него. Соответствующий математический аппарат также логически вытекал из теоретических достижений тех дисциплин, которые уже давно занимались случайными процессами. Поэтому ряд авторов, проведя аналогию с броуновским движением, предложили для описания задач фильтрации известные уравнения конвективной диффузии [33]. Так возникла статистическая теория фильтрации, позволившая решить ряд важных практических задач, перед которыми «классическая» фильтрационная теория в свое время была бессильна.

В этих условиях естественно поставить вопрос: сохраняется ли необходимость в теории, построенной на законе Дарси, или же она становится ненужной после появления более общей и всеохватывающей статистической теории. Ответ на этот вопрос, несомненно, должен быть положительным. Прежде всего теория, основанная на законе Дарси, проста и позволяет получить достаточно строгие (в рамках этой теории) решения самых сложных — с математической точки зрения — задач. Конечно, одно только это достоинство теории не могло бы служить основанием для ее широкого применения. Гораздо более важно, что классическая теория фильтрации дает для весьма широкого круга задач практически точный результат, и в то же время в рамках этой теории разработаны эффективные и простые методы определения исходных данных — фильтрационных параметров. Последнее обстоятельство является решающим и для полного оправдания принятого нами феноменологического построения основ теории фильтрации, и для самого широкого применения этой теории на практике — во всех тех случаях, когда по требованиям решаемой задачи допустимо усреднение расчетной скорости в каждой точке по элементарному объему фильтрующей среды; более того, и в прочих случаях мы сумеем избежать ограничений развиваемой здесь теории посредством дополнительных феноменологических построений (см. гл. 6).

1.5.5. О напряженном состоянии горных пород в фильтрационном потоке (гидродинамическое давление)

Так как горная порода оказывает сопротивление движению воды, то последняя, в свою очередь, должна вызывать ответную реакцию в виде дополнительных эффективных напряжений, возникающих в фильтрующей среде: в фильтрационном потоке, наряду с гидростатическим

взвешиванием, порода испытывает **гидродинамическое давление**, направленное в каждой точке вдоль линий тока; оно обусловлено тем, что на каждую единицу объема горных пород воздействует фильтрационная сила

$$\Phi_o = \gamma_o \cdot I \cdot \quad (1.71)$$

Формула (1.71) с очевидность следует из зависимости (1.48), но она может быть легко получена и непосредственно из условия равновесия элементарного объема горной породы, ориентированного вдоль линии тока.

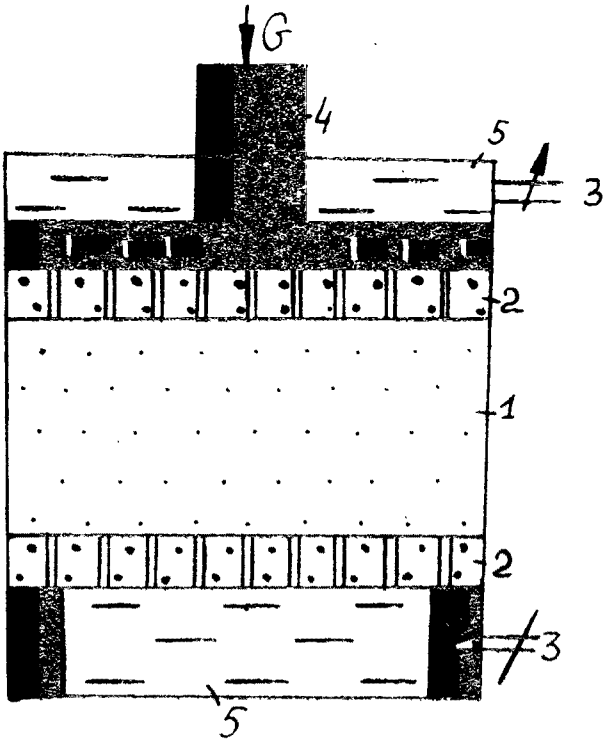


Рис. 1.24. Схема опыта с образцами песка в компрессионном приборе:
1 - образец; 2 - проницаемые прокладки; 3 - краны; 4 - дырчатый поршень, передающий внешнюю нагрузку на образец; 5 - камеры с водой под напором

ЗАДАЧА. На рис. 1.24 изображен образец из песка в компрессионном приборе. Что можно сказать о компрессии образца при медленном увеличении давления воды до одного и того же значения: а) в нижней камере — при открытом верхнем кране, б) в обеих камерах? Не противоречат ли результаты опыта в первом случае концепции нейтральных напряжений (см. раздел 1.3)? (кстати, такого рода утверждения можно найти в специальной литературе [18]).

Так как максимальные градиенты, при прочих равных условиях, отмечаются в глинистых породах, то именно в них гидродинамическое давление может оказывать наиболее сильное влияние на напряженное состояние. Однаковажное значение оно может иметь и в хорошо фильтрующих породах, вызывая, в частности, процессы суффозии или кольматажа (см. раздел 8.1).

1.6. Общая физическая характеристика гидрогеологических условий движения подземных вод

Рассмотренные в этой главе основные физико-механические закономерности, управляющие движением подземных вод, реализуются в самых разнообразных гидрогеологических условиях*, представления о которых читатель, очевидно, уже получил в рамках курса «Общая гидрогеология». Если мы попытаемся охарактеризовать эти условия наиболее широкими понятийными категориями, то мы должны принять во внимание прежде всего три главные группы факторов:

1 литолого-фациальное строение и условия залегания водоносных и водоупорных комплексов;

2 условия питания и разгрузки приуроченных к ним подземных вод (как в естественном, так и в возмущенном состоянии);

3 фильтрационные свойства этих комплексов (с учетом пространственной из изменчивости).

Совокупность всех этих факторов находит свое отражение в структуре движения и баланса подземных вод, а через них — в синтезирующем понятии (Г.Н.Каменский, И.К.Гавич) **потока подземных вод (геофильтрационного потока** [3 4]) .

Относительно первой из упомянутых здесь групп факторов полезно подчеркнуть следующие моменты, во многом вполне очевидные из общих геологических соображений:

1 раздельнозернистые и мягкие глинистые породы характеризуются порово-пластовым типом вод, причем в первых, образующих водоносные пласты, преобладает гравитационная вода, а во-вторых, слагающих относительно водоупорные пласты, преобладает связанная и, в какой-то мере, иммобилизованная вода;

2 в скальных и полускальных изверженных породах, а также в некоторых сильно метаморфизованных

* Для того, чтобы более четко отразить это важнейшее обстоятельство уже в исходной терминологической основе, В.М.Шестаков предложил пользоваться вместо традиционного понятия «фильтрация» термином «геофильтрация».

породах осадочного генезиса основное значение имеет трещинно-жильный тип вод с преобладанием свободных их разностей;

3 в умеренно метаморфизованных породах преимущественно осадочного происхождения представлены пластовые воды порово-трещинного типа, причем в пористых блоках преобладают связанные и иммобилизованная разности воды;

4 профильными границами водоносных комплексов служат контакты с водоупорными породами* или поверхность уровня (депрессионная поверхность) грунтовых вод - для безнапорных систем; для напорных систем, наряду с положением верхней водоупорной границы, важной характеристикой условий залегания подземных вод является положение пьезометрической поверхности (более точно, поверхности напоров, средневзвешенных по мощности пласта);

5 плановые границы определяются геологическими границами водоносной структуры (выход на поверхность, контакт с водоупорными породами и т.п.), положением элементов орогидрографической сети и, наконец, положением контуров естественных образований или инженерных сооружений, подпитывающих или дренирующих подземные воды;

6 строение водоносных комплексов и соответственно структура фильтрационных потоков могут существенно усложняться диъюнктивными тектоничскими нарушениями как ввиду резкой смены фициально-литологических характеристик, так и вследствие интенсификации трещиноватости в прилежащих к нарушению зонах; поэтому тектонические нарушения часто необходимо рассматривать как границы водоносных комплексов — внешние или внутренние;

7 в большинстве своем положение границ водоносного комплекса может считаться априорно заданным, однако возможны ситуации, когда по мере фильтрационного

---

* В ряде случаев, особенно в комплексах трещиноватых пород, подобные — достаточно четко выраженные — контакты могут отсутствовать, и положение границы водоносного комплекса оказывается весьма условным.

процесса и изменения напоров происходит изменение положения этих границ; наиболее типичные примеры — изменение верхней границы обводненности безнапорного пласта или постепенное плановое распространение искусственно создаваемой водоносной линзы;

8 в подавляющем большинстве случаев протяженность водоносной структуры в плане многократно превышает ее мощность: для большей части структуры это предопределяет *преобладающее направление траекторий движения частиц жидкости — вдоль напластования*, параллельно профильным водоупорным границам водоносного комплекса.

Перейдем в общей гиофильтрационной характеристике условий питания и разгрузки подземных вод — процессов, которые могут быть приуроченными к фиксированным плановым границам (внешним или внутренним) водоносной структуры* или же носить рассредоточенный площадный характер. В первом случае важнейшими моментами являются:

1 топологическая характеристика (пространственное положение) границы;

2 наличие или отсутствие вблизи границы комплексов пород со специфическими фильтрационными свойствами, не характерными для пласта в целом;

3 гидродинамический тип условий на границе.

Из топологических аспектов необходимо особо выделить степень **совершенства** граничного контура,т.е. степень его заглубления в водоносный пласт; при малом заглублении (существенно **несовершенная** граница) траектории движения частиц жидкости по водоносному пласту заметно отклоняются вблизи границы от плоскостей, параллельных напластованию.

Важное значение может иметь наличие вблизи границы специфических геологических или техногенных образования, таких как покровные отложения на участках выхода водоносного пласта к дневной поверхности, поро-

* Об этих границах уже упоминалось выше. Здесь мы только добавим, что ввиду обычно небольшого площадного распространения приуроченных к ним зон питания (разгрузки), о них принято говорить как о границах сосредоточенного питания (разгрузки).

ды с повышенной степенью трещиноватости в долинах рек, слабопроницаемые донные отложения (так называемые кольматационные слои) в руслах рек или технических водоемах и др. Несмотря на ничтожно малое распространение этих образований в сравнении с общим масштабом водоносного комплекса, их значение может оказаться решающим для всей геофильтрационной картины.

Наконец, гидродинамический тип условия на границе определяется заданными здесь характеристиками фильтрационного потока. Например, на контурах рек и поверхностных водоемов заданным обчно является распределение напоров, отвечающих уровням в реке (водоеме). Аналогичное типовое условие часто имеет место на контурах разгрузки, приуроченных к техногенным границам пласта — к горным выработкам (напор на контуре выработки отвечает отметке нижнего водоупора вскрытого ею водоносного пласта или отметке дна выработки), а также к скважинам некоторых видов (например, к свободно самоизливающим). В то же время на контурах скважин, оборудованных погружными насосами, чаще фиксируются значения скоростей (расходов) потока.

Процессы питания (разгрузки), имеющие рассредоточенный, площадный характер, связываются с инфильтрацией (испарением) и перетеканием.

Инфильтрационное питание (или испарение) на поверхностях уровней безнапорных горизонтов — важнейший фактор их питания (разгрузки). Процесс этот идет через породы зоны аэрации и требует, следовательно, для своего отражения в расчетах совместного рассмотрения геофильтрации и **влагопереноса** в зоне аэрации (т.е. в условиях неполного водонасыщения). На практике, однако, чаще принято задавать интенсивность инфильтрационного питания (испарения) показателями,не зависящими от хода геофильтрационного процесса (например, показателями естественного инфильтрационного питания на единицу площади пласта в единицу времени или аналогичными показателями для участков искусственных поливов). Более того, так как естественная инфильтрация находит отражение в исходных уровнях подземного пото-

ка, то в ряде случаев при неизменной инфильтрации необходимость в этих показателях вообще отпадает.

Для напорных пластов питание (разгрузка) по площади их распространения носит характер **перетекания** через слабопроницаемые — **разделяющие** — пласты*. Процесс этот может иметь место на больших площадях, и поэтому значение его иногда оказывается определяющим даже при очень малой проницаемости пород разделяющих слоев (порядка $10^{-4} \div 10^{-6}$ м/сут). Так как вода стремится пройти через слабопроницаемый пласт кратчайшим путем, *то перетекание идет по траекториям, ориентированным примерно нормально к напластованию* (в отличие от водоносных пластов). Понятно также, что интенсивность перетекания зависит от перепада напоров между двумя взаимодействующими пластами и не может быть поэтому априорно охарактеризована непосредственным количественным показателем; она увязывается с некоторыми обобщенными параметрами, отражающими соотношение фильтрационных свойств водоносных и разделяющих пластов.

Любые сколько-нибудь существенные изменения в условиях питания и стока водоносного комплекса в сравнении с исходными, фоновыми, условиями вызывают пространственно-временное перераспределение напоров (**возмущение**) в нем, интенсивность которого можно оценивать величиной и скоростью понижения или повышения уровней подземных вод. Эти возмущения могут носить как естественный, так и техногенный характер, причем в последнем варианте они могут быть связаны не только с изменением условий на естественных границах пласта, но и с возникновением новых — техногенных — границ (скважин, горных выработок, технических водоемов и т.п.).

Касаясь, наконец, третьей из упомянутых в начале этого раздела групп основных факторов, а именно — фильтрационных свойств водоносных систем, необходимо подчеркнуть всегда свойственную им пространственную неоднородность и анизотропию, что является отра-

* Перетекание через нижний относительный водоупор возможно и для безнапорных систем.

жением литолого-фациальной изменчивости водовмещающих горных пород в плане и в разрезе, а для трещиноватых пород — также отражением неоднородности и анизотропии трещиноватости. При этом, например, проницаемость пород даже в пределах одного литологического комплекса может изменяться на несколько порядков. Поэтому, в частности, внутри водоносных комплексов может потребоваться выделение дополнительных **границ раздела** , вдоль которых фильтрационные свойства претерпевают резкие изменения и соответственно часто существенно меняются структура и преобладающее направление фильтрационного потока. Например, как уже отмечено, при перславивании водоносных и относительно водоупорных пород фильтрация по первым идет преимущественно вдоль напластования, а по вторым — вскрест него. Особого отражения в расчетной схеме требуют показатели проницаемости специфических образований, часто характерных для приграничных зон водоносных комплексов.

Относительно показателей емкостных свойств изучаемых систем уместно особо упомянуть три важных момента:

1 емкость пористых пород обычно заметно выше, чем трещиноватых; соответственно в трещиновато-пористых породах основная доля емкости чаще связана с пористыми блоками;

2 для одних и тех же водоносных пористых пород гравитационная емкость обычно превалирует над упругой;

3 емкость относительно водоупорных пластов иногда может быть вполне соизмеримой с емкостью собственно водоносных комплексов.

В целом рассмотренные здесь основные группы факторов должны быть прямо или косвенно представлены в любой расчетной модели, претендующей на более или менее адекватное описание реальных условий геофильтрации, причем такое представление должно, в конечном счете, выражаться некоторыми числовыми или топологическими показателями. Последние могут касаться поло-

жения внешних или внутренних геологических границ водоносных и водоупорных комплексов в плане и разрезе*, а также положения контуров их питания и стока — как естественных, так и техногенного характера. Числовые показатели могут относиться:

1 непосредственно к характеристикам фильтрационного потока — напорам, расходам, скоростям и т.п.;

2 к свойствам фильтрующей среды, и тогда говорят о **фильтрационных параметрах**, т.е. о показателях емкости и проницаемости водоносных или относительно водоупорных комплексов;

3 к характеристикам питания или разгрузки подземных вод, среди которых фигурируют параметр инфильтрационного питания, параметры перетекания и параметры связи подземных вод с поверхностными (отражающие соотношение фильтрационных свойств упомянутых выше специфических приграничных образований и собственно водоносного комплекса). Заметим, что в более общем случае расчетные показатели могут быть представлены не единичными числовыми значениями, а некоторыми функциональными связями.

Перечисленные здесь топологические и числовые показатели составляют необходимый, а в идеальном варианте изученности объекта — и достаточный комплекс исходных данных для геофильтрационных прогнозов. Однако особенность реальных гидрогеологических ситуаций в том, что идеал в этом смысле никогда не достигается, и гидрогеологу приходится на деле сталкиваться с хроническим *дефицитом качественной исходной информации.* Обусловлено это и ограниченностью числа точек (большей частью — скважин), где производятся замеры или определения исходных величин, и погрешностями этих замеров (определений) и, наконец, всегда лишь ориентировочным характером наших физических представлений

* Эти границы могут располагаться и внутри тех илиных элементов геологической структуры, отделяя, например, в пределах одного и того же литологического комплекса участки пород с различными фильтрационными свойствами.

о геофильтрационных процессах, протекающих в конкретной ситуации. В результате мы всегда описываем эту ситуацию некоторой схематизированной **расчетной моделью геофильтрационного потока*** степень приближения которой к реальности зависит от всех только что отмеченных обстоятельств, да еще и от субъективного фактора — квалификации гидрогеолога. Значение последнего фактора при такой — **геофильтрационной — схематизации** [7, 34] исключительно велико, и в то же время именно данное направление гидрогеологических исследований труднее всего ввести в рамки учебного процесса. Эта важнейшая проблема, касающаяся геофильтрационной схематизации, по причинам, уже отмеченным ранее, выходит за пределы нашего курса, хотя мы и будем к ней возвращаться по мере необходимости.

Вместе с тем, нужно сразу подчеркнуть, что даже в своем схематизированном представлении геофильтрационные потоки остаются весьма сложными физическими системами; поэтому адекватное аналитическое описание расчетной модели геофильтрационного потока часто оказывается задачей, практически невыполнимой. Это застявляет обращаться к моделированию геофильтрационных процессов.

1.7. Физические основы моделирования геофильтрационных процессов

Моделирование является неотъемлемым элементом исследования любого относительно сложного физического процесса. Объясняется это тем, что полное аналитическое описание такого процесса с соблюдением всех его особенностей оказывается задачей весьма трудной или вообще невыполнимой. На модели же часто удается получить характеристику процесса относительно просто, проконтролировав в то же время точность получаемых результатов. Более того, сейчас моделирование все шире используется и для исследования процессов, сама физи-

* В этой модели, таким образом, находит конечное выражение исходная информация о всех основных факторах, рассмотренных ранее.

ческая сущность которых становится ясной лишь в результате моделирования.

Под моделированием в широком значении этого слова понимается описание какого-то явления через его образ, эквивалентный исходному явлению (прототипу) в некотором смысле. Предполагается, что изучая образ, можно получить тем самым характеристику исследуемого явления — по крайней мере в рамках принятых представлений об эквивалентности. Эффективность моделирования будет, конечно, решающим образом зависеть от того, насколько глубоки и обоснованы упомянутые представления. В этом плане, согласно теории подобия, основным условием, допускающим такой пересчет от одного процесса к другому, является равенство всех возможных взаимно независимых безразмерных комбинаций их характеристик; эти комбинации получили название критериев подобия. Основное место в теории подобия занимает π — теорема («пи-теорема»), утверждающая, что максимальное число таких комбинаций для процесса, описываемого n размерными величинами, равно n-k, где k — число независимых размерностей (массы, длины, времени и т.п.), участвующих в описании процесса. Так, если в физической системе единиц размерности физических величин могут быть выражены через единицы массы M, длины L и времени T, то $k \leq 3$.

ПРИМЕР [34]. Найти структуру безразмерного критерия, отвечающего критической скорости u перехода от ламинарного течения жидкости в круглой трубе к турбулентному. Согласно изложенному в разделе 1.1, на характер течения влияют: 1) радиус трубы R, имеющий размерность длины [L]; 2) плотность жидкости ρ, имеющая размерность $[M/L^3]$; 3) вязкость жидкости, которая отражается коэффициентом μ, имеющим размерность $[M/(LT)]$. Следовательно,

$$u = f(R, \rho, \mu). \qquad (1.72)$$

Так как число характеристик изучаемого процесса равно четырем (R, ρ, μ, u), а число независимых размерностей — трем (M, L, T), то согласно π — теореме возможна лишь одна независимая безразмерная комбинация, вытекающая из представления зависимости (1.72) в виде

$$u = c \cdot R^{\alpha} \cdot \rho^{\beta} \cdot \mu^{\gamma}, \qquad (1.72а)$$

где c, α, β, γ— некоторые безразмерные константы.

Показатели α, β, γ найдем из условия одинаковых размерностей правой и левой частей этого уравнения:

$$\frac{L}{T} = (L)^{\alpha} \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{M}{L \cdot T}\right)^{\gamma}, \qquad (1.73)$$

откуда $\gamma = 1, \beta = -1, \mu = -1$, и зависимость (1.72а) принимает вид:

$$u = c \cdot \frac{\mu}{\rho \cdot R}. \qquad (1.74)$$

Отсюда получаем искомую безразмерную комбинацию $\frac{u \cdot \rho \cdot R}{\mu}$, или

$$\frac{2u \cdot \rho \cdot R}{\mu} = 2c = \mathrm{Re}_{кр}, \qquad (1.75)$$

введенную нами ранее (см. раздел 1.6) как число Рейнольдса.

Полученный результат следует понимать и в том смысле, что два различных течения в круглой трубе подобны по режиму движения, если для них равны безразмерные комбинации: $\frac{2\rho_1 \cdot u_1 \cdot R_1}{\mu_1} = \frac{2\rho_2 \cdot u_2 \cdot R_2}{\mu_2}$. Поэтому комбинацию $\frac{2 \cdot u \cdot \rho R}{\mu} = \mathrm{Re}$ можно рассматривать как критерий подобия (в частности, допускающий моделирование одного течения другим).

В рамках данного выше определения подобие может устанавливаться:

1 применительно к одному и тому же физическому процессу, изучаемому, однако, при различных геометрических характеристиках прототипа и модели (физическое подобие);

2 применительно к процессам различной физической природы, но описываемых аналогичными физико-математическими закономерностями, выражающими общие принципы сохранения массы, энергии, количества движения и т.п. В первом случае говорят о **физическом**, а во втором — об **аналоговом** моделировании, которое может считаться разновидностью **математического** моде-

лирования; к последнему относится и численное моделирование — исследование дифференциальных уравнений процесса на ЭВМ (в этом последнем варианте моделирование сводится, в конечном счете, к решению систем алгебраических уравнений без каких-либо физических параллелей с изучаемым процессом).

Простейшим примером физической модели в динамике подземных вод является фильтрационный лоток, заполненный тем же фильтрующим материалом, что и изучаемый водоносный комплекс, и характеризующийся теми же геометрическими пропорциями. На такой модели успешно изучались некоторые сложные проблемы динамики подземных вод, связанные, в частности, с перемещением границы раздела вод разного состава. Напомним, что и сам закон Дарси был получен, по сути дела, на базе физической модели. Очевидным преимуществом моделирования в фильтрационном лотке является физическая наглядность, «осязаемость» модели. Кроме того, представляется, что на такой модели проще всего соблюсти критерии подобия (хотя бы потому, что моделирование ведется в физической среде, идентичной водоносному пласту); оказывается, однако, что часто это совсем не так.

Одним из факторов, определяющих недостатки моделирования в фильтрационном лотке, является сильное искажающее влияние капиллярных эффектов. Так, учитывая вертикальный масштаб лотка, высота капиллярного поднятия в модели оказывается непропорционально большой в сравнении с природными условиями. Это меняет характер напряженного состояния пород в лотке и завышает расход потока в пределах капиллярной каймы. Другой важнейший момент — трудности контроля за однородностью модельного грунта или соблюдения идентичности в сложении исходного и модельного материала. Наконец, в лотках практически невозможно воспроизводить сложные геометрические очертания границ моделируемого пласта, контактов зон фильтрационной неоднородности и т.п.

По этой причине физические модели применяются в динамике подземных вод довольно ограниченно: чаще

всего их используют на ранних стадиях изучения того или иного процесса — для уяснения качественных физических представлений о нем и для количественного обоснования исходных гипотетических представлений.

Гораздо более широкое распространение получило **аналоговое** моделирование [6, 7, 14], для чего использовались гидравлическая аналогия (подобие фильтрации и движения жидкости в тонких капиллярных трубках), вязкожидкостная аналогия (подобие фильтрации и течения вязкой жидкости в тонкой щели) и др. Однако в реальной практике в подавляющем большинстве случаев использовалось электрическое аналоговое моделирование*, обеспечивающее технически наиболее совершенные модели (доступные, простые и безотказные в работе, позволяющие гибко учесть различные осложняющие факторы, практически не реагирующие на изменение внешних - температурных и других условий, обеспечивающие высокую точность конечного результата).

Электрическое моделирование базируется на подобии фильтрационного потока и электрического поля. Так, **сплошные** модели из электропроводящей бумаги или растворов электролитов, основанные на электрогидродинамической аналогии (ЭГДА), широко применялись несколько десятилетий. Аналогия в данном случае наиболее ясно выявляется из основных законов движения:
закона Дарси

$$Q = k \cdot \omega \cdot \frac{\Delta H}{l} \quad \text{— для подземных вод} \qquad (1.76)$$

и закона Ома

$$I = C \cdot \omega_м \cdot \frac{\Delta U}{l_м} \quad \text{— для электрического тока,} \qquad (1.77)$$

где I и ΔU — соответственно, сила тока и разность электрических потенциалов;
C — удельная проводимость материала модели
$\omega_м$ — площадь поперечного сечения модели, со-

* Основы его были заложены Н.Н.Павловским.

ответствующая аналогичной площади потока ω (считаем их пока неизменными);

$l_м$ — длина элемента модели, отвечающая длине элемента потока l.

Введем масштабы расхода $\left(\alpha_Q = \frac{Q}{I}\right)$, проницаемости $\left(\alpha_к = \frac{k}{C}\right)$, напоров $\left(\alpha_н = \frac{\Delta H}{\Delta U}\right)$ и геометрический масштаб $\left(\alpha_l = \frac{l}{l_м} = \sqrt{\omega/\omega_м}\right)$. Заменим теперь в законе Дарси фильтрационные характеристики на аналогичные характеристики электрического поля с масштабными коэффициентами:

$$I = \frac{\alpha_к \cdot \alpha_l \cdot \alpha_н}{\alpha_Q} \cdot C \cdot \omega_м \cdot \frac{\Delta U}{l_м}.$$

Таким образом, если

$$\frac{\alpha_к \cdot \alpha_l \cdot \alpha_н}{\alpha_Q} = 1, \qquad (1.78)$$

то (1.76) идентично (1.77), что и выявляет подобие процессов, причем (1.78) — необходимый критерий подобия. Из него следует, что три из четырех масштабных коэффициентов можно назначать произвольно, исходя из технических соображений.

Итак, при моделировании следует строить модель геометрически подобной области фильтрации и задавать удельные сопротивления модели $\rho = \frac{1}{C}$ обратно пропорциональными коэффициентам фильтрации.

Масштаб напоров удобно выбрать, исходя из равенства

$$\alpha_н = \frac{\Delta H_{max}}{\Delta U_м}, \qquad (1.79)$$

где $\Delta H_{max} = H_{max} - H_{min}$ — максимальная разница напоров, которой соответствует

максимальная разница потенциалов (напряжение) на модели $\Delta U_м$.

Если ввести относительный потенциал

$$\overline{U} = \frac{\Delta U}{\Delta U_м} = \frac{U - U_{min}}{U_{max} - U_{min}} = \frac{H - H_{min}}{H_{max} - H_{min}}, \qquad (1.80)$$

то точке на модели в потенциалом U будет отвечать величина $H = H_{min} + \Delta H$ напора,
где

$$\Delta H = (H_{max} - H_{min}) \cdot \overline{U}. \qquad (1.81)$$

Таким образом, после составления модели на границы с заданными напорами подаются потенциалы согласно формуле (1.80), а на границы с заданными расходами подается сила тока — согласно масштабному коэффициенту α_Q (см. формулу (1.78)). После этого замеряют потенциалы в отдельных точках области и пересчитывают их в напоры по формуле (1.81).

Однако описанные здесь в общих чертах сплошные электрические модели позволяют исследовать лишь ограниченный круг задач динамики подземных вод. Объясняется это тем, что подобие уравнений движения (в нашем случае закона Дарси и закона Ома) является лишь необходимым, но не достаточным условием аналогии, лежащей в основе электромоделирования фильтрационных процессов. Для полной аналогии должна отмечаться эквивалентность и других важнейших физических закономерностей, отраженных в уравнениях неразрывности и состояния (см. раздел 2.2). В конечном счете, необходимым и достаточным условием искомой нами аналогии между двумя процессами является математическая эквивалентность результирующих дифференциальных уравнений этих процессов и краевых условий (математический изоморфизм). В этом смысле более гибкими и эффективными являются электромодели с дискретным представлением пространства, реализуемые на сетках электрических сопротивлений (см. раздел 3.5).

В заключение несколько слов по поводу сопоставления двух видов математического моделирования — аналогового и численного, реализуемого на ЭВМ. В настоящее время грань между ними существенно стерлась; например, мы увидим далее, что отдельные разновидности электрических моделей далеко отошли от физической аналогии с фильтрационным процессом и превратились, по сути дела, в специализированные вычислительные устройства. Различия между аналоговыми и численными моделями заключаются скорее всего в том, что первые измеряют некоторые физические величины (напряжение, сопротивление и пр.), а вторые — непосредственно вычисляют. В этом плане, важным преимуществом аналоговых моделей является их физическая наглядность, позволяющая исполнителю относительно просто взаимодействовать с моделью, контролировать процесс моделирования и вносить в него коррективы по ходу моделирования. В целом, однако, наиболее мощным и перспективным методом исследования задач динамики подземных вод является численное моделирование на ЭВМ.

Контрольные вопросы

1 Что такое гидростатический напор? Чем это понятие отличается от понятия «гидростатическое давление»? К чему относят напор: к точке, к площади, к объему?

2 Что понимается под термином «идеальная жидкость»? Как отразилась предпосылка об идеальном характере жидкости в уравнении Бернулли для стационарного движения в трубке тока?

3 Чем отличается движение реальной жидкости от движения идеальной? Объясните понятие «градиент напора»; как связан градиент напора с силами сопротивления при движении жидкости?

4 Какие важные выводы можно сделать из формулы Гагена-Пуазейля? Проанализируйте выражение для средней скорости движения воды в трубе. С какими ограничениями выведена формула Гагена-Пуазейля? Что такое начальный градиент?

5 Какие режимы движения могут отмечаться в свободной жидкости? Чем они характеризуются? Поясните ваши соображения графически. Что отражает критическое число Рейнольдса?

6 На что в основном тратится энергия при движении подземных вод в пористой среде? Какие показатели характеризуют энергию подземных вод и ее потери?

7 Какие виды воды являются предметом рассмотрения в курсе динамики подземных вод? Возможен ли переход одного вида в другой, при каких условиях?

8 Как вы понимаете предпосылку о сплошности среды применительно к водонасыщенным горным породам? Какие практические ограничения накладывает эта предпосылка на развиваемую теорию?

9 Вспомните основное равенство подземной гидростатики и объясните механизм взаимодействия нейтральных и эффективных напряжений при изменении напоров в водонасыщенных горных породах. Что вы можете сказать о напряжениях в капиллярной кайме?

10 Какие виды емкости горных пород вы знаете? За счет чего они формируются? Какими показателями характеризуются? Как соотносятся гравитационная и упругая емкость в различных комплексах пород, в безнапорных водоносных пластах?

11 Сформулируйте основной закон фильтрации. Запишите его в конечной и дифференциальной формах. Каковы ограничения на этот закон?

12 Скорость фильтрации — в чем ее отличие от действительной скорости движения подземных вод? Почему возникла необходимость введения понятия скорости фильтрации?

13 Дайте определения коэффициента фильтрации и коэффициента проницаемости; как вы понимаете физический смысл этих параметров?

14 Каков физический смысл понятия «гидродинамическое давление»? В чем его отличие от давления гидростатического? На какую систему напряжений — эффективных или нейтральных - оказывает влияние гидродинамическое давление?

15 На каких физических предпосылках основано электрическое моделирование фильтрации? Продемонстрируйте формальное подобие законов Дарси и Ома.

16 Каковы основные группы факторов, определяющих гидрогеологические условия движения подземных вод? Приведите примеры факторов геолого-структурного характера.

17 Конкретизируйте понятие «фильтрационные свойства горных пород» (водоносных комплексов). Чем они количественно выражаются?

18 Осветите, к чему сводится содержание понятия «модель геофильтрационного потока»?

ГЛАВА 2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

В главе 1 мы отразили основные физические закономерности, позволяющие описывать горные породы как водосодержащую и водопроводящую среду. Однако любая дисциплина инженерной направленности должна отвечать не только на вопросы — «как?», «почему?», но и на вопрос — «сколько?». Поэтому нам потребуется математическая теория, количественно описывающая движение подземных вод в пространстве и во времени. В основе ее построения лежат некоторые дифференциальные уравнения, отражающие протекание изучаемых нами процессов в очень малых объемах («в точке»); эти уравнения говорят о том, как связаны малые приращения функции — напора $H(x, y, z, t)$ по ее аргументам x, y, z, t (декартовы координаты и время) между собой, с самой функцией и с параметрами изучаемой среды. Интегрирование этих уравнений при некоторых дополнительных условиях, зависящих от конкретной задачи (см. краевые условия в разделе 2.4), т.е. переход от описания процесса «в точке» к картине его во всей изучаемой области дает однозначное решение поставленной задачи в виде функции $H(x, y, z, t)$: зная значения напоров во всех точках на любые моменты времени, мы сумеем определить все элементы фильтрационного потока (скорость фильтрации — согласно закону Дарси, гидростатическое давление, расход и т.д.).

ВОПРОС. Почему именно напор подземных вод является основной функцией, количественно описывающей фильтрационные процесс?

Однако прежде чем перейти к построению математических основ теории, мы должны заметить, что все многообразие природных условий фильтрации может поддаваться последовательной математической интерпретации лишь после его предварительного приведения к некоторому ограниченному кругу характерных типовых условий.

2.1. Гидродинамическая типизация условий движения подземных вод*

Начальные шаги в типизации условий движения подземных вод и, в частности, в типизации водоносных комплексов были сделаны нами уже в общей гидрогеологии, когда мы пользовались, например, такими представлениями, как водоносный горизонт и водоупор, зона насыщения и зона аэрации и т.д. Здесь мы постараемся несколько уточнить эти привычные понятия, предложив для их разграничения конкретные гидродинамические критерии, а также введем некоторые новые представления, связанные с гидродинамической типизацией. Все это важно и для того, чтобы мы могли далее однозначно трактовать широко используемые термины.

В пределах нашего курса мы будем рассматривать главным образом **зону насыщения**, определив ее как зону, в пределах которой повсеместно поровая жидкость образует непрерывную фазу; соответственно здесь имеет место непрерывная передача гидростатического давления во всех точках данной зоны. Обратим внимание на то, что породы зоны насыщения, особенно в верхней ее части, могут содержать довольно большой объем воздуха (защемленного, растворенного и т.п.), однако последний не образует непрерывной фазы, хотя степень водонасыщения может иногда составлять лишь 90-95%. Наоборот, в **зоне аэрации** (по крайней мере, на отдельных ее участках) воздух, будучи связанным с атмосферой, образует самостоятельную фазу, и характер передачи гидростатического давления во внутрипоровой жидкости определяется степенью водонасыщения пород.

Между зонами насыщения и аэрации располагается капиллярная кайма (см. раздел 1.2.2), где жидкость также образует непрерывную фазу, в которой, однако, гидростатическое давление меньше атмосферного. В дальнейшем мы будем пренебрегать латеральным потоком в пределах капиллярной каймы, исходя из предположения о малой ее мощности в сравнении с мощностью нижележащего водоносного горизонта: в противном случае постро-

* Общая характеристика этих условий дана в разделе 1.6.

ение теории движения грунтовых вод потребовало бы заметного усложнения, без существенного — в подавляющем большинстве случаев — выигрыша в точности. Важно также заметить, что капиллярная кайма не фиксируется нашими основными измерительными устройствами - открытыми наблюдательными скважинами (пьезометрами).

ЗАДАЧА. Пояснить последнее утверждение (см. также раздел 1.2.2).

Конечно, существует определенный круг задач, в которых пренебрежение ролью капиллярной каймы недопустимо. В таких случаях она учитывается чаще всего косвенно некоторыми эффективными (расчетными) параметрами. Так, например, поступают при изучении динамики водоотдачи безнапорных пластов (см. раздел 5.3). Непосредственный же учет параметров капиллярной каймы осуществляется в сравнительно редких случаях, в первую очередь, когда изучают процессы в зоне аэрации (см. раздел 6.8) при неглубоком (десятки сантиметров — первые метры) залегании уровня грунтовых вод.

Таким образом, верхней границей зоны насыщения в принятом приближении служит свободная поверхность уровней верхнего (грунтового) водоносного горизонта — депрессионная поверхность, на которой гидростатическое давление (отсчитываемое от атмосферного) равно нулю. Критериями типизации в данном случае послужили, следовательно, характер водонасыщения и гидростатическое давление.

В пределах зоны насыщения выделяются **водоносные горизонты или комплексы**, которые отличаются от контактирующих с ними **водоупорных комплексов** существенно более высокой проницаемостью (таким образом, критерием типизации здесь служит соотношение проницаемостей); в пределах водоносных горизонтов выделяются водоносные пласты*.

ПРИМЕР. На рис. 2.1 дважды показан один и тот же гидрогеологический разрез, который в случае «*а*» вскрывается штреком, а в

* В дальнейшем мы будем чаще пользоваться понятием пласт, придавая ему смысл основного элемента гидродинамической стратификации в расчетной геофильтрационной схеме.

случае «б» — карьером. Интуитивно понятно, что при заданных коэффициентах фильтрации слой песчаных глин при оценке притоков в карьер может быть принят за водоупор, в то время как аналогичная предпосылка при расчете притоков в штрек сделает саму постановку задачи бессмысленной.

Из примера понятно, что представления о водоносном пласте и водоупоре носят относительный характер и *определяются не только природными условиями, но и постановкой конкретной инженерной задачи.* Поэтому для большей точности мы будем далее пользоваться двумя понятиями:

а) **водоупор,** водоупорный пласт (абсолютный водоупор) — для обозначения комплекса пород, движением и запасами воды в пределах которого при решении данной задачи можно полностью пренебречь;

б) **относительный водоупор,** полупроницаемый пласт — для обозначения комплекса сравнительно слабопроницаемых пород, где можно пренебречь расходом воды в направлении, совпадающем с основным направлением фильтрации в смежном водоносном горизонте; при этом, однако, не исключается, что через относительно слабопроницаемые породы или непосредственно из них в водоносный горизонт могут поступать значительные объемы воды.

По режиму движения водоносные пласты (потоки) делятся на **напорные и безнапорные.** В первом случае верхней границей пласта (потока) явля-

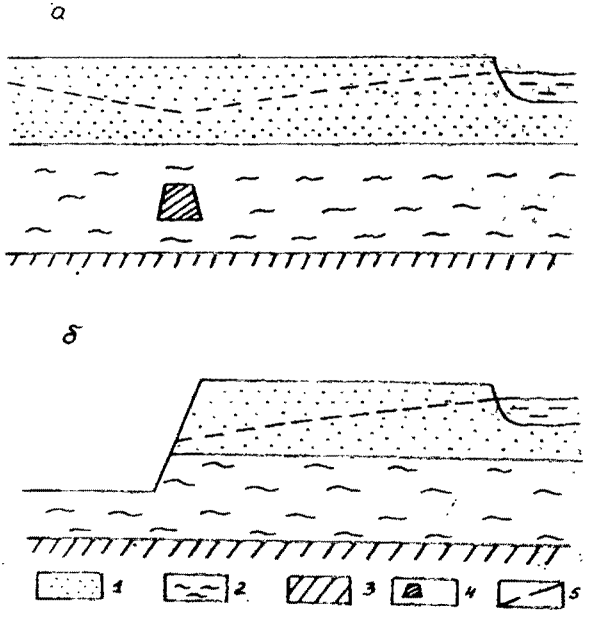


Рис. 2.1. Схема слоистой водоносной толщи, вскрытой штреком (а) и карьером (б):
1 - пески (k = 10 м/сут.); 2 - песчаные глины (k = 0,01 м/сут.); 3 - глины (k = 10^{-3} м/сут.); 4 - штрек; 5 - депрессионная кривая

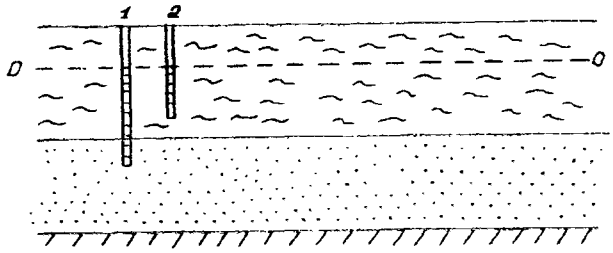


Рис. 2.2. Схема слоистой водоносной толщи, вскрытой скважинами различной глубины

ется контакт с относительным водоупором, на котором гидростатическое давление больше атмосферного (**пьезометрическая** поверхность расположена выше этого контакта); во втором случае верхней границей горизонта служит **депрессионная** (свободная) поверхность, на которой гидростатическое давление равно атмосферному ($p = 0$).

ПРИМЕР. На рис. 2.2 водоносные пески перекрываются слабопроницаемыми суглинками. При проходке скв. 1 по суглинкам она была практически сухой, а после вскрытия песков уровень в ней быстро установился на отметке 0 (главным образом, за счет воды из песков). Следовательно, с точки зрения данного выше определения, песчаный слой является напорным водоносным горизонтом, водоупорную кровлю которого образуют суглинки. Обратимся, однако, к пройденной рядом скв. 2. По окончании бурения она была практически сухой, но постепенно в ней появилась вода (за счет фильтрации из суглинка), которая через несколько суток установилась на той же отметке 0. Итак, если судить по скв. 2, суглинки и пески образуют единый безнапорный пласт двухслойного строения.

Из примера видно, что данный выше критерий разграничения напорных и безнапорных пластов (потоков) оказывается на поверку уязвимым, — если речь идет о процессах, протекающих во времени. Дополнительным критерием типизации в этом смысле является характер емкостных свойств водоносного пласта; если основные запасы воды, откачиваемые при рассмотрении той или иной конкретной инженерной задачи, определяются гравитационной емкостью (т.е. велико относительное значение воды, освобождаемой из пор в зоне понижения поверхности уровня), то мы будем говорить о безнапорной водоносной системе; если же превалирующую роль играет упругая

емкость, то водоносная система будет определяться как напорная.

По **характеру рассредоточенного площадного питания** водоносные пласты (фильтрационные потоки) подразделяются на:

1 изолированные (не получающие дополнительного площадного питания);

2 питающиеся за счет площадной инфильтрации;

3 характеризующиеся площадным перетеканием через относительные водоупоры (через **разделяющие** полупроницаемые пласты).

Сказанное позволяет в первом приближении наметить типовые — с точки зрения напорного режима потока и его площадного питания — гидродинамические модели (расчетные схемы), к которым может быть сведена реальная гидрогеологическая обстановка:

1 изолированный напорный пласт, т.е. пласт, подстилаемый и перекрываемый абсолютными водоупорами, причем гравитационная емкость в нем вообще не проявляется;

2 безнапорный пласт, т.е. грунтовый водоносный горизонт, подстилаемый водоупором и ограниченный сверху свободной (депрессионной) поверхностью, в котором проявляется преимущественно гравитационная емкость и имеет место дополнительное площадное питание за счет инфильтрации;

3 водоносный пласт, гидравлически связанный с соседним водоносным пластом за счет перетекания через относительный водоупор (модель пласта с перетеканием).

Каждая из этих моделей может подразделяться далее по **характеру изменчивости фильтрационных свойств** (фильтрационного строения) пласта в плане и в разрезе на изотропные и анизотропные, однородные и неоднородные; при этом среди профильно-неоднородных пластов особо выделяются пласты упорядоченного (слоистого) строения.

Мы привели здесь пока самую простую типизацию гидродинамических моделей, с очевидностью вытекаю-

щую из изложенных общих представлений; последующая детализация типовых моделей будет нами разворачиваться на фоне тех или иных допущений, связанных с выводом основных дифференциальных уравнений.

В пределах каждой из упомянутых гидродинамических моделей важное значение имеет их дальнейшее подразделение по **структуре** фильтрационных потоков, которая определяется конфигурацией и взаимным расположением траекторий движения частиц жидкости — линий тока*. По пространственной структуре будем подразделять потоки на **одно-, двух - и трехмерные.** В первом случае линии тока являются прямыми линиями, во втором — плоскими кривыми, в третьем — пространственными кривыми.

На рис. 2.3,а (напорное движение между двумя параллельными реками) все линии тока прямолинейны и параллельны друг другу. В таком **плоскопараллельном** потоке его характеристики для всех точек фиксированного поперечного сечения остаются одинаковыми, т.е. для полного описания движения достаточно одной пространственной координаты: $H = f(x, t)$. На рис. 2.3,б (движение к скважине в напорном пласте) все линии тока направлены по радиусам, сходящимся к одному центру. В таком **плоскорадиальном** потоке его характеристики меняются лишь по мере удаления r от оси симметрии, и для описания движения также достаточно одной пространственной координаты: $H = f(r, t)$.

На рис. 2.4,а мы имеем дело с движением, двухмерным в плане и одномерным в разрезе — **плановая двухмерная** фильтрация: $H = f(x, y, t)$; на рис. 2.4,б — обратная картина, относящаяся к **профильной двухмерной фильтрации**: $H = f(x, z, t)$.

Для лучшего понимания структуры фильтрационных потоков обратимся к дифференциально-векторной форме закона Дарси (1.56). Вектор-градиент grad$H$ в каждой точке (x_0, y_0, z_0) направлен по нормали к поверхности $H(x,y,z)$ = const, проходящей через эту точку. Кроме того, согласно (1.56), его направление совпадает с вектором скорости фильтрации v, ориентированным по касательным

* В строгом понимании, линия тока — это пространственная кривая, касательная к которой в каждой точке совпадает по направлению с вектором скорости фильтрации.

к линии тока. Следовательно, линии тока перпендикулярны к поверхностям равных напоров.

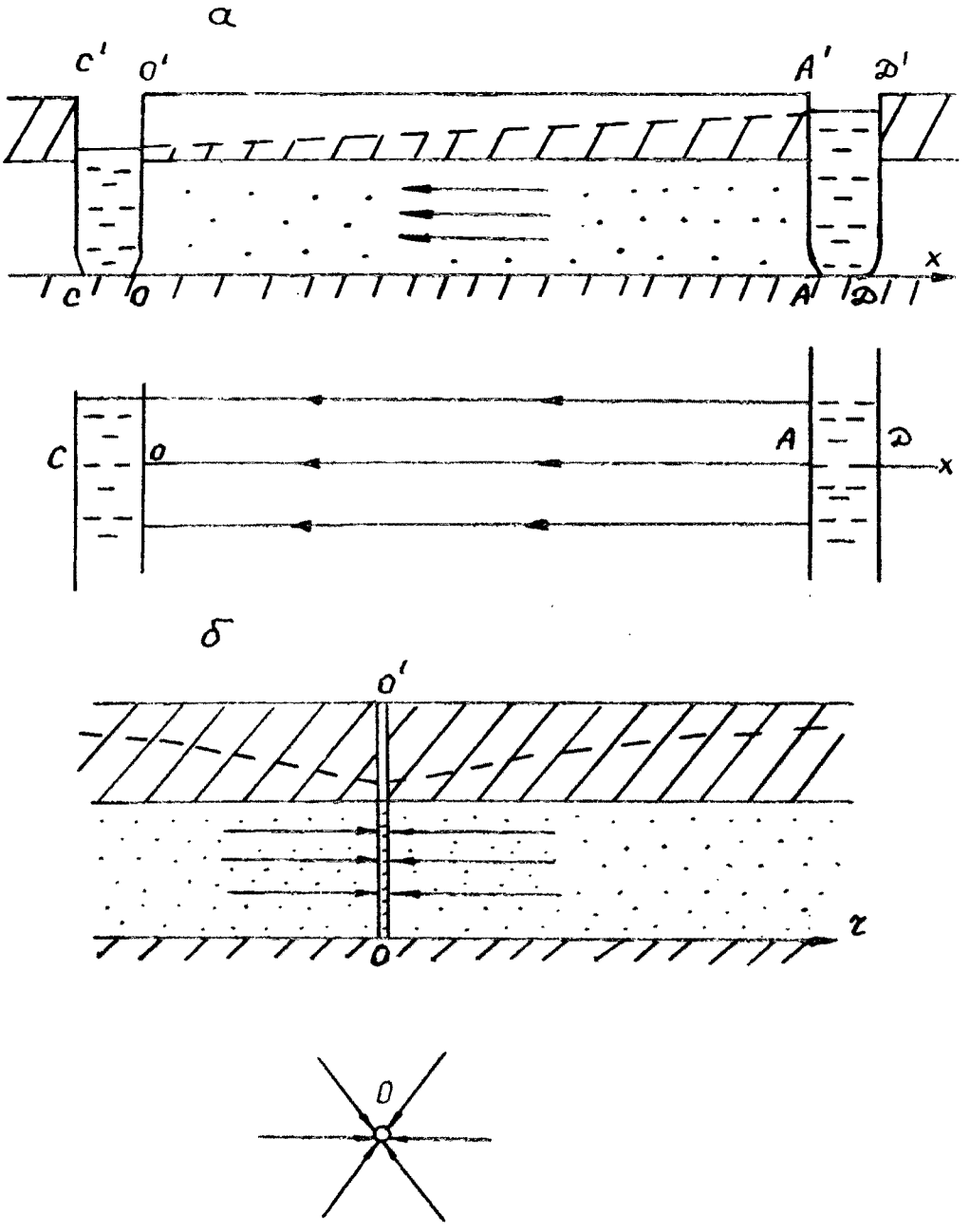


Рис. 2.3. Схемы одномерной фильтрации:
а - плоскопараллельной; б - плоскорадиальной

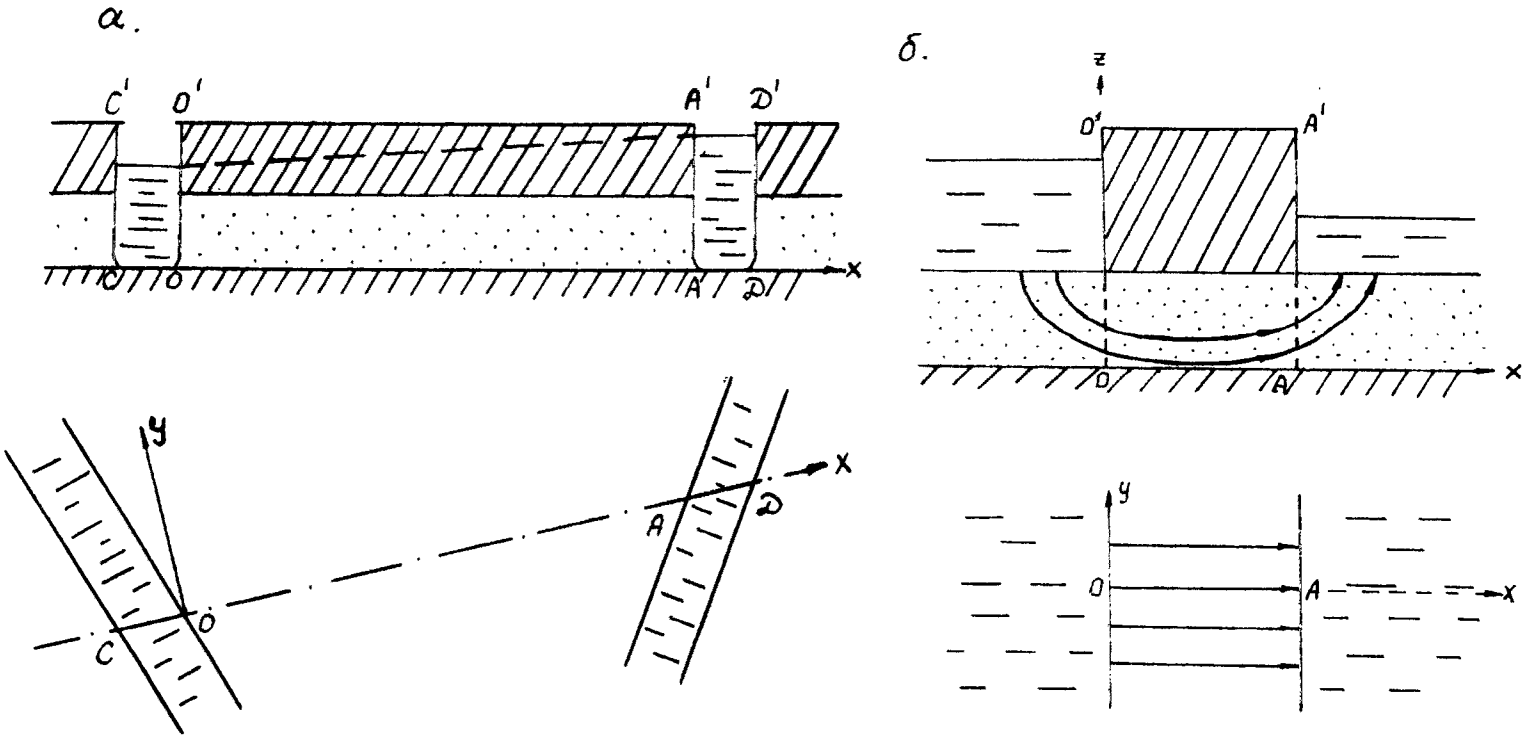


Рис. 2.4. Схемы двухмерной фильтрации:
а - плановой; б - профильной

Пусть траектории движения некоторой совокупности частиц жидкости лежат в пределах одной плоскости (линии тока являются плоскими кривыми), пересечение которой с поверхностями равных напоров дает линии равных напоров. Совокупность упомянутых линий тока 1 и линий равных напоров 2 образует **взаимоортогональную сетку движения**, один из элементов которой изображен на рис. 2.5. Важнейшим свойством сетки движения является ее однозначность: *через каждую точку потока проходят одна линия тока и одна линия равных напоров.*

Для плоскопараллельных потоков сетка движения образована взаимно перпендикулярными прямыми, а для плоскорадиальных — радиусами, выходящими из центра симметрии, и окружностями. Конечно, на деле все движения трехмерны $H = f(x, y, z, t)$, так что их представление через одно- и двухмерный поток всегда является идеализацией, допустимость которой определяется постановкой конкретной инженерной задачи.

То же можно сказать и о другой идеализации, связанной с типизацией фильтрационных потоков по **изменчивости** их характеристик (напоров, скоростей) во времени: хотя все реальные потоки являются **неустановившимися, нестационарными** (напор меняется во времени), в конкретных ситуациях допустимо пренебречь этими изменениями и исследовать задачу в рамках модели **установившегося, стационарного** потока: характеристики потока неизменны во времени, т.е. $H = f(x, y, z)$.

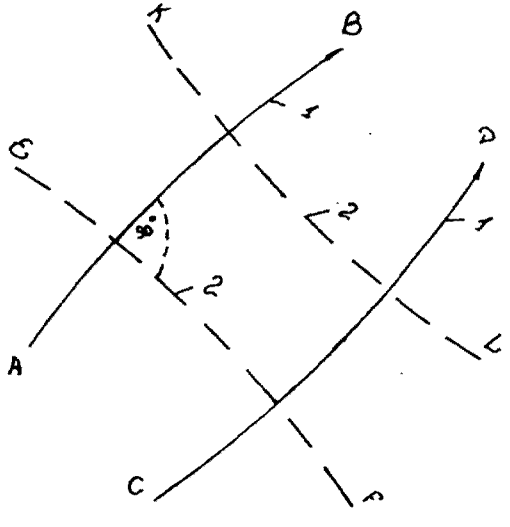


Рис. 2.5. Элементы сетки движения:
1 - линии тока; 2 - линии равных напоров

Заканчивая на этом рассмотрение простейших элементов гидродинамической типизации, заметим, что пока мы ничего не сказали о типизации границ фильтрационных потоков и условий на них; этому вопросу будет посвящен раздел 2.4.

2.2. Построение основных дифференциальных уравнений геофильтрации и математические основы моделирования фильтрационных процессов

2.2.1. Дифференциальные представления исходных физических закономерностей

В основу построения математической теории движения подземных вод должны, очевидно, лечь фундаментальные физические закономерности (частично уже отраженные в гл. 1), которые могут быть формально представлены в виде некоторых — **определяющих** — уравнений. Первой из таких закономерностей является **уравнение движения** — связь между потерей энергии и работой сил сопротивления, которая, как мы видели, для широкого круга условий выражается законом Дарси (в дифференциальной форме). Если бы мы учитывали в своей теории и перемещения твердой фазы, то должны были бы записать уравнение движения и для минерального скелета.

Далее следуют **уравнения состояния,** отражающие возможный характер изменений физических свойств изучаемой нами среды по ходу фильтрационного процесса. К уравнениям состояния могут быть отнесены закон Гука (1.34), отражающий зависимость плотности воды от гидростатического давления, и компрессионное уравнение (1.35), описывающее связь пористости с эффективным давлением. В частных случаях несжимаемых фаз эти уравнения состояния принимают вид $\rho = \text{const}$ и $n = \text{const}$.

Наконец, есть еще одна важнейшая закономерность (мы пока еще ее не касались) — условие сохранения массы жидкости, которое может быть выражено в математической форме **уравнением неразрывности**. Для вывода этого уравнения выделим в напорном водоносном ком-

плексе некоторый малый элемент — кубик с ребрами dx, dy, dz (рис. 2.6,а) и составим баланс жидкости для этого элемента за некоторый малый отрезок времени dt. Через заднюю грань кубика вытекает масса жидкости $\delta M_x' = \rho \cdot v_x \, dy \, dz \, dt$, где v_x — составляющая скорости фильтрации в направлении оси x. Интенсивность изменения массовой скорости $\rho \cdot v_x$ при перемещении частиц в направлении x выражается частной производной

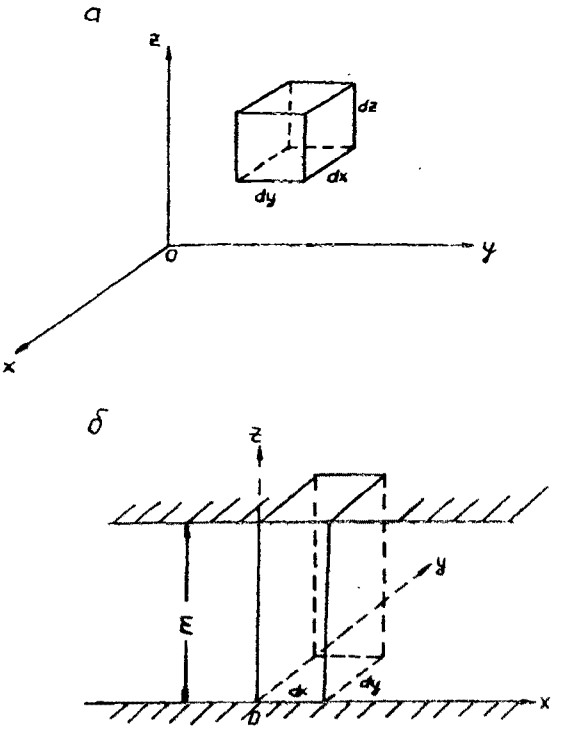


Рис. 2.6. Схемы к выводу уравнений неразрывности для напорного пласта:
а - общий случай; б - плановая фильтрация

$\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x}$ и, следовательно, на отрезке dx от задней грани до передней — массовая скорость $\rho \cdot v_x$ получит приращение $\left[\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x}\right] dx$; через переднюю грань из кубика уходит масса жидкости

$$\delta M_x'' = \left[\rho \cdot v_x + \frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} dx\right] dy \, dz \, dt.$$

Итак, разница между массами жидкости, вошедшей в кубик через заднюю грань и вытекшей из него через переднюю, равна

$$dM_x = \delta M_x' - \delta M_x'' = -\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} dx \, dy \, dz \, dt \,. \quad (2.1)$$

Проводя аналогичные операции для направлений y и x, получаем разницу между массами вошедшей в кубик жидкости и вытекшей из него:

$$dM = -\left[\frac{\partial(\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v_z)}{\partial z}\right] dx\, dy\, dt\,. \quad (2.2)$$

Очевидно, что разница масс dM либо накапливается в пределах кубика (если dM положительна), либо получается за счет уменьшения упругих запасов жидкости в нем (если dM отрицательна). Упомянутые упругие запасы, очевидно, равны $\delta M = \rho \cdot n\, dx\, dy\, dz$, а скорость из изменения во времени определяется частной производной $\frac{\partial(\delta M)}{\partial t}$. Следовательно, изменение упругих запасов жидкости в кубике за время dt равно:

$$dM = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} dx\, dy\, dz\, dt\,. \quad (2.3)$$

Приравнивая выражения (2.2) и (2.3), получим после сокращения

$$\frac{\partial(\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho \cdot n)}{\partial t} = 0\,. \quad (2.4)$$

Это и есть конечное уравнение неразрывности.

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратим внимание, что данный здесь вывод уравнения неразрывности можно без изменений повторить для расчетного элемента **планового потока**, высотой m и площадью $dx\, dy$ в пределах напорного пласта (см. рис. 2.6,б). При этом будет получено уравнение

$$\frac{\partial(\rho \cdot m \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot m \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot m \cdot n)}{\partial t} = 0, \quad (2.5)$$

где оси x и y лежат в плоскости напластования;
m — мощность пласта; расходы жидкости через верхнюю и нижнюю грани расчетного элемента (а следовательно, и члены уравнения неразрывности, отвечающие координате z) здесь равны нулю.

ЗАДАЧА. Подумайте, почему полностью идентичный вывод уравнения неразрывности для безнапорного пласта окажется некорректным (для ответа на этот вопрос вспомните о процессах, сопровождающих изменение во времени положения депрессионной поверхности).

Перечисленные здесь исходные закономерности образуют системы определяющих уравнений, из которых можно получить результирующие (т.е. объединяющие всю информацию о процессе) дифференциальные уравнения фильтрации, содержащие в качестве единственной неизвестно (искомой) функции напор H; в общем случае функция H зависит от трех пространственных координат и от времени: $H = f(x, y, z, t)$. Коэффициентами и свободными членами в этих уравнениях могут служить, в частности, гидрогеологические (фильтрационные) параметры (см. раздел 1.6) и показатели интенсивности питания или разгрузки потока.

Начинать представление дифференциальных уравнений фильтрации следует, естественно, с простейших гидрогеологических условий; согласно проведенной в разделе 2.1 типизации расчетных моделей, таковыми являются условия движения в изолированном напорном пласте, в котором отсутствует дополнительное площадное питание и не проявляется гравитационная емкость.

2.2.2. Расчетная модель жесткого режима фильтрации

Сделаем дополнительные упрощения, предположив, что порода и вода несжимаемы, т.е. уравнения состояния имеют вид $\rho = A$ и $n = B$, где A и B не зависят от времени. Тогда в уравнении неразрывности пропадает временная производная. Если, кроме того, считать, что интенсивность пространственной изменчивости плотности жидкости очень мала $\left(v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} << \rho \frac{\partial v_x}{\partial x}, \ldots.\right)$, то из выражения (2.4) получаем

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 . \qquad (2.6)$$

Подставляя сюда закон Дарси (1.58), имеем результирующее уравнение для **жесткого режима фильтрации**[*]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial H}{\partial z}\right) = 0 . \quad (2.7)$$

Если пласт является однородным и изотропным ($k_x = k_y = k_z = k = const$), то уравнение (2.7) принимает вид

$$\nabla^2 H = 0 , \quad (2.8)$$

где $\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}$ — обозначение суммы вторых производных, именуемое оператором Лапласа для функции H.

Уравнение в частных производных вида (2.8), называемое уравнением Лапласа, широко исследовано в различных отраслях математической физики. Так как в дальнейшем нам потребуется уравнение Лапласа в основном для двухмерных и одномерных движений, то приведем соответствующие выражения оператора Лапласа:

1 в двухмерном случае, когда процесс описывается двумя пространственными координатами (x, y):

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}; \quad (2.9)$$

2 в одномерном случае плоскопараллельного движения вдоль оси x:

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}; \quad (2.10)$$

3 в одномерном случае плоскорадиального движения, зависящего от одной координаты r:

$$\nabla^2 H = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial H}{\partial r}\right) . \quad (2.11)$$

---

* Предполагается, что направления координатных осей совпадают с главными направлениями анизотропии.

Уравнения жесткого режима фильтрации не содержат времени в явном виде. Следовательно, при неизменных во времени напорах на границах выделенного участка движение жидкости в пределах этого участка должно быть стационарным: $H = f(x, y, z)$. Физически это означает, что сам водоносный пласт воды не отдает и не принимает (вся вода проходит транзитом от контура питания к контуру стока). При этом реакция на любое возмущение на границе участка мгновенно распространяется по всему пласту как в абсолютно жесткой физической системе*.

Понятно, что модель жесткого режима фильтрации, будучи приближенной, дает приемлемые результаты, когда транзитный поток резко превышает объемы воды, поступающие за счет упругих запасов пласта. Поэтому в целом точность этой модели оказывается обычно тем меньшей, чем больше размеры изучаемой водоносной системы, т.е. модель может быть приемлемой для расчетов систем с близко расположенными границами питания.

2.2.3. Расчетная модель упругого режима фильтрации

Эта, более общая, модель учитывает сжимаемость пласта и воды, т.е. уравнения состояния имеют вид (1.34) и (1.35). Будем по-прежнему считать, что ввиду малости значений скорости фильтрации (v_x, v_y, v_z) и пространственной изменчивости плотности $\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}; \frac{\partial \rho}{\partial y}; \frac{\partial \rho}{\partial z}\right)$ произведением соответствующих величин можно пренебречь:

$$\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \approx \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} \qquad (2.12)$$

и т.д.

Уравнения состояния находят свое суммарное отражение в зависимости (1.38), включающей коэффициент упругоемкости; переписывая ее для единичного кубика, содержащего массу жидкости $M_o = \rho \cdot n$, получим

---

* Напомним, что все наши уравнения пренебрегают ролью интерции (см. раздел 1.5).

$$n\cdot\frac{dM_o}{M_o}=\eta^{*}dH\,, \tag{2.13}$$

откуда

$$d(\rho n)=\rho\cdot\eta^{*}dH\,, \tag{2.13а}$$

т.е.

$$\frac{\partial(\rho n)}{\partial t}=\rho\eta^{*}\frac{\partial H}{\partial t}\,. \tag{2.13б}$$

Подставляя выражения (2.12) и (2.13,б) в уравнение неразрывности (2.4), после сокращения на ρ получим

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}+\eta^{*}\frac{\partial H}{\partial t}=0\,, \tag{2.14}$$

а с учетом закона Дарси приходим к результирующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_y\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_z\frac{\partial H}{\partial z}\right)=\eta^{*}\frac{\partial H}{\partial t}\,. \tag{2.15}$$

Для однородного изотропного пласта

$$\nabla^2 H=\frac{1}{a^{*}}\frac{\partial H}{\partial t}\,, \tag{2.16}$$

где

$$a^{*}=\frac{k}{\eta^{*}} \tag{2.17}$$

Уравнение вида (2.16), называемое уравнением Фурье, широко исследовано в теории теплопроводности.

Таким образом, в отличие от жесткого режима движения в напорном пласте, уравнения упругого режима напорной фильтрации содержат приозводную по времени, т.е. в этом случае $H = H(x, y, z, t)$ и движение является нестационарным. Физически это означает, что по мере уменьшения напоров во времени в водоносном пласте постепенно срабатываются его упругие запасы. Высвобождающиеся при этом объемы воды «вкладываются» в

общий баланс фильтрационного потока в водоносном пласте. Реакция от возмущения напоров на границе или в какой-либо области рассматриваемого пласта распространяется от этой границы (области) по пласту постепенно, причем скорость распространения тем больше, чем выше проницаемость и чем меньше упругоемкость горной породы. Следовательно, отношение $a^* = \frac{k}{\eta}_*$ является показателем скорости изменения напора (гидростатического давления) в пласте. Соответственно величина a^* получила название [36] **коэффициента пьезопроводности**; ее размерность (L^2/T): м^2/сут, см^2/с. Например, для напорного пласта, сложенного песком с характерными значениями $k = 10$ м/сут, $\eta^* = 10^{-4}$ м$^{-1}$, получаем $a^* = 10^5$ м^2/сут, для глинистых пород с характерными значениями $k = 0{,}001$ м/сут, $\eta^* = 10^{-3}$ м$^{-1}$ имеем $a^* = 1$ м^2/сут.

В дальнейшем мы узнаем, что размеры области влияния того или иного возмущения пропорциональны $\sqrt{a^* \cdot t}$. Следовательно, из приведенного примера понятно, что в водоносных слоях фильтрационное возмущение передается со скоростями на несколько порядков большими, чем в водоупорных.

2.2.4. Подобие дифференциальных уравнений как основа математического моделирования фильтрации

Так как исходные уравнения состояния, движения и неразрывности лежат в основе математического описания фильтрационного процесса, то формальная идентичность полученных в этом параграфе уравнений дифференциальным уравнениям какого-либо иного процесса может рассматриваться необходимым признаком для математической аналогии (наряду с идентичностью краевых условий — см. раздел 2.4)*. Так, применительно к электромоделированию стационарных фильтрационных процессов эта аналогия ясна из сопоставления уравнения жесткого

* В разделе 1.7 уже были рассмотрены необходимые условия подобия, вытекавшие из уравнений движения; там же введены масштабные коэффициенты, обеспечивающие эквивалентность соответствующих дифференциальных уравнений.

режима фильтрации (2.7) и уравнения стационарного электрического тока:

$$\frac{\partial}{\partial x_м}\left(C_x\frac{\partial U}{\partial x_м}\right)+\frac{\partial}{\partial y_м}\left(C_y\frac{\partial U}{\partial y_м}\right)+\frac{\partial}{\partial z_м}\left(C_z\frac{\partial U}{\partial z_м}\right)=0 \qquad (2.18)$$

где U — электрический потенциал;
C — удельная электропроводность среды;
$x_м, y_м, z_м$ — координаты точек модели.

В частном случае профильной двухмерной фильтрации, моделируемой на сплошной модели из электропроводной бумаги, согласно (2.18) получаем

$$\frac{\partial}{\partial x_м}\cdot\left(\frac{1}{\rho_x}\cdot\frac{\partial U}{\partial x_м}\right)+\frac{\partial}{\partial z_м}\cdot\left(\frac{1}{\rho_z}\cdot\frac{\partial U}{\partial z_м}\right)=0\,, \qquad (2.18а)$$

где ρ — удельное сопротивление бумаги.

Для уравнения нестационарной фильтрации (2.15) электрическим аналогом служит уравнение нестационарного электрического тока в проводящей среде, характеризующейся в каждой ее точке некоторой удельной электрической емкостью C:

$$\frac{\partial}{\partial x_м}\cdot\left(C_x\cdot\frac{\partial U}{\partial x_м}\right)+\frac{\partial}{\partial y_м}\cdot\left(C_y\cdot\frac{\partial U}{\partial y_м}\right)+\frac{\partial}{\partial z_м}\left(C_z\cdot\frac{\partial U}{\partial z_м}\right)=C\frac{\partial U}{\partial t_м} \qquad (2.19)$$

где $t_м$ — модельное время.

Эквивалентность правых частей этих уравнений обеспечивается введением дополнительных масштабных коэффициентов: $\alpha_\eta=\frac{\eta^*}{C}$ и $\alpha_t=\frac{t}{t_м}$.

ЗАДАЧА. Убедитесь прямой подстановкой, что уравнения (2.15) и (2.19) формально подобны при выполнении следующего критерия подобия, дополняющего ранее полученный критерий (1.78):

$$\frac{\alpha_к\cdot\alpha_t}{\alpha_\eta\cdot\alpha_l^2}=1\,. \qquad (2.19а)$$

Для полного подобия процессов аналогия приведенных здесь уравнений должна сопровождаться выполнением других необходимых критериев:

1 подобием строения рассматриваемых областей в смысле их геометрии и пространственного распределения показателей свойств среды;

2 подобием краевых условий (см. раздел 2.4). Более конкретно использование выявленной здесь аналогии будет отражено в последующих разделах, где мы убедимся также в целесообразности конечно-разностных аппроксимаций приведенных уравнений, лежащих в основе применения дискретных аналоговых моделей и численного моделирования на ЭЦВМ.

Подчеркнем, вместе с тем, что каким бы мощным инструментом исследования не являлось моделирование, с наибольшим эффектом оно применяется в разумном сочетании с аналитическими методами. Именно поэтому методика моделирования будет в дальнейшем рассматриваться параллельно с аналитическими методами — без ее выделения в специальный раздел.

2.3. Основные дифференциальные уравнения плановой фильтрации

В разделе 2.2. мы занимались построением дифференциальных уравнений лишь для самого простого случая фильтрации в изолированном напорном пласте, не делая, правда, оговорок относительно структуры потока (мерности движения). Более общие условия фильтрации мы исследуем применительно к схеме двухмерного планового потока; в частности, в данном разделе везде принимается, что в пределах водоносного пласта $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$ (о правомерности этого допущения мы поговорим позднее — см. раздел 2.5). При этом мы будем исходить из уже изложенного случая изолированного напорного пласта, отмечая, во избежание повторов, лишь специфику вывода уравнений для других расчетных схем. Поэтому для удобства изложения материала запишем сначала выведенные ранее

уравнения применительно к двухмерной фильтрации в пределах напорного пласта мощностью m.

2.3.1. Плановая фильтрация в изолированном напорном пласте

Используя уравнение неразрывности (2.5) для этого частного случая получим с учетом закона Дарси уравнение напорной фильтрации в жестком режиме:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\alpha}{\partial y}\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) = 0, \qquad (2.20)$$

а при $T_x = T_y = T = \text{const}$

$$\nabla^2 H \equiv \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \qquad (2.20а)$$

Здесь

$$T_x = k_x \cdot m, \; T_y = k_y \cdot m \; — \qquad (2.21)$$

коэффициент водопроводимости пласта (или, короче, водопроводимость пласта) в направлениях осей x и y (совпадающих в общем случае с направлениями главных осей анизотропии).

В упругом режиме, аналогично (2.15), имеем:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (2.22)$$

где $\mu^* = \eta^* m$ — коэффициент **упругой емкости пласта** (см. раздел 1.4).

Для изотропного пласта с постоянной водопроводимостью

$$\nabla^2 H \equiv \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{1}{a^*} \frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (2.22а)$$

где a^* — коэффициент пьезопроводности (см. 2.17), который в данном случае может быть также выражен в виде

$$a^* = \frac{T}{\mu^*} \qquad (2.23)$$

2.3.2. Плановая напорная фильтрация при наличии перетекания

Рассмотрим схему на рис. 2.7, где изображены два напорных пласта с напорами H и H' соответственно. Выводя уравнение неразрывности для элементарного столбика в пределах нижнего пласта, мы должны учесть поступление воды не только через боковые грани столбика (как в случае изолированного пласта), но и через его верхнюю грань: здесь проходит вода, перетекающая из верхнего пласта через разделяющий относительный водоупор. При расчетах подобных водоносных систем принимаются следующие предположения, известные как **предпосылки перетекания** (предпосылки Мятиева-Гиринского):

1 движение в водоносных пластах является плановым (линии тока параллельны напластованию);

2 в разделяющем слое линии тока перпендикулярны напластованию; физически эта предпосылка вполне объяснима: вода стремится пройти участок с большим сопротивлением (водоупорный слой) по кратчайшему пути.

С.Н.Нумеров показал, что погрешность в величине напора, обусловленная первой предпосылкой, имеет порядок [23]:

$$\delta_1 \approx 0{,}1\lambda \ln \lambda, \qquad (2.24)$$

а погрешность от второй предпосылки:

$$\delta_2 \approx 0{,}1\bar{\lambda}, \qquad (2.24а)$$

(здесь $\lambda = \frac{k_p}{k}$; $\bar{\lambda} = (m/m_p)\lambda$).

Следовательно, точность предпосылок перетекания зависит в первую очередь от соотношения проницаемостей пород водоносного и разделяющего слоев; очевидно,

эти предпосылки можно использовать при отношении k/k_p в несколько десятков и более.

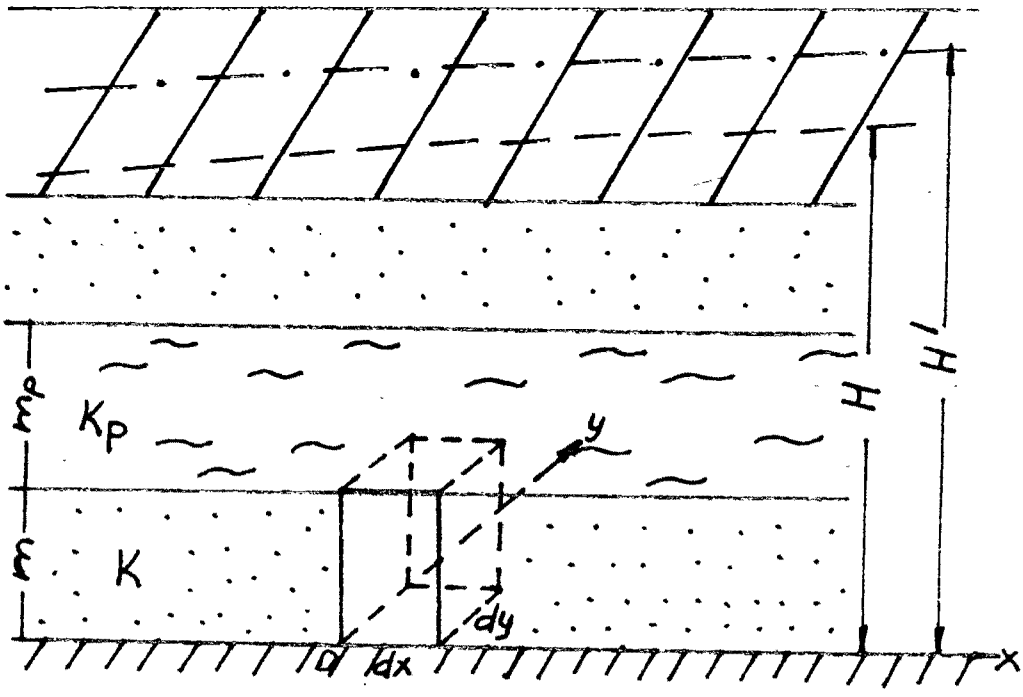


Рис. 2.7. Схема к выводу уравнения неразрывности в пласте с перетеканием

Принимая теперь вторую предпосылку перетекания, т.е. считая, что длина пути фильтрации по слабопроницаемому слою равна m_p, получаем, что градиент фильтрации здесь равен:

$$I_p = \frac{H' - H}{m_p}. \qquad (2.25)$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Одновременно мы тем самым предположили, что режим фильтрации в разделяющем слое является жестким, т.е. в этом слое мгновенно устанавливается распределение напоров в соответствии с напорами на его кровле H' и почве H. Иначе говоря, мы пренебрегли упругими запасами воды в разделяющем слое.

Следовательно, через верхнюю грань столбика поступает дополнительное питание, равное

$$\varepsilon_n = k_p \cdot \frac{H' - H}{m_p} \qquad (2.26)$$

— на единицу площади пласта в единицу времени

Показатель ε_n входит в качестве дополнительного члена в уравнение неразрывности, так что вместо (2.5) получаем

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot m \cdot v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot m \cdot v_y) + \frac{\partial(\rho \cdot n \cdot m)}{\partial t} - \rho \cdot \varepsilon_n = 0 . \qquad (2.27)$$

Соответственно преобразуются и дифференциальные уравнения фильтрации. Так, вместо результирующего уравнения (2.22а) получаем

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{H' - H}{B^2} = \frac{1}{a^*}\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (2.28)$$

где $B = \sqrt{T \cdot m_p / k_p}$ — так называемый **параметр** (фактор) **перетекания**, имеющий размерность длины. Чем меньше величина B, тем интенсивнее, при прочих равных условиях, идет перетекание.

ЗАДАЧА. Для того, чтобы убедиться в значимости процессов перетекания даже при малой проницаемости разделяющего слоя (но при больших размерах системы), прикиньте расход перетекания из верхнего пласта (см. рис. 2.7) в нижележащий (эксплуатируемый) водоносный горизонт, если средняя величина разности напоров (H'-H) в радиусе 25 км от водозабора составляет 5 м, $k_p = 10^{-4}$ м/сут, m_p = 10 м. Считайте при этом, что требуемая производительность водозабора 100000 м^3/сут.

2.3.3. Плановая фильтрация в безнапорном пласте

Особенность этого случая заключается в том, что при снижении депрессионной кривой мощность пласта h из-

меняется, и в расчетный элемент пласта (рис. 2.8) поступают дополнительные объемы воды, обусловленные гравитационной водоотдачей. Если скорость снижения депрессионной кривой равна $\frac{\partial h}{\partial t}$, то объем дополнительного питания на единицу площади пласта в единицу времени равен:

$$\varepsilon_г = -\mu \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right), \qquad (2.29)$$

где μ — коэффициент гравитационной водоотдачи.

Кроме того, в безнапорный пласт сверху поступает вода за счет **инфильтрации**, удельную величину которой (в единицу времени на единицу площади) обозначим через ε. Тогда уравнению неразрывности вида (2.5) отвечает уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho h v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h v_y) + \frac{\partial (\rho n h)}{\partial t} = \rho \varepsilon_г + \rho \cdot \varepsilon. \qquad (2.30)$$

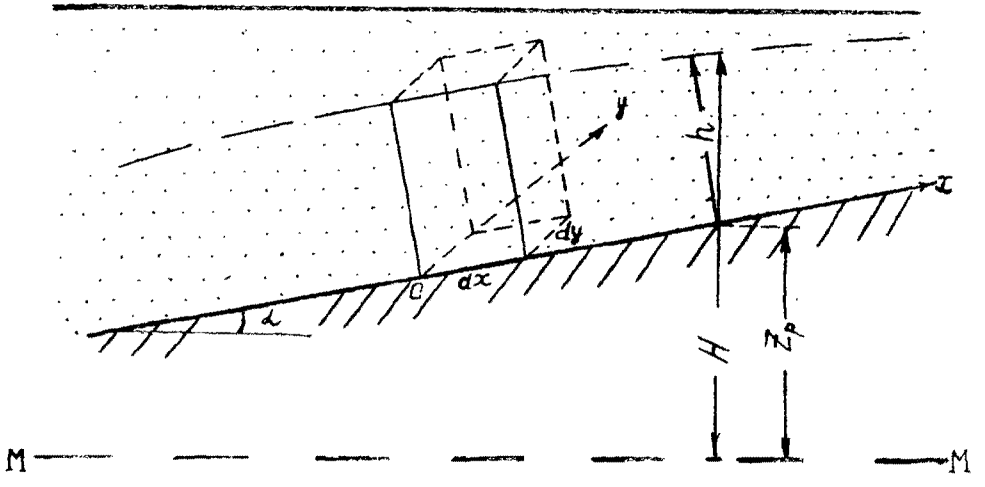


Рис. 2.8. Схема к выводу уравнения плановой фильтрации в безнапорном пласте

Соответственно вместо дифференциального уравнения фильтрации (2.20) получаем

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x h \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y h \frac{\partial H}{\partial y}\right) + \varepsilon = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t} + \mu \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2.31)$$

где $\mu^* = \eta^* \cdot h$ — упругая водоотдача безнапорного пласта.

Так как $H = z_p + h / \cos \alpha$, или при малых углах α, характерных для условий безнапорной фильтрации, $\frac{\partial H}{\partial t} \approx \frac{\partial h}{\partial t}$, а также ввиду того, что обычно $\mu >> \mu^*$ (см. раздел 1.4), выражением $\mu^* \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)$ можно пренебречь.

Рассматривая далее случай горизонтального водоупора, будем отсчитывать от него значения напоров; тогда $H = h$, и уравнение (2.31) примет вид **(уравнение Буссинеска)**

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x h \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y h \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \varepsilon = \mu \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (2.32)$$

Искомой здесь является функция $h(x, y, z, t)$, так что в левой части уравнения *коэффициенты при производных* зависят от искомой функции, т.е. они *заранее неизвестны* (чего, кстати, не было в уравнениях напорной фильтрации, где мощность пласта задана и не зависит от снижения напоров). Уравнения такого типа называются **нелинейными**; они существенно сложнее для аналитического и модельного исследования и поэтому на практике уравнение Буссинеска часто заменяют приближенным линейным уравнением. Для этого делается допущение, что проводимость $k h = T$ с понижением напора меняется пренебрежимо мало и может быть заменена некоторой средней величиной $T_{ср} = (k h)_{ср}$, не зависящей от h (линеаризация по Буссинеску); такой подход вполне правомерен, в частности, для типичной схемы двухслойного пласта (см. раздел 2.5.2).

ЗАМЕЧАНИЕ. Линеаризацию по Буссинеску можно применить и к более общему случаю безнапорной фильтрации при наклонном водоупоре, тогда уравнение (2.31) дает:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T_{ср,x}\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T_{ср,y}\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=\mu\frac{\partial H}{\partial t}, \quad (2.33)$$

что при $\varepsilon = 0$ — формально идентично уравнению напорной фильтрации (2.22).

Вторая возможность заключается в представлении правой части уравнения в виде $\frac{\mu}{h_{ср}} h \frac{\partial h}{\partial t}$, где $h_{ср}$ — некоторая усредненная в пространстве и во времени мощность потока; тогда, введя новую функцию $u = h^2/2$, мы придем к линейному уравнению относительно u (линеаризация по Багрову-Веригину):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_y\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\varepsilon=\frac{\mu}{h_{ср}}\frac{\partial u}{\partial t}. \quad (2.33а)$$

На практике обычно исполльзуется линеаризация по Буссинеску, которая, как мы покажем позднее, дает хорошие результаты для широкого круга задач (см. раздел 2.5).

Для однородных и изотропных в плане пластов линеаризованное уравнение Буссинеска может быть переписано в виде:

$$\nabla^2 h+\frac{\varepsilon}{T_{ср}}=\frac{1}{a}\frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2.34)$$

где

$$a=\frac{T_{ср}}{\mu}. \quad (2.35)$$

При линеаризации по второму способу

$$\nabla^2 u+\frac{\varepsilon}{k}=\frac{1}{a}\frac{\partial u}{\partial t}, \quad (2.36)$$

где

$$a=\frac{k\cdot h_{ср}}{\mu}. \quad (2.37)$$

Итак, в результате линеаризации уравнение безнапорной фильтрации становится формально идентичным

уравнению (2.22а) для напорной фильтрации*. В связи с этим параметр a, по аналогии с коэффициентом пьезопроводности a^*, получил название коэффициента **уровнепроводности**; он отражает скорость распространения возмущений в безнапорных пластах. Так как обычно $\mu >> \mu^*$, то из сравнения формул (2.35) и (2.23) следует, что в безнапорных пластах возмущения распространяются существенно медленнее, чем в напорных системах (при одинаковых проводимостях примерно в $\sqrt{\mu/\mu^*}$ раз).

Полная математическая эквивалентность конечных уравнений напорного и безнапорного (при горизонтальном водоупоре и при отсутствии инфильтрации) движения позволяет нам в дальнейшем приводить выводы и обсуждения, главным образом, на примере решений для напорного режима. Соответствующие решения для безнапорной фильтрации можно получить, как это следует из приведенных уравнений, путем формальной замены

$$H \to h \tag{2.38}$$

для линеаризации по Буссинеску и

$$T\,H \to \frac{k\,h^2}{2} \tag{2.38а}$$

для линеаризации по Багрову-Веригину, кроме того, коэффициент пьезопроводности заменяется коэффициентом уровнепроводности. Это, кстати, еще одна иллюстрация эффективности аппарата дифференциальных уравнений, позволяющего устанавливать изоморфность (см. раздел 1.6) различных физических процессов, т.е. допустимость представления одного из них через другой.

2.4. Краевые условия фильтрации

Характер фильтрационных потоков, как отмечено в разделе 1.6, существенно определяется топологией границ водоносных пластов и условиями на них; кроме того, ясно, что он должен зависеть также от начального (исходного) состояния потока. Соответственно, для анализа лю-

* Наличие слагаемого, учитывающего инфильтрацию, не является принципиально важным, в чем мы убедимся позднее.

бой задачи динамики подземных вод наряду с уравнениями, описывающими изучаемый процесс, необходимо заранее знать значения искомой функции или ее производных на границах и в начальный момент времени — **краевые условия** для исследуемого дифференциального уравнения*. Благодаря наличию заданных краевых условий соблюдается требование **однозначности** решения: из множества решений дифференциального уравнения выбирается единственное, отвечающее исследуемой **краевой** задаче. Так как в наших задачах искомой функцией является напор H, то краевые условия записываются для функции H или ее производных.

Краевые условия задаются для конкретной **области фильтрации** — участка земной коры, приуроченного к водоносному горизонту (комплексу) и оконтуренного некоторыми **гидродинамическими границами**, причем **применительно к данной задаче** этот участок рассматривается как единая, гидравлически связанная система. Краевые условия делятся на начальные и граничные.

Начальные условия отвечают исходным напорам в пределах области фильтрации, т.е. напорам на начальный момент времени протекания изучаемого процесса. Начальные условия должны быть заданы (обычно по результатам измерения напоров в наблюдательных скважинах и их интерполяции) во всех точках области фильтрации в виде известной функции координат:

$$H(x, y, z, t)\Big|_{t=0} \equiv H(x, y, z, 0) = f_н(x, y, z). \quad (2.39)$$

Понятно, что начальные условия необходимы лишь при исследовании нестационарных процессов.

Граничныеусловия задаются для всех граничных точек области фильтрации ($x_г$, $y_г$, $z_г$) на весь период, рассматриваемый при решении данной задачи (основу для этого дают геологоструктурные представления, данные об орогидрографии, результаты опытно-фильтрационных работ и режимных гидрогеологических наблюдений). Как уже отмечено, речь здесь идет о гидродинамических гра-

* Краевые условия могут представляться также в виде фиксированных связей между неизвестными значениями функции и ее производных.

ницах, т.е. о некоторых, вообще говоря, условных поверхностях, где фиксируются те или иные искомые характеристики фильтрационного потока: скорости, напоры или связи между ними. Для того, чтобы лучше уяснить это несколько формализованное определение, обратимся к примерам.

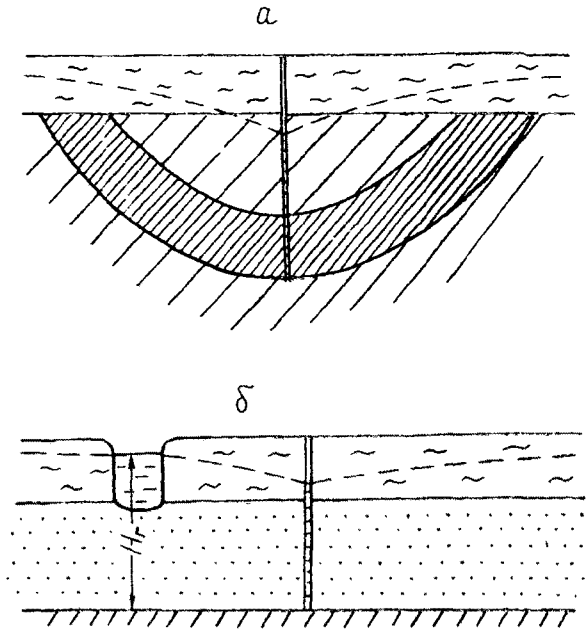


Рис. 2.9. Схемы закрытого водоносного пласта (а) и безнапорного пласта с границей обеспеченного питания (б)

На рис. 2.9,а показана угленосная мульда, перекрытая водоупорными покровными отложениями: водоносный пласт углей ограничен водоупорными аргиллитами. При расчете дренажных скважин, пройденных на угольный пласт, областью фильтрации является весь этот пласт, гидродинамическими границами области фильтрации служат его непроницаемые контакты с водоупорными породами. Границы такого рода мы, кстати, будем называть **закрытыми**, на них фиксируется нулевое значение скорости фильтрации v_n по направлению, перпендикулярному к границе; следовательно, согласно закону Дарси

$$\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_{\Gamma} = 0 , \qquad (2.40)$$

и закрытая граница является линий тока. Отметим, что в этом примере гидродинамические границы области фильтрации совпадают с геологическими границами пласта.

На рис. 2.9,б показан двухслойный безнапорный пласт вблизи реки. При работе инфильтрационного водозабора (речная вода просачивается через пески) его расходы

обычно пренебрежимо малы в сравнении с расходами реки. Поэтому можно полагать, что уровни воды в реке и, следовательно, напоры на контуре ее дна практически не зависят от рассчитываемого инженерного сооружения (водозабора) и могут задаваться заранее — исходя из наблюдаемого или расчетного гидрологического режима:

$$H_г = f(x_г, y_г, z_г, t). \qquad (2.41)$$

Границу такого вида мы будем называть границей **обеспеченного питания** (здесь — контур дна реки)*. Заметим, что водоносный пласт распространяется и за эту границу, так что в данном примере область фильтрации не совпадает с (геологической) областью распространения водоносного пласта; так, для расчета водозабора, расположенного справа от реки, нет необходимости рассматривать картину фильтрации слева от нее; влияние водозабора распространится лишь до реки, а уровень подземных вод за рекой не будет зависеть от его работы.

Далее справа на рис. 2.9,б никаких возможных границ не указано. Это означает, что водоносный пласт распространяется здесь «очень далеко», точнее, что за период работы водозабора его влияние не распространится до правой границы пласта. В этом смысле мы здесь имеет дело с **полуограниченной** (в плане) областью фильтрации (говоря формально-математическим языком, правая граница удалена в бесконечность).

Наконец, продолжая обсуждение этого примера, заметим, что нижняя граница области фильтрации (водоупорная почва пласта) является здесь закрытой, а верхней границей служит депрессионная поверхность, вдоль которой имеет место свободная инфильтрация с интенсивностью ε на единицу площади пласта. Следовательно, здесь задано условие

$$v_г = \varepsilon. \qquad (2.42)$$

ЗАДАЧА. Показать (рассуждением от противного), что при отсутствии инфильтрации депрессионная кривая стационарного потока является линией тока.

---

* Полезно подчеркнуть, что это пример границы, несовершенной по степени заглубления (вскрытия пласта).

Кроме того, на свободной поверхности избыточное гидростатическое давление равно нулю и напор равен геометрической высоте, т.е. здесь задано дополнительное условие

$$H = z\,. \tag{2.43}$$

На рис. 2.10,а показана совершенная водопонижающая скважина с радиусом r_c в **неограниченном** (в плане) напорном пласте. Однако в этом примере у области фильтрации имеется **внутренняя** граница — контур скважины радиуса r_c. Если скважина откачивает воду с постоянным расходом Q_c, то, согласно закону Дарси

$$Q_c = k \cdot \omega_г \cdot I_г = 2\pi \cdot r_c \cdot k \cdot m \left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_г = 2\pi \cdot T \cdot r_c \left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г, \tag{2.44}$$

где $\omega_г$ и $I_г$ — соответственно площадь граничного сечения и градиент на границе;

n — нормаль к границе, совпадающая с направлением радиуса r.

Следовательно, на рассматриваемой внутренней границе задана нормальная производная функции H:

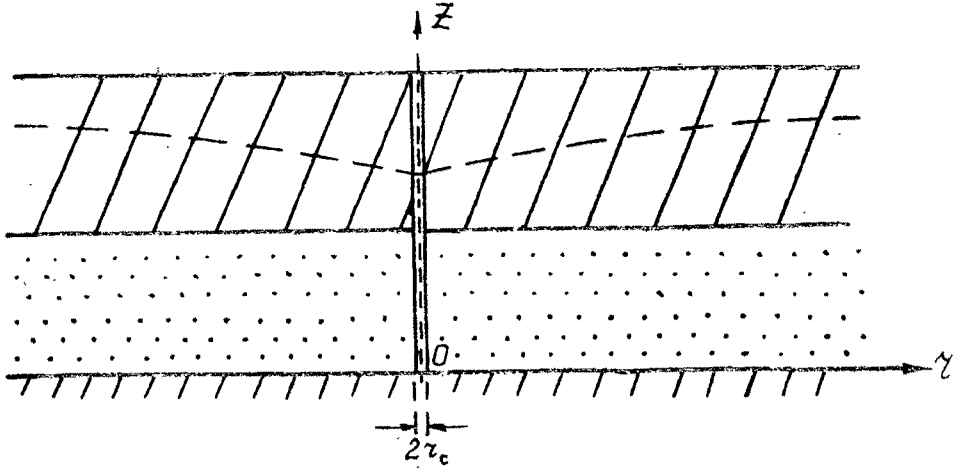
$$\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г = \frac{Q_c}{2\pi \cdot r_c \cdot T}\,. \tag{2.45}$$

В этом примере границей области фильтрации является, таким образом, контур инженерного сооружения.

На рис. 2.10,б показан контакт аллювиальных песков (1) в долине реки с известняками (2). Область фильтрации является полуограниченной (внешней границей слева служит река), но имеет внутреннюю границу — контакт водоносных пород с различными фильтрационными свойствами (**граница раздела**). Из условия неразрывности потока через эту границу получаем равенство скоростей фильтрации v_{n1} и v_{n2}, нормальных ей, или, по закону Дарси

$$k_1\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_{г1} = k_2\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_{г2} \qquad (2.46)$$

а



б

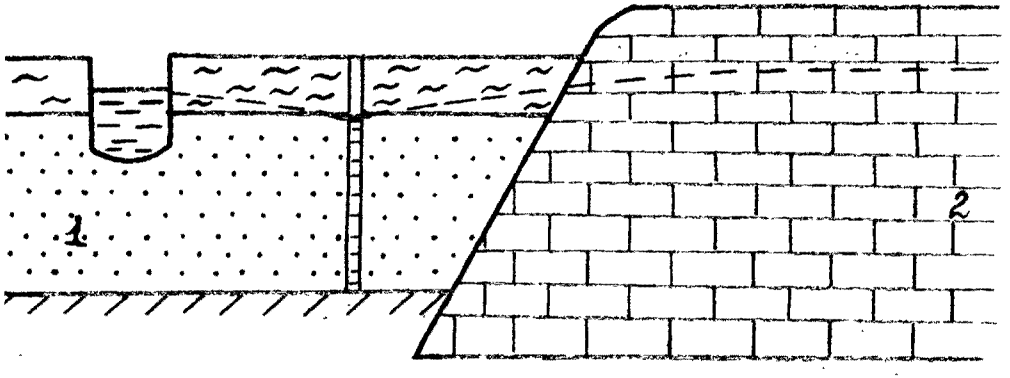


Рис. 2.10. Схемы совершенной скважины в неограниченном пласте (а) и области фильтрации, содержащей границу раздела — контакт водоносных пород с различными фильтрационными свойствами (б)

Кроме того,

$$H_{г1} = H_{г2} \qquad (2.46а)$$

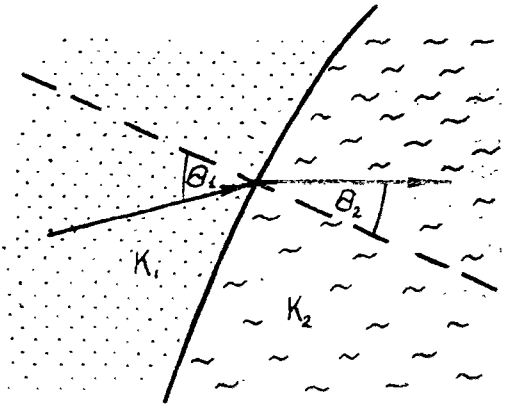


Рис. 2.11. Преломление линий тока на границе двух зон с различной проницаемостью

(индексы 1 и 2 относятся к соответственным точкам по разные стороны от границы).

ЗАДАЧА. Доказать аналогично известному закону преломления в оптике, что на контакте двух зон линии тока стационарного потока претерпевают излом (рис. 2.11) — в соответствии с формулой

$$\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2} = \frac{k_1}{k_2}, \qquad (2.47)$$

где θ_1 и θ_2— углы отклонения от нормали.

ЗАДАЧА. На рис. 2.12 показан карьер 2 вблизи реки 1, для защиты которого пройден ряд дренажных скважин 4. Нормально к реке проходят два непроницаемых сброса 3. Какова область фильтрации: а) при прогнозах притоков в карьер, полностью вскрывающий водоносный пласт; б) при прогнозах работы дренажного ряда?

Приведенных примеров, очевидно, достаточно, чтобы мы могли далее оперировать понятиями **область фильтрации** и **гидродинамическая граница** (далее — просто граница). Одновременно мы познакомились с некоторыми видами граничных условий. Для более систематического использования граничных условий, при дальнейшем изложении введем следующую их классификацию, принятую в математической физике.

1 Граничные условия I рода — на границе задано значение напора (см. формулу (2.41)). Такие условия, в частности, характерны для (рис. 2.13,а-г) *а* — рек, водоемов и других границ обеспеченного питания; *б* — естественных контуров стока, приуроченных к нижнему водоупору водоносного пласта или определяемых уровнем в

водоеме; *в* — горных выработок, отметка выхода воды в которые также определяется отметкой нижнего водоупора или отметкой дна выработки, или уровнем воды в затопленной выработке; *г* — скважин, работающих с заданным на них напором (самоизливающих, поглощающих и т.д.). Частным случаем границы I рода является граница с постоянным напором.

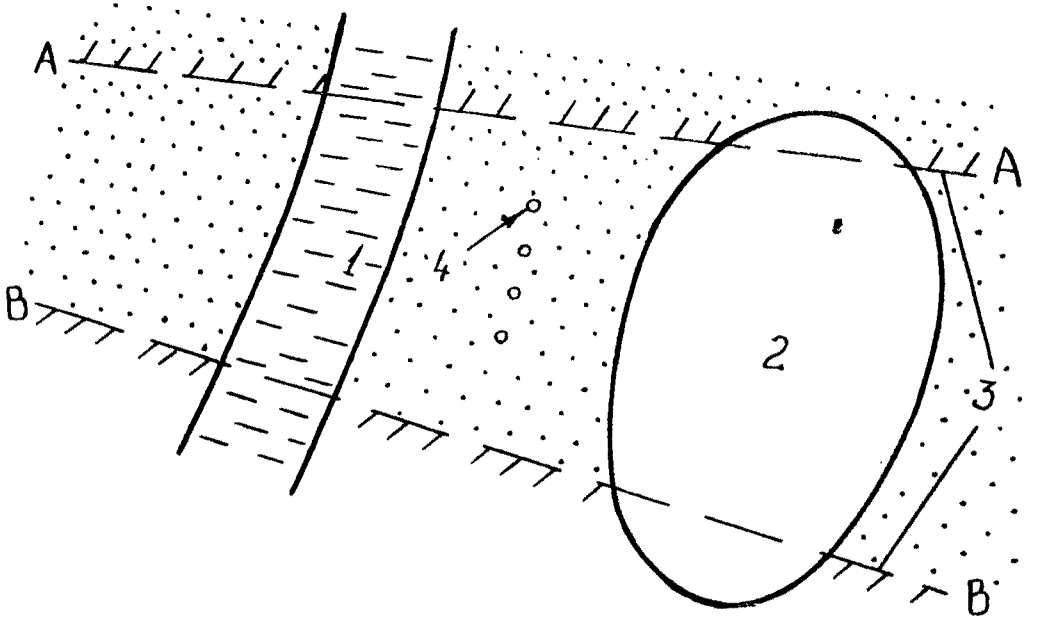


Рис. 2.12. Схема области фильтрации

2 Граничные условия II рода — на границе задано значение расхода или нормальной составляющей скорости, точнее — нормальной производной $\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г$. Такие условия наиболее характерны для закрытых границ (см. формулу (2.40)) и для скважин, работающих с заданным расходом, равным номинальной подаче установленного в них насоса (см. формулу (2.45)); при этом расход Q_c может быть и переменным во времени.

3 Граничные условия III рода — на границе задана прямо-пропорциональная связь между расходом и напором, точнее — между искомой функцией и ее нормальной производной:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г = \alpha \cdot H_г + \beta, \qquad (2.48)$$

где α и β заданные постоянные.

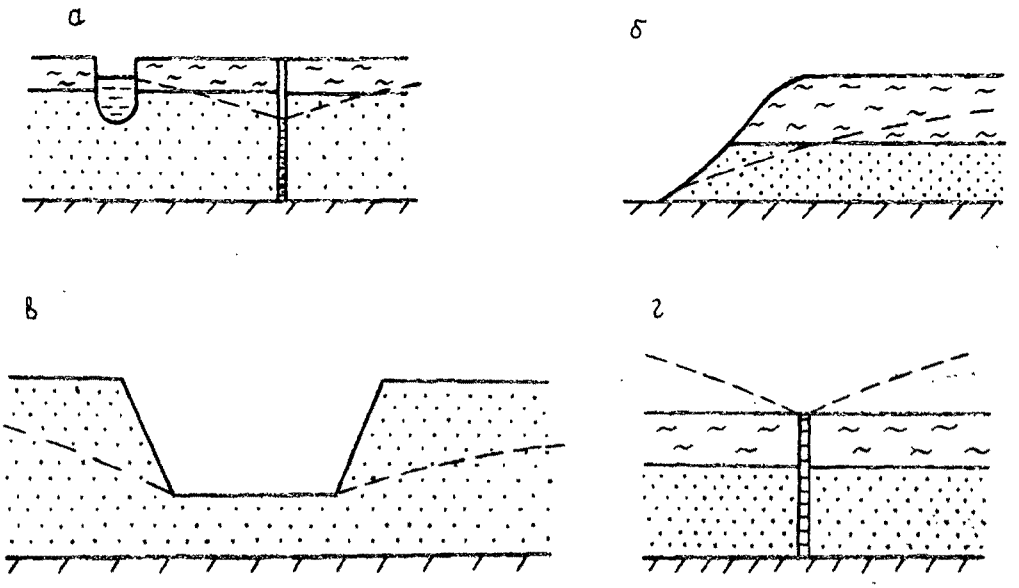


Рис. 2.13. Варианты границ пласта с условиями I рода

Так как значения $H_г$ и $\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г$ заранее не известны, то условие (2.48) является нелинейным (см. раздел 2.3). Условия третьего рода наиболее характерны для контактов водоносного пласта с относительным водоупором, через который идет перетекание (см. рис. 2.7) или переток воды из открытого водоема (рис. 2.14), когда роль относительного водоупора играет тонкий слой (мощностью $m_п$) илистых отложений с коэффициентом фильтрации $k_п$. Скорость перетекания, равная, по условию неразрывности, нормальной компоненте скорости фильтрации в водоносном пласте — на его границе с относительным водоупором, — выражается в виде

$$v_п = -k\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г = k_п \cdot \frac{H_р - H_г}{m_п}, \qquad (2.49)$$

где H_p — заданный напор в водоеме,
$H_г$ — неизвестный напор в пласте, непосредственно под слабопроницаемым слоем).

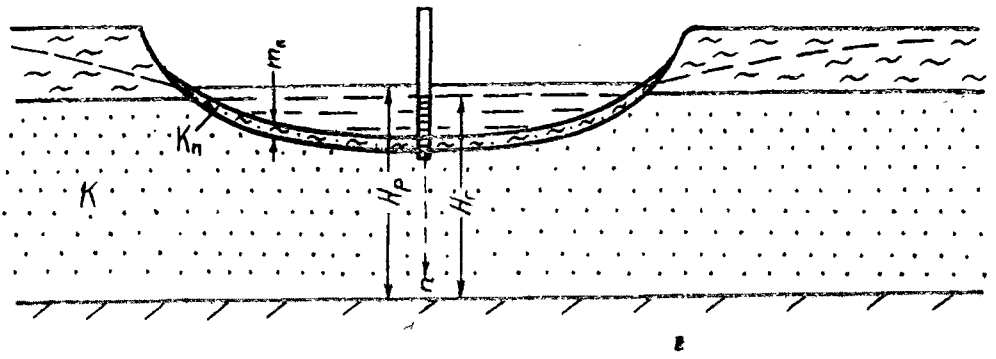


Рис. 2.14. Схема разгрузки подземных вод в водоем с граничным условием III рода

Откуда получаем условие (2.48) при $\alpha = \frac{k_n}{k \cdot m_n}, \beta = \frac{-k_n \cdot H_p}{k \cdot m_n}$.

Заметим, что граница водоема здесь не считается контуром обеспеченного питания и является, таким образом, примером границы, **несовершенной** не только по степени вскрытия, но и по **характеру вскрытия**: связь поверхностных вод с подземными вдоль границы не непосредственная, не свободная, а усложненная наличием слабопроницаемых (экранирующих) отложений.

ЗАДАЧА. Покажите, с учетом выражения (2.26) для модуля питания на верхней границе нижнего водоносного пласта (см. рис. 2.7), что для этого случая $\alpha = \frac{k_p}{m_p \cdot k}, \beta = \frac{-k_p \cdot H'}{m_p \cdot k}$.

4 Граничными условиями IV рода называют совокупность условий (2.46) и (2.46а) на поверхности раздела.

В заключение напомним, что наряду с подобием дифференциальных уравнений (см. раздел 2.2.4) подобие краевых условий является необходимым признаком для математической аналогии, лежащей в основе моделирова-

ния геофильтрационных процессов. Отметим в этой связи, что принципы обеспечения такого подобия для выделенных типов граничных условий на электрических моделях в большинстве своем достаточно очевидны из принятой аналогии (см. раздел 1.7). Так, условие первого рода моделируется заданным потенциалом на границе, условие второго рода — током заданной силы, подаваемым на соответствующие участки границы*, условия четвертого рода выполняются автоматически. Несколько сложнее обстоит дело с нелинейными условиями третьего рода, которые, согласно формуле (2.48), требуют подбора заданного соотношения между потенциалом и силой тока. Наконец, при моделировании профильных безнапорных потоков также приходится сталкиваться с нелинейностью на границе: само положение верхней границы потока - депрессионной кривой — оказывается зависящим от искомой функции; поэтому границу модели подбирают в процессе моделирования согласно условию (2.43). Например, на профильной бумажной модели бумагу постепенно подрезают до тех пор, пока во всех точках линий обреза не окажется выполненным условие (2.43).

2.5. Математическая модель плановой фильтрации — условия применимости и основные расчетные схемы

2.5.1. Об условиях применимости расчетной модели плановой фильтрации

Рассмотрим несколько характерных примеров, приведенных на рис. 2.15. Все они выбраны нами потому, что характер граничных условий обусловливает существенное проявление вертикальных составляющих скорости (вкрест напластования), т.е. физически ясно, что фильтрация в этих примерах, вообще говоря, неплановая.

---

* При нулевом граничном условии второго рода стационарная бумажная модель просто обрезается по границе.

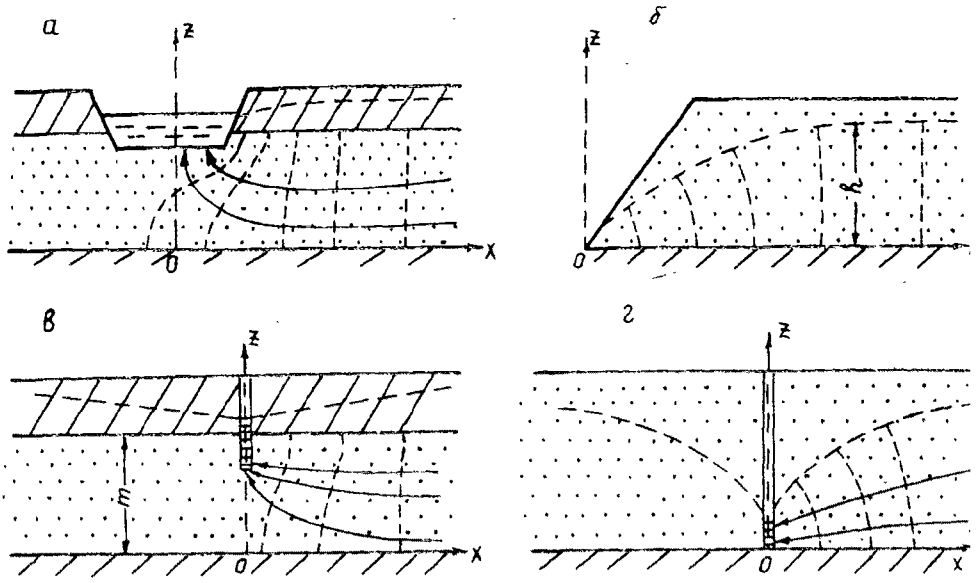


Рис. 2.15. Схематическое представление линий тока и линий равных напоров на участках, прилежащих к границам водоносных пластов:

а - в напорном пласте, вблизи открытого водоема; б - в безнапорном пласте, вблизи карьера; в - в напорном пласте, вблизи несовершенной скважины; г - в безнапорном пласте, вблизи совершенной скважины

Не будем, однако, торопиться с выводами и построим для этих примеров сетки движения (считая движение стационарным). Проще всего это сделать на профильных моделях из электропроводной бумаги. При анализе построенных сеток мы убеждаемся в одной общей особенности: с удалением от границ области фильтрации линии равных напоров становятся все ближе к вертикалям, а линии тока — к горизонталям; иначе говоря, фильтрация на удаленных от границ участках оказывается практически плановой. И эмпирически - на электрических моделях, и аналитически [27] можно показать, что даже в самых крайних случаях заметное проявление вертикальных составляющих скорости в профильно однородных и изотропных пластах отмечается лишь на удалениях $|x|$ от границ порядка мощности пласта. Итак, предпосылка о плановом характере фильтрации будет выполнена практически всегда в области, где

$$|x| > m \text{, или } |x| > h. \qquad (2.50)$$

Для профильно анизотропных пластов условия (2.50) принимают вид

$$|x| > m\sqrt{k_x/k_z} \text{, или } |x| > h\sqrt{k_x/k_z}, \qquad (2.51)$$

где k_x и k_z — коэффициенты фильтрации вдоль и вкрест напластования.

ЗАДАЧА. Для того чтобы уяснить смысл множителя $\sqrt{k_x/k_z}$ в формулах (2.51), преобразуйте уравнение фильтрации в анизотропной среде (уравнение (2.7)) к уравнению движения в изотропном пласте; для этого введите новые переменные: $x' = \frac{x}{\sqrt{k_x}}$; $y' = \frac{y}{\sqrt{k_y}}$; $z' = \frac{z}{\sqrt{k_z}}$.

Как мы знаем, в гидрогеологии чаще всего приходится сталкиваться со структурами, площадное распространение которых во много раз превышает их мощность. Это позволяет считать расчетную модель плановой фильтрации практически удовлетворительной в подавляющем большинстве случаев. Польза этой модели для нас несомненна: благодаря ей мы вместо реальной трехмерной картины фильтрации рассматриваем более простую двухмерную картину (или вместо профильной двухмерной — одномерную); соответственно, в дифференциальных уравнениях устраняется одна из независимых пространственных переменных, что, как правило, заметно облегчает аналитическое или модельное исследование.

Вместе с тем, можно ожидать, что *для точек вблизи границ водоносного пласта* (особенно несовершенных по степени вскрытия) *применение модели плановой фильтрации потребует каких-то корректирующих процедур.*

2.5.2. Основные расчетные схемы плановой фильтрации

Для систематического изложения задач плановой фильтрации и методов их решения целесообразно рассмотреть сначала возможные расчетные схемы, отвечаю-

щие наиболее характерным типам реальных водоносных пластов; начало такой типизации было положено Г.Н.Каменским [15].

СХЕМА 1. Изолированный однородный напорный пласт (рис. 2.16,а) — простейшая из упомянутых схем, описываемая дифференциальным уравнением (2.22а).

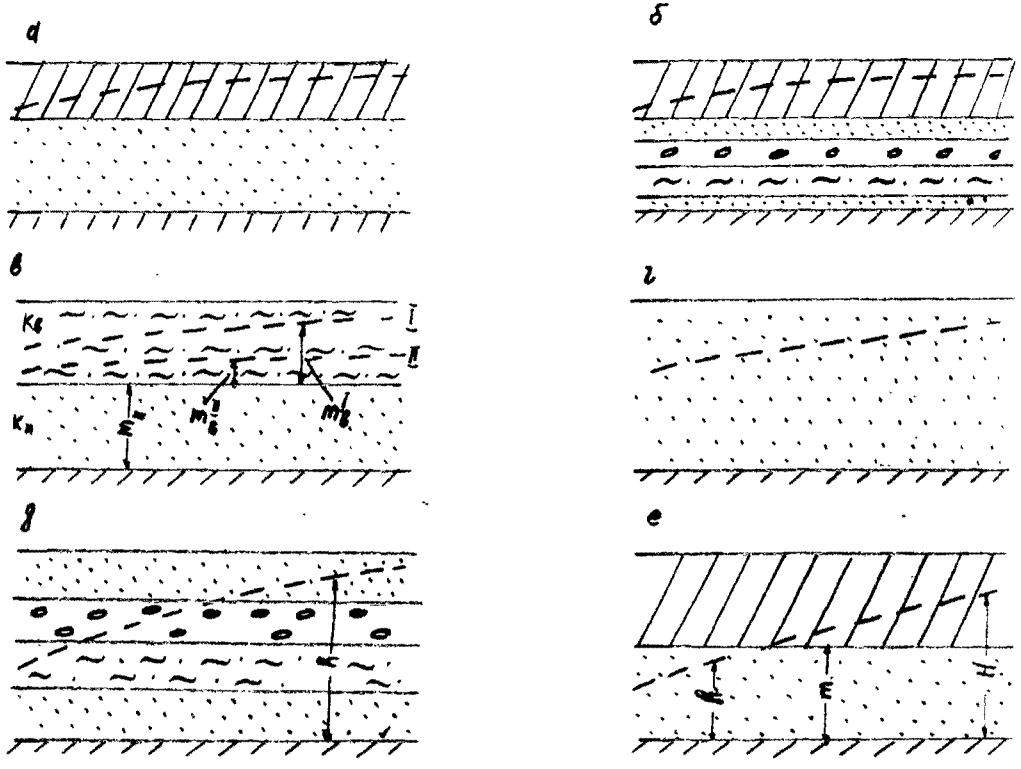


Рис. 2.16. Основные расчетные схемы плановой фильтрации

СХЕМА 2. Напорный слоистый пласт (рис. 2.16,б) — пласт, состоящий из нескольких (n) водоносных слоев, в каждом из которых фильтрация носит плановый характер. Так как напоры, а следовательно, и градиенты планового потока во всех точках такого пласта, лежащих на одной вертикали, одинаковы, то, согласно закону Дарси, суммарный расход потока на единицу его ширины (удельный расход) равен:

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} k_i \cdot m_i \cdot I = I \sum_{i=1}^{n} T_i . \qquad (2.52)$$

Поэтому данная схема легко сводится к схеме однородного напорного пласта, путем введения суммарной проводимости и упругой водоотдачи:

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i ;\ \mu^* = \sum_{i=1}^{n} \mu_i^* . \qquad (2.53)$$

*СХЕМА 3.*Безнапорный двухслойный пласт (см. рис. 2.16,в), состоящий из нижнего относительно хорошо проницаемого слоя и верхнего слабопроницаемого, в котором располагается депрессионная поверхность. Эта схема отвечает наиболее частому варианту геологического строения грунтового водоносного горизонта. На рис. 2.16,в показано два положения депрессионной поверхности — исходное I и конечное II. В положении I

$$T^I = k_н \cdot m_н + k_в \cdot m_в^I , \qquad (2.54)$$

в положении II

$$T^{II} = k_н \cdot m_н + k_в \cdot m_в^{II} \qquad (2.54а)$$

Но $k_н >> k_в$, поэтому при не слишком больших значениях $\Delta m_в = m_в^I - m_в^{II}$ (в сравнении с $m_н$) изменения второго слагаемого в формулах (2.54) и (2.54а) мало меняют общую сумму, т.е. $k_н \cdot m_н >> k_в \cdot m_в^I > k_в \cdot m_в^{II}$,

$$T^I \approx T^{II} \approx T_н = k_н \cdot m_н \qquad (2.55)$$

и, следовательно, проводимость в этой схеме можно считать неизменной, как и в случае напорного пласта мощностью $m_н$. Наоборот, расчетная водоотдача равна гравитационной водоотдаче верхнего слоя, которая обычно заметно выше упругой водоотдачи нижнего слоя.

Таким образом, все три рассмотренные схемы могут быть объединены при аналитическом исследовании как схемы пластов с неизменной проводимостью, - чем они отличаются от двух последующих, имеющих нелинейный

характер (проводимость зависит от искомой функции напора).

СХЕМА 4. Однородный безнапорный пласт на горизонтальном водоупоре (см. рис. 2.16,г); схема описывается уравнением Буссинеска (2.32), которое сводится к типу уравнения напорной фильтрации в однородном пласте (2.32а) посредством введения функции $u = h^2/2$ (линеаризация по Багрову-Веригину). Результирующие формулы для этой схемы получаются из решений для схемы изолированного напорного пласта формальной подстановкой (2.38а).

СХЕМА 5. Слоистый безнапорный пласт залегает на горизонтальном водоупоре. Пласт состоит из нескольких водоносных слоев, причем депрессионная поверхность может пересекать их границы (см. рис. 2.16,д). Частным вариантом является схема напорно-безнапорной фильтрации (см. рис. 2.16,е).

Так как фильтрация во всех слоях является плановой, то аналогично (2.52)

$$q = \sum_{i=1}^{n} k_i \cdot m_i \cdot I = I \int_0^h k(z)\, dz = \frac{dh}{dx} \int_0^h k(z)\, dz, \tag{2.56}$$

где суммирование ведется в пределах обводненной мощности пласта h, а затем сумма заменена соответствующим интегралом. Последнее выражение можно преобразовать:

$$q = \frac{d\varphi_z}{dx}, \tag{2.57}$$

где

$$\varphi_z = \int_o^h (h - z)\, k(z)\, dz. \tag{2.58}$$

Справедливость перехода от (2.56) к (2.57) доказывается непосредственным дифференцированием по x интеграла φ_z, в котором переменной интегрирования является z, а h (x) играет роль параметра:

$$\frac{d\varphi_z}{dx} = \left[\frac{d}{dh} \int_0^h (h - z)\, k(z)\, dz\right] \frac{dh}{dx} = \frac{dh}{dx} \int_0^h (h - z)\, k(z)\, dz =$$

$$= \frac{dh}{dx} \int_o^h k(z)\, dz. \qquad (2.59)$$

Здесь мы воспользовались двумя известными формулами математического анализа [16]:

1 формулой дифференцирования сложной функции

$$\frac{d}{dx} f[h(x)] = \frac{df}{dh} \cdot \frac{dh}{dx} \qquad (2.60)$$

и

2 формулой дифференцирования по параметру h интеграла, в котором от этого параметра зависят и верхний предел, и подынтегральная функция:

$$\frac{d}{dh} \int_0^h f(z, h)\, dz = f(h, h) + \int_0^h \frac{df}{dh}\, dz. \qquad (2.61)$$

ЗАДАЧА. Пользуясь формулами (2.57) и (2.58), вывести зависимость для оценки расхода напорно-безнапорного пласта (см. рис. 2.16,е). Обратите внимание, что коэффициент фильтрации верхнего слоя здесь равен нулю.

Величина $\varphi_г$, отражающая совокупно проницаемость и мощность (напор) водоносного пласта, получила название потенциала Гиринского. Из сопоставления формулы (2.57) с законом Дарси, который для планово-однородного пласта можно записать в виде

$$q = k \cdot m \frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx}(TH), \qquad (2.62)$$

получаем, что выражения для пространственных производных во всех уравнениях для схем 1 и 5 идентичны при формальной замене

$$TH \to \varphi_г. \qquad (2.63)$$

Следовательно, для случаев стационарной фильтрации нет нужды специально исследовать схему слоистого безнапорного пласта: решения для нее получаются посредством замены (2.63) в соответствующих решениях для схемы изолированного напорного пласта.

В нестационарном случае дело обстоит сложнее, так как из-за приуроченности депрессионной кривой к разным слоям расчетная гравитационная водоотдача в пределах области фильтрации оказывается переменной, зависящей от искомой величины h. В этом варианте, при сильно различающихся значениях водоотдачи пород отдельных слоев, для эквивалентности схем 1 и 5 необходимо вводить

дополнительные преобразования, которые в нашем курсе не рассматриваются.

Итак, все выделенные здесь основные расчетные схемы легко сводятся к схеме 1 изолированного напорного пласта (для схемы 5 — с отмеченным ограничением), которая и будет далее преимущественно рассматриваться при изложении задач плановой фильтрации и методов их решения. Кроме того, отдельно будут исследованы две частные схемы, описываемые уравнениями специальных типов: а) схема напорного пласта с перетеканием (см. рис. 2.7), определяемая уравнением (2.28), и б) схема безнапорного пласта на наклонном водоупоре (см. рис. 2.8), описываемая общим уравнением (2.31) при $\mu^* \frac{\partial H}{\partial t} \approx 0$.

Мы предполагали пока плановую изотропность пласта, так как необходимость учета анизотропии не вносят каких-либо существенных осложнений. В самом деле, в случае однородного, но анизотропного пласта выражение

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) = \sqrt{T_x}\frac{\partial}{\partial x}\cdot\left(\sqrt{T_x}\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \\ + \sqrt{T_y}\frac{\partial}{\partial y}\cdot\left(\sqrt{T_y}\frac{\partial H}{\partial y}\right) \qquad (2.64)$$

в уравнениях (2.20) и (2.22) легко привести к схеме изотропного пласта путем введения новых (декартовых) координат:

$$x' = \frac{x}{\sqrt{T_x}}; \quad y' = \frac{y}{\sqrt{T_y}}. \qquad (2.65)$$

Подставляя (2.65) и (2.64), получаем

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y'^2}. \qquad (2.66)$$

Решая всю задачу в координатах x' и y', как для изотропного пласта, и определив функцию $H(x', y')$, нетрудно, исходя из соответствия (2.65), перейти к искомой функции $H(x, y)$. Поэтому мы далее не будем специально рассматривать планово-анизотропные пласты.

Важно, наконец, заметить, что все упомянутые расчетные схемы относятся к пластам **упорядоченного строения**, однородным в плане. Специфика подхода к планово неоднородным пластам потребует особого рассмотрения.

Контрольные вопросы

1 По каким основным признакам производится типизация водоносных систем и фильтрационных потоков?

2 Каковы критерии типизации фильтрационных потоков по режиму фильтрации, характеру изменения проницаемости и структуре? Покажите на конкретных примерах, как смещаются критерии типизации одного и того же фильтрационного потока в зависимости от изменения масштаба и времени рассмотрения, а также в зависимости от изменения характера решаемой задачи. Сформулируйте основные критерии, по которым различаются напорные и безнапорные водоносные горизонты.

3 Какие основные физические закономерности связывают между собой результирующие дифференциальные уравнения фильтрации? В чем физический смысл следующих выражений (дифференциальных операторов):

$$T(x, y)\frac{\partial H(x, y, t)}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial x}\left[T(x, y)\frac{\partial H(x, y, t)}{\partial x}\right].$$

4 Для каких минимальных объемов горных пород могут быть построены дифференциальные уравнения фильтрации?

5 Изменяется ли расход фильтрационного потока от одного поперечного сечения к другому в случае жесткой фильтрации в изолированном напорном водоносном пласте? Что вы можете сказать о возможности изменения скорости фильтрации от одного сечения к другому? Используя закон Дарси, покажите, что при стационарной плоскорадиальной фильтрации к скважине градиент фильтрационного потока обратно пропорционален расстоянию от скважины до расчетной точки.

6 Какие основные условия подобия должны соблюдаться на аналоговой модели, описывающей конкретную геофильтрационную ситуацию?

7 Перечислите основные допущения, сделанные нами при построении дифференциальных уравнений фильтрации для напорного потока. Подумайте, к возникновению каких физически аномальных эффектов могут привести эти допущения? Ответьте на аналогичные вопросы применительно к безнапорному потоку.

8 К чему сводятся предпосылки перетекания? От каких факторов зависит степень их соответствия реальной фильтрационной картине?

9 Каков характер изменения напоров по вертикали в однородном разделяющем слое при перетекании? Как качественно различаются эпюры изменения напоров вдоль мощности разделяющего слоя в случаях выполнения и невыполнения предпосылки о жестком характере фильтрации в нем? Отдает ли разделяющий слой воду при жестком и упругом режимах перетекания?

Как изменяется скорость перетекания вдоль мощности однородного слабопроницаемого слоя в случаях упругого и жесткого режимов движения в его пределах?

10 При задании граничных условий первого рода: а) зависит ли расход через границу от изменения напоров в пределах области фильтрации, б) зависит ли напор на границе от изменения напоров в пределах области фильтрации, в) зависит ли напор в пределах области фильтрации от изменения напоров на границе?

Каковы ваши ответы на вопросы «*а*» и «*б*» в случае граничных условий второго рода? Зависит ли в этом случае напор в пределах области фильтрации от изменения расхода на границе?

11 Может ли граница с условием первого рода быть одновременно и границей с условием второго рода? Если да, то привести примеры таких границ.

12 При задании граничных условий третьего рода: а) зависит ли расход через границу от изменения напора в пределах области фильтрации, б) зависит ли напор на границе от изменений напора в пределах области фильтрации, в) зависит ли напор в пределах области фильтрации от изменений расхода через границу или напоров на ней?

Может ли граница третьего рода в частных случаях рассматриваться: а) как граница с условием первого рода, б) как граница с условием второго рода? Приведите примеры.

13 Какие типовые расчетные схемы плановой фильтрации вы знаете? Где — на каких участках пласта — следует ожидать, при прочих равных условиях, максимальных нарушений предпосылки о плановом характере потока?

14 В чем основные отличия расчетных моделей напорного и безнапорного слоистых пластов для условий плановой фильтрации?

15 В условиях неограниченного планово-анизотропного водоносного пласта ($k_x > k_y$) работает скважина, на одинаковых расстояниях от нее в направлениях осей x и y находятся наблюдательные скважины 1 и 2. В какой из этих скважин будет отмечаться большее понижение уровней? Приведите характерные генетические типы анизотропных водоносных комплексов.

ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПЛАНОВОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В предыдущей главе нами подчеркнуто исключительное практическое значение математической модели плановой геофильтрации. Поэтому теперь мы переходим к систематическому изучению задач в плановой постановке и методов их решения (см. также гл. 4). Изложение будет вестись по линии постепенного усложнения материала. В данной главе рассматриваются стационарные процессы, которые не учитывают изменений емкостных запасов воды в пласте и описываются более просстыми уравнениями не содержащими временной производной. Искомой величиной является напор как функция координат $H(x, y)$. Основным фильтрационным параметром пласта (известным коэффициентом уравнения) в этих задачах служит коэффициент фильтрации или проводимость. Для безнапорной фильтрации дополнительным параметром является удельная инфильтрация ε, а для пластов с перетеканием — параметр перетекания B.

В гл. 4 будут рассмотрены нестационарные процессы, сопровождаемые изменениями емкостных запасов воды в пласте и описываемые более сложными в целом уравнениями, содержащими временную производную.

В рамках рассмотрения стационарных и нестационарных процессов постепенное усложнение излагаемых задач связано со структурой потоков: сначала изучаются более простые одномерные задачи, а затем — двухмерные.

Нужно подчеркнуть, что на начальных этапах исследования плановой фильтрации мы будем часто решать задачи в настолько идеализированной, упрощенной постановке, что их практическое значение может показаться, на первый взгляд, ничтожно малым. Предупредим поэтому читателя заранее, что это — отнюдь не так: на самом деле, — и мы это докажем, — у получаемых таким образом простейших решений имеется весьма широкое поле практических приложений — при

условии целенаправленного применения надлежащих принципов схематизации. А так как эти принципы во многом опираются не только на физические идеи, но и на соответствующий им формально-математический аппарат, то именно постепенное усложнение и развитие последнего существенно предопределяют логику последующего изложения.

В целом гл. 3, как и гл. 4, должна научить нас тесно увязывать физические представления о процессе с математическим аппаратом решения задач динамики подземных вод, а также с простейшими идеями схематизации. При этом будем исходить из того, что при изложении фундаментальных дисциплин (а для гидрогеологов «Динамика подземных вод» является именно такой дисциплиной) промежуточные выводы и рассуждения, пожалуй, не менее важны, чем результат; поэтому мы будем стремиться к тому, чтобы изложение подавляющей части задач не имело логических провалов.

Выбранные для анализа задачи имеют достаточно широкое практическое звучание. Чтобы оттенить последнее обстоятельство, название задач будет даваться не только по формально-математическому признаку, но и исходя из их гидрогеологической направленности.

3.1. Плоскопараллельная (одномерная) стационарная фильтрация

Приводимые здесь и в следующем разделе задачи могли бы быть решены и без аппарата дифференциальных уравнений. Представляется, однако, полезным рассмотреть их именно с привлечением этого аппарата, с тем чтобы усвоить логику постановки и решения краевых задач — дифференциальных уравнений при тех или иных краевых условиях.

3.1.1. Задача о напорной фильтрации между двумя бассейнами (реками)

На рис. 3.1,а показаны два бассейна с параллельными берегами. Напор в правом бассейне (H_1) выше, чем в

левом (H_2), так что между бассейнами имеет место стационарный напорный поток, направленный противоположно оси x. Если расстояние между бассейнами L существенно меньше их протяженности в плане d, то линии тока оказываются практически параллельными друг другу, т.е. мы имеем дело с одномерным плоскопараллельным движением, зависящим лишь от одной координаты x, т.е. $H = H(x)$.

Соответствующее дифференциальное уравнение получаем из выражения (2.8):

$$\frac{d^2H}{dx^2} = 0 . \tag{3.1}$$

Область фильтрации заключена в интервале $(0, L)$, на ее границах заданы условия

$$H(0) = H_2; \; H(L) = H_1 . \tag{3.2}$$

Уравнение (3.1) и граничные условия (3.2) дают математическую постановку задачи. Требуется найти функцию $H(x)$.

Порядок решения:

1 так как $\frac{d}{dx}\left(\frac{dH}{dx}\right) = 0$, то $\frac{dH}{dx} = C_1$, где C_1 — произвольная постоянная;

2 интегрируем уравнение с разделяющимися переменными $dH = C_1\,dx$ и получаем $\int dH = C_1 \int dx$; $H(x) = C_1x + C_2$ общее решение исходного дифференциального уравнения;

3 используем граничные условия (3.2) для определения C_1 и C_2:

$$\begin{cases} H_2 = C_1 \cdot 0 + C_2 \\ H_1 = C_1 \cdot L + C_2 \end{cases},$$

откуда

$$C_2 = H_2;\ C_1 = \frac{(H_1 - H_2)}{L};$$

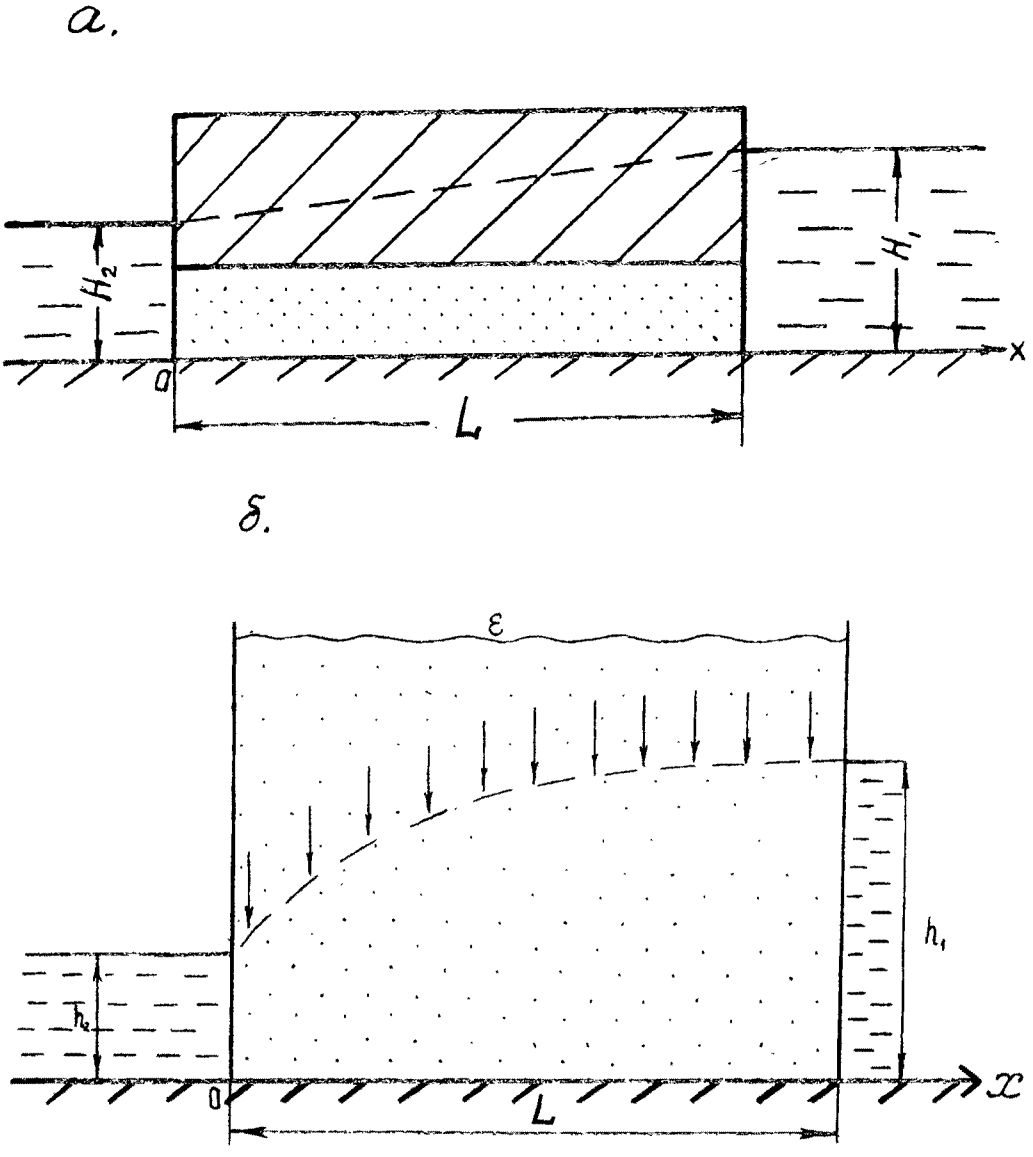


Рис. 3.1. Схемы напорной (а) и безнапорной (б) фильтрации между двумя бассейнами

4 подставляем значения C_1 и C_2 в общее решение и получаем искомое частное решение:

$$H(x) = \frac{H_1 - H_2}{L} \cdot x + H_2 , \qquad (3.3)$$

т.е. пьезометрическая кривая является в данной задаче прямой линией с уклоном (градиентом) $I = (H_1 - H_2) / L$;

5 найдем удельный расход потока согласно закону Дарси и (3.3):

$$q = k \cdot \omega \frac{dH}{dx} = k \cdot m \frac{H_1 - H_2}{L} = T \cdot \frac{H_1 - H_2}{L} , \qquad (3.4)$$

т.е. расход потока во всех поперечных сечениях одинаков (не зависит от x).

Формулы (3.3) и (3.4) полностью решают задачу. Ими описывается также движение в слоистом напорном пласте при $T = \sum T_i$; эти решения применимы и к расчетной схеме безнапорного двухслойного пласта (при отсутствии инфильтрации), когда вместо проводимости T подставляется $T_н$ — проводимость нижнего пласта (см. раздел 2.5.2).

ВОПРОС. Можно ли было заранее, исходя из физических предпосылок догадаться, что: 1) расход потока является постоянным; 2) пьезометрическая кривая окажется прямой линией?

ЗАДАЧА. Вкрест долины реки расположен створ из трех наблюдательных скважин. Пользуясь формулой (3.4), выведите формулу для определения соотношения $T_{1,2}/T_{2,3}$, где $T_{1,2}$ и $T_{2,3}$ — средние проводимости пласта на участках между скважинами 1-2 и 2-3.

3.1.2. Задача о безнапорной фильтрации между двумя бассейнами (реками)

Считается, что водоупор горизонтален (см. рис. 3.1,б); имеет место инфильтрация с постоянной интенсивностью ε.

Согласно (2.32), получаем исходное уравнение фильтрации в виде

$$\frac{d}{dx}\left(k \frac{dh}{dx}\right) + \frac{\varepsilon}{k} = 0 . \qquad (3.5)$$

Граничные условия имеют вид

$$h(0) = h_2;\ h(L) = h_1 . \qquad (3.6)$$

Решение:

1 перепишем уравнение в виде

$$d\left(h\frac{dh}{dx}\right) = -\frac{\varepsilon}{k}dx ;$$

2 интегрируем

$$h\frac{dh}{dx} = -\frac{\varepsilon}{k}x + C_1 ;$$

3 вновь разделяем переменные

$$h\,dh = -\frac{\varepsilon}{k}x\,dx + C_1\,dx ;$$

4 интегрируем

$$\frac{1}{2}h^2 = -\frac{\varepsilon}{k}\cdot\frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2 \quad \text{— общее решение;}$$

5 используем граничные условия и получаем

$$C_2 = \frac{h_2^2}{2};$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon}{k}\frac{L}{2} + \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L};$$

6 находим искомое частное решение

$$h^2(x) = -\frac{\varepsilon}{k}x^2 + \left(\frac{h_1^2 - h_2^2}{L} + \frac{\varepsilon\cdot L}{k}\right)\cdot x + h_2^2, \qquad (3.7)$$

т.е. депрессионная кривая является параболой;

7 находим удельный расход потока

$$q(x) = k\,h\frac{dh}{dx} = \frac{k}{2}\frac{d}{dx}(h^2) = \frac{k}{2}\left(-\frac{2\,\varepsilon}{k}x + \frac{h_1^2 - h_2^2}{L} + \frac{\varepsilon\,L}{k}\right) =$$

$$= k\frac{h_1^2 - h_2^2}{2L} + \varepsilon\left(\frac{L}{2} - x\right), \qquad (3.8)$$

т.е. расход меняется вдоль потока, причем максимальное его значение отмчается при $x = 0$ (на урезе левого бассейна).

ВОПРОСЫ. Можно ли было заранее ожидать, что в этой задаче депрессионная поверхность не будет плоскостью? Почему расход вдоль потока изменяется? Дать физическое объяснение.

ЗАДАЧА. Вывести аналогичные формулы для безнапорного двухслойного пласта (см. рис. 2.16,в):

$$h(x) = -\frac{\varepsilon}{T_н}\frac{x^2}{2} + \left(\frac{h_1 - h_2}{L} + \frac{\varepsilon \cdot L}{2T_н}\right)\cdot x + h_2;$$

$$q(x) = T_н\frac{h_1 - h_2}{L} + \varepsilon\left(\frac{L}{2} - x\right).$$

При отсутстви инфильтрации формулы (3.7) и (3.8) дают

$$h^2(x) = \frac{h_1^2 - h_2^2}{L}x + h_2^2. \qquad (3.9)$$

$$q = k\frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}. \qquad (3.10)$$

Формула (3.10) известна как формула Дюпюи. Согласно ей расход вдоль потока не меняется.

ВОПРОС. Изменяется ли скорость вдоль потока?

Заметим, что формулы (3.9) и (3.10) можно было бы получить и без вывода — на основании формул (3.3) и (3.4) для напорного пласта, путем подстановки (2.38а).

ЗАДАЧА. По данным замеров уровней в наблюдательной скважине, расположенной посередине между двумя бассейнами, извест-

на величина напора $h(L/2)$. Найти формулу для определения среднего по площади значения параметра $\frac{\varepsilon}{k}$. Что можно сказать о надежности такого метода определения этого параметра, имея в виду реальную плановую изменчивость величины ε и параметра k?

Сопоставлением найденных выражений (3.8) и (3.10) можно получить представление о роли инфильтрационного питания в общей величине расхода потока. Для этого с помощью формулы (3.7) предварительно следует найти параметр $\frac{\varepsilon}{k}$ по данным режимных наблюдений (на период отсутствия заметных колебаний уровней в бассейнах и в наблюдательных скважинах, т.е. для режима, близкого к стационарному). Показателем надежности такой оценки может служить близость значений параметра $\frac{\varepsilon}{k}$ для различных наблюдательных скважин, расположенных в пределах планово-однородного пласта.

3.1.3. О формуле Дюпюи и промежутке высачивания

Рассмотрим частный случай формулы (3.10) при $h_2 = 0$. Тогда $h(x) = h_2\sqrt{x/L}$ и при $x = 0$, $h = 0$, т.е. поперечное сечение фильтрационного потока равно нулю, а скорость фильтрации неограниченно растет — результат, физически явно абсурдный.

Не лучше дело обстоит и при более внимательном рассмотрении общего случая $h_2 \neq 0$. На рис. 3.2 изображена линия равных напоров, выходящая из крайней точки А депрессионной кривой. Так как последняя, при отсутствии инфильтрации, является линией тока (см. раздел 2.4), то выбранная линия равных напоров AB перпендикулярна к ней. Кроме того, эта линия должна пересекаться с водоупором (линией тока) также под прямым углом. На рис. 3.2 отражен примерный характер линии AB. В то же время через точку A проходит еще одна линия равных напоров — вдоль стенки бассейна OA. Так как линии равных напоров OA и BA имеют общую точку (что само по себе уже свидетельствует о какой-то погрешности в наших рассуждениях — см. раздел 2.1), то напоры вдоль них одинаковы и, следовательно, в клине AOB вода не движется (перепад напоров равен нулю). Мы, опять-таки, пришли к абсурд-

ному результату. Подумайте, в чем причина этих алогизмов?

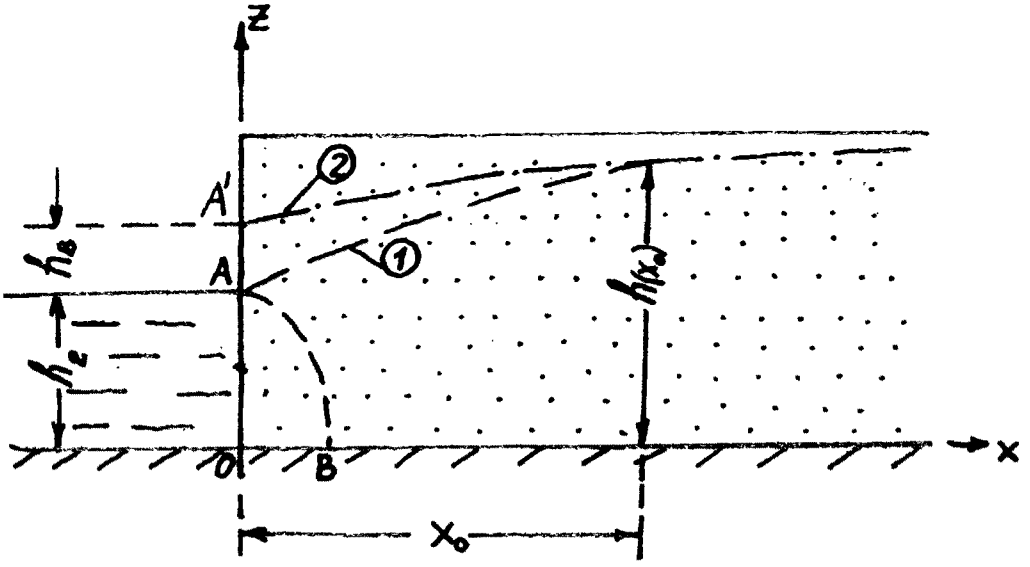


Рис. 3.2. Схема фильтрациооного потока вблизи промежутка высачивания:
Кривые: 1 - рассчитанная по формуле Дюпюи; 2 - модельная

Вспомним, что мы имеем дело с моделью плановой фильтрации, которая дает заметные погрешности как раз вблизи границ области фильтрации (см. раздел 2.5). Чтобы выявить эти погрешности, построим депрессионную кривую на бумажной модели ЭГДА. Эта кривая находится на модели подбором: верхний край бумаги постепенно подрезается, пока на нем не будет выполняться условие (2.43). На рис. 3.2 видно, что действительная кривая 2 лежит выше расчетной 1, и на урезе бассейна имеется разрыв между уровнями подземных и поверхностных вод — **промежуток высачивания** $h_в = AA'$, вдоль которого гидростатическое давление равно атмосферному, а напор меняется линейно:

$$H(z) = z\,. \qquad (3.11)$$

Если теперь мы повторим наши рассуждения, то все алогизмы снимаются.

Из рисунка видно, что на расстоянии от бассейна x_o порядка $h(x_o)$ кривые практически совпадают, т.е. формула (3.9) для определения мощности потока h применяется здесь уже с высокой точностью (это, кстати, отвечает условию применимости плановой модели (2.50), упомянутому ранее). Однако мы должны теперь с сомнением воспринимать формулу Дюпюи для расхода, в которую входит h_2 (а не $h_2 + h_в$, что, казалось бы, правильнее), но тогда ставится под сомнение и надежность модели плановой фильтрации в целом. Между тем сравнение с моделированием показывает, что формула Дюпюи дает практически точное значение расхода. Это обстоятельство вызывало в свое время большие недоразумения, пока И.А.Чарным не была доказана его полная теоретическая правомерность [32]: оказалось, что формула Дюпюи (3.10) может быть найдена без предположения о плановом характере фильтрации.

3.1.4. Безнапорная фильтрация в слоистом пласте между двумя бассейнами (реками) при отсутствии инфильтрации

Расчетные формулы для схемы, изображенной на рис. 3.3, получаем путем подстановки (2.63) в формулы напорной фильтрации (3.3) и (3.4):

$$\varphi_г = \frac{\varphi_{г1} - \varphi_{г2}}{L} \cdot x + \varphi_{г2}; \qquad (3.12)$$

$$q = \frac{\varphi_{г1} - \varphi_{г2}}{L}, \qquad (3.13)$$

где $\varphi_{г1}$ и $\varphi_{г2}$ — граничные значения потенциала Гиринского, определяемые по общей формуле (2.58), которую для удобства вычислений можно представить приближенно в виде

$$\varphi_г = \sum_{i=1}^{n} (h - z_i) \cdot k_i$$

(z_i — ордината средней плоскости i-го слоя, а суммирование ведется в интервале $[0, h]$).

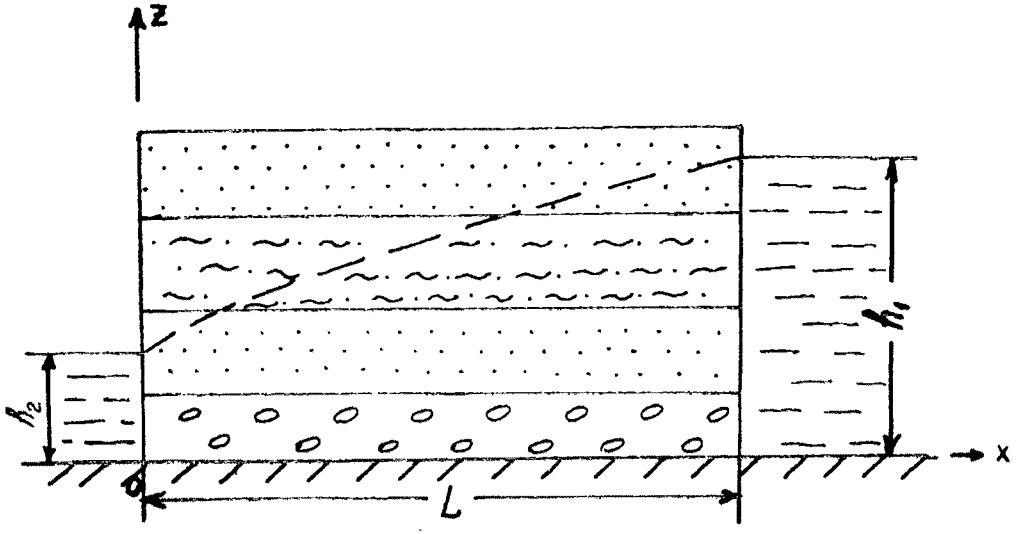


Рис. 3.3. Схема фильтрации в безнапорном слоистом пласте

Порядок расчета:

1 задаваясь рядом значений h в интервале от h_2 до h_1, находим по формуле (2.58) соответствующие значения $\varphi_г$ и строим график связи $\varphi_г = f(h)$;

2 находим q по формуле (3.13);

3 находим значение $\varphi_г(x_j) = q\,x_j + \varphi_{г2}$ для ряда значений x_j ($0 < x_j < L$);

4 по значениям $\varphi_г(x_j)$ с графика связи $\varphi_г = f(h)$ снимаем соответствующие значения h (x_j) и строим по ним депрессионную кривую.

3.1.5. Напорно-безнапорная фильтрация между двумя бассейнами (реками) при отсутствии инфильтрации

Эта задача является (рис. 3.4) частным случаем предыдущей ($k_2 = 0$). Получим для нее результирующие формулы. Потенциал Гиринского в напорной зоне

$$\varphi_г' = \int_0^h (h - x)\,k(z)\,dx = \int_0^m (h - z)\,k\,dz +$$

$$+\int_{o}^{h}(h-z)\cdot 0\cdot dz = khm - k\cdot\frac{m^2}{2}; \qquad (3.14)$$

в безнапорной зоне

$$\varphi_г'' = \int_{i=o}^{k}(h-z)k\,dz = kh^2 - k\cdot\frac{h^2}{2} = k\cdot\frac{h^2}{2}. \qquad (3.15)$$

Расход потока

$$q = \frac{\varphi_г'(L) - \varphi_г''(0)}{L} = \frac{kh_1 m - km^2/2 - kh_2^2/2}{L} =$$

$$= \frac{k(2h_1 - m)m - h_2^2}{2L}, \qquad (3.16)$$

т.е. для расчета расхода напорно-безнапорного потока можно использовать формулу Дюпюи (3.10) при подстановке

$$h_1^2 \to (2h_1 - m)m. \qquad (3.17)$$

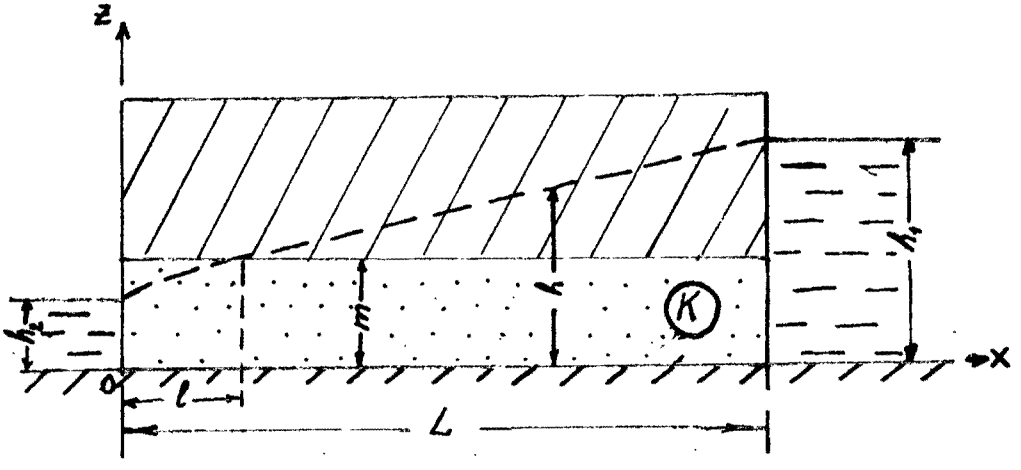


Рис. 3.4. Схема напорно-безнапорной фильтрации между двумя бассейнами

Эту задачу можно решить и другим методом. Запишем выражение для расходов потока в напорной и безнапорной зонах через значение напора $h = m$ на границе двух зон (при $x = l$).

По формуле (3.2) для напорного пласта

$$q' = T\frac{h_1 - m}{L - l};$$

по формуле (3.10) для безнапорного пласта

$$q'' = \frac{k(m^2 - h_2^2)}{2l}.$$

Так как в данной задаче $q' = q''$ то, находя отсюда значение l, вновь получаем формулу (3.16).

В данном варианте решения мы применяем **метод фрагментов**: поток был разбит на два фрагмента, в каждом фрагменте записаны выражения для расхода, и неизвестная характеристика на стыке двух фрагментов найдена исходя из неизменности расхода потока. Сразу подчеркнем важность последнего момента: если расход вдоль потока меняется, то подобный подход непригоден.

Используем метод фрагментов и для решения следующей задачи.

3.1.6. Движение в планово-неоднородном напорном пласте

Рассмотрим движение потока к реке, долина которой сложена последовательно сменяющимися участками аллювиальных отложений разного состава, т.е. разнойпроницаемости. Границы участков параллельны реке (рис. 3.5). Расход потока в пределах i-го участка

$$q_i = \frac{T_i \Delta H_i}{l_i},$$

где ΔH_i — разность напора на границах участка.

Из условия равенства расходов в пределах разных участков следует:

$$q = T_1\frac{\Delta H_1}{l_1} = T_2\frac{\Delta H_2}{l_2} = \ldots = T_n\frac{\Delta H_n}{l_n}.$$

По правилу пропорций

$$q = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta H_i}{\sum_{i=1}^{n} (l_i/T_i)} = \frac{H_1 - H_2}{\sum_{i=1}^{n} (l_i/T_i)}. \qquad (3.18)$$

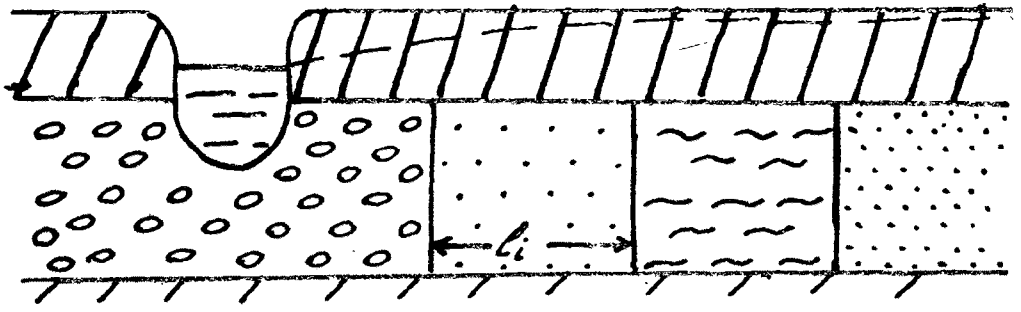


Рис. 3.5. Схема одномерной фильтрации в планово-неоднородном пласте

Но для однородного пласта с расчетной проводимостью T_p и длиной L_p

$$q = T_p \frac{H_1 - H_2}{L_p}$$

Следовательно, расход неоднородного пласта равен расходу однородного при условии

$$L_p = \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{T_i} \qquad (3.19)$$

Итак, неоднородный пласт можно заменить однородным с проводимостью T_p, если ввести расчетные значения длины пути фильтрации по каждому участку:

$$l_{ip} = \frac{T_p}{T_i} \cdot l_i. \qquad (3.20)$$

Такой прием, по имени его автора, носит название принципа виртуальных длин Павловского.

ЗАДАЧА. Получите методом фрагментов следующую зависимость Г.Н.Каменского для определения усредненного коэффициента фильтрации k_p слоистого разделяющего пласта мощностью m_p, через который идет перетекание:

$$k_p = \frac{m_p}{\sum_{i=1}^{n} (m_i / k_i)}, \qquad (3.19a)$$

где m_i и k_i — мощность и коэффициент фильтрации отдельных слоев. Сравните полученную формулу с зависимостью $k_p = \sum_{i=1}^{n} (k_i m_i / m_p)$, непосредственно вытекающей из первой формулы (2.53) для плановой фильтрации в слоистом пласте. Объясните различия в структурах формул с физических позиций.

3.1.7. Безнапорное движение между двумя бассейнами (реками) в однородном пласте с наклонным водоупором при отсутствии инфильтрации

Согласно выражению (2.32), дифференциальное уравнение, описывающее процесс (рис. 3.6), имеет вид

$$\frac{d}{dx}\left(kh\frac{dH}{dx}\right) = 0, \qquad (3.21)$$

где напор H отсчитывается от горизонтальной плоскости сравнения MM, проходящей через начало координат.

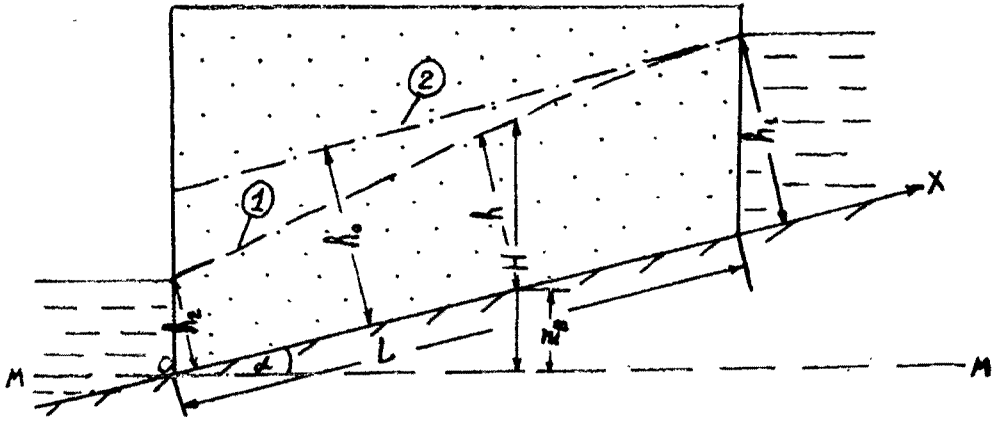


Рис. 3.6. Схема безнапорной фильтрации при наклонном водоупоре:
1 - депрессионная кривая; 2 - поверхность уровня расчетного равномерного потока

Безнапорная фильтрация обычно отмечается лишь при небольших углах наклона пластов — порядка нескольких градусов, так как

при больших уклонах безнапорный режим с погружением пласта быстро сменяется напорным. Тогда

$$H(x) = \frac{h(x)}{\cos\alpha} + z_в(x) \approx h(x) + z_в(x) = h(x) + ix,$$

где $z_в$ — ордината водоупора, $i = \sin\alpha$.

Уравнение (3.21) принимает вид

$$\frac{d}{dx}\left[kh\left(\frac{dh}{dx} + 1\right)\right] = 0, \qquad (3.22)$$

откуда

$$kh\left(\frac{dh}{dx} + i\right) = const = q.$$

Отсюда видно, что при наклонном водоупоре градиент безнапорной фильтрации определяется не только изменением мощности потока, но и уклоном водоупора. Следовательно, движение в этом случае возможно и при постоянной мощности потока — в отличие от случая горизонтального водоупора. При $h = \text{const}$ скорости потока во всех сечениях остаются постоянными. Расход такого равномерного потока

$$q = k \cdot h_o \cdot i, \qquad (3.24)$$

где через h_o обозначена постоянная мощность равномерного потока с тем же расходом, что и исходный неравномерный поток, описываемый уравнением (3.21).

Тогда

$$h\,(dh/dx) + ih = i \cdot h_o,$$

или

$$\eta\frac{d\eta}{dx}h_o + i\eta = i \quad \left(\eta = \frac{h}{h_o}\right).$$

Разделим переменные:

$$\frac{\eta\,d\eta}{1-\eta} = \frac{i}{h_o}dx, \qquad \text{или} \qquad d\eta - \frac{d\eta}{1-\eta} = -\frac{i}{h_o}dx.$$

Интегрируем по x в пределах от 0 до x и соответственно η в пределах от $\eta_2 = \frac{h_2}{h_o}$ до η:

$$\int_{\eta_2}^{\eta} d\eta - \int_{\eta_2}^{\eta} \frac{d\eta}{1-\eta} = -\frac{i}{h_o}\int_0^x dx;$$

$$\eta - \eta_2 + \ln\frac{1-\eta}{1-\eta_2} = -\frac{i}{h_o}x. \qquad (3.25)$$

Для определения $\eta(x)$ и построения депрессионной кривой по этому уравнению необходимо сначала, положив $x = L$ и $\eta = \eta_1 = \frac{h_1}{h_2}$, определить из него h_o. Расход потока определяется формулой (3.24).

Анализируя уравнение (3.25), связанное с именем Н.Н.Павловского, нетрудно показать, что его решения существуют и при $\eta < 1$, и при $\eta > 1$, т.е. для рассмотренного случая прямого уклона водоупора (уклон совпадает с направлениями движения) возможны два типа депрессионной кривой (рис. 3.7):

1 кривая спада (см. рис. 3.7,а), когда мощность потока убывает по направлению движения ($\eta < 1$);

2 кривая подпора (см. рис. 3.7,б), когда мощность растет по направлению движения ($\eta > 1$).

При обратном уклоне водоупора ($i < 0$) возможна только кривая спада (см. рис. 3.7,в).

ЗАМЕЧАНИЕ. Для приближенных оценок расхода можно получить решение рассмотренной задачи как для напорного пласта с усредненной мощностью $m_{cp} = (h_1 + h_2)/2$ и усредненным градиентом $I_{cp} = (H_1 - H_2)/L$:

$$q = k \cdot m_{cp} \cdot I_{cp} = k \cdot \frac{(h_1 - h_2)\cdot(H_1 - H_2)}{2L} \qquad (3.26)$$

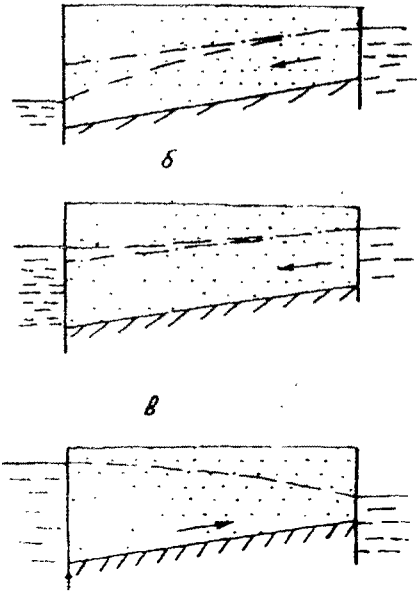


Рис. 3.7. Схемы безнапорной фильтрации при наклонном водоупоре

3.2. Плоскорадиальная (одномерная) стационарная фильтрация

Плоскорадиальная фильтрация наиболее характерна для участков вблизи водопонижающих скважин.

3.2.1. Задача о фильтрации к скважине в круговом пласте

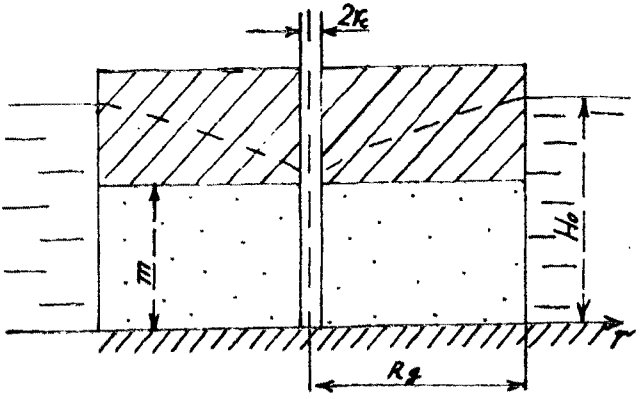


Рис. 3.8. Схема напорной фильтрации к скважине в круговом пласте

На рис. 3.8 показана скважина, откачивающая воду с постоянным расходом Q_c и расположенная в центре круглого острова, по всей площади которого распространен изолированный однородный напорный пласт.

ВОПРОС. Чем вызвана столь идеализированная постановка задачи? Почему, например, не сместить скважину относительно центра острова?

Вода из бассейна поступает в скважину по радиальным траекториям, т.е. движение носит одномерный характер (зависит от одной координаты r).

Уравнение (2.20а), с учетом выражения (2.11) для оператора Лапласа в плоскорадиальном случае приводит к исходному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dH}{dr}\right)=0\,, \tag{3.27}$$

где $H = H(r)$.

Граничные условия с учетом формулы (2.45) имеют вид

$$H(R_д) = H_o; \quad \frac{dH}{dr}\Big|_{r=r_c} = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T \cdot r_c}, \qquad (3.28)$$

где r_c — радиус скважины.

Решение:

1 интегрируем уравнение (3.27) по r:

$$r\frac{dH}{dr} = C_1;$$

2 разделяем переменные и еще раз интегрируем:

$$dH = C_1 \frac{dr}{r},$$

$dH = C_1 \ln r + C_2$ — общее решение уравнения;

3 используем граничные условия:

$$\begin{cases} H_o = C_1 \ln R_д + C_2; & C_1 = \dfrac{Q}{2\pi \cdot T}; \\ \dfrac{C_1}{r_c} = \dfrac{Q_c}{2\pi \cdot T \cdot r_c}; & C_2 = H_0 - \dfrac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln R_д \end{cases};$$

4 подставляем C_1 и C_2 в общее решение:

$$H(r) = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{r}{R_д} + H_0 \quad — \qquad (3.29)$$

искомое решение задачи (пьезометрическая кривая является логарифмической линией). В частности, напор на контуре скважины

$$H_c = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{r_c}{R_д} + H_0, \qquad (3.30)$$

т.е. формулу для $H(r)$ можно записать также в виде

$$H(r) = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln r - \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln r_0 + H_c = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln r + C, \qquad (3.31)$$

где C зависит от условий на скважине. Последнее выражение дает наиболее общую структуру решения задач плоскорадиальной фильтрации вблизи скважин, работающих с постоянным расходом; оно удовлетворяет и уравнению (3.27), и второму граничному условию в (3.28).

Если, наоборот, скважина работает в режиме заданного напора H_c, то из формулы (3.30) получаем

$$Q_c = \frac{2\pi \cdot T\,(H_0 - H_c)}{\ln\,(R_д/r_c)} = \frac{2\pi \cdot T \cdot S_c}{\ln\,(R_д/r_c)}, \qquad (3.32)$$

где $S_c = H_o - H_c$ — понижение напора в скважине.

ЗАДАЧА. Найти аналитическое выражение для оценки зависимости скорости фильтрации от расстояния до скважины.

Подстановкой (2.38а) получаем аналог последней формулы для безнапорного режима движения:

$$Q_c = \frac{\pi \cdot k\,(h_0^2 - h_c^2)}{\ln\,(R_g/r_c)} — \qquad (3.33)$$

выражение, известное как формула Дюпюи для скважины. Для этой формулы можно повторить все, что говорилось о формуле Дюпюи и о промежутке высачивания в плоскопалаллельном случае (см. раздел 3.1.3).

ЗАМЕЧАНИЕ. Для реальных скважин дополнительный разрыв уровней на стенке скважины может быть обусловлен сопротивлением фильтра. Этот фактор мы пока не рассматриваем.

ВОПРОС. Почему приведенные здесь формулы нельзя использовать для расчета работы скважины в неограниченном пласте, когда вокруг скважины образуется круговая зона влияния радиуса R?

3.2.2. Задача о скважине в пласте с перетеканием

Пусть откачка ведется с постоянным расходом Q_c из нижнего пласта (рис. 3.9). В результате возникновения

разницы напоров между горизонтами (первоначальные напоры предполагаются одинаковыми) из верхнего пласта происходит перетекание в нижний через разделяющий слабопроницаемый слой. Будем считать, что водообильность верхнего пласта очень велика в сравнении с расходом скважины, так что напоры в нем остаются в процессе откачки практически неизменными. Тогда по ходу откачки наступает момент, когда возрастающий расход перетекания сравнивается с расходом скважины, после чего изменения напоров прекращаются и наступает стационарный режим, который мы здесь и рассмотрим.

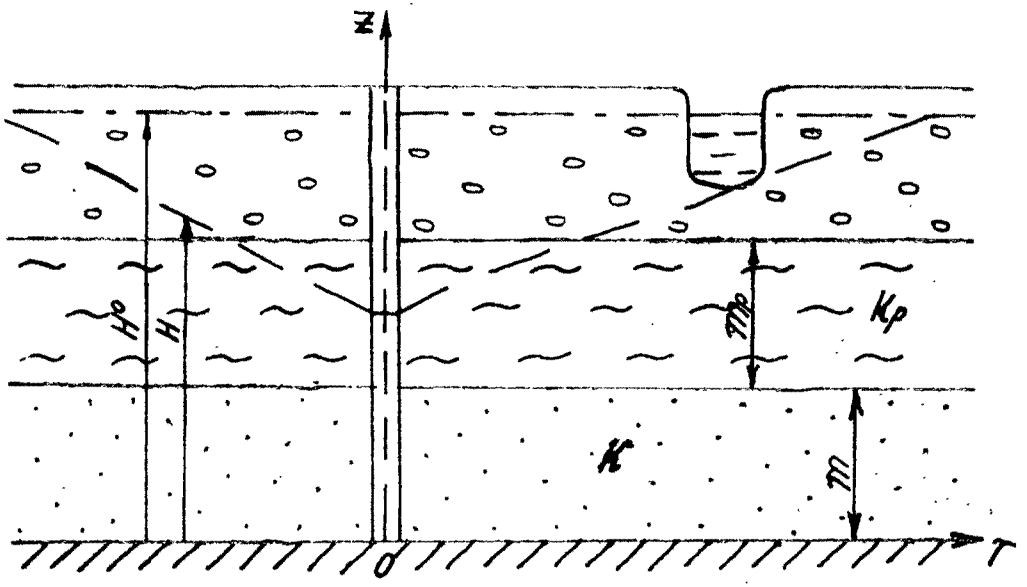


Рис. 3.9. Схема напорной фильтрации к скважине в условиях перетекания

Считая справедливыми предпосылки перетекания (см. раздел 2.3), исходим из уравнения (2.28), которое принимает вид

$$B^2\Delta^2 H + (H^0 - H) = 0 \qquad (3.34)$$

или, с учетом выражения для оператора Лапласа в плоскорадиальном случае (2.11),

$$\frac{B^2}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dH}{dr}\right) + (H^0 - H) = 0\,. \qquad (3.35)$$

Введем понижение напора в нижнем пласта $S' = H^{o} - H$; тогда исходное уравнение имеет вид

$$\frac{d^2S}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dS}{dr} - \frac{S'}{B^2} = 0\,, \qquad (3.36)$$

т.е. здесь мы имеем дело с обыкновенным дифференциальным уравнением, известным как уравнение Бесселя.

Его общее решение записывается в следующем виде [16]:

$$S(r) = C_1 \cdot I_o(r/B) + C_2 \cdot K_o(r/B)\,, \qquad (3.37)$$

где I_o и K_o — функции Бесселя от мнимого аргумента нулевого порядка (I_o — первого рода, K_o — второго рода).

Напомним некоторые свойства этих функций:

1. $I_o(x) \to \infty$ при $x \to \infty$;
2. $K_o(x) \to \infty$ при $x \to \infty$;
3. $K_o(x) \to \ln\frac{1{,}12}{x}$ при $x \to \infty$, примерно для $x < 0{,}05 \div 0{,}1$
4. $K_o'(x) \to -\frac{1}{x}$ при $x \to \infty$, примерно для $x < 0{,}05 \div 0{,}1$.

Для решения нашей краевой задачи используем граничные условия:

$$S\,\Big|_{r\to\infty} = 0;\quad \frac{dS}{dr}\,\Big|_{r=r_c} = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T \cdot r_c}\,. \qquad (3.38)$$

ЗАДАЧА. Дайте физическое обоснование первому из приведенных граничных условий.

Так как при r $\to \infty$ $I_o(r/B) \to \infty$ то для выполнения первого граничного условия необходимо потребовать $C_1 = 0$. Следовательно,

$$S(r) = C_2 \cdot K_o(r/B)\,,$$

$$\frac{dS}{dr} = C_2 \frac{d\,[K_o(r/B)]}{d(r/B)} \cdot \frac{d(r/B)}{B} = \frac{C_2}{B} \cdot \frac{d\,[K_o(r/B)]}{d(r/B)}\,.$$

Считая радиус скважины r_c достаточно малым, так что $r_c/B < 0{,}05 \div 0{,}1$, и полагая поэтому $\left.\frac{d\,[K_o(r/B)]}{d(r/B)}\right|_{r=r_c} = -\frac{B}{r_c}$ (см. последнее из упомянутых свойств функции Бесселя), получаем из второго граничного условия

$$C_2 = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}.$$

Окончательное решение поставленной задачи принимает вид

$$S(r) = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} K_o\left(\frac{r}{B}\right). \qquad (3.39)$$

Для функции $K_o(x)$ имеются подробные таблицы. Для точек, расположенных не слишком далеко от скважины ($r/B < 0{,}05 \div 0{,}1$), согласно третьему из упомянутых свойств функций Бесселя

$$S(r) \approx \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{1{,}12\,B}{r}. \qquad (3.40)$$

ВОПРОС. Чем принципиально по своей физичской постановке рассмотренная задача отличается от случая откачки из изолированного, неограниченного в плане пласта?

ЗАДАЧА. Наблюдательные скважины на нижний пласт (см. рис. 3.9), удаленные на расстояние $r_1 = 10$ м и $r_2 = 30$ м от центральной, фиксируют на последних этапах откачки постоянные уровни, отвечающие понижениям $S_1 = 152$ см и $S_2 = 105$ см. Наблюдательные скважины в верхнем пласте свидетельствуют о практическом отсутствии понижений в нем. Расход откачки 10 м^3/ч.

Требуется:

1 найти проводимость нижнего пласта;

2 оценить фактор перетекания B;

3 найти коэффициент фильтрации пород разделяющего слоя, полагая $m_p = 1$ м.

Из этого примера можно еще раз убедиться, что *перетекание реально проявляется и при низких проницаемостях разделяющих слоев.* Чем больше площадь области

влияния водопонижения, тем важнее, при прочих равных условиях, роль этого процесса.

3.3. Решение задач двухмерной установившейся фильтрации на основе принципа сложения течений

Рассмотрев простейшие одномерные задачи, мы попутно уяснили многие важные физические аспекты плановой стационарной фильтрации в целом. Однако в том, что касается математических методов исследования, арсенал наш был пока весьма скромным, так как одномерная постановка задач позволяла достичь их решения довольно элементарными средствами. Теперь мы перейдем к более сложным для аналитического исследования двухмерным задачам плановой фильтрации, которые потребуют для своего решения развития специально ориентированных, достаточно общих и гибких методов. Среди аналитических методов мы упомянем здесь в первую очередь метод (принцип) сложения течений, особенно эффективный в свете необходимости расчета систем скважин.

Рассмотрим общее двумерное уравнение плановой стационарной фильтрации в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=0\,. \qquad (3.41)$$

Конкретный выбор этого уравнения из всех рассмотренных в разделе 2.3 не принципиален: важно лишь, чтобы это уравнение было линейным (параметры T и ε не зависят от H).

Пусть $H_1(x, y)$ и $H_2(x, y)$ — две функции, удовлетворяющие этому уравнению. Тогда легко показать, что функция $H_3(x, y) = H_1(x, y) + H_2(x, y)$ также удовлетворяет этому уравнению (сделайте самостоятельно). Это положение известно в математической физике как принцип суперпозиции.

ПРИМЕР. Пусть в некотором водоносном горизонте задано естественной распределение напоров $H_e(x, y)$. Оно подчиняется уравнению (3.41):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial H_e}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H_e}{\partial y}\right)+\varepsilon=0.$$

Под влиянием водозабора, эксплуатирующего этот горизонт, устанавливается новое распределение напоров $H_н(x, y)$, которое по-прежнему удовлетворяет общему уравнению (3.41):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial H_н}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H_н}{\partial y}\right)+\varepsilon(x, y)=0.$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial S}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial S}{\partial y}\right)=0, \qquad (3.42)$$

где

$$S(x, y)=H_e-H_н \qquad (3.43)$$

— понижение напора (3.43)

В этом примере использование принципа суперпозиции позволило исключить из уравнения инфильтрацию и тем самым упростить математическую формулировку задачи . Физически это вполне объяснимо: инфильтрационное питание находит свое независимое отражение как в исходном, так и в нарушенном распределении напоров, и поэтому разность напоров оказывается не зависящей от инфильтрации. Здесь очень важным было предположение, что инфильтрация при работе водозабора остается той же, что и в естественных условиях (линейность процесса и, соответственно, дифференциального уравнения).

Развивая идею независимого действия факторов, влияющих на фильтрационный процесс, сформулируем ее для системы водопонижающих скважин: возмущение напора в пласте, обусловленное одновременной работой группы скважин, равно сумме возмущений, вызванных каждой скважиной. Отсюда естественно, что применительно к нашим задачам принцип суперпозиции может быть назван **принципом сложения течений**. Будем далее развивать его на примере систем скважин.

В неограниченном пласте с исходной горизонтальной пьезометрической поверхностью распределение напоров вблизи одиночной скважины — осесимметричное, т.е.

---

* Исходя из этого, мы не будем в дальнейшем учитывать в уравнениях инфильтрационное питание.

описывается логарифмической зависимостью (3.31). Так как выражение (3.31) удовлетворяет и общему уравнению (3.41), то, согласно принципу суперпозии, ему удовлетворяет также сумма:

$$H(x, y) = \frac{1}{2\pi \cdot T_i} \sum_{i=1}^{n} Q_{ci} \ln r_i + C_n, \qquad (3.44)$$

где n — число скважин;

r_i — расстояние от i-ой скважины до точки, в которой ищется напор H;

$C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i$ — константа, зависящая от условий на скважинах.

Выражение (3.44) является общим решением задачи о работе группы скважин в неограниченном изолированном напорном пласте.

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратим внимание, что сама по себе формула (3.44) является, в определенном смысле, математической абстракцией; она относится к стационарному режиму движения, а таковой в неограниченном изолированном пласте наступить не может (если все скважины отбирают воду, т.е. $Q_{ci} > 0$). Это, однако, не помешает нам вывести на ее основе другие зависимости, имеющие конкретное физическое содержание.

Аналогично, из формулы (3.39) для одиночной скважины следует общее решение для группы скважин в напорном пласте с перетеканием:

$$H(x, y) = \sum_{i=1}^{n} Q_{ci} \cdot K_o\left(\frac{r_i}{B}\right) + C_n'. \qquad (3.45)$$

Например, для двух скважин с одинаковыми расходами и радиусами

$$H(x, y) = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\left[K_o\left(\frac{r_1}{B}\right) + K_o\left(\frac{r_2}{B}\right)\right] + C_2'.$$

Постоянную C_2' найдем из условия: $H = H_c$ на стенке фильтра первой скважины ($r_1 = r_c$, $r_2 = l - r_c \approx l$, где l — расстояние между скважинами):

$$C_2' = H_c - \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\left[K_0\left(\frac{r_c}{B}\right) + K_0\left(\frac{l}{B}\right)\right].$$

Итак

$$H(x, y) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\left[K\left(\frac{r_1}{B}\right) + K_0\left(\frac{r_2}{B}\right) - K_0\left(\frac{r_c}{B}\right) - K_0\left(\frac{l}{B}\right)\right] \quad (3.46)$$

В отличие от формулы (3.44), зависимость (3.45) отвечает реальной физической картине и при $Q_{ci} > 0$, так как в данной задаче возможно наступление стационарного режима за счет перетекания.

ЗАМЕЧАНИЕ. Сделанное выше предположение о горизонтальности исходной поверхности напоров не является принципиальным: его можно устранить, записывая соответствующие формулы в понижениях, отсчитанных от исходных уровней.

Формула (3.44) является исходной для решения широкого круга задач.

ПРИМЕР. Задача о скважине вблизи реки.

На рис. 3.10,а изображена скважина, работающая с расходом Q_c в полуограниченном напорном пласте. Границей слева служит контур реки, на котором задано условие первого рода: $H = H_o = \text{const}$.

Для решения этой задачи, оказывается, также можно применить формулу (3.44). С этой целью рассмотрим сначала вспомогательную задачу (см. рис. 3.10,б): две скважины в неограниченном напорном пласте с первоначальным напором H_0 расположены на расстоянии $2l$ друг от друга. Из правой скважины откачивают воду с расходом Q_c, в левую нагнетается тот же расход (или, формально, ее расход $Q = -Q_c$). Так как пласт неограничен, то воспользуемся формулой (3.44):

$$H(x, y) = H_c - \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}(\ln r - \ln r') + C_2$$

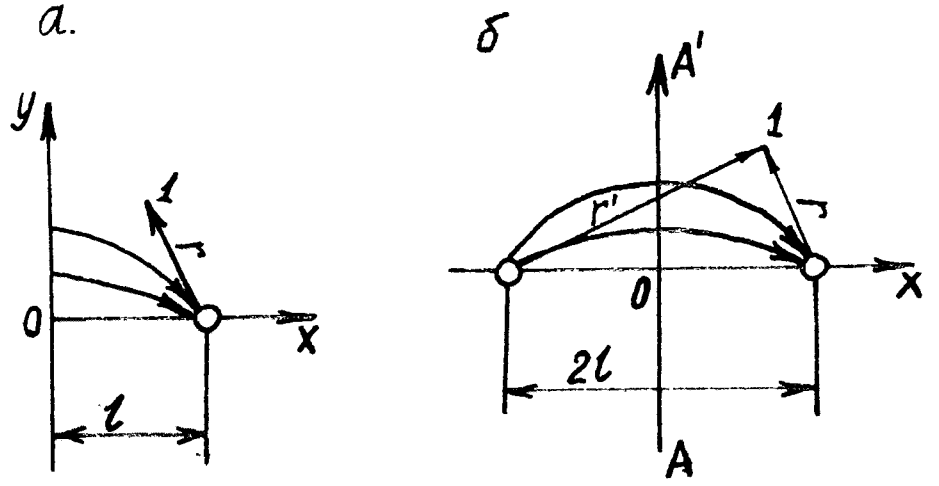


Рис. 3.10. Схемы к задаче о скважине вблизи реки:
а - исходная схема; б - вспомогательная схема; 1 - расчетная точка

Постоянную C_2 найдем из условия $H = H_c$ на стенке правой скважины:

$$C_2 = H_c - \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{r_c}{2l - r_c}.$$

Полагая $r_c << 2l$, приходим к ршению вспомогательной задачи:

$$H(x, y) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{2lr}{r_c \cdot r'}. \qquad (3.47)$$

В частности, на прямой AA', проходящей посередине между скважинами $(r = r')$, $H(0, y) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{2l}{r_c} =$ $= const = H_o$ (последнее ясно из соображений симметрии).

Или, иначе:

$$Q_c = \frac{2\pi \cdot T (H_o - H_c)}{\ln (2l/r_c)}. \qquad (3.48)$$

Формулы (3.47) и (3.48) дают решение для вспомогательной схемы (см. рис. 3.10,б). А так как в этой схеме

напор по прямой AA' остается постоянным, равным H_o, то решение вспомогательной задачи для точек, лежащих справа от AA' является и решением исходной задачи (см. рис. 3.10,а). Формально это следует из того, что в задачах решается одно и то же дифференциальное уравнение, для одной и той же области (если во вспомогательной задаче ограничиться рассмотрением области $x \geq 0$), при одинаковых граничных условиях. Тем самым соблюдены все необходимые условия однозначности решения.

Формула (3.48) известна как формула Форхгеймера. При выводе ее мы использовали фиктивный источник с расходом $-Q_c$, зеркально отраженный относительно границы пласта: источник этот оказывал в условиях неограниченного пласта то же воздействие на все точки справа от оси AA', что и река в условиях полуограниченного пласта (сказанное наглядно иллюстрируется линиями тока на рисунке). Этот расчетный прием (**метод отражения**) может рассматриваться как частный вариант метода сложения течений.

ВОПРОС. **Как применить метод отражения в задаче о скважине вблизи непроницаемой прямолинейной границы? Чем эта задача принципиально отличается от предыдущей?**

Аналогично — при граничных условиях первого рода — выводятся формулы для пласта с двумя параллельными границами (пласт-полоса) или для кругового пласта с эксцентрично расположенной скважиной. Например, в последнем случае (рис. 3.11)

$$Q_c = \frac{2\pi \cdot T\,(H_o - H_c)}{\ln\left[(r_д^2 - r_д^2)/(R_д \cdot r_c)\right]}. \qquad (3.49)$$

Все формулы для расхода скважины имеют при этом идентичную структуру, сходную с формулой Дюпюи (3.32) для скважины в центре кругового пласта:

$$Q_c = \frac{2\pi \cdot T\,(H_o - H_c)}{\ln\,(R/r_c)}, \qquad (3.50)$$

где R принимает различные значения в зависимости от конфигурации области фильтрации. Для скважины в центре круго-

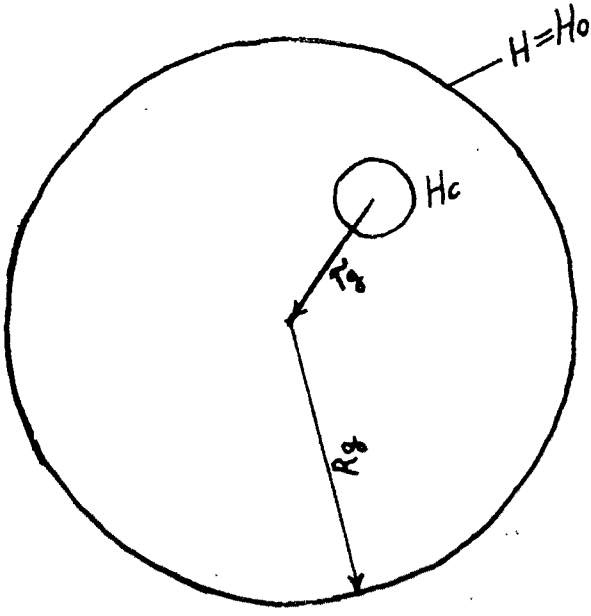


Рис. 3.11. Схема скважины, расположенной эксцентрично в круговом пласте

вого пласта $R=R_д$, для эксцентрично расположенной скважины $R = \left(R_д^2 - r_д^2\right) / R_g$, для скважины у реки $R = 2l$ и т.д. Величина R, как это можно показать, представляет собой среднеинтегральное расстояние от скважины до границы обеспеченного питания и может поэтому быть названа расчетным радиусом питания. Формула (3.50) в такой обобщенной трактовке широко используется в практическихрасчетах, причем не только для скважин, но и для горных выработок; в последнем случае r_c заменяется на приведенный радиус выработки r_0 (обычно за r_0 можно принимать радиус круга, равновеликого площади выработки), и выражение (3.50) именуется тогда **формулой большого колодца**. Заметим, что для реализации способа большого колодца удаление выработки δ от границы пласта не должно быть слишком малым $\delta > 2r_0$.

Заканчивая изложение принципа сложения течений для скважин, заметим, что решения различных задач такого рода отыскиваются обычно не в напорах, а в понижениях S от естественного уровня — по причинам, уже частично изложенным ранее (в частности, тем самым автоматически учитываются естественное питание по площади и исходный уклон потока). При этом в понижениях должны быть записаны не только исходные уравнения, но и граничные условия. В этом смысле условия на скважине имеют свою специфику. Если заданным является расход скважины — граничное условие второго рода вида (2.45), — то оно сохраняется и в понижениях. Действительно, если $S = H_e - H$ (H_e — напор в естественных условиях), то

$$\left(r\frac{\partial S}{\partial r}\right)_{r=r_c} = \left(r\frac{\partial H_e}{\partial r}\right)_{r=r_c} - \left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right)_{r=r_c} \approx -r_c\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_{r=r_c},$$

так как в естественных условиях величина $\frac{\partial H_e}{\partial r}$ мала ($\frac{\partial H_e}{\partial r} \leq I_e$, где I_e — градиент естественного потока) в сравнении с градиентом на стенке скважин $\left(\frac{\partial H_e}{\partial r}\right)_{r=r_c}$ (заметим, что, точнее говоря, записанное равенство справедливо в среднеинтегральном смысле: это легко доказывается интегрированием значений градиента вдоль контура скважины).

Итак, условие на скважине по-прежнему остается условием второго рода

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_{r=r_c} = -\frac{Q_c}{2\pi \cdot T \cdot r_c}, \tag{3.51}$$

в которое входят лишь величины, относящиеся к данной скважине. Хуже обстоит дело со скважинами, работающими с заданным напором H_c, т.е. при граничном условии первого рода $H = H_c = \text{const}$. Переписанное в понижениях, оно принимает вид

$$H_e - H_c = S_c = S_1 + S_2 + \ldots + S_i + S_n, \tag{3.52}$$

где S_i — понижение в точке расположения данной скважины, обусловленное действием i-ой скважины.

Иначе говоря, в граничном условии должна учитываться дополнительная «срезка» уровней, обусловленная действием других скважин и априорно неизвестная. Поэтому приходится, используя принцип сложения течений, записать уравнение вида (3.52) для всех n скважин, подставляя в них вместо S_i выражения типа (3.44), решить полученную систему уравнений относительно неизвестных расходов скважин Q_{ci}, а уже затем вести расчет как для скважин с заданными расходами.

В заключение еще раз подчеркнем, что принцип суперпозиции *предполагает линейность исходных уравнений и граничных условий*; для нелинейных задач он непригоден (например, для задач, описываемых уравнением Буссинеска (2.32)).

3.4. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений

При движении жидкости через горные породы ей приходится затрачивать энергию (напор) на преодоление сил сопротивления. Показателем этих сил может служить потеря напора на некотором участке потока, отнесенная к расходу жидкости через этот участок:

$$\Phi = \frac{\Delta H}{Q}. \qquad (3.53)$$

Величина Φ называется **фильтрационным сопротивлением потока** (на выделенном участке). Логика этого названия становится еще более ясной, если вспомнить электрогидродинамическую аналогию (см. раздел 1.6): аналогом для ΔH является напряжение ΔU, аналогом расхода — сила тока I, и тогда, в соответствии с уравнением (3.53) и законом Ома, для величины Φ аналогом является электрическое сопротивление R.

Из выведенных нами формул для одномерного движения нетрудно получить выражения для соответствующих значений фильтрационных сопротивлений. Например, для напорной плоскопараллельной фильтрации, описываемой формулой (3.2),

$$\Phi = \frac{H_1 - H_2}{q \cdot B} = \frac{L}{T \cdot B} \qquad (3.54)$$

где B — фронт потока, т.е. фильтрационное сопротивление при том же общем расходе потока, естественно, растет с увеличением длины пути фильтрации и с уменьшением проницаемости или фронта потока.

Для плоскорадиальной фильтрации из формулы (3.32) следует:

$$\Phi = \frac{H_o - H_c}{Q_c} = \frac{1}{2\pi \cdot T} \ln \frac{R_\partial}{r_c} \qquad (3.54а)$$

Следовательно, при одинаковых перепадах напоров на границах выделенных участков расход плоскопараллельного потока равен расходу плоскорадиального потока при условии

$$L = \frac{B}{2\pi} \ln \frac{R_д}{r_c}. \qquad (3.55)$$

Отсюда возникает возможность сопоставления и взаимной замены потоков с разной геометрией, но с равными фильтрационными сопротивлениями, по крайней мере в тех случаях, когда не принимаются во внимание емкостные запасы пласта или его площадное питание. Реализация этой идеи особенно полезна для потоков, структура которых имеет узколокальные усложнения.

Пусть, например, фильтрация к реке (рис. 3.12) носит преимущественно плановый характер (линии тока горизонтальны), и лишь вблизи реки имеется участок протяженностью $l = m$ (см. раздел 2.5) с заметным проявлением вертикальной составляющей скорости, т.е. линии тока искривляются, поперечное сечение потока сокращается, и вода испытывает при движении большее сопротивление, чем при плановом движении на участке длиной l. Если мы хотим учесть это обстоятельство, оставаясь в рамках плановой модели, то в ней необходимо изменить фильтрационное сопротивление пласта на участке, прилегающем к реке. Для этого, согласно формуле (3.54), можно увеличить длину пути фильтрации L на некоторую величину ΔL и вести расчет по фиктивной модели пласта, в которой вместо действительного расстояния L (см. рис. 3.12) фигурирует расчетная величина $L + \Delta L$; при этом расход потока и напоры в пределах области $x > m$ (см. раздел 2.5) будут определяться точно так же, как и в обычном случае плановой фильтрации. Аналогично, для потока вблизи реки с закольматированным руслом (см. рис. 2.14) вводится фиктивная величина ΔL, пропорциональная m_n / k_n, где m_n — мощность кольматационного слоя, k_n — коэффициент фильтрации. Так, ранее приведенное граничное условие третьего рода (2.49) после умножения на мощность пласта m нетрудно представить в виде

$$\frac{q_г}{T} = -\left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_г = \frac{H_р - H_г}{\Delta L}, \qquad (3.56)$$

где $\Delta L = \frac{K \cdot m_n}{K_n}$.

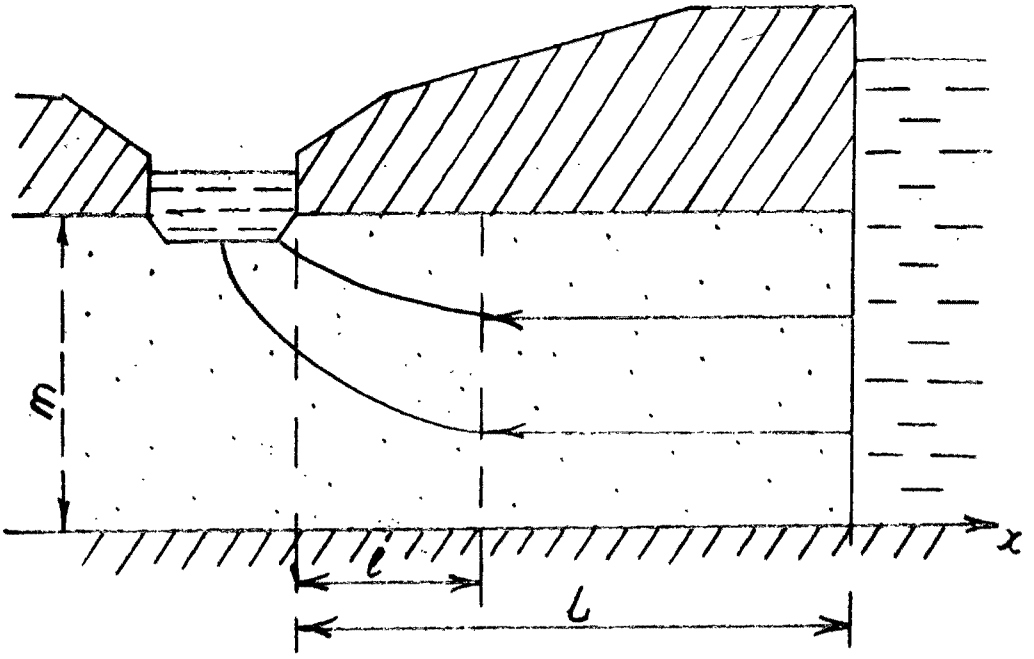


Рис. 3.12. Схема искривления линий тока вблизи реки с несовершенным руслом

В общем случае величина ΔL рассматривается и определяется в полевых условиях как специальный параметр, характеризующий фильтрационное сопротивление подрусловых отложений.

ЗАДАЧА. Пользуясь результатами замеров уровней в зимний период (когда уровни слабо меняются) по двум наблюдательным скважинам H_1 и H_2 и по водомерному посту в реке $H_р$ (все замерные точки в одном створе, перпендикулярном к реке), вывести формулу для определения сопротивления ложа реки [34]:

$$\Delta L = \frac{H_1 - H_р}{H_2 - H_1}(x_2 - x_1) - x_1,$$

где x_1 и x_2 — расстояния от контура реки до первой и второй скважины соответственно.

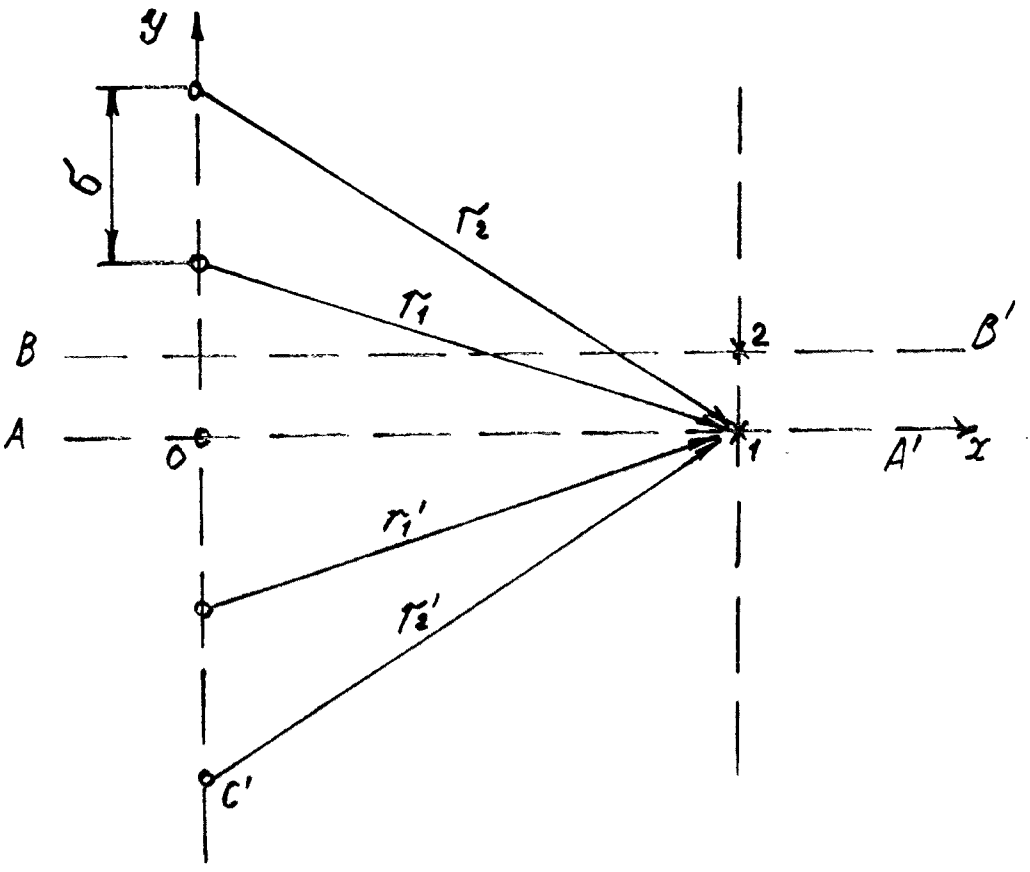


Рис. 3.13. Схема к расчету контура скважин в неограниченном пласте

Применим эту идею к расчету систем скважин, расположенных по некоторому контуру. Для этого рассмотрим сначала задачу о прямолинейном контуре из бесконечно большого числа скважин в неограниченном пласте (рис. 3.13).

Скважины, удаленные на расстояние σ друг от друга, имеют одинаковые расходы Q_c. Вследствие симметрии достаточно рассмотреть полосу AA^1BB^1 шириной $\frac{\sigma}{2}$. Будем искать выражения для напоров по линиям AA^1 $[H_1(x)]$ и BB^1 $[H_2(x)]$, так как физически ясно, что, при данном x, H_1(x) отвечает минимальному значению напора, а H_2(x) — максимальному.

Используем метод сложения течений. Согласно (3.44), при

$$r_o = x,\ r_1 = r_1' = \sqrt{x^2+\sigma^2},\ r_2 = r_2' = \sqrt{x^2+(2\sigma)^2},$$ и т.д.

$$H_1(x) = \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\left[\ln x + 2\ln\sqrt{x^2+\sigma^2} + \ldots + 2\ln\sqrt{x^2+(n\sigma)^2}\right] + C_n$$

Постоянную C_n найдем из условия $H_1(x) = H_c$ на стенке скважины ($x = r_c$), считая, что $\sigma >> r_c$:

$$C_n = H_c - \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\left[\ln r_c + \ln(\sigma)^2 + \ldots + \ln(n\sigma)^2\right]$$

Тогда

$$H_1(x) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\ln\frac{x\prod_1^n\left[x^2+(n\sigma)^2\right]}{r_c\prod_1^n(n\sigma)^2} =$$

$$= H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\ln\frac{\frac{x\pi}{\sigma}\prod_1^n\left(1+\frac{x^2\pi^2/\sigma^2}{n^2\pi^2}\right)}{\frac{\pi}{\sigma}r_c},$$

где через $\prod_1^n$ обозначено произведение членов, соответствующих разным номерам от 1 до n.

Далее имеем :

$$\lim_{n\to\infty} z\prod_1^n\left(1+\frac{z^2}{n^2\pi^2}\right) = sh\, z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

и, следовательно, при $n \to \infty$

$$H_1(x) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\ln\left(\frac{\sigma}{\pi \cdot r_c}\cdot\frac{e^{\bar{x}} - e^{-\bar{x}}}{z}\right) \qquad (3.57)$$

где $x = \frac{\pi \cdot x}{\sigma}$.

Аналогично получаем

$$H_2(x) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T}\ln\left(\frac{\sigma}{\pi \cdot r_c}\cdot e^{\bar{x}} - e^{-\bar{x}}\right). \qquad (3.58)$$

* См.: Рыжик И.М., Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.; Наука, 1971.

Фиксируем некоторое $x = x_o$ и покажем, что при определенных условиях разность $H_2(x_o) - H_1(x_o)$ мала в сравнении с характерным (максимальным) перепадом напоров $H_2(x_o) - H_c$. Если бы напор по всей линии CC' равнялся H_c, а по линии $x = x_o$ — величине $H_2(x_o)$, то, согласно (3.2), двухсторонний приток Q' в полосе шириной σ составил бы

$$Q' = 2\sigma T \frac{H_2(x_o) - H_c}{x_o}.$$

Очевидно, реальный расход $Q_c < Q'$, т.е.

$$H_2(x_o) - H_c > \frac{Q_c \cdot x_o}{2T\sigma}. \tag{3.59}$$

Следовательно, с учетом выражений (3.57) и (3.58)

$$\frac{H_2(x_o) - H_1(x_o)}{H_2(x_o) - H_c} < \frac{H_2(x_o) - H_1(x_o)}{Q_c x_o/(2T\sigma)} = \frac{1}{x_o} \ln \frac{e^{\bar{x}_o} + e^{-\bar{x}_o}}{e^{\bar{x}_o} - e^{-\bar{x}_o}}. \tag{3.60}$$

Если $\bar{x}_o \geq \pi$, т.е. $x_o \geq \sigma$, то

$$\frac{H_2(x_o) - H_1(x_o)}{H_2(x_o) - H_c} < 0{,}1\%.$$

Итак, при $x > \sigma$, $H_2(x) \approx H_1(x) \approx H(x) = \text{const}$, т.е. на удалении от ряда, большем σ, линии $x = x_o = \text{const}$ — суть линии равных напоров, и здесь имеет место одномерная фильтрация.

Найдем теперь уровни по линии скважин:

$$H(0, y) = \frac{Q}{2\pi \cdot T} [\ln y + \ln(\sigma - y) +$$

$$+ \ln(\sigma + y) + \ldots + \ln(n\sigma - y) + \ln(n\sigma + y)] + C_n =$$

$$= \frac{Q_c}{2\pi T} \ln \frac{y \prod_1^n [1 - y^2/(n\sigma)^2]}{r_c} + H_c,$$

Но

$$\lim_{n \to \infty} z \prod_1^n \left[1 - \frac{z^2}{n^2 \pi^2}\right] = \sin z.$$

Следовательно, при $n \to \infty$

$$H(0, y) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \left(\frac{\sigma}{\pi \cdot r_c} \cdot \sin \frac{\pi y}{\sigma} \right). \tag{3.61}$$

Найдем средневзвешенный набор на линии скважин H_ϕ:

$$H_{cp}(0, y) \equiv H_\phi = \frac{\int_{r_c}^{\sigma/2} H(0, y)\, dy}{\sigma/2} = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} +$$

$$+ \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \cdot \frac{2}{\sigma} \int_{r_c}^{\sigma/2} \ln \sin \frac{\pi y}{\sigma}\, dy = H_c + \frac{Q_c}{2\pi \cdot T} \ln \frac{\sigma}{\pi\, dc}, \tag{3.62}$$

где d_c — диаметр скважины.

Здесь использовано преобразование [16]:

$$\int_{r_c}^{\sigma/2} \ln \sin \frac{\pi y}{\sigma}\, dy = \frac{\sigma}{\pi} \int_{\pi r_c/\sigma}^{\pi/2} \ln \sin z\, dz \approx \frac{\sigma}{\pi} \int_{\pi r_c/\sigma}^{\pi/2} \ln \sin z\, dz =$$

$$= \frac{\sigma}{\pi} \left(-\frac{\pi}{2} \ln 2 \right) = -\frac{\sigma}{2} \ln 2.$$

Характерный вид кривой $H(0, y)$, т.е. пьезометрической кривой по линии скважин, показан на рис. 3.14. Из рисунка видно, что на большей части интервала $0 - \frac{\sigma}{2}$ величина $H(0, y)$ близка к значению H_ϕ. Отсюда возникает идея заменить ряд скважин условной сплошной горизонтальной дреной — узкой траншеей с постоянным напором H_ϕ и равномерно распределенным по ее длине двухсторонним расходом

$$q = \frac{Q_c}{\sigma}. \tag{3.63}$$

Движение воды к такой траншее носит, очевидно, одномерный характер, и согласно формуле (3.4) получаем

$$\frac{Q_c}{2\sigma} = T \frac{H(x) - H_\phi}{x}, \tag{3.64}$$

но при $x > \sigma$ согласно (3.57) и (3.58)

$$H(x) = H_c + \frac{Q_c}{2\pi T}\left(\frac{\pi x}{\sigma} + \ln\frac{\sigma}{\pi d_c}\right) = H_\phi + \frac{Q_c}{2\sigma T}x \tag{3.65}$$

и из уравнения (3.64) получаем

$$\frac{q}{2} = \frac{Q_c}{2\sigma} = T\frac{H(x) - H_c}{x + \frac{\sigma}{\pi}\ln\frac{\sigma}{\pi d_c}} = \frac{H(x) - H_c}{\frac{x}{T} + \frac{\sigma}{\pi T}\ln\frac{\sigma}{\pi d_c}}. \tag{3.66}$$

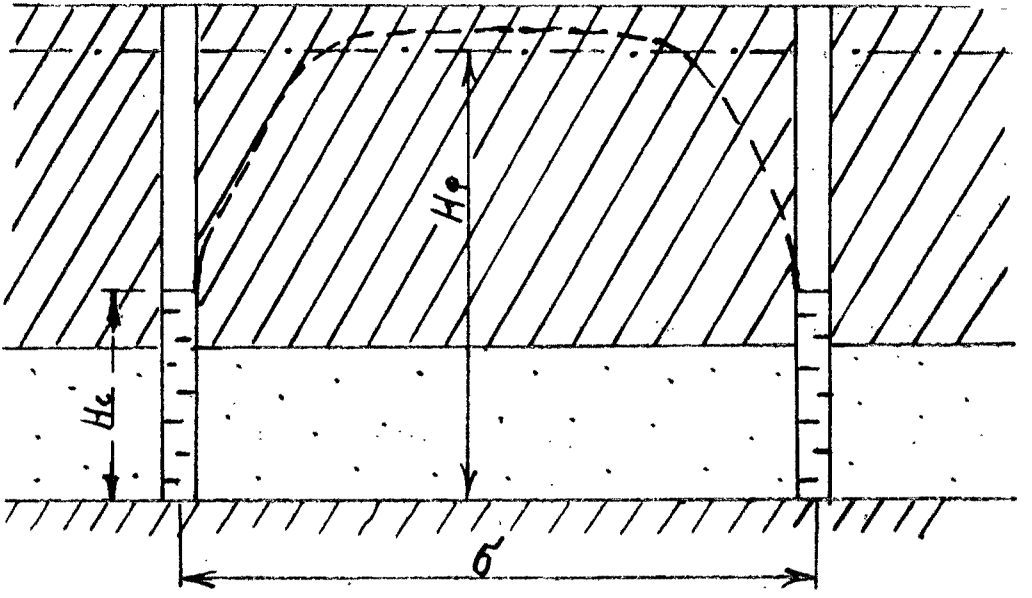


Рис. 3.14. Разрез по линии скважин

Из последних формул ясно, что эквивалентность воздействий от расчетной траншеи и от реального ряда скважин (при $x > \sigma$), может быть достигнута двумя путями:

1 введением на контуре траншеи условного напора H_ϕ, превышающего напор в скважинах H_c на величину

$$H_\phi - H_c = \Delta H = \frac{Q_c}{2\pi T}\ln\frac{\sigma}{\pi d_c}; \tag{3.67}$$

2 условным увеличением длины пути фильтрации x до значения $x + \Delta x$, где

$$\Delta x = \frac{\sigma}{\pi} \ln \frac{\sigma}{\pi d_c}, \qquad (3.68)$$

или, что равносильно, — введением дополнительного фильтрационного сопротивления (см. формулы (3.54) и (3.66)):

$$\Delta \Phi = \frac{\sigma}{\pi T} \ln \frac{\sigma}{\pi d_c}. \qquad (3.69)$$

Физический смысл величины $\Delta \Phi$ вполне понятен: вблизи скважин линии тока искривляются и сгущаются, так что сопротивление движению здесь оказывается большим, чем вблизи траншеи. Разность сопротивлений при исходном двухмерном и расчетном одномерном движениях и определяется **эквивалентным фильтрационным сопротивлением** $\Delta \Phi$. Поэтому рассмотренный здесь метод сведения двухмерного движения к одномерному получил название метода эквивалентных фильтрационных сопротивлений [34]; впервые он был предложен Ю.П.Борисовым в 1951 г., а впоследствии развивался В.М.Шестаковым и Ф.М.Бочевером.

Обратим внимание на то, что дополнительное сопротивление $\Delta \Phi$ или средний напор H_Φ определяются лишь условиями в полосе $|x| < \sigma$. Значения $\Delta \Phi$ или H_Φ не зависят от структуры потока за пределами этой полосы, и поэтому полученные выражения для $\Delta \Phi$ или H_Φ могут использоваться для задач с другими граничными условиями (если границы удалены от скважин на расстояния больше σ).

ПРИМЕР. Найти решение задачи о работе ряда скважин с заданными напорами H_c между рекой и параллельным ей карьером (рис. 3.15).

Решение:

1 заменяем ряд скважин фиктивной траншеей с напором H_Φ и расходом

$$q = \frac{Q_c}{\sigma};$$

2 составим балансовое соотношение на линии скважин:

$$q_p = \frac{Q_c}{\sigma} + q_к,$$

где q_p и $q_к$ — соответственно приток к ряду из реки и отток к карьеру:

$$q_p = T\frac{H_p - H_ф}{l_p}; \quad q_к = T\frac{H_ф - H_к}{l_к};$$

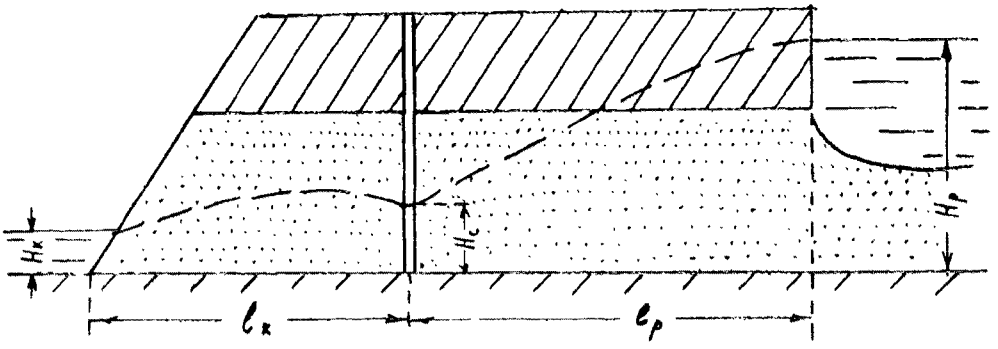


Рис. 3.15. Схема к задаче о контуре скважин между рекой и карьером

3 подставляя вместо $H_ф$ выражение (3.62) и решая систему уравнений, получим значение неизвестного расхода скважин Q_c.

Аналогично можно использовать метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений и для сведения несовершенных выработок к совершенным. На рис. 3.16 показана скважина, несовершенная по степени вскрытия пласта (скважина вскрывает пласт не на всю мощность). Движение к такой скважине носит двухмерный характер: линии тока вблизи скважины искривляются (фильтрация здесь не плановая), и вода испытывает при движении сопротивление большее, чем в случае совершенной скважины в том же пласте.

Решая эту задачу, М.Маскет рассмотрел скважину как совокупность точечных стоков, распределенных на участке длиной b. Интенсивности (расходы) этих стоков подбирались таким образом, чтобы во всех точках линии АВ напор был одинаковым (он отвечает уровню воды в скважине). Используя далее отражение (см. раздел 3,3) стоков относительно непроницаемых кровли и подошвы пласта, М.Маскет получил решение в виде [6]

$$Q_c = \frac{2\pi T\,[H(r) - H_c]\,\bar{b}}{\ln(4m/r_c) - \bar{b}\ln(4m/r) - f(\bar{b})}, \qquad (3.70)$$

где $\bar{b} = b/m$ — степень вскрытия пласта;
$H(r)$ — напор на расстоянии $r \geq m$;

$f(\bar{b})$ — функция, для которой дано графическое представление.

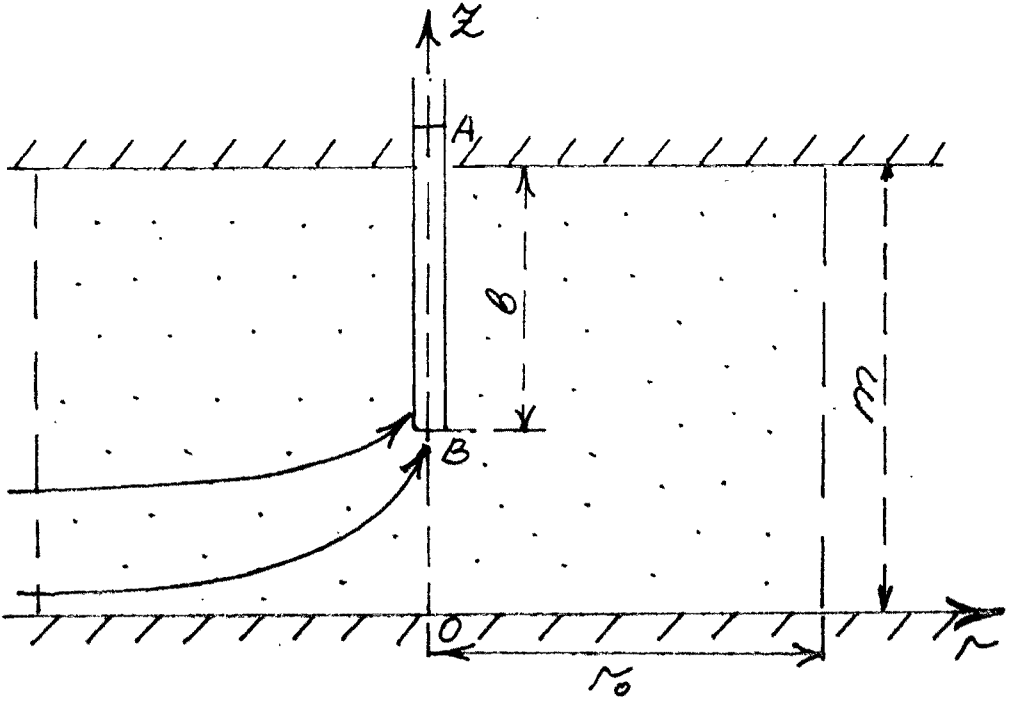


Рис. 3.16. Схема искривления линий тока вблизи несовершенной скважины

Из решения следует, что при $r \geq m$ фильтрация к скважине носит плановый характер. Это вполне увязывается с приведенным ранее критерием (2.50).

Разобьем поток к скважине на две зоны круговым сечением $r = r_0 = m$. Расход потока во внешней зоне определим по формуле (3.32) (фильтрация плановая):

$$Q_1 = \frac{2\pi \cdot T\,[H(r) - H(r_o)]}{\ln(r/m)},$$

а для внутренней зоны согласно формуле (3.70)

$$Q_2 = Q_c = \frac{2\pi \cdot T\,[H(r_o) - H_c]\,b}{\ln(4m/r_o) - \bar{b}\ln 4 - f(\bar{b})}.$$

Помня, что $Q_1 = Q_2$ и исключая неизвестное значение напора $H(r_0)$, получим запись формулы (3.70) в виде

$$Q_c = \frac{2\pi \cdot T\,[H(r) - H_c]}{\ln(r/r_c) + \xi}, \qquad (3.71)$$

где

$$\xi = \left(\frac{1}{\bar{b}} - 1\right) \ln \frac{4m}{r_c} - \frac{1}{\bar{b}} f(\bar{b}).$$

При $\bar{b} = 1$ (совершенная скважина) $\xi = 0$, и формула (3.71) переходит в формулу (3.32). Следовательно, величина ξ отражает местное дополнительное сопротивление, обусловленное несовершенством скважины и связанным с этим отклонением от плановой модели фильтрации. Отсюда следует возможность замены несовершенной скважины фиктивной совершенной, имеющей расчетный радиус

$$r_c^p = r_c \cdot e^{-\xi}. \qquad (3.72)$$

Из этого примера ясна принципиальная роль метода эквивалентных фильтрационных сопротивлений: он *позволяет учесть локальные погрешности плановой модели фильтрации* (см. раздел 2.5) и тем самым резко расширить диапазон ее практического применения. Такой подход оказывается особенно эффективным при моделировании задач в плановой постановке. (Примеры приложений этого метода приведены также в разделах 8.2 и 8.3).

3.5. Общие принципы моделирования задач плановой стационарной фильтрации

3.5.1. Сплошные модели из электропроводной бумаги

Наиболее просто и эффективно задачи плановой стационарной фильтрации решаются на моделях из электропроводной бумаги — согласно общему походу, отраженному в разделе 1.7. Особенность моделирования в плановой постановке заключается лишь в том, что удельное сопротивление материала модели $\left(\rho = \frac{1}{c}\right)$ связывается од-

нозначно не с проницаемостью среды, а с водопроводимостью

$$T = \alpha_T \cdot c = \alpha_T \cdot \rho, \qquad (3.73)$$

где α_T — масштаб проводимости;

c — удельная электропроводность.

ЗАДАЧА. Покажите, что в этом варианте условию подобия (1.78) отвечает критерий

$$\alpha_Q = \alpha_m \cdot \alpha_н. \qquad (3.74)$$

ПРИМЕР. Требуется определить приток в карьер, расположенный около реки (рис. 3.17). Модель пласта вырезают из двух кусков бумаги, удельные сопротивления которых отличаются в два раза ($\rho_1/\rho_2 = 0{,}5$). Эти куски склеивают электропроводящим клеем по линии AB. По линии CD модель обрезают. Вдоль реки и контура карьера укладывают медные шины, на которые подают потенциалы, отвечающие напорам $H_р$ и $H_к = 0$ (в данном примере можно подать на контур реки относительный потенциал $\overline{U} = 1$, а контур карьера $\overline{U} = 0$). На модели строят линии равных потенциалов, а затем графически определяют линии тока.

Определенные трудности вызывает моделирование на бумаге несовершенных выработок, вблизи которых фильтрация носит двухмерный характер: наличие вертикальной составляющей скорости не может быть непосредственно проимитировано на плановой модели рассмотренного типа. На помощь здесь приходит метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений [14, 34].

ПРИМЕР. Нужно решить задачу, во всем аналогичную предыдущей (см. рис. 3.17,а), но русло реки является несовершенным (рис. 3.18,а). Так как мы уже знаем, что отклонения от плановой фильтрации имеют место лишь на расстоянии от реки порядка мощности пласта, то изучим этот участок отдельно — на профильной бумажной модели (рис. 3.18,б). Границей модели справа является вертикаль d_e, которая, в соответствии со сказанным выше, является линией равных напоров. Определяя на этой модели ее электрическое сопротивление $R_н$, получаем соответствующее фильтрационное сопротивление $\Phi_н = \alpha_ф \cdot R_н$, где $\alpha_ф = \dfrac{\Phi}{R}$ — масштаб сопротивлений

(кстати, покажите, что в данном случае $\alpha_ф = \frac{1}{\alpha_к}$, где $\alpha_к = k \cdot \rho$ — масштаб проницаемости; см. раздел 1.7). По формуле (3.54) легко определить сопротивление Φ_c, отвечающее совершенному руслу. Тогда разница $\Delta\Phi_н = \Phi_н - \Phi_c$ отражает дополнительное сопротивление, обусловленное несовершенством.

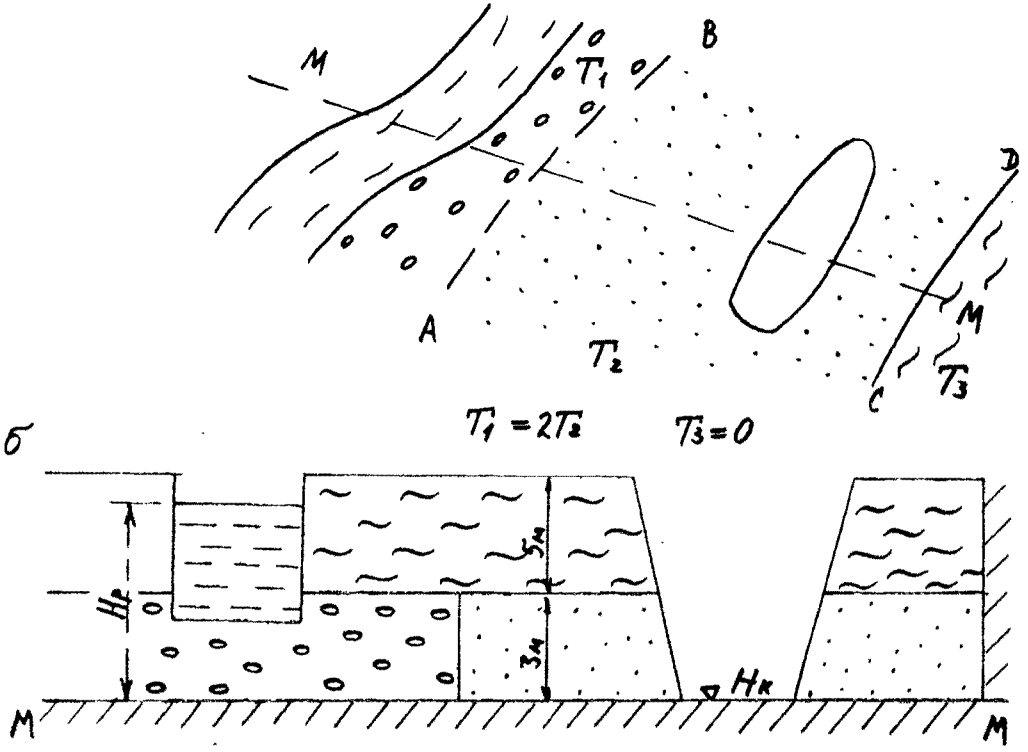


Рис. 3.17. План (а) и разрез (б) планово-неоднородного пласта

Теперь вернемся к плановой модели (см. рис. 3.17). Для учета в ней несовершенства русла можно ввести вдоль реки дополнительную полосу электропроводной бумаги того же сопротивления ρ_1 и ширины $\Delta L_м = \frac{\Delta L}{\alpha_l}$ (α_l — геометрический масштаб модели), где величина ΔL, определяемая согласно общей зависимости (3.54) по формуле $\Delta L = T_1 \Delta\Phi_н$, отражает местное сопротивление $\Delta\Phi_н$. Наряду с этим фильтрационное сопротивление $\Delta\Phi_н$ можно моделировать и с помощью иных видов электрических сопротивлений, подключаемых

* Так как движение в этой полосе должно идти по траекториям, нормальным к простиранию реки, то в бумаге здесь делаются поперечные прорези.

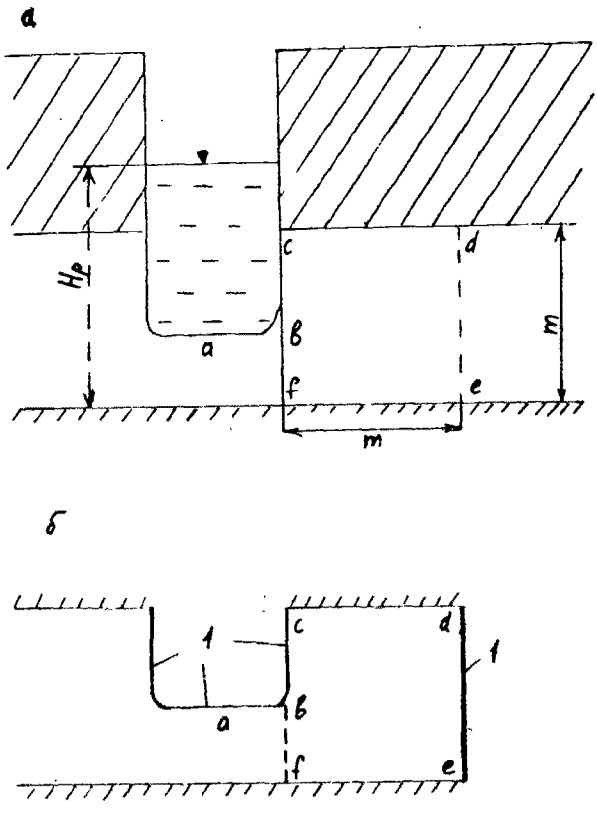


Рис. 3.18. Схемы к моделированию фильтрации (а) и элемент сетки сопротивлений (б);
1 - электропроводящие шины

к граничной шине, причем при $\Delta\Phi_н$ = const последняя задается дискретным проводником.

Таким образом, на плановой модели оказывается учтенным влияние вертикальной составляющей скорости фильтрации вблизи реки.

Аналогично можно использовать метод фильтрационных сопротивлений при моделировании контурной системы скважин, заменяя ее эквивалентной траншеей (см. раздел 3.4), что позволяет моделировать дренажный контур не отдельными электродами, а сплошным проводником (шиной). Для определения дополнительных сопротивлений или эквивалентных величин ΔL применяют формулы вида (3.69) или (3.68).

Идеи метода эквивалентных фильтрационных сопротивлений оказываются полезными и при задании на бумажных моделях отдельных водозаборных скважин. Поскольку при реальном геометрическом масштабе модели скважину пришлось бы имитировать электродом весьма малого диаметра, то это привело бы к неустранимым техническим осложнениям. Поэтому выбирается электрод большего диаметра (0,5÷1 см), отвечающего (в масштабе модели) скважине некоторого фиктивного диаметра d_c^{Φ}.

Нетрудно показать (убедитесь в этом сами с помощью формулы (3.32)), что фильтрационное сопротивление вблизи скважины при этом уменьшается на величину [14]

$$\Delta\Phi_c = \frac{1}{2\pi \cdot T} \ln \frac{d_c^{\Phi}}{d_c} \qquad (3.75)$$

Следовательно, требование эквивалентности удается соблюсти, если присоединить к электроду дополнительное сопротивление $\Delta R_c = \frac{\Delta\Phi_c}{\alpha_\Phi}$, где α_Φ — масштаб сопротивлений, равный в данном случае: $\alpha_\Phi = \frac{1}{\rho \cdot T}$. Для учета несовершенства скважины вместо d_c вводят ее расчетный диаметр d_c^p (см. формулу (3.72)). На сопротивление ΔR_c подают потенциал, отвечающий заданному расходу. Впрочем, в последнем случае от дополнительного сопротивления можно отказаться, определяя при необходимости неизвестный напор в скважине H_c простейшим пересчетом:

$$H_c = H_c^{\Phi} - \Delta H_c = H_c^{\Phi} - Q_c \Delta\Phi_c, \qquad (3.76)$$

где H_c^{Φ} — фиктивный напор, отвечающий замеренному потенциалу на электроде.

При необходимости моделирования большого числа скважин весьма удобным, особенно при заданных расходах скважин, оказывается, привлечение принципа сложения течений: с помощью одного переносного электрода последовательно определяют понижения, вызванные в расчетных точках действием каждой скважины по отдельности, а затем суммированием определяют их общий эффект.

ВОПРОС. Какие ограничения накладываются на использование подобной методики при моделировании скважин с заданными уровнями в них? Для ответа на вопрос вспомните замечание о граничных условиях на скважинах, сделанное в конце раздела 3.3.

Широкое применение находит принцип сложения течений при моделировании площадного инфильтрационного питания водоносного пласта [34]. Вообще говоря, для этого необходимо разбить область фильтрации на отдельные, сравнительно небольшие участки, к центрам которых условно приурочивается суммарное питание участка. Последнее имитируется подачей в эти узлы тока соответствующей силы через подключенные к ним специальные дополнительные сопротивления. Регулировку силы тока приходится проводить подбором, так как потенциалы (напоры) в узловых точках заранее неизвестны. Однако при решении широкого круга инженерных задач, в которых питание пласта допустимо считать неизменным (т.е. равным естественному), от этой довольно громоздкой методики можно отказаться, прибегнув к принципу сложения течений (см. раздел 3.3). Для этого задачу решают в понижениях, отсчитываемых от естественного уровня, что в случаях линейных уравнений автоматически обеспечивает учет инфильтрационного питания (см. раздел 3.3). Нужно, однако, помнить, что при этом граничные условия на модели также должны задаваться в понижениях. Для выработок и скважин с заданными уровнями это само по себе вызывает определенные усложнения в методике моделирования (о чем вы смогли уже, очевидно, догадаться, отвечая на последний вопрос).

3.5.2. Дискретные модели – сетки электрических сопротивлений

Ввведенное нами в разделе 3.4 понятие фильтрационного сопротивления позволяет наиболее просто уяснить возможность моделирования фильтрационных процессов на моделях с дискретным представлением пространства. Например, в случае планового потока, зависящего от координат x и y, область фильтрации разбивается для этого прямоугольной сеткой на отдельные участки со сторонами Δx и Δy (рис. 3.19,а). Реальный поток заменяется далее условным потоком, в котором движение жидкости осуществляется лишь по прямолинейным траекториям, соединяющим центры соседних блоков. Тогда фильтрационное сопротивления между узловыми точками согласно (3.54) имеют вид

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{T_x \Delta y}; \qquad \Phi_y = \frac{\Delta y}{T_y \Delta x}, \tag{3.77}$$

причем при неравномерной разбивке значения Δx и Δy в этих формулах могут меняться от узла к узлу. При равномерной квадратной сетке

$$\Phi_x = \frac{1}{T_x}; \qquad \Phi_y = \frac{1}{T_y}. \tag{3.77а}$$

Электрическим аналогом фильтрационной сетки является сетка переменных электрических сопротивлений, один из элементов которой показан на рис. 3.19,б. Значения сопротивлений R_x и R_y назначаются пропорциональными фильтрационным сопротивлениям Φ_x и Φ_y:

$$\Phi_x = \alpha_\phi \cdot R_x; \quad \Phi_x = \alpha_\phi \cdot R_y, \tag{3.78}$$

где α_ϕ — масштаб сопротивлений.

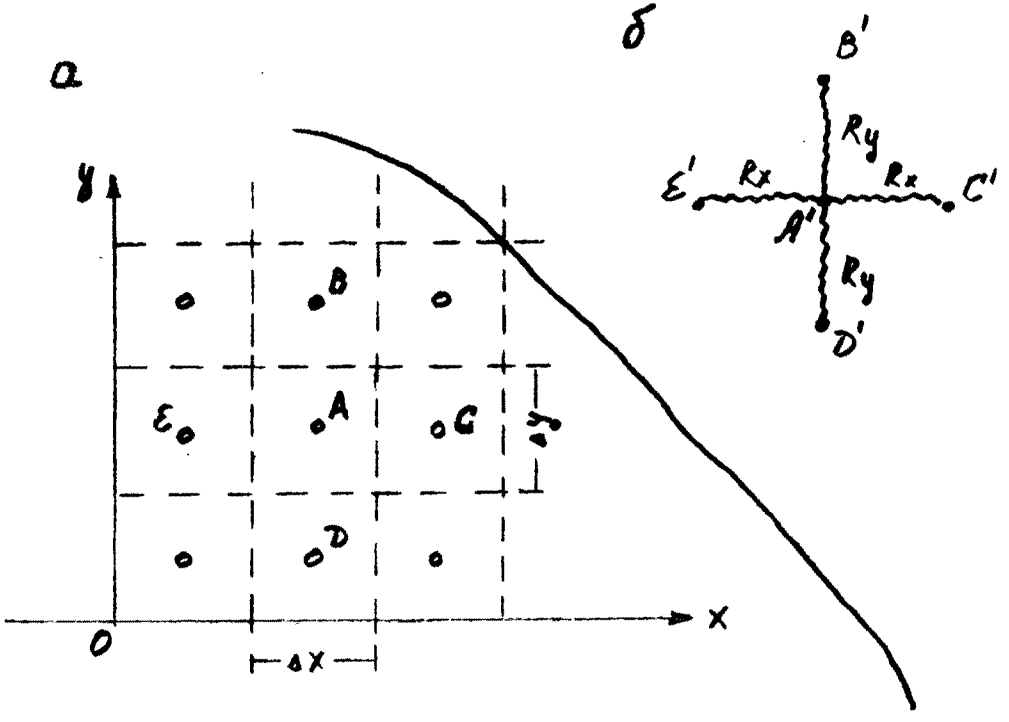


Рис. 3.19. Разбивка исходной области фильтрации (а) и элемент сетки сопротивлений (б)

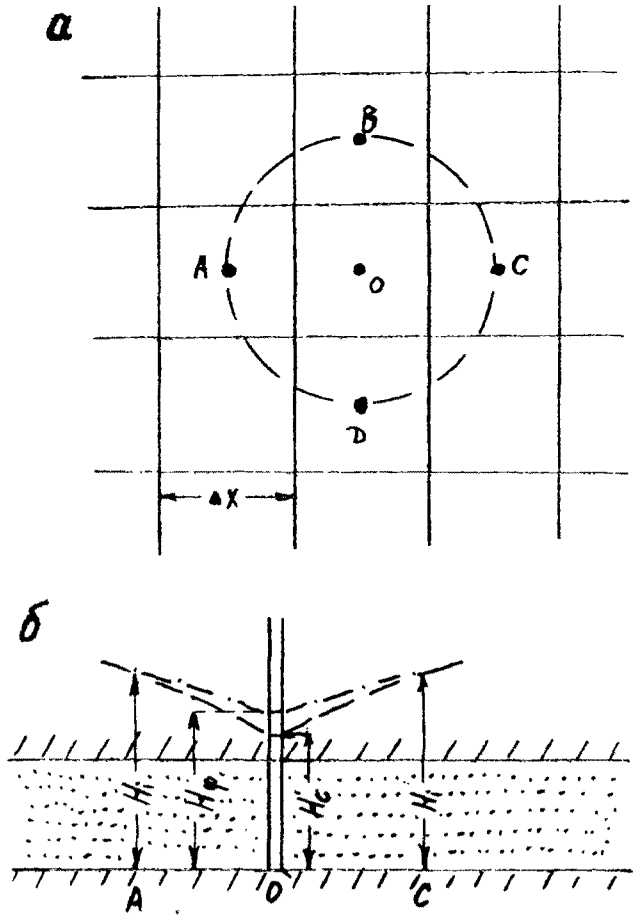


Рис. 3.20. Схемы к обоснованию методики представления скважин на сеточной модели в плане (а) и разрезе (б)

Аналогично может набираться сетка для моделирования профильных потоков (при замене T_x на k_x и T_y на k_y).

Для моделирования создаются специальные наборы сопротивлений — сеточные интеграторы. Принципы моделирования в целом остаются подобными сплошным бумажным моделям.

В специальных пояснениях нуждается методика моделирования скважин. Так как соблюдение всех особенностей потока вблизи скважины потребовало бы здесь весьма дробной пространственной разбивки, то прибегают к приближенным приемам, основанным на предпосылке о плоскорадиальном характере прискважинного потока [34]. Так, для скважины, расположенной в центре квадратного блока (рис. 3.20), согласно формуле (3.32)

$$H_i - H_c = \frac{Q_c}{2\pi T} \ln \frac{\Delta x}{r_c}, \qquad (3.79)$$

где H_i — напор в соседних блоках.

Заменим плоскорадиальное движение к скважине четырьмя плоскопараллельными потоками от соседних блоков, причем для соблюдения условия эквивалентности (аналогично изложенному в разделе 3.4) напор в скважине H_c заменим на усредненный напор в квадратном блоке $H_ф$:

$$Q_c = 4T\frac{H_i - H_ф}{\Delta x}\Delta x, \text{ или } H_i - H_ф = \frac{Q_c}{4T}. \quad (3.80)$$

Следовательно, местные потери напора, вызванные радиальным характером движения вблизи скважины, составят:

$$\Delta H_c = H_ф - H_c = \frac{Q_c}{T}\left(\frac{1}{2\pi}\ln\frac{\Delta x}{r_c} - 0{,}25\right). \quad (3.81)$$

Соответствующее дополнительное фильтрационное сопротивление, которое необходимо подключить к узловой точке со скважинной, равно:

$$\Delta Ф_c = \frac{\Delta H_c}{Q_c} = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{2\pi}\ln\frac{\Delta x}{r_c} - 0{,}25\right). \quad (3.82)$$

Для скважины с заданным расходом от дополнительного сопротивления можно отказаться, помня, что в узловой точке тогда замеряется потенциал, отвечающий среднему напору в блоке $H_ф$. Для определения напора в скважине H_c используется формула (3.81).

Контурные системы скважин, как и в случае сплошных моделей, легче всего моделируются в постановке, упрощенной с помощью метода эквивалентных фильтрационных сопротивлений (более подробно об этом рассказано в разделе (8.2).

Не вызывает принципиальных трудностей и учет инфильтрационного питания или взаимодействия водоносных пластов через разделяющие слои. Так, в последнем случае достаточно соединить соответственные узловые точки двух сеток, отвечающих водоносным пластам, электрическими сопротивлениями, эквивалентными фильтрационным сопротивлениям элементарных блоков

в пределах разделяющего слоя (учитывая, что фильтрация в нем идет вкрест напластования).

В целом сеточные модели позволяют эффективно изучать движение подземных вод в существенно более широком круге условий, нежели простейшие бумажные модели. Упомянем, в частности, три важных момента:

1 в отличие от бумажных моделей легко имитируются неоднородные фильтрующие среды;

2 сеточные модели позволяют довольно просто оценивать нелинейные процессы, в которых, например, проводимость зависит от величины (искомого) напора: для этого значения фильтрационных сопротивлений изменяются по ходу решения задачи с тем, чтобы они оказались отвечающими изменениям мощности (или, в более общем случае, — проводимости) потока в отдельных расчетных точках (более подробно этот вопрос освещен в разделе 8.3);

3 на сеточных моделях обычно гораздо проще решаются обратные задачи, связанные с необходимостью подбора элементов модели по ходу решения (см. раздел 7.2).

Добавим, наконец, что, как правило, именно на сеточных моделях имитируется и нестационарная фильтрация, что позволяет говорить в определенном смысле об их универсальности.

Контрольные вопросы

1 Каким основным фильтрационным параметром характеризуется стационарное плановое движение подземных вод? Почему подобным параметром нельзя описывать стационарное перетекание через разделяющий пласт? Объясните с физических позиций, почему в уравнениях стационарной фильтрации никак не отражены емкостные свойства пород?

2 На основании формул (3.9), (3.10) и соответственно (3.3) и (3.4) покажите формальную аналогию между решениями идентичных задач стационарной фильтрации в напорной и безнапорной постановках (см. также формальную подстановку (2.38а)).

3 Объяснить с физических позиций возникновение промежутка высачивания на границе безнапорного потока.

Подумайте, как качественно связана величина промежутка высачивания с мощностью потока вблизи границы, с удельным расходом потока, с проницаемостью пород?

4 Что отражает потенциал Гиринского? Указать ориентировочные пределы его применения для расчетов движения в слоистых толщах. Записать выражение потенциала Гиринского для участка водоносного горизонта, представленного тремя однородными прослоями.

5 Как можно охарактеризовать вид депрессионной поверхности безнапорного плоскопараллельного потока? Меняется ли градиент вдоль потока? Как качественно изменится вид депрессионной поверхности при наличии инфильтрации? Меняется ли расход подземного потока от сечения к сечению?

6 Для каких условий справедлива выведенная в разделе 3.2 зависимость для скважины в пласте с перетеканием? Как меняется градиент с удалением от скважины? Найдите выражение для оценки расхода потока в любом сечении. Как меняется расход в зависимости от расстояния до скважины на небольших удалениях от нее? Объясните полученный результат физически.

7 Что называется напорно-безнапорной фильтрацией? Почему решение для напорно-безнапорного движения, полученное с помощью метода фрагментов, применимо лишь для частного случая стационарного движения?

8 В чем заключается сущность принципа суперпозиции? Какую конкретную формулировку этого принципа можно предложить для расчета систем скважин? В чем суть метода отражений?

9 Объясните структуру формулы большого колодца и смысл понятия расчетного радиуса питания.

10 Почему метод сложения течений неприменим для нелинейных задач? В чем трудности его применения при расчетах систем скважин с заданными уровнями? Как учитывается (благодаря этому методу) инфильтрационное питание?

11 Что физически отражает фильтрационное сопротивление? Как оно формально определяется? Запишите выражения для фильтрационных сопротивлений исходя из решений одномерных задач, полученных в разделах 3.1.1, 3.1.2., 3.1.6, 3.2.1. Зависит ли фильтрационное сопротивление напорного потока от понижения напора? Ответьте на тот же вопрос для безнапорного потока.

12 Кратко охарактеризуйте основные типы аналоговых моделей, используемых при изучении стационарной фильтрации. Какое условие должно выполняться при моделировании скважин на электропроводной бумаге? Каковы основные условия при моделировании стационарной фильтрации на сетке электрических сопротивлений?

13 Для чего и как используется метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений при аналоговом моделировании? При моделировании каких задач стационарной фильтрации может наиболее эффективно использоваться этот метод? Ответьте на аналогичный вопрос применительно к принципу сложения течений.

ГЛАВА 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПЛАНОВОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В отличие от задач, рассмотренных в гл. 3, анализ нестационарных задач должен учитывать изменения емкости (а подчас — и других характеристик) водоносной системы во времени. Соответственно, среди основных фильтрационных параметров, описывающих поведение такой системы, появляются (наряду с водопроводимостью) коэффициенты гравитационной и упругой водоотдачи или обобщенные параметры, характеризующие скорость распространения фильтрационных возмущений в водоносных комплексах, — коэффициенты уровнепроводности и пьезопроводности (см. раздел 2.3).

ПРИМЕР. Рассмотрим развитие фильтрационного процесса применительно к простейшей задаче о скважине с постоянным расходом, вводимой в работу в безнапорном водоносном горизонте вблизи реки. На рис. 4.1 показано положение депрессионной воронки на ряд последовательных моментов времени. В первые моменты (например, кривая 1) скважина откачивает воду непосредственно из пласта — из той его зоны ($OA'B'B$), в которой уже отмечены понижения уровней (напоров): здесь происходит упругое сжатие пласта (срабатываются его упругие запасы) и имеет место стекание свободной воды из верхней, осушенной зоны — $AA'B'$ (срабатываются гравитационные запасы пласта). Продолжающийся отбор воды скважиной может быть компенсирован в этих условиях лишь дальнейшим развитием процесса понижения уровней по глубине и по площади пласта. Со временем депрессионная воронка достигает реки (кривая 2), т.е. здесь возникает градиент напоров, обусловливающий поступление речных вод в пласт. Продолжающееся понижение напоров и соответственно рост градиентов фильтрации, приводят к увеличению подтока речных вод до тех пор, пока суммарное поступление воды из реки не сравняется с расходом скважины. С этого момента (кривая 3) весь водоотбор обеспечивается транзитным потоком от реки к скважине. Сам пласт при этом воды больше не отдает, напоры в нем не меняются — наступает установившийся режим движения.

ВОПРОС. Как изменится схема развития фильтрационного процесса, если уровень в скважине снизится до отметки водоупора (точка 0)?

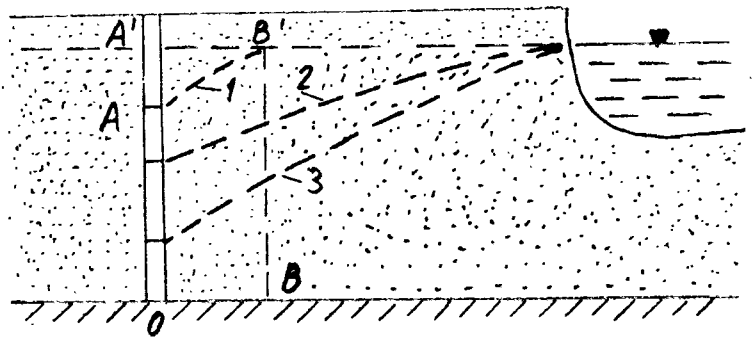


Рис. 4.1. Фильтрация к скважине вблизи реки

ЗАДАЧА. Попробуйте привести примеры условий фильтрации, в которых стационарный режим вообще не наступает.

Таким образом, *для нестационарного режима движения характерна сработка упругих* (в случае напорного пласта) *или упругогравитационных* (в случае безнапорного пласта) *запасов водоносных систем*, сопровождаемая изменением напоров во времени: $H = f(x, y, t)$. Соответственно в уравнениях фильтрации появляются временные производные с коэффициентами при них, отвечающими упругой (для напорных пластов) или гравитационной (для безнапорных пластов) водоотдаче*. Решение этих уравнений, общий вид которых представлен выражениями (2.22) или (2.33), является задачей существенно более сложной, чем в случае рассмотренных выше стационарных процессов. С максимальным эффектом для этого используются методы операционного исчисления, основанные, в частности, на интегральном преобразовании Лапласа или Лапласа-Карсона. Для одномерных уравнений с успехом используются также некоторые специальные подстановки, с помощью которых функция двух переменных $H(x, t)$ или $H(r, t)$ сводится к функции одной безразмерной переменной, объединяющей пространственную и временную координаты (так называемые автомодельные решения, основанные на преобразованиях подобия). С примеров такого рода мы и начнем ознакомление с методами решения нестационарных геофильтрационных задач.

---

* Напомним, что в безнапорных пластах мы пока договорились (см. раздел 2.3) пренебрегать упругой водоотдачей в сравнении с гравитационной.

4.1. Простейшие одномерные решения и пути их использования для исследования двухмерных задач плановой фильтрации

4.1.1. Фундаментальное решение (задача о подпоре вблизи водохранилища)

Напорный водоносный пласт в прибрежной полосе водохранилища, урез воды в котором прямолинеен и простирается на большое расстояние в плане, представлен на рис. 4.2. Других границ пласта поблизости нет (схема полуограниченного пласта). Считаем, что нам задано некоторое стационарное распределение исходных напоров в пласте $H_e(x)$. Пусть в момент $t=0$ уровень в водохранилище резко (условно-мгновенно) повышается на величину ΔH^o. Требуется найти новое - нестационарное - распределение напоров для различных моментов времени $t > 0$.

Согласно зависимости (2.22а), исходное уравнение фильтрации имеет вид

$$a^* \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (4.1)$$

где a^* — коэффициент пьезопроводности;

$H \equiv H(x, t)$;

ось x направлена нормально к урезу водохранилища.

Условие на левой границе пласта (при $x = 0$):

$$H(0,t) = H_e(0) + \Delta H^o \quad (t > 0). \qquad (4.2)$$

На правой границе, которая считается удаленной на столь большое расстояние, что она никак не сказывается на фильтрационном процессе, имеем условие

$$H(x, t) = H_e(x) \quad \text{при} \quad x \to \infty. \qquad (4.3)$$

К приведенным двум граничным условиям в рассматриваемой **нестационарной** задаче должно быть добавлено начальное условие (см. раздел 2.4) для момента $t = 0$:

$$H(x,0) = H_e(x). \quad (x > 0) \qquad (4.4)$$

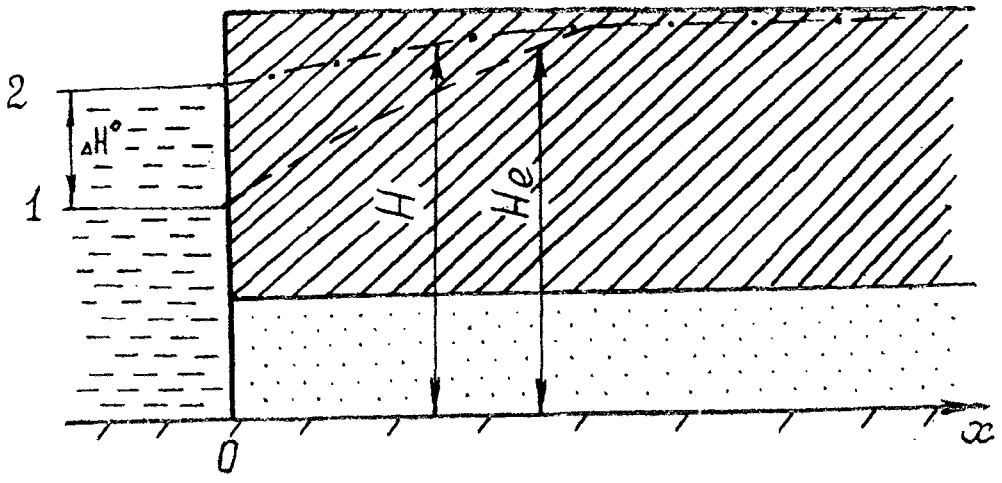


Рис. 4.2. Развитие подпора вблизи водохранилища:
1 - исходное положение пьезометрической кривой; 2 - текущее новое положение

Выражения (4.1) - (4.4) дают полную математическую постановку задачи. Однако их удобно предварительно упростить, введя новую функцию:

$$\Delta H(x,t) = H(x,t) - H_e(x)\,, \qquad (4.5)$$

отвечающую изменению уровня в сечении x на момент t. Тогда исходное уравнение принимает вид

$$a^* \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\Delta H) = \frac{\partial}{\partial t}(\Delta H)\,. \qquad (4.6)$$

ВОПРОС. Почему при переходе от уравнения (4.1) к (4.6) в левой части пропал член $\dfrac{\partial^2 H_e}{\partial x^2}$? Напомним, что режим исходного потока считается стационарным.

Краевые условия для функции ΔH выглядят заметно проще:

$$\Delta H(0,t) = \Delta H^o;\ \Delta H(\infty,t) = 0;\ \Delta H(x,0) = 0\,.$$

Введя функцию $\Delta H = \dfrac{\Delta H}{\Delta H^\partial}$ преобразуем уравнение (4.6):

$$a^* \frac{\partial^2(\Delta\overline{H})}{\partial x^2} = \frac{\partial(\Delta\overline{H})}{\partial t} \qquad (4.6а)$$

при краевых условиях

$$\Delta\overline{H}(0,t) = 1;\ \Delta\overline{H}(\infty,t) = 0;\ \Delta\overline{H}(x,0) = 0 \qquad (4.7)$$

Отсюда следует, что безразмерная функция $\Delta\overline{H}$ зависит от двух аргументов: x и $a^* t$, имеющих размерность соответственно длины L и L^2: $\Delta\overline{H} = f(x, a^* t)$. Как следует из π-теоремы (см. раздел 1.7), фильтрационный процесс в данном случае должен описываться функциональной связью между двумя безразмерными комплексами, а это возможно лишь при условии, что $\Delta\overline{H} = f(\lambda)$, где λ — безразмерный комплекс, составленный из упомянутых аргументов. С учетом размерности последних понятно, что структура величины λ определяется общим выражением $(Ax/\sqrt{a^* t})^n$, где A и n — константы.

Этот простейший пример демонстрирует, кстати, полезность привлечения теории подобия к анализу и решению дифференциальных уравнений, приводимых к безразмерному виду: тем самым выявляются общая структура решения и минимальное число переменных, полностью характеризующих изучаемый процесс.

Для исследования поставленной краевой задачи (4.6)-(4.7) введем теперь простейшую безразмерную комбинацию: $\lambda = x/(2\sqrt{a^* t})$ и попытаемся найти решение уравнения (4.6), зависящее только от λ: $\Delta H \equiv \Delta H(\lambda)$. С этой целью заменим производные по t и по x производными по новой переменной λ:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta H) = \frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\frac{\partial\lambda}{\partial t} = \frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{x}{2\sqrt{a^* t}}\right) =$$

$$= -\frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\frac{1}{4t}\frac{x}{\sqrt{a^* t}} = -\frac{1}{2t}\lambda\frac{d}{d\lambda}(\Delta H);$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\Delta H) = \frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\frac{\partial\lambda}{\partial x} = \frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{2\sqrt{a^* t}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{a^* t}}\frac{d}{d\lambda}(\Delta H);$$

$$\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\Delta H)\right] = \frac{1}{2\sqrt{a^* t}}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\right] =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{a^* t}}\frac{d}{d\lambda}\left[\frac{d}{d\lambda}(\Delta H)\right]\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{4a^* t}\frac{d^2}{d\lambda^2}(\Delta H).$$

Подставляя полученные выражения в формулу (4.6), приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2}{d\lambda^2}(\Delta H) + 2\lambda \frac{d}{d\lambda}(\Delta H) = 0, \tag{4.8}$$

где ΔH зависит только от одной переменной λ. Введем $u = \frac{d}{d\lambda}(\Delta H)$; тогда

$$\frac{du}{d\lambda} + 2\lambda u = 0 —$$

уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{du}{u} = -2\lambda d\lambda.$$

Интегрируя, получаем

$$\ln C u = -\lambda^2;$$

где C — произвольная постоянная.

Переходя от функции u вновь к функции ΔH, имеем:

$$C \frac{d}{d\lambda} [\Delta H(\lambda)] = e^{-\lambda^2}.$$

Разделим переменные и проинтегрируем в пределах от λ до ∞:

$$C \Delta H(\lambda) \Big|_{\lambda}^{\infty} = \int_{\lambda}^{\infty} e^{-z^2} dz,$$

где под знаком определенного интеграла в правой части мы ввели новое обозначение z для переменной интегрирования (чтобы отличить ее от значения λ нижнего предела интегрирования). Но условие $\lambda \to \infty$ отвечает значению $x \to \infty$, и, согласно второму из краевых условий (4.7), $\Delta H \Big|_{\lambda \to \infty} = 0$. Поэтому последнее равенство упрощается:

$$C \Delta H(\lambda) = -\int_{o}^{\infty} e^{-z^2} dz. \tag{4.9}$$

Для определения постоянной C воспользуемся значением ΔH при $\lambda = 0$, т.е. при $x = 0$. Тогда согласно первому из краевых условий (4.7) имеем

$$C\,\Delta H^{o} = -\int_{o}^{\infty} e^{-z^2}\,dz\,.$$

Определенный интеграл в этом равенстве — табличный, значение его равно $\sqrt{\pi}/2$ [16]. Следовательно,

$$C = -\frac{\sqrt{\pi}}{2\,\Delta H^{o}},$$

и решение (4.9) принимает вид

$$\frac{\Delta H}{\Delta H^{o}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-z^2}\,dz\,. \qquad (4.10)$$

Функция, стоящая в правой части этого равенства и зависящая от нижнего предела интегрирования λ, широко используется в различных приложениях математики и физики. Для ее определения составлены подробные графики и таблицы (см. приложение 1), в которых она обозначается символом *erfc*:

$$erfc\,(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-z^2}\,dz\,. \qquad (4.11)$$

Заметим, что $erfc(\infty) = 0$, а $erfc(0) = 1$.

С учетом введенного обозначения решение поставленной задачи принимает окончательный вид:

$$\Delta H = \Delta H^{o} erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a^{*} t}}\right). \qquad (4.12)$$

Решение (4.12) имеет фундаментальный характер. На его основе могут быть получены решения и для более сложных краевых условий. Если, например, график изменения уровня в водохранилище носит криволинейный характер (рис. 4.3), то, аппроксимируя кривую $\Delta H^{o}(t)$ серией мгновенных (ступенчатых) изменений напора, легко приходим к формулам для значений ΔH, отвечающих каждому временному интервалу; так, для второго интервала ($t_1 \le t \le t_2$) получаем

$$\Delta H = \Delta H_1^o \, erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a^* t}}\right) + \Delta H_2^o \, erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a^*(t-t_o)}}\right). \tag{4.13}$$

Тем самым используется принцип сложения течений (см. раздел 3.3)*: считается, что при $t > t_1$ продолжает развиваться возмущение, обусловленное первым скачком уровня на границе, а с момента времени $t = t_1$ к нему добавляется возмущение, обусловленное вторым скачком. Для любого момента $t_{n-1} \le t \le t_n$ аналогично имеем

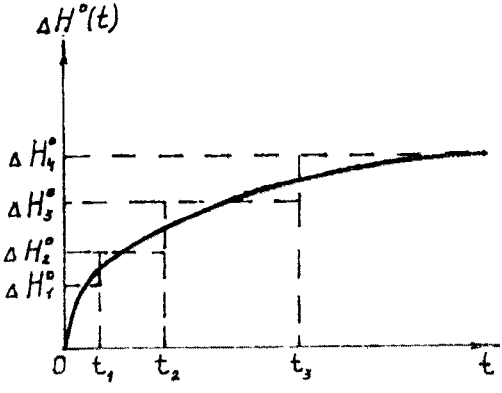


Рис. 4.3. Аппроксимация кривой изменения уровня

$$\Delta H(x,t) = \sum_{i=1}^{n} \Delta H_i^o \, erfc\left[\frac{x}{2\sqrt{a^*(t-t_{i-1})}}\right]. \tag{4.14}$$

Из приведенных решений нетрудно найти выражения для удельного расхода потока, идущего от водохранилища. Например, для фундаментальной задачи

$$q(x,t) = -T\frac{\partial H}{\partial x} = -T\frac{\partial}{\partial x}(\Delta H) - T\frac{\partial H_e}{\partial x} =$$

$$= -T\,\Delta H^o \frac{\partial}{\partial x}\left[erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a^* t}}\right)\right] - q_e \tag{4.15}$$

где q_e — удельный расход естественного потока, направленного в сторону водохранилища.

Используя формулу дифференцирования интеграла по переменному пределу, получаем

$$\frac{\partial}{\partial x}(erfc\,\lambda) = \frac{d}{d\lambda}(erfc\,\lambda)\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\lambda}^{\infty} e^{-z^2} dz\right)\frac{1}{2\sqrt{a^* t}} =$$

* В его справедливости для нестационарных линейных уравнений убедитесь самостоятельно-аналогично изложенному в разделе 3.3.

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi a^* t}} e^{-\lambda^2},$$

Тогда

$$q(x,t) = \frac{T \Delta H^o}{\sqrt{\pi a^* t}} e^{-x^2/(4a^* t)} - q_e. \qquad (4.16)$$

ВОПРОС. Почему, согласно формуле (4.16), расход потока оказывается переменным не только во времени, но и в пространстве (сравните с аналогичной формулой (3.4) для стационарного движения)?

На урезе водохранилища, т.е. для $x = 0$, при исходном горизонтальном уровне подземных вод

$$q = \frac{T \Delta H^o}{\sqrt{\pi a^* t}}. \qquad (4.17)$$

Формула (4.17) внешне подобна формуле (3.4) для напорного стационарного потока, если ввести обозначение

$$\sqrt{\pi a^* t} \equiv L, \qquad (4.18)$$

где переменная во времени величина $L(t)$, имеющая размерность длины, может рассматриваться как фиктивная (расчетная) длина нестационарного потока, при которой обеспечивается тот же расход на границе пласта, что и в стационарных условиях (при одинаковых перепадах напоров на длине L).

В самом деле, при нестационарном движении частицам жидкости, находящимся на различных начальных удалениях от контура возмущения, приходится пробегать по пласту пути разной длины; поэтому, по аналогии с (3.53), величина $\Phi(t) = L(t)/T$ может рассматриваться как усредненное фильтрационное сопротивление возмущенного участка пласта, переменное во времени.

ЗАМЕЧАНИЕ. Иногда величину $L(t)$ называют длиной области влияния инженерного сооружения (в данном случае — водохранилища). Нужно, однако, отдавать себе отчет в нечеткости такого названия, так как оно предполагает отсутствие возмущения на участках $x \geq L(t)$. На самом же деле это не так: например, при $x = L(t)$, т.е. при

$\lambda = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, изменение напора ΔH составляет около 20% от величины ΔH.*

ВОПРОС. Из формулы (4.12) следует, что возмущение, обусловленное изменением напора на границе, фиксируется уже через короткие интервалы времени на сколь угодно большом расстоянии от границы. Чем объясняется этот физически нереальный результат? (для ответа вспомните замечание о силах инерции при рассмотрении закона Дарси).

Заметим, что полученное решение легко распространяется и на случай безнапорного пласта — посредством подстановки (2.38) или (2.38а). Например, для схемы безнапорного двухслойного пласта справедливы те же формулы (4.12) и (4.16) при замене в них a^* на коэффициент уровнепроводности, определяемый по формуле (2.35).

В целом полученное решение фундаментальной задачи не только имеет важное теоретическое значение, но и представляет широкий практический интерес. Оно используется для расчета подпора грунтовых вод при заполнении водохранилищ, для оценки притоков к дренажным траншеям или фильтрационных потерь из каналов, для определения коэффициента пьезопроводности по данным наблюдений за изменением уровней подземных вод вблизи рек и водоемов.

ЗАДАЧА. В паводковый период уровень воды в прибрежном пьезометре резко повысился на 2 м. Через пять суток подъем уровня в наблюдательной скважине, удаленной от реки на 100 м, составил 30 см. Определить коэффициент уровнепроводности водоносного пласта.

При плавном подъеме паводкового уровня расчет коэффициента уровнепроводности ведется подбором по формуле (4.14) или с использованием характерных участков графика изменения уровня (по участку постоянной скорости подъема или по точке максимума). Последний из упомянутых способов предпочтителен, когда на подъем уровня в реке накладывается усиление инфильтрационного пита-

* Хотя абсолютная величина расчетного понижения будет при этом практически близкой к нулю.

ния в пределах долины реки. Наряду с оценкой коэффициента уровнепроводности далее можно провести оценку параметра сопротивления ложа реки ΔL (в разделе 3.4 аналогичная задача решалась нами в стационарной постановке). Для этого используются данные пьезометра, расположенного вблизи реки: по известному коэффициенту уровнепроводности с помощью решения (4.14) определяется теоретическое изменение уровня ΔH_p и сопоставляется с замеренным ΔH. Очевидно, разница в значениях этих величин обусловлен дополнительным сопротивлением ложа реки. Отсюда из балансовых соображений нетрудно получить зависимость для определения ΔL.

ВОПРОС. Почему подобный подход к определению параметра ΔL оказывается мало надежным?

4.1.2. Задача о плоскорадиальной фильтрации к скважине

Пусть в напорном водоносном пласте ведется откачка воды из совершенной скважины радиуса r_c (рис. 4.4). В плане пласт считаем неограниченным, т.е. за время откачки влияние ее не распространяется до границ пласта. Если исходная пьезометрическая поверхность горизонтальна, то из соображений симметрии ясно, что движение воды в пласте является одномерным плоскорадиальным и подчиняется, согласно формулам (2.22а) и (2.11), уравнению

$$\frac{a^*}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right)=\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (4.19)$$

где $H \equiv H(r, t)$.

Начальное условие:

$$H(r,0)=H_o; \qquad (4.20)$$

Граничное условие на внешнем контуре зоны влияния:

$$H(r,t)\Big|_{r\to\infty}=H_o. \qquad (4.21)$$

Вопрос о граничном условии на контуре скважины пока остается открытым.

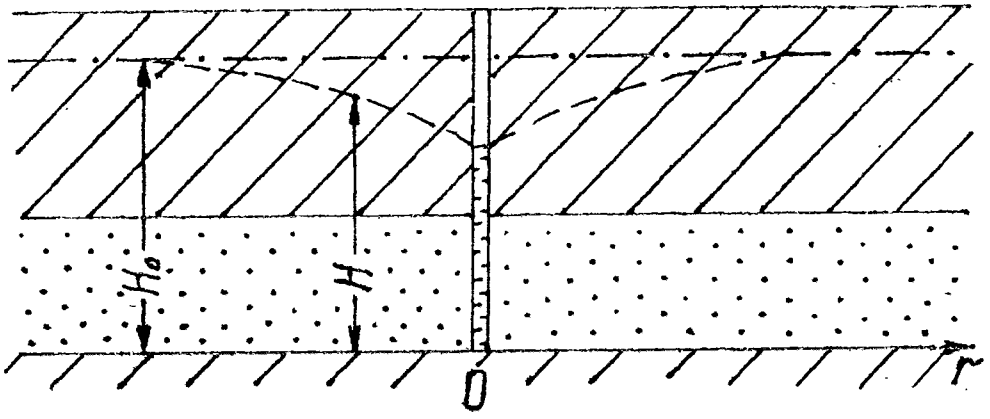


Рис. 4.4. Схема фильтрации к скважине в неограниченном пласте

По аналогии с разделом 4.1.1, введем безразмерную комбинацию $\eta = \frac{r^2}{4a^* t}$ и попытаемся найти решение уравнения (4.19), зависящее только от η $[H \equiv H(\eta)]$. Для этого заменим производные по r и t производными по новой переменной η. Тогда уравнение (4.19) приводится к виду:

$$\eta \frac{d^2H}{d\eta^2} + (1+\eta)\frac{dH}{d\eta} = 0. \qquad (4.22)$$

ЗАДАЧА. Получить самостоятельно уравнение (4.22) из уравнения (4.19).

Введем новую функцию $u = dH/d\eta$ и разделим переменные

$$\frac{du}{u} = -\frac{1+\eta}{\eta}\,d\eta.$$

Интегрируем: $\ln u = -\ln\eta - \eta + \ln C_1$, где C_1 - произвольная постоянная. Отюсда

$$dH = \frac{C_1}{\eta} e^{-\eta}\,d\eta.$$

Интегрируем еще раз в пределах от η до ∞. С учетом граничного условия (4.21) получаем

$$H_o - H(\eta) = -C_1 \int_{\eta}^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz . \tag{4.23}$$

где под знаком интеграла введено новое обозначение z для переменной интегрирования. Интеграл с переменным нижним пределом, стоящий в правой части этого равенства, известен как интегральная экспоненциальная функция и обозначается символом E_i:

$$E_i(-\eta) = -\int_{\eta}^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz . \tag{4.24}$$

Для определения этой функции составлены подробные таблицы (см. приложение 2).

Итак,

$$H(r,t) = H_o - C_o E_i \left(\frac{r^2}{4 a^* t} \right) . \tag{4.25}$$

Для определения C_1 вспомним теперь, что мы пока не зафиксировали граничного условия на скважине. Найдем выражение для расхода скважины

$$Q_c = 2\pi T \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right)_{r=r_c} = -2\pi T r_c \cdot C_1 \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[E_i \left(\frac{r^2}{4 a^* t} \right) \right] \right\}_{r=r_c} =$$

$$= -2\pi T r_c \cdot C_1 \left\{ \frac{d}{d\eta} \left[E_i(-\eta) \frac{\partial \eta}{\partial r} \right] \right\}_{r=r_c} =$$

$$= -2\pi T C_1 r_c \left(\frac{e^{-\eta}}{\eta} \cdot \frac{2r}{4 a^* t} \right)_{r=r_c} = -4\pi T C_1 e^{-(r_c^2)/(4a^* t)} .$$

Так как величина $r_c^2/(4a^* t)$ при реальном малом радиусе скважины быстро стремится к нулю с ростом t, то множитель $\exp[-r_c^2/(4a^* t)]$ уже при небольших значениях t оказывается практически равным единице. Например, при r_c =10 см и $a^* = 10^3$ м^2/сут уже через 1 мин. после начала работы скважины это справедливо с погрешностью менее 1%. Следовательно,

$$C_1 \approx -\frac{Q_c}{4\pi T} , \tag{4.26}$$

где расход скважины практически может считаться не зависящим от времени. Формула (4.25) принимает вид

$$H(r,t) = H_o + \frac{Q_c}{4\pi T} E_i \left(-\frac{r^2}{4a^* t} \right), \qquad (4.27)$$

и она может, таким образом, рассматриваться как решение поставленной задачи для случая скважины, работающей с постоянным расходом Q_c. Вводя далее понижение напора $S(r, T) = H_o - H$, приходим к окончательному выражению:

$$S(r,t) = -\frac{Q_c}{4\pi T} E_i \left(-\frac{r^2}{4a^* t} \right) \equiv \frac{Q_c}{4\pi T} W(\eta), \qquad (4.28)$$

здесь

$$\eta = \frac{r^2}{4a^* t}, \quad W = -E_i(-\eta),$$

известному как решение Тейса [47]. Нетрудно показать, что в таком виде оно годится и для случая исходной пьезометрической поверхности произвольной формы (докажите это самостоятельно, пользуясь методом сложения течений, — аналогично изложенному в разделе 3.3).

При малых значениях аргумента, примерно при

$$\eta = \frac{r^2}{4a^* t} < 0{,}05 \div 0{,}1, \qquad (4.29)$$

функция $-E_i(-\eta)$ хорошо аппроксимируется выражением $\ln(0{,}56/\eta)$, и решение Тейса записывается в виде

$$S = \frac{Q_c}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\, a^* t}{r^2}. \qquad (4.30)$$

Для двух точек r_1 и r_2, удовлетворяющих условию (4.29), разность понижений $S_1 - S_2 = \Delta S$ описывается, следовательно, зависимостью

$$\Delta S = \frac{Q_c}{2\pi T} \ln \frac{r_2}{r_1}, \qquad (4.31)$$

отвечающей формулам раздела 3.2 для стационарной плоскорадиальной фильтрации. Иначе говоря, в зоне, удовлетворяющей условию (4.29), пьезометрическая кривая перемещается во времени параллельно самой себе, не изменяя формы, т.е. здесь имеет место **квазистационарный** режим движения. Физически это означает, что расход жидкости, обусловленный сработкой упругих запасов в пределах упомянутой зоны, пренебрежимо мал в сравнении с транзитным расходом, поступающим в нее из периферийных зон области влияния откачки.

Формулы (4.28), (4.30) и (4.31) широко используются при обработке результатов опытных откачек (см. гл. 5).

Обратим внимание, что *формула Тейса годится только для скважин, работающих с постоянным расходом в неограниченном пласте.* Однако, пользуясь методом сложения течений, можно получить решение для скважины с изменяющимся дебитом или скважины, работающей вблизи прямолинейной границы пласта. Аналогично изложенному в разделе 3.3 — простым суммированием — получают решение и для группы скважин.

ЗАДАЧА. Вывести формулу для расчета понижений в точке A (рис. 4.5) при работе скважины с постоянным расходом вблизи непроницаемого сброса. При выводе рекомендуется применить метод отражений (см. раздел 3.3).

Выведем теперь формулу, описывающую процесс **восстановления уровней** после прекращения откачки. Пусть откачка с расходом Q_c заканчивается через время t_o. Это равносильно тому, что начиная с момента t_o наряду с продолжающейся работой откачивающей скважины в той же точке включается нагнетательная скважина (с расходом $-Q_c$). Тогда, согласно принципу суперпозиции, понижение напора на стадии востановления (т.е. при $t > t_o$) определяется по формуле

$$S = \frac{Q_c}{4\pi T}\left(-\frac{r^2}{4a^* t}\right) + \frac{Q_c}{4\pi T} E_i\left[-\frac{r^2}{4a^*(t - t_0)}\right]. \quad (4.32)$$

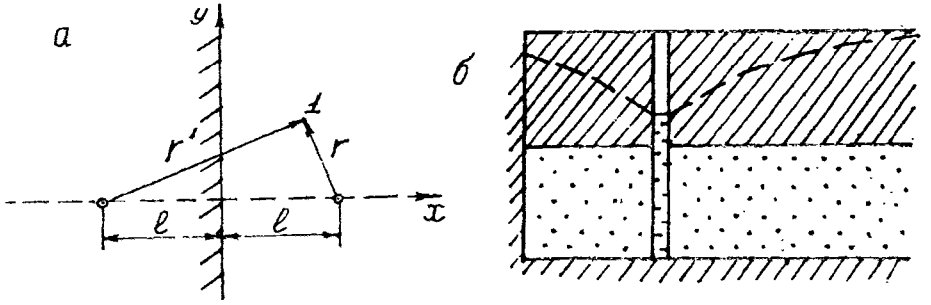


Рис. 4.5. Фильтрация к скважине вблизи непроницаемой границы: а - план; б - разрез

При ограниченном времени восстановления $t' = t - t_o$ в сравнении с длительностью откачки t_o ориентировочно, при

$$\frac{t'}{t_o} < 0{,}1\,, \tag{4.33}$$

можно считать, что в зоне квазистационарного режима откачки

$$-E_i\left(-\frac{r^2}{4a^* t}\right) \approx -E_i\left(-\frac{r^2}{4a^* t_o}\right)\,,^*$$

и формула (4.32) принимает вид:

$$\Delta S(t') = S'(t_o) - S(t_o + t') = -\frac{Q_c}{4\pi T} E_i\left(-\frac{r^2}{4a^* t'}\right), \tag{4.34}$$

т.е. на начальном этапе восстановления, удовлетворяющем условию (4.33), подъем уровня $\Delta S'$ описывается той же формулой Тейса. При этом ΔS отсчитывается от пьезометрических уровней, зафиксированных на конец откачки, а время t', соответственно, — от момента прекращения откачки. Физически это означает, что режим фильтрации в конце откачки близок к стационарному:

---

* Точнее говоря, при выполнении условия (4.29) разность этих величин, равная $\ln\left(2{,}25\,a^* t/r^2\right) - \ln\left(2{,}25\,a^* t_0/r^2\right) = \ln\left(t/t_0\right) = \ln\left(1 + t'/t_0\right) \approx t'/t_0$, мала в сравнении с каждой из них.

скорость изменения напоров в это время пренебрежимо мала по сравнению со скоростями, фиксируемыми в начальный период восстановления. Обратим, однако, внимание на то, что это предположение, так же как и формула (4.34), справедливо только для той области, прилежащей к скважине, где на конец откачки удовлетворяется условие квазистационарности (4.29).

Для малых значений r формула (4.34), как и в случае общей зависимости Тейса, заменяется логарифмической аппроксимацией. В частности, для самой скважины ($r = r_c$) она принимает вид

$$\Delta S_c = \frac{Q_c}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\, a^* t'}{r_c^2}. \qquad (4.35)$$

Для скважин с заданным постоянным уровнем (самоизливающие скважины, поглощающие и др.) решение Тейса неприменимо. Для оценки расхода такой одиночной скважины в неограниченном пласте может использоваться приближенная формула [42]

$$Q_c = \frac{2\pi T S_c}{\ln \dfrac{\sqrt{\pi a^* t} + r_c}{r_c}} \approx \frac{2\pi T S_c}{\ln \dfrac{\sqrt{\pi a^* t}}{r_c}}. \qquad (4.36)$$

которой можно придать следующий вид, формально подобный зависимости Тейса для понижения S_c в самой скважине:

$$\frac{S_c}{Q_c} = \frac{1}{4\pi T} \ln \frac{\pi a^* t}{r_c^2}. \qquad (4.37)$$

При не слишком малых значениях t различия в коэффициентах (2,25 и π) под логарифмом не оказывают заметного влияния на график $S_c(t)/Q_c = f(t)$, что дает возможность обрабатывать данные одиночных откачек и выпусков (из самоизливающих скважин) по единому алгоритму (см. гл. 5).

Возвращаясь к выражению (4.36), отметим, что оно формально совпадает со стационарной формулой (3.32) для скважины в круговом пласте, если ввести обозначения

$$R(t) \equiv \sqrt{\pi a^* t} + r_c \approx \sqrt{\pi a^* t}. \qquad (4.38)$$

Величина $R(t)$ может быть названа **расчетным радиусом влияния** скважины, при этом, однако, подчеркнем условность данного понятия — аналогично сказанному ранее о расчетной длине зоны влияния (см. раздел 4.1.1). Вместе с тем, интересно отметить, что формулы для определения этих величин оказались идентичными как при плоскопараллельном (см. формулу (4.18)), так и при плоскорадиальном (см. формулу (4.38)) потоках. Это дает основание предположить, что и при иной геометрии линий тока можно (с какой-то долей приближения) пользоваться формулой (4.38), отсчитывая полученное по ней значение $R(t)$ от границы области стока.

4.1.3. О возможностях распространения решений одномерных задач на двухмерные плановые поток

Полученные решения одномерных задач можно в ряде случаев эффективно обобщить применительно к двухмерным потокам. Так, для расчетов систем скважин в этих целях используется прежде всего принцип сложения течений (см. раздел 3.3). При заданных расходах скважин их совместный эффект оценивают простым суммированием понижений, определяемых для каждой скважины по формуле (4.28) или по производным от нее формулам для ограниченных пластов, получаемым методом отражения (см., например, задачу о скважине вблизи непроницаемого контура в разделе 4.1.2). Для скважин с заданными уровнями методика расчета усложняется по причинам, отраженным в разделе 3.3.

Двухмерность потока (если она заметно проявляется лишь на локальных его участках) учитывают с помощью метода эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. раздел 3.4). Он оказывается справедливым в той же трактовке, что и для стационарных задач, если зона возмущения (длина нестационарного потока) перекрывает размеры участка локальных деформаций. Например, решения для несовершенных выработок и скважин нетрудно получить из приведенных выше решений для совершенных границ — путем добавления в них соответствующих

фильтрационных сопротивлений на несовершенство, определяемых, как в стационарном случае (см. раздел 3.4).

В частности, аналогично формуле (3.71) для несовершенных выработок в стационарном потоке, обобщающей формулу (3.32), можно распространить приближенную формулу (4.36) на несовершенные скважины:

$$Q_c = \frac{2\pi T S_c}{\ln \frac{\sqrt{\pi a^* t}}{r_c} + \xi}, \tag{4.39}$$

где ξ имеет то же значение, что и в формуле (3.71).

В целом же, однако, трудности аналитического решения нестационарных задач, с которыми мы столкнулись при изучении приведенных простейших примеров, при переходе к двухмерным потокам существенно возрастают. Наряду с обращением к моделированию (см. раздел 4.3) это заставляет отыскивать приближенные (инженерные) приемы, позволяющие свести двухмерные задачи к одномерным. В основе их чаще всего лежит разделение (фрагментация) потока вдоль линий тока.

При исследовании многих двухмерных задач было замечено, что через какое-то время после начального возмущения пласта положение линий тока мало меняется в пространстве. Исходя из этого можно приближенно считать, что линии тока нестационарного и стационарного потоков (по крайней мере, при одних и тех же граничных условиях) мало отклоняются друг от друга. Тогда, построив линии тока для соответствующего стационарного случая (например, на модели из электропроводной бумаги), можно далее рассчитывать нестационарный поток изолированно в пределах каждой ленты тока, ограниченной парой выделенных линий тока. Такой прием получил название метода **недеформируемых линий тока** (НЛТ) [1].

Дальнейший расчет для каждой ленты тока (рис. 4.6) ведется в предположении, что характеристики нестационарного потока (напоры, скорости) зависят только от одной пространственной координаты

l, отсчитываемой вдоль оси ленты: $H = H(l, t)$. При этом, конечно, учитывается и изменение ширины ленты $\omega(t)$. Тогда оказывается возможным использование как различных аналитических приемов, так и моделирования, но уже не в двухмерной, а в упрощенной одномерной постановке.

Пусть, например, мы имеем дело с задачей о расчете водопритока к горной выработке, на которой происходит быстрое (мгновенное) снижение напора (часть контура AB этой выработки отвечает на выделенной ленте границе $l = 0$). Постепенное распространение возмущения вдоль ленты во времени можно учесть, воспользовавшись найденным ранее выражением (4.38) для расчетного радиуса влияния, которое, как мы недавно выяснили, может считаться не зависящим от геометрии линий тока (рассчитанные на ряд моментов времени t_i значения $R(t_i)$ показаны на рис. 4.6). Конечное значение $R(t)$ отвечает положению контура реки CD. Определяем далее фильтрационные сопротивления $\Phi(t_i)$ участков ленты в интервалах $[0, R(t_i)]$, для чего проще всего измерить электрические сопротивления кусков электроповодящей бумаги соответствующей конфигурации. Расход потока $Q(t_i)$ в пределах ленты на момент t_1 определится, согласно формуле (3.53), соотношением:

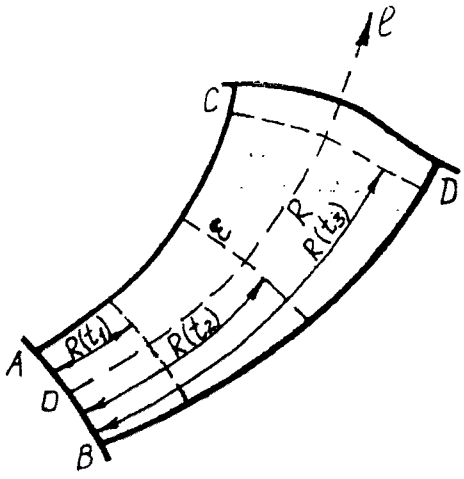


Рис. 4.6. Схема расчета нестационарной фильтрации в пределах ленты тока

$$Q(t_i) = \frac{\Delta H(t_i)}{\Phi(t_i)}, \qquad (4.40)$$

где $\Delta H(t_i)$ — разность напоров между границами участка ленты длиной $R(t_i)$.

Если границей ленты ($l = 0$) является не горная выработка, а линейный контур скважин, то можно предварительно воспользоваться методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. раздел 3.4), который становится справедливым, как только расчетный размер зоны влияния контура превысит расстояние σ между скважинами, что следует непосредственно из обоснованного нами ранее (см. раздел 3.4) условия применимости метода эквивалентных фильтрационных сопротивлений. Согласно формуле (4.38), это можно считать справедливым при

$$t > \frac{\sigma^2}{\pi a^*}, \qquad (4.41)$$

где t — время от начала возмущения.

В целом, однако, изложенный здесь способ фрагментации двухмерного планового потока является весьма приближенным и не универсальным , что вынуждает на практике обращаться к моделированию (см. раздел 4.3) в двухмерной постановке.

4.2. Аналитическое исследование нестационарных фильтрационных процессов методами интегральных преобразований

Использованные в разделе 4.1 приемы для аналитического решения нестационарных задач носили весьма частный характер. Более общий подход к решению уравнений нестационарной фильтрации дают методы, основанные на их интегральных преобразованиях. В результате вместо исходного дифференциального уравнения получают его интегральный аналог — новое уравнение, имеющее, однако, меньшее число независимых переменных — за счет удаления той переменной, по которой велось интегрирование. Чаще всего в качестве такой переменной выступает время t, а в качестве интегральных преобразований — преобразования Лапласа и Лапласа-Карсона, широко используемые в операционном исчислении [16]. Поэтому данный метод решения мы будем именовать также **операционным.**

Пусть $F(x_i, t)$ — некоторая достаточно гладкая функция пространственных координат x_i и времени. Введем преобразование Лапласа-Карсона [16]

$$L_1\ [F(x_i,t)] = \frac{1}{t_p}\int_0^\infty F(x_i,t)\, e^{-t/t_p}\, dt \equiv \bar{F}(x_i)\,, \qquad (4.42)$$

где исходная функция $F(x_i,t)$ называется **оригиналом**, а получаемая после преобразования функция $\bar{F}(x_i)$ — **изображением** исходной функции F по Лапласу-Карсо-

* В частности, метод НЛТ дает удовлетворительные результаты при наличии в расчетной области протяженных границ обеспеченного питания, но оказывается мало пригодным при других видах граничных условий.

ну; t_p — некоторая постоянная величина, имеющая размерность времени и называемая параметром преобразования. Таким образом, это преобразование ставит во взаимно однозначное соответствие две функции: $F(x_i, t)$ и $\bar{F}(x_i)$, причем вторая от времени уже не зависит (можно говорить о том, что $\bar{F}(x_i)$ — есть некоторое специальное осреднение функции $F(x_i, t)$ во времени). Зная функцию $\bar{F}(x_i)$, можно, используя обратное преобразование, найти исходную функцию $F(x_i, t)$. Для облегчения этой операции меются специальные таблицы обращения [16].

Отметим некоторые свойства преобразования L_1:

1 $L_1(F_1 + F_2) = L_2(F_1) + L_1(F_2) = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$ — *изображение суммы равно сумме изображений;*

2 $L_1(a) = a\,(a = \text{const})$ — изображение от постоянной равной этой постоянной;

3 $L_1\{D\,[F(x_i, t)]\} = D\{L_1[F(x_i, t)]\} = D\bar{F}(x_i)$ (здесь D — обозначение любого линейного оператора, содержащего производные от функции F только по пространственным координатам);

4 $L_1[F'(x_i, t)] = (1/t_p)\bar{F}(x_i) - F(x_i, t)\,|_{t=0}$ — формула для изображения производной.

Первые три свойства очевидны, последнее — легко доказывается интегрированием в (4.42) по частям.

Перейдем к использованию преобразования Лапласа-Карсона для решения задач нестационарной фильтрации. Исходные уравнения типа (2.22), (2.33) и другие можно, введя функцию понижения напора $S(x, y, t)$, переписать в следующем обобщенном виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = D(S), \qquad (4.43)$$

где *линейный* оператор $D(S)$ не содержит временных производных (линейность здесь предполагает независимость коэффициентов при производных от искомой функции S).

Применим к уравнению (4.43) преобразование Лапласа-Карсона (4.42), введя функцию-изображение:

$$L_1\ [S(x,y,t)] = \frac{1}{t_p}\int_0^\infty S(x,y,t)\, e^{-t/t_p}\, dt \equiv \bar{S}\,(x,\, y)\,. \tag{4.44}$$

С учетом свойств преобразования L_1 нестационарное уравнение (4.43) перейдет в стационарное:

$$\bar{S}/t_p - S\,\big|_{t=0} = D\,(\bar{S})\,. \tag{4.45}$$

Если исходная поверхность напоров стационарная, то, принимая $S(x,\, y,\, t)\,\big|_{t=0} = 0$, получим уравнение в изображениях

$$\bar{S} - t_p\, D\,(\bar{S}) = 0\,, \tag{4.46}$$

в котором сохранились производные лишь по пространственным координатам.

Граничные условия для уравнения (4.46) получаются из исходных граничных условий после применения к ним преобразования Лапласа-Карсона. В частности, при постоянных во времени граничных условиях они сохраняют свой вид и после перехода к изображениям.

Таким образом, вместо исходной нестационарной краевой задачи для функции-оригинала S решается более простая (стационарная) задача для функции-изображения $\bar{S}$. Для перехода от решения в изображениях к исходному решению для функции-оригинала используются таблицы обращений для преобразования Лапласа-Карсона [16].

В качестве примера найдем решение уже рассмотренной нами (см. раздел 4.1) задачи о скважине с постоянным дебитом в неограниченном напорном пласте. Из исходного уравнения (4.19) получаем уравнение в изображениях:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\bar{S}}{dr}\right) - \frac{1}{a^*\, t_p}\,\bar{S} = 0\,. \tag{4.47}$$

Граничные условия имеют в изображениях вид

$$\left(r\frac{d\bar{S}}{dr}\right)_{r=r_c} = -\frac{Q_c}{2\pi T};\quad \bar{S}'\,\big|_{r\to\infty} = 0\,. \tag{4.48}$$

Решение полученного обыкновенного дифференциального уравнения (уравнение Бесселя), с учетом граничных условий находим так же, как и в разделе 3.2.2.

$$\bar{S}(r) = \frac{Q_c}{2\pi T r_c} \cdot \frac{K_0\left[r\sqrt{(1/a^* t_p)}\right]}{(1/\sqrt{a^* t_p})\, K_1\left[r_c\sqrt{1/(a^* t_p)}\right]}, \qquad (4.49)$$

где K_0 и K_1 — функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядков от мнимого аргумента.

При $r_c/\sqrt{a^* t_p} < 0{,}1$ можно считать $K_1\left[r_c\sqrt{1/(a^* t_p)}\right] \approx$, $\approx \left(1/r_c\right)/\sqrt{a^* t_p}$ и формула (4.49) принимает вид

$$\bar{S}(r) = \frac{Q_c}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{\sqrt{a^* t_p}}\right), \qquad (4.50)$$

От полученного таким образом решения задачи в изображениях с помощью таблиц обращения находим исходное решение - оригинал для функции S:

$$S(r,t) = -\frac{Q_c}{4\pi T} E_i\left(-\frac{r^2}{4a^* t}\right),$$

что совпадает с формулой Тейса (4.28).

Если решение в изображениях не имеет готового (табличного) оригинала, то могут использоваться приближенные - численные методы обращения.

Так, в работе [22] предложена следующая приближенная формула обращения:

$$S(t) \approx 0{,}9\left(-\bar{S}_1 + \frac{16}{3}\bar{S}_2 - \frac{16}{5}\bar{S}_3\right), \qquad (4.51)$$

где $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ и $\bar{S}_3$ — значения изображений при параметрах преобразования, равных соответственно:

$$t_{p_1} = 2{,}89\, t;\ t_{p_2} = \frac{1}{3} t_{p_1};\ t_{p_3} = \frac{1}{5} t_{p_1}, \qquad (4.52)$$

где t — расчетное время.

Рассмотрим для примера задачу о скважине с постоянным расходом в неограниченном напорном пласте. Решение в изображениях имеет вид (4.50). Подставляя его в формулу (4.51), получаем:

$$\frac{2\pi TS(r,t)}{Q_c} = 0{,}9\ [-K_0(1{,}18\,\lambda) + 5{,}333\,K_o(2{,}03\,\lambda) -$$

$$-3{,}2\,K_o(2{,}63\,\lambda)]\ ,$$

где $\lambda = r/(2\sqrt{a^*\,t})$.

Сравнение этого решения с формулой Тейса дает вполне удовлетворительные результаты.

Численные методы обращения имеют большое значение для эффективного использования интегральных преобразований при моделировании: в этом случае на модели решается стационарное уравнение вида (4.46) (вместо нестационарного), а по найденным значениям функции изображения $S(x, y, t_p)$ численно определяются искомые значения $S(x, y, t)$.

До сих пор мы говорили об использовании интегрального преобразования для получения аналитического или модельного решения той или иной краевой задачи. Однако при исследовании некоторых вопросов фильтрации обратный переход от решения интегрального уравнения-аналога к решению исходного уравнения (от изображения к оригиналу) не является обязательным: искомые величины могут определяться непосредственно из полученного решения в изображениях. Таковы, в частности, обратные задачи, связанные с определением фильтрационных параметров (см. гл. 5), в которых значения исходной функции S известны из полевых измерений. В этих случаях необходимо предварительно рассчитать значения функции-изображения $\bar{S}$, используя известные из наблюдений графики функции $S(t)$. Для численного определения изображения, отвечающего интегральному преобразованию Лапласа-Карсона вида (4.44), может использоваться следующая приближенная формула [23]:

$$\bar{S} = \frac{1}{t_p}\int_0^{\infty} S(t)\exp(-t/t_p)\,dt = A_o\,S(0) + \sum_{k=1}^{n} A_k\ S(t_k)\,. \tag{4.53}$$

Коэффициенты A_k определяют по следующей таблице.

k	$x_k = \frac{t_k}{t_p}$	A_k
0	—	0,091
1	0,335	0,403
2	1,128	0,332
3	2,396	0,138
4	4,167	0,0316
5	6,487	0,0398
6	9,428	0,(3)264
7	13,102	0,(5)836
8	17,696	0,(6)106

Порядок вычислений изображения следующий: выбирается значение параметра t_p (величина, имеющая размерность времени), после чего из таблицы находят значения $x_к$ и соответствующие им значения $A_к$. Далее, при известных значениях t_p и $x_к$, из соотношения $t_к = x_к\, t_p$ определяют моменты времени $t_к$, на которые для вычислений по формуле (4.53) берут известные значения функции $S(t_к)$. Подсчет суммы ряда в формуле (4,53) обычно можно ограничить пятью-шестью первыми членами.

Если функция $S(t)$ становится заметно отличной от нуля лишь при $t \geq t_1 > 0$, то вместо формулы (4.53) лучше использовать формулу

$$\bar{S} = \frac{1}{t_p}\int_0^\infty S(t)\, e^{-t/t_p}\, dt = e^{-t/t_p} \sum_{k=1}^{n} A_k\, S(t_1 + \Delta t_k), \qquad (4.53\text{ а})$$

где $\Delta t_k = t_к - t_1$. В этом случае по таблице вместо $t_к/t_p$ находим $\Delta t_k/t_p$.

Расчет изображения по графику функции $S(t)$ занимает несколько минут.

Очевидно, что точность вычисления интегралов вида (4.44) в значительной степени связана с выбором параметра t_p. С одной стороны, величина t_p должна приниматься достаточно малой, т.е. значение множителя $\exp(-t/t_p)$ не должно быть слишком большим. Это положение определяется тем, что в выражении (4.44) интегрирование по времени должно осуществляться в пределах от 0 до ∞, в то время как на практике фактические данные об изменении уровней

подземных вод могут быть получены только в конечном интервале времени от 0 до t_o.

С другой стороны, при слишком малых значениях параметра t_p на величине искомого интеграла может решающим образом отразиться влияние начальных стадий формирования понижений уровня подземных вод или дебитов испытуемых скважин, когда погрешности максимальны.

В целом следует считать всегда желательным выполнение требования:

$$t_p \leq \frac{1}{6} t_o . \tag{4.54а}$$

Если первые наблюдения до момента t_{min} являются по каким-либо причинам недостоверными, то следует принимать t_p отвечающим условию

$$t_p > 2\, t_{min} . \tag{4.55}$$

Таким образом, для эффективного использования операционного метода должно выполняться условие t_{min} $0{,}1 t_o$.

После вычисления опытной функции S искомые параметры пласта определяют непосредственно из аналитического решения задачи в изображениях.

Рассмотрим, для примера, задачу об откачке из скважины в изолированном напорном пласте при произвольном дебите $Q_c(t)$. Изображение для функции $Q_c(t)$ определится формулой

$$\bar{Q}_c = \frac{1}{t_p} \int_0^\infty Q_c(t)\, e^{-t/t_p}\, dt . \tag{4.56}$$

Аналогично (4.50) решение поставленной задачи в изображениях дается формулой

$$\frac{\bar{S}(r)}{\bar{Q}_c} = \frac{1}{2\pi T} K_o(\chi r) \tag{4.57}$$

или при $\chi r < 0{,}1 \div 0{,}2$

$$\frac{\bar{S}(r)}{\bar{Q}_c} = \frac{1}{2\pi T} \ln \frac{1{,}12}{\chi r} , \tag{4.57а}$$

где

$$\chi = \sqrt{1/(a^* t_p)} . \tag{4.58}$$

При заданном понижении на скважине S_c тем же путем нетрудно получить

$$\frac{S(r)}{S_c} = \frac{K_0(\chi r)}{K_0(\chi r_c)}. \qquad (4.59)$$

Для совершенных скважин, работающих в условиях более сложных фильтрационных схем, решение (4.57) сохраняет свой вид, но коэффициент χ имеет отличные значения.

На использовании этих результатов мы остановимся в гл. 5. Пока же отметим, что важнейшим достоинством операционного метода является его интегральная природа, обеспечивающая свертку и усреднение информации по временной координате. Кроме того, достигается высокая степень верификации результирующих зависимостей и, соответственно, способов обработки опытных данных для разнообразных расчетных схем.

ПРИМЕР. Используем операционный метод для интерпретации режимных наблюдений, проведенных в паводковый период по створу пьезометров. Последние оборудованы на нижний слой в безнапорном двухслойном пласте. Створ ориентирован вкрест простирания реки, которая может считаться единственной гидродинамической границей (полуограниченный пласт) и на которой задано условие третьего рода (3.56) (см. рис. 2.14).

Найдем сначала решение задачи в изображениях. Преобразуя исходное уравнение (4.6) по Лапласу-Карсону, получаем

$$\frac{d^2(\Delta\bar{H})}{dx^2} - \frac{1}{a t_p}\Delta\bar{H} = 0 \qquad (4.60)$$

Общее решение этого обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами имеет вид [16]

$$\Delta\bar{H} = C_1 \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{a t_p}}\right) + C_2 \exp\left(\frac{x}{\sqrt{a t_p}}\right). \qquad (4.61)$$

Так как $\Delta\bar{H}\big|_{x\to\infty} = 0$, то $C_2 = 0$. Значение C_1 найдем из второго граничного условия (при $x = 0$), которое в изображениях имеет вид (см. формулу (3.56)):

$$-\frac{\partial(\Delta\bar{H})}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\Delta\bar{H}_p - \Delta\bar{H}_\varepsilon}{\Delta L}, \qquad (4.62)$$

где исходные функции-оригиналы ΔH_p и ΔH_z представляют собой изменения уровней на внешней (в реке) и внутренней (в пласте) границах кольматационного слоя. После элементарных преобразований, исключающих величину ΔH_z, окончательно получаем:

$$\Delta \bar{H} = \frac{\Delta H_p}{1 + \Delta L \sqrt{a t_p}} \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{a t_p}}\right). \qquad (4.63)$$

Теперь, подсчитывая изображения от замеренных функций ΔH и ΔH_p, можно определить неизвестные параметры a и ΔL. Так, строя график связи $\ln\left(\frac{\Delta \bar{H}_p}{\Delta \bar{H}}\right)$ для группы пьезометров, мы должны получить прямую линию, угол наклона α которой к оси x дает значение коэффициента уровнепроводности $\sqrt{a t_p} \approx ctg\,\alpha$. Затем по отрезку b, отсекаемому на оси ординат, определяется параметр $\Delta L : b = \ln(1 + \Delta L/\sqrt{a t_p})$. Прямолинейность построенного графика, которая должна наблюдаться для любых выбранных значений параметра преобразования t_p, является важным диагностическим признаком — свидетельством справедливости принятой расчетной схемы. При малом числе пьезометров (например, два) приходится ориентироваться на другой способ интерпретации. Сначала по отношению $\frac{\Delta \bar{H}_1}{\Delta \bar{H}_2} = \exp\frac{x_2 - x_1}{\sqrt{a t_p}}$ определяется коэффициент уровнепроводности, а затем по известному значению $\Delta \bar{H}$ для одного из пьезометров вычисляется параметр ΔL. Важный диагностический признак в этом случае — постоянство расчетных значений параметров при различных значениях параметра преобразования t_p.

4.3. Моделирование нестационарных плановых потоков

4.3.1. Конечно-разностная форма дифференциальных уравнений

Наиболее широкие возможности для решения нестационарных задач представляет математическое моделирование - аналоговое, использующее чаще всего электрические модели, и численное, реализуемое на ЭВМ. В теоретической основе моделирования нестационарной фильтрации лежит метод конечных разностей*, в соответствии

* Применение этого метода для решения задач динамики подземных вод было предложено Г.Н.Каменским еще в 40-х годах.

с которым и пространство, и время разбиваются на конечные интервалы, т.е. представляются дискретно на некоторой пространственно-временной сетке с узловыми точками x_i, y_i, t_k. При этом реальное непрерывное распределение напоров $H(x, y, t)$ заменяется дискретным: отыскивают или считают заданными напоры $H(x_i, y_i, t_k)$ во всех узловых точках сетки. Производные от напора в той или иной точке при этом заменяют приближенными конечно-разностными представлениями и они оказываются, таким образом, выраженными через разности в значениях напоров на концах пространственных или временных интервалов, включающих данную расчетную точку. Например, для одномерного плоскопараллельного случая, когда область фильтрации длиной L разбита сечениями x_i ($0 \leq x_i \leq L$) на интервалы длиной Δx, а расчетный период времени t разделен на последовательные промежутки t_k ($0 \leq t_k \leq t$) продолжительностью Δt, имеем следующие выражения для производных в произвольной точке сетки (x_i, t_k):

$$\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x_i, t_k} \approx \frac{H(x_i, t_k) - H(x_{i-1}, t_k)}{\Delta x} \approx \frac{H(x_{i+1}, t_k) - H(x_i, t_k)}{\Delta x}, \tag{4.64}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}\Big|_{x_i, t_k} \approx \frac{H(x_i, t_k) - H(x_i, t_{k-1})}{\Delta t} \approx \frac{H(x_i, t_{k+1}) - H(x_i, t_k)}{\Delta t}, \tag{4.65}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\Big|_{x_i, t_k} \approx \frac{\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x_i, t_k} - \frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x_{i-1}, t_k}}{\Delta x} \approx$$

$$\approx \frac{[H(x_{i+1, t_k}) - H(x_i, t_k)]/\Delta x}{\Delta x} - \frac{[H(x_i, t_k) - H(x_{i-1}, t_k)]/\Delta x}{\Delta x}$$

$$= \frac{H(x_{i+1}, t_k) - 2H(x_i, t_k) + H(x_{i-1}, t_k)}{(\Delta x)^2}. \tag{4.66}$$

В дальнейшем для упрощения записи мы введем следующую индексацию: $H(x_i, t_k) \equiv H_i^k$, где H_i^k — напор в расчетном узле номер i ($0 \le i \le L/\Delta x$ на k-ом расчетном слое ($0 \le k \le \Delta t/t$). В этих обозначениях, например, уравнение (4.1) в точке i, k имеет следующее приближенное конечно-разностное представление:

$$a^* \frac{H_{i+1}^k - 2H_i^k + H_{i-1}^k}{(\Delta x)^2} \approx \frac{H_i^k - H_i^{k-1}}{\Delta t}, \qquad (4.67)$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Если придать этому уравнению несколько иную форму:

$$T \frac{H_i^k - H_{i-1}^k}{\Delta x} - T \frac{H_{i+1}^k - H_i^k}{\Delta x} \approx \mu^* \frac{H_i^{k-1} - H_i^k}{\Delta t}, \qquad (4.67а)$$

то оно приобретает простой балансовый смысл (рис. 4.7,а). В самом деле, первое слагаемое в левой части - расход потока в среднем сечении ($i - 1/2$) между узлами i и $i - 1$, второе слагаемое — то же, в среднем сечении ($i + 1/2$) между блоками $i + 1$ и i, а правая часть выражает собой скорость изменения объема воды, заключенного в интервале ($i - 1/2$; $i + 1/2$), при снижении пьезометрической кривой. Иначе говоря, уравнение (4.67) — суть конечно-разностная форма условия сохранения массы жидкости — уравнения неразрывности.

4.3.2. Аналоговое моделирование нестационарной фильтрации

Придадим уравнению (4.67а) более общую форму, считая, что параметры пласта μ^* и T могут меняться от сечения к сечению:

$$T_{i-1} \frac{H_{i-1}^k - H_i^k}{\Delta x} + T_{i+1} \frac{H_{i+1}^k - H_i^k}{\Delta x} = \mu_i^* \frac{H_i^k - H_i^{k-1}}{\Delta t} \Delta x, \qquad (4.67б)$$

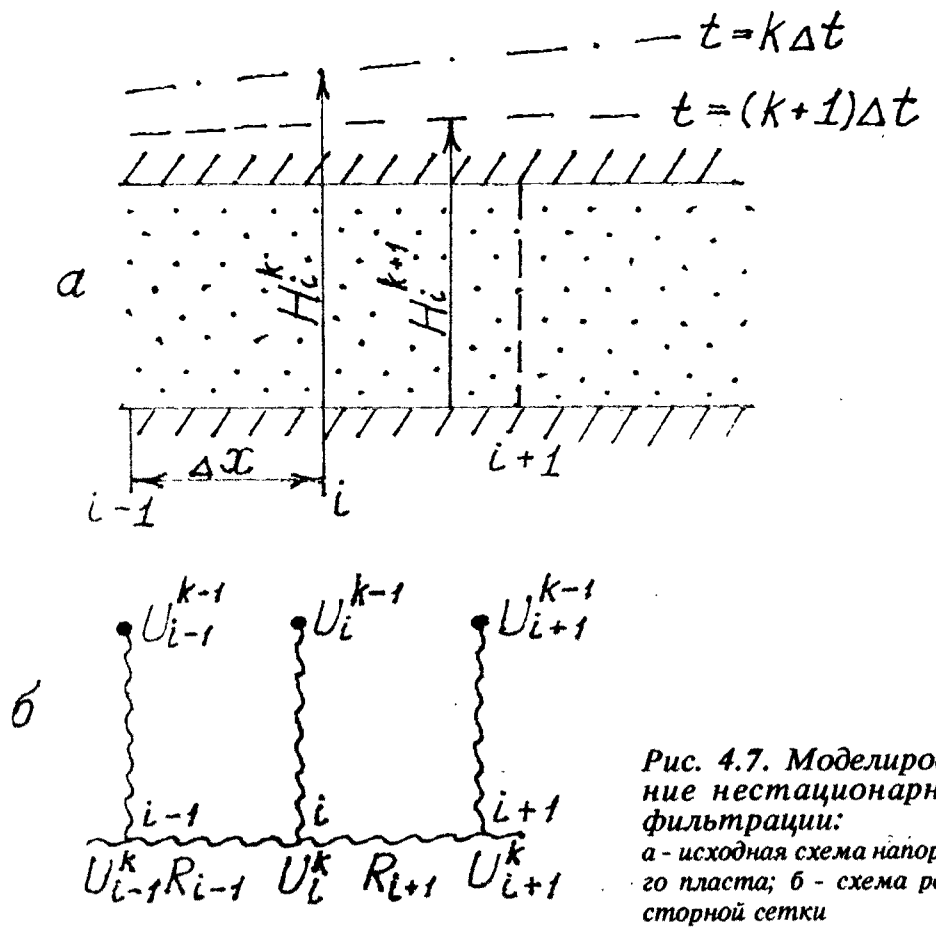


Рис. 4.7. Моделирование нестационарной фильтрации:
а - исходная схема напорного пласта; б - схема резисторной сетки

где T_{i-1} и T_{i+1} — проводимости на участках между сечениями $i \div (i-1)$ и $i \div (i+1)$; вводя фильтрационные сопротивления согласно формуле (3.54)*, получаем:

$$\frac{H_{i-1}^k - H_i^k}{\Phi_{i-1}} + \frac{H_{i+1}^k - H_i^k}{\Phi_{i+1}} = \mu_i^* \omega_i \frac{H_i^k - H_i^{k-1}}{\Delta t}, \qquad (4.68)$$

где ω_i — площадь участка между сечениями $i + 1/2$ и $i - 1/2$, прилежащего к точке i ($\omega_i = \Delta x \cdot 1$);

μ_i^* — упругая водоотдача на этом участке.

* Ширину потока *B* считаем равной единице.

В более компактной форме уравнение (4.68) можно записать, опуская индекс i расчетного узла:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{H_j - H}{\Phi_j} = \mu^* \omega \frac{H^k - H^{k-1}}{\Delta t}, \qquad (4.68а)$$

где индекс $j = 1,2$ отвечает узлам, соседним с расчетным ($n = 2$).

Рассмотрим теперь сетку электрических сопротивлений, элементы которой представлены на рис. 4.7б. Согласно закону Кирхгофа, сумма токов, поступающих в i-ый узел, должна равняться нулю:

$$\frac{U_{i-1}^k - U_i^k}{R_{i-1}} + \frac{U_{i+1}^k - U_i^k}{R_{i+1}} + \frac{U_i^{k-1} - U_i^k}{R_{t_i}} = 0 \qquad (4.69)$$

(обозначения потенциалов u и сопротивлений R ясны из рис. 4.7б). Перепишем формулу (4.69):

$$\frac{U_{i-1}^k - U_i^k}{R_{i-1}} + \frac{U_{i+1}^k - U_i^k}{R_{i+1}} = \frac{U_i^k - U_i^{k-1}}{R_{t_i}}, \qquad (4.70)$$

или в более компактной форме:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{U_j^k - U}{R_j} = \frac{U^k - U^{k-1}}{R_t}. \qquad (4.70а)$$

Вспоминая теперь материал раздела 3.5.2, мы убеждаемся, что уравнения (4.70) и (4.70а) оказываются эквивалентными уравнениям (4.68) и (4.68а) нестационарной фильтрации, если потребовать соответствия:

$$\alpha_\phi R_t = \frac{\Delta t}{\mu^* \omega}, \qquad (4.71)$$

где α_ϕ — выбранный масштаб сопротивлений;
поэтому R_t носит название **временного сопротивления.**

Следовательно, на построенной таким образом сетке электрических сопротивлений потенциалы U_i^k отвечают

напорам H_i^k на расчетный момент k, — если на концы временных сопротивлений R_{t_i} подаются известные потенциалы U_i^{k-1} в предшествующий момент $(k\text{-}1)$. Решение задачи на такой модели проводится от шага к шагу:

1 на концы сопротивлений R_{t_i} подаются потенциалы U_i^0, отвечающие заданным начальным значениям напора H_i^0, и в узловых точках снимаются потенциалы U_i^1, отвечающие напорам H_i^1 для первого расчетного момента времени $t_1 = 1\,\Delta t$;

2 значения U_i^1 подаются на концы временных сопротивлений и в узловых точках снимаются потенциалы U_i^2 и т.д.

Аналогично могут решаться и двумерные плановые задачи, тогда каждый узел сетки будет содержать пять сопротивлений (в уравнении (4.68а) $n = 4$).

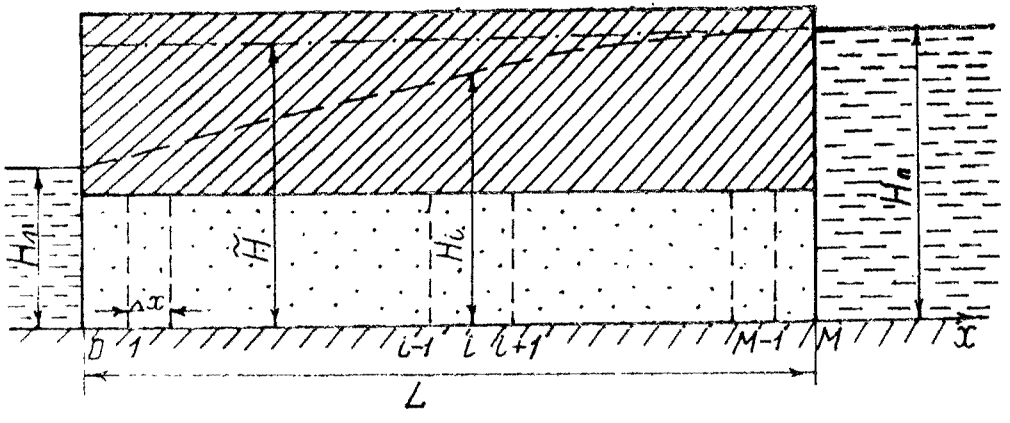


Рис. 4.8. Схема пространственной разбивки области фильтрации

Изложенная схема моделирования была предложена Либманом. Благодаря дискретному представлению времени она позволяет, таким образом, моделировать нестационарный фильтрационный процесс стационарным электрическим током. Отсюда видно, что прямая аналогия процессов в данном случае отсутствует, и сетка Либ-

мана представляет собой, по сути дела, аналоговое вычислительное устройство (см. раздел 1.7). Она относится к так называемым *RR*-сеткам, в которых и время, и пространство моделируются дискретно с помощью активных электрических сопротивлений-резисторов (R).

Наряду с этим используются и *RC*-сетки, в которых время остается непрерывным: емкость водоносной системы реализуется разрядкой во времени электрических емкостей-конденсаторов (C), подключаемых в узловые точки (вместо временных сопротивлений). В этом случае уравнение электрического тока имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{U_j^k - U}{R_j} = C \frac{\partial U}{\partial t_м}, \qquad (4.72)$$

где, в отличие от формулы (4.70а), в правой части сохраняется непрерывная форма записи производной. Так как этому случаю соответствует представление правой части уравнения (4.68) в виде $\mu^* \omega \frac{\partial H}{\partial t}$, то для подобия упомянутых уравнений фильтрации и нестационарного электрического тока необходимо потребовать, чтобы

$$\mu^* \omega = \alpha_\mu C, \quad t = \alpha_t t_м, \qquad (4.73)$$

где $t_м$ — модельное время (замеряемое время разрядки конденсатора).

Масштабные коэффициенты α_t, α_μ и α_ϕ должны быть, очевидно, связаны дополнительным критерием подобия:

$$\alpha_t = \alpha_\mu \alpha_\phi. \qquad (4.74)$$

Для решения гидрогеологических задач на *RR*- и *RC*-сетках используются специальные электроинтеграторы, но в принципе такого рода модель (особенно *RR*-сетка) может быть сравнительно легко собрана для каждого конкретного случая.

Простота, доступность и физическая осязаемость сеточных электрических моделей наряду с вполне удовлетворительной надежностью и точностью привели в свое

время к исключительно широкому и эффективному их внедрению в практику гидрогеологических исследований (примеры такого рода приведены в разделе 8.3); методические аспекты моделирования более подробно рассмотрены, например, в работах [7, 14]. Вместе с тем, в последние десятилетия в гидрогеологии наиболее широко стало использоваться математическое моделирование на ЭВМ [19, 20, 40, 48].

4.3.3. Исходные представления о схемах численного моделирования нестационарной фильтрации на ЭВМ

Рассмотрим простейшее уравнение одномерной фильтрации (4.1) в конечно-разностной форме:

$$\frac{H_i^{k+1} - H_i^k}{\Delta t} = a^* \frac{H_{i+1}^k - 2H_i^k + H_{i-1}^k}{(\Delta x)^2}. \qquad (4.75)$$

Пусть для исходного уравнения заданы граничные условия: $H(0, t) = H_л = \text{const}$, $H(L, t) = H_п = \text{const}$ и начальное условие $H(x, 0) = \tilde{H}(x)$ (рис. 4.8). На выбранной конечно-разностной сетке краевые условия запишутся в виде

$$H_o^k = H_л; \quad H_м^k = H_п; \quad H_i^o = \tilde{H}_i \quad (\text{для } i > 0),$$

где нижний индекс $i = 0$ отвечает левой границе, а i-M — правой границе ($M = L/\Delta x$); верхний индекс $k = 0$ отвечает начальному моменту времени.

Перепишем уравнение (4.75) в виде

$$H_i^{k+1} = H_i^k + \frac{a^* \Delta t}{(\Delta x)^2}\left(H_{i+1}^k - 2H_i^k + H_{i-1}^k\right), \qquad (4.75а)$$

где в правой части стоят лишь значения напоров на k-ом временном слое. Положим $k = 0$ и $i = 1$, тогда из уравнения (4.75) получаем формулу для расчета напора H_1^1 в первой узловой точке (т.е. для $x = 1 \cdot \Delta x$) на первом временном слое (т.е. на момент $t = 1 \cdot \Delta t$):

$$H_1^1 = H_1^0 + \frac{a^* \Delta t}{(\Delta x)^2}\left(H_2^0 - 2H_1^0 + H_0^0\right) =$$

$$= H_1 + \frac{a^* \Delta t}{(\Delta x)^2}\left(H_2 - 2H_1 + H_л\right)$$

Давая далее индексу i последующие значения ($i = 2$, 3, ..., M — 1), аналогично определяем все остальные значения H_i на первом временном слое.

Теперь положим в формуле (4.75а) $k = 1$ и переходим к расчету значений H_i^2 на втором временном слое (т.е. для $t = 2 \cdot \Delta t$), подставляя для этого в правую часть равенства (4.75а) уже известные нам значения H_i^1, определенные для первого временного слоя, и т.д. Так последовательно выполняется расчет до последнего N-го временного слоя, отвечающего конечному расчетному моменту $t_N (N \cdot \Delta t = t_м)$.

Рассмотренная конечно-разностная схема, описываемая уравнениями (4.75), называется **явной**. Она позволяет выразить в явном виде неизвестное значение напора на расчетном временном слое через известные его значения, рассчитанные на предыдущих временных слоях. Это оказывается возможным потому, что производную $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ в правой части исходного уравнения (4.75) мы выразили через значения напоров, отвечающие началу расчетного временного интервала (т.е. через напоры, отвечающие верхнему положению пьезометрической кривой на рассмотренной на рис. 4.7а схеме).

На самом же деле, пьезометрическая кривая принимает за расчетный интервал времени Δt множество последовательных положений от H_i^k до H_i^{k+1}, и поэтому логические соображения никак не препятствуют и другому варианту записи исходного уравнения:

$$\frac{H_i^{k+1} - H_i^k}{\Delta t} = a^* \frac{H_{i+1}^{k+1} - 2H_i^{k+1} + H_{i-1}^{k+1}}{(\Delta x)^2}, \qquad (4.76)$$

где пространственная производная в правой части выражена через значения напоров, отвечающие концу расчетного временного интервала (т.е. через напоры, отвечающие нижнему положению пьезометрической кривой на рис. 4.7а).

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратите внимание, что аналогичное уравнение использовано при обосновании схемы Либмана (см. раздел 4.3.2).

Однако, в отличие от уравнения (4.75), уравнение (4.76) не позволяет явно выразить искомую величину H_i^{k+1} через значения H_i^k с предыдущего временного слоя: определение H_i^{k+1} становится возможным лишь после того, как мы запишем выражения вида (4.76) для всех узлов $i = 1, 2, ..., M-1$ на $k+1$-ом слое* и решим полученную систему уравнений. С этой точки зрения конечно-разностная схема, описываемая уравнениями вида (4.76), получила название **неявной.**

Понятно, что и для человека, и для ЭВМ гораздо проще последовательно провести M однотипных расчетов по формуле (4.75а), чем решать систему из M уравнений. Поэтому, казалось бы, логически ясно, что всегда разумнее считать по явной схеме, нежели по неявной. Однако с конечно-разностными схемами дело обстоит отнюдь не так просто. Они обладают специфическими свойствами, из-за недоучета которых подобные, внешне логичные рассуждения могут оказаться неприемлемыми. Для примера на рис. 4.9 приведены в схематизированном виде результаты расчетов одной и той же фундаментальной (см. раздел 4.1.1) задачи по явной и неявной схемам. По мере роста времени (числа временных шагов) неявное решение все теснее сближается с точным (построенным по аналитической зависимости (4.12)). Между тем, явное решение при том же, достаточно большом, временном шаге Δt ведет себя весьма неестественно: оно начинает постепенно «раскачиваться» и приводит к физически не-

* При этом известными, кроме величин H_i^k с предыдущего временного слоя, являются граничные значения H_0^{k+1} и H_M^{k+1}.

реальным результатам (например, оно дает положение уровня воды ниже подошвы водоносного горизонта). Чтобы понять такое поведение решения, нужно вспомнить, что разностные представления аппроксимируют производные, входящие в исходное уравнение, приближенно и, следовательно, на каждом шаге вычислений в значения искомой функции (напора) вносятся какие-то погрешности. Если в процессе вычислений по мере роста числа операций (в нашем случае — числа временных шагов) эти погрешности постепенно подавляют, гасят друг друга, то конечно-разностная схема является **устойчивой** и не может приводить к результатам, подобным кривой 2 на рис. 4.9. В противном же случае, когда идет накопление погрешностей в процессе счета, схема называется **неустойчивой.** Ясно, что вести расчет можно только по устойчивым схемам.

Так вот, оказывается, что неявные схемы (в частности (4.76)) устойчивы всегда (отсюда и отмеченная выше надежность схемы Либмана), в то время как для устойчивости явных схем необходимо вводить ограничения на шаг по времени Δt. Например, схема (4.75) устойчива, если

$$\frac{a^* \Delta t}{(\Delta x)^2} \le \frac{1}{2}, \qquad (4.77)$$

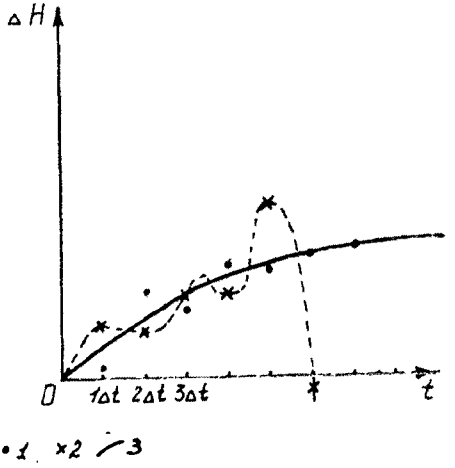


Рис. 4.9. Схематизированное представление результатов расчета фундаментальной фильтрационной задачи:
1 - данные расчета по неявной схеме; 2 - то же, по явной схеме; 3 - точное аналитическое решение

* На самом деле, понятие устойчивости схемы требует более четкого формального определения, без которого мы попытаемся здесь обойтись.

причем при соблюдении этого условия результаты счета по явной схеме (4.75) сходятся к точному решению даже быстрее, чем при использовании неявной схемы (4.76) при тех же параметрах сетки Δx и Δt.

Обратите внимание, что в условии (4.77) в знаменателе стоит величина Δx^2. Следовательно, увеличение дробности пространственной разбивки (уменьшение Δx) не обязательно приводит к росту точности вычислительной схемы (это еще раз показывает, что логику численных методов нельзя уяснить, отталкиваясь от одного лишь здравого смысла).

Выполнение условия (4.77) часто требует, однако, резкого увеличения числа временных шагов и объема расчетных операций в целом. Именно поэтому в практике моделирования на ЭВМ основное развитие получили неявные схемы, а также смешанные - явно-неявные.

Простейшим примером явно-неявной схемы может служить следующее конечно-разностное представление уравнения (4.1), обобщающее схемы (4.75) и (4.76):

$$\frac{H_i^{k+1} - H_i^k}{\Delta t} = a^* \left[(1-\alpha) \frac{H_{i+1}^k - 2H_i^k + H_{i+1}^k}{(\Delta x)^2} + \right.$$
$$\left. + \alpha \frac{H_{i+1}^{k+1} - 2H_i^{k+1} + H_{i-1}^{k+1}}{(\Delta x)^2} \right], \qquad (4.78)$$

где α — весовой коэффициент ($0 \le \alpha \le 1$).

Схема (4.78) при $\alpha = 1$ оказывается неявной, при $\alpha = 0$ — явной, а при промежуточных значениях α —смешанной, явно-неявной. Теория и численные эксперименты показывают, что такие смешанные схемы могут вобрать в себя достоинства как явных, так и неявных схем. В частности, при $\alpha \ge 0{,}5$ явно-неявная схема (4.78) всегда устойчива (подобно неявной схеме (4.76)), но за счет наличия явного члена (при $\alpha \ne 1$) она сходится к точному решению быстрее, чем схема (4.76) (иначе говоря, для достижения той же точности она требует меньшего числа временных шагов, а в конечном счете — наименьшего машинного времени).

ЗАМЕЧАНИЕ. Пространственная разбивка для рассмотренных здесь конечно-разностных уравнений назначается исходя из выбора элементов длины Δx, что при расчетах планово-неоднородных пластов может приводить к большим численным погрешностям. Поэтому на практике проводят разбивку области фильтрации по фильтрационным сопротивлениям, аналогично схеме Либмана (см. раздел 4.3.2). Соответствующие расчетные схемы (см., например, уравнение (4.68)), получившие название консервативных *, позволяют вести счет фильтрационных задач при грубых пространственных сетках, т.е. при сравнительно небольшом числе пространственных узлов M. На практике большинство задач решается при числе M, не превышающм 2500-3000.

До настоящего времени широкое внедрение численного моделирования на ЭВМ в практику гидрогеологических расчетов сдерживается, в первую очередь, слабой подготовленностью специалистов-гидрогеологов в этой области. Можно, однако, не сомневаться, что кардинальный сдвиг здесь уже отмечен и что в ближайшее время ЭВМ станут для гидрогеологов необходимым «рутинным» инструментом исследований**

Контрольные вопросы

1 Опишите физическую картину осушения напорного пласта при быстром снижении уровней на одной из его границ до кровли пласта. Что принципиально меняется при снижении уровня до подошвы пласта?

2 В чем смысл и значение краевых условий фильтрации? Записать и объяснить краевые условия для фундаментальной задачи (о мгновенном снижении напоров подземных вод на границе пласта).

3 Для какой физической ситуации получено фундаментальное решение нестационарной фильтрации? Можно ли им воспользоваться для описания безнапорной фильтрации? Как расширяются возможности применения этого решения благодаря принципу суперпозиции и методу недеформируемых лент тока?

4 Записать и объяснить математические выражения для граничных условий на скважинах, работающих с постоянным расходом и с постоянным напором.

---

* На сетке выполняются без погрешностей основные балансовые соотношения.

** Говоря так, мы подчеркиваем, что ЭВМ — это не только считающее устройство, но и мощный инструмент исследования ряда нерешенных задач гидрогеологии.

Будут ли различаться пределы применения этих условий, записанных относительно напоров и относительно понижений? Если да, то почему?

5 Для каких условий получена формула Тейса? Как изменяется в этих условиях расход потока по направлению к скважине? В пределах какой зоны формируется основная доля водопритока?

6 Исходя из каких соображений решение Тейса распространяется на период восстановления напоров? Возможно ли понижение уровня в пласте после остановки скважины?

Запишите граничное условие для скважины, работающей с постоянным расходом, с учетом ее емкости (т.е. наличия свободной воды в стволе скважины). Как будет сказываться емкость скважины при восстановлении напоров после прекращения откачки?

7 Укажите условие наступления квазистационарного режима фильтрации в зоне радиуса r вблизи скважины. Дайте физическую трактовку наблюдаемой при этом картины. Меняются ли расход потока и уровни в пределах зоны квазистационарного режима?

8 Как расширяются возможности применения формулы Тейса благодаря принципу суперпозиции? Имеются ли при этом различия в подходах к скважинам, работающим при условиях первого и второго рода?

9 К чему сводится преобразование Лапласа-Карсона? В чем преимущество методов операционного исчисления при решении задач нестационарной фильтрации? Как учитываются при этом изменения во времени граничных условий? Какие ограничения накладываются на применение операционного метода?

10 В чем суть конечно-разностного метода решения задач нестационарной фильтрации? Что вы связываете с понятием устойчивости схемы? В чем смысл понятий «явная схема» и «неявная схема»? Записать и проанализировать критерий устойчивости явной схемы для простейшего одномерного случая. Всегда ли улучшается качество счета при увеличении дробности пространственной разбивки?

11 Охарактеризовать в общих чертах методы решения задач нестационарной фильтрации на *RR*- и *RC*-сетках. В чем заключается методика решения задач по схеме Либмана? Что можно сказать об устойчивости этой схемы? Какую характеристику фильтрационного процесса отражает временное сопротивление?

ГЛАВА 5 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПЫТНО-ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Выделение материала, посвященного опытно-фильтрационным исследованиям, в специальную главу обусловлено в какой-то мере их громадным практическим значением. В настоящее время ошибки гидрогеологических прогнозов чаще всего определяются малой достоверностью исходных данных и прежде всего — исходных гидрогеологических параметров. Для нас, однако, не менее важно, что именно применительно к этим исследованиям оказываются излишне грубыми многие физические и гидродинамические представления, принятые нами при рассмотрении основ теории (см. главы 1 и 2); поэтому излагаемый здесь материал позволит во многом уточнить и детализировать физико-механические основы теории движения подземных вод.

5.1. Особенности задач, связанных с интерпретацией опытно-фильтрационных исследований

Решая в двух предшествующих главах различные инженерные задачи, мы выражали конечный результат через те или иные расчетные формулы, в которые наряду с пространственно-временными координатами и данными о геометрии области фильтрации входили показатели фильтрационных свойств водоносных пород, или **фильтрационные (гидрогеологические)** параметры. В формально-математическом плане они представляют собой коэффициенты или свободные члены исходных дифференциальных уравнений, построенных нами в гл. 2. В качестве основных параметров, необходимых для геофильтрационного прогноза, выступают обычно коэффициент фильтрации (или водопроводимость), коэффициенты гравитационной и упругой водоотдачи (или соответственно коэффициенты уровнепроводности и пьезопро-

водности). Для некоторых задач оказывается необходимой также оценка инфильтрационного питания и параметров перетекания. В качестве специальной характеристики фильтрационного сопротивления ложа реки или водоема выступает параметр ΔL.

ЗАДАНИЕ. На основе ранее изученных разделов курса, уточните для себя следующие вопросы: 1) от каких факторов зависят возможные изменения коэффициента фильтрации (проницаемости), в том числе в трещиноватых и глинистых породах (см. раздел 1.5); 2) как связаны между собой коэффициенты фильтрации и водопроводимости (см. раздел 2.3); 3) от каких факторов зависят возможные изменения коэффициентов гравитационной и упругой водоотдачи (см. раздел 1.4); 4) как связаны эти величины соответственно с коэффициентами уровнепроводности и пьезопроводности (см. раздел 2.3); 5) каким параметром характеризуется интенсивность стационарного перетекания через относительный водоупор (см. раздел 2.3); 6) что представляет собой параметр ΔL (см. раздел 3.4); 7) почему для решения широкого круга прогнозных задач нет необходимости в данных о параметре инфильтрационного питания (см. раздел 3.3).

До сих пор мы предполагали, что эти параметры нам заданы. Теперь, однако, настало время выяснить, как же получают числовые значения фильтрационных параметров для конкретного водоносного горизонта, как его **идентифицируют** (т.е. узнают его фильтрационную сущность). Так как сам горизонт не может быть изучен досконально «изнутри», то его приходится рассматривать как систему типа «черный ящик», о которой можно судить лишь по ее реакции на какие-то внешние воздействия. Коль скоро мы говорим об оценке фильтрационных параметров, то эти воздействия должны, естественно, сводиться к некоторым фильтрационным возмущениям, изменяющим скорости и напоры в изучаемом пласте. Если такие возмущения специально создаются искусственно — путем откачки (выпуска) воды из пласта или ее закачки (нагнетания, налива), то их называют опытно-фильтрационными опробованиями (ОФО). Если же для определения фильтрационных параметров используют данные возмущений, сопутствующих работе какого-либо водозабора, дренажа и т.п., не имеющих своей основной целью оценку параметров, то говорят об опытно-фильтрационных наблюдениях (ОФН).

Общим в обоих указанных случаях, объединяемых общим термином «опытно-фильтрационные работы» (ОФР), является то, что неизвестными в решаемой задаче служат фильтрационные параметры, а заданными — напоры в отдельных точках пласта и расходы потока на некоторых участках области фильтрации. В математическом плане мы отыскиваем коэффициенты или свободные члены дифференциальных уравнений по заданным частным значениям функции и (или) ее производных. Такого рода задачи относятся к классу так называемых **обратных задач**. В решавшихся нами ранее **прямых задачах** коэффициенты и свободные члены считались известными. Заметим, что к обратным принято относить также задачи, в которых неизвестны те или иные краевые условия.

Важной особенностью обратных геофильтрационных задач является их математическая некорректность: малые погрешности исходных данных приводят к большим погрешностям результата. Поэтому решение таких задач имеет свою серьезную специфику. Не вдаваясь в данный вопрос детально, заметим только, что алгоритм, используемый для решения обратной задачи, должен быть опробирован на чувствительность к определяемому параметру: оправданным является применение только чувствительных алгоритмов; это означает, что при подстановке в них реально возможных диапазонов изменения параметров значения измеряемых величин (напоров, расходов) изменяются достаточно ощутимо по сравнению с их фоновыми колебаниями и точностью измерений.

Наиболее общий тип обратных задач связан с интерпретацией опытно-фильтрационных наблюдений (см. раздел 7.2), когда фильтрация носит сложный — двухмерный плановый или пространственный характер, обусловленный сложными очертаниями границ области движения, ее неоднородностью и произвольным расположением скважин, когда возмущающие факторы, действующие на границах области и по ее площади, изменяются нерегулярным образом во времени и в пространстве. С этой точки зрения обратные задачи, связанные с интерпретацией

---

* Исходя из возможных на практике характерных погрешностей их определения (скажем, для проводимости — это обычно десятки процентов).

опытно-фильтрационных опробований, обычно стараются привести к более простым типам, что достигают целенаправленной постановкой эксперимента (см. раздел 7.1): по возможности устраняют влияние на него плановых границ (за редкими простейшими исключениями) и плановой неоднородности пласта, возмущение обычно осуществляется одной скважиной с простейшим видом условий на ней (постоянный расход, реже — постоянный уровень), а влияние других внешних возмущающих факторов стремятся вообще исключить (например, опыты не проводятся в паводок или в периоды интенсивных дождей). Все это, конечно, упрощает интерпретацию опытно-фильтрационных исследований. В частности, для совершенных возмущающих скважин в основе ее обычно лежит *простейшая расчетная модель одномерной плоскорадиальной фильтрации для планово-неограниченного и планово-однородного пласта при простейших, постоянных во времени, условиях на контуре возмущающей скважины.*

Для наиболее широко распространенного на практике условия Q_c = const такая расчетная модель связывается обычно с выведенной нами ранее формулой Тейса (4.28), причем чаще всего на практике используется ее логарифмическая аппроксимация (4.30). Соответственно, по результатам опытов строят графики изменения уровня в опытной скважине в зависимости от логарифма времени. Например, при откачке — это график понижения $S(lnt)$, который строят для той или иной наблюдательной скважины (удаленной от центральной на известное расстояние r) и (или) для центральной скважины радиуса r_c (в этом случае $r = r_c$). Ввиду принципиального значения, придаваемого зависимостям вида $S = f(\ln t)$ при интерпретации ОФО, их графические представления получили специальное наименование — графики временного прослеживания, или, более широко, **индикаторные графики** эксперимента.

Согласно формуле (4.30), при достаточно больших значениях времени индикаторный график должен быть

прямолинейным (рис. 5.1); тангенс угла его наклона однозначно связан с проводимостью:

$$tg\,\alpha \equiv A = \frac{Q_c}{4\pi T}, \qquad (5.1)$$

а отрезок B, отсекаемый на оси ординат, позволяет найти коэффициент пьезопроводности:

$$B = A \ln \frac{2{,}25\, a^*}{r^2}. \qquad (5.2)$$

Описанную методику будем далее именовать **способом прямой,** или стандартной методикой.

На практике, однако, все оказывается не так просто. Описанная схема интерпретации часто не увязывается с физической сутью фильтрационных процессов, протекающих во время эксперимента. Детальный анализ этих процессов свидетельствует, к сожалению, о том, что решение обратных задач, связанных с интерпретацией опытно-фильтрационных работ, имеет ряд специфических сложностей.

Будучи по природе экспериментальными, эти работы должны быть достаточно дешевыми; отсюда — их относительная кратковременность и сравнительно небольшая информативность, вытекающая также из ограниченных технико-экономических возможностей бурения и оборудования опытных скважин. Для того чтобы лучше понять связанную со всем этим специфику, обратимся к примеру опытных откачек — наиболее распространенному виду опытно-фильтрационных работ.

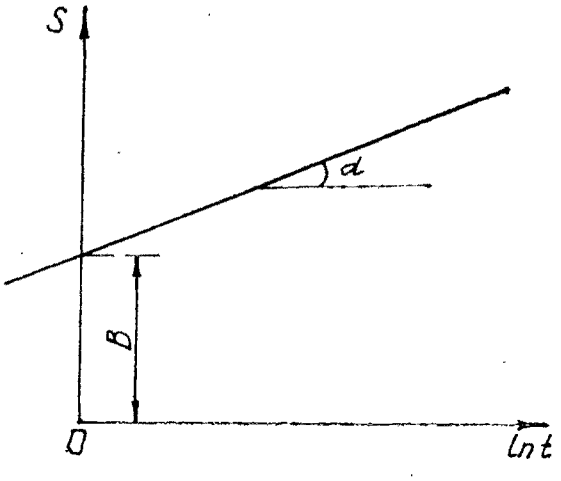


Рис. 5.1. Интерпретация данных откачки по способу прямой

5.2. Общая гидродинамическая характеристика опытных откачек и типизация условий опробования

5.2.1. Изменения в подземной гидростатике и гидродинамике при опытной откачке

По своей физической сути опытная откачка представляет собой некоторое искусственное возмущение в гидростатике и гидродинамике водоносного пласта. Снижение уровня воды в опытной скважине и появление перепада напоров между нею и прилежащей зоной водоносного пласта вызывает движение воды к скважине из смежной области. Отток жидкости нарушает исходное равновесие между объемом и давлением воды в порах, так что последнее начинает снижаться, а давление в минеральном скелете (эффективное давление) — возрастать. Уменьшение гидростатического давления приводит к частичному расширению поровой воды, а последующее увеличение эффективного давления — к некоторому сжатию пласта и уменьшению объема пор. Таким образом, в прилежащей к скважине области появляется излишек воды (по отношению к равновесному ее объему при изменившемся напряженном состоянии), который и поступает в скважину: срабатываются упругие запасы водоносного пласта. Компенсация отбираемого при откачке расхода жидкости требует вовлечения в этот процесс все более дальних зон водоносного пласта, в результате чего снижение напоров, вызываемое откачкой, распространяется по площади и по разрезу. При этом снижение напоров вблизи верхней границы обводненности пласта вызывает появление здесь нисходящей фильтрации жидкости, сопровождаемой постепенным осушением верхней части пласта и соответствующим понижением уровня (депрессионной поверхности), т.е. срабатываются гравитационные запасы пласта.

Таким образом, последовательность вовлечения в фильтрационный процесс «внутренних» запасов водоносного пласта при откачке такова:

1 вода из ствола скважины;

2 вода, обусловленная упругим расширением самой жидкой фазы;

3 вода, обусловленная уменьшением пористости или степени трещиноватости водоносного пласта*;

4 гравитационная вода. Конечно, приведенную последовательность следует понимать лишь в смысле преобладания в общем балансе жидкости того или иного фактора, так как на деле они действуют совокупно, причем в разных зонах пласта относительная роль каждого фактора в данный момент времени также различна.

Наряду с упомянутыми «внутренними» запасами пласта, в процесс на разных его стадиях могут постепенно включаться и внешние (по отношению к опробуемому пласту) источники питания.

1 Снижение напоров на границах со смежными относительно водоупорными слоями приводит к привлечению их естественных запасов, которые могут иногда быть вполне соизмеримыми с упругими запасами самого водоносного пласта или даже заметно их превышать (см. раздел 1.4).

2 По мере распространения возмущения вдоль мощности относительно водоупорного слоя снижение напоров достигает его внешней границы, и в процесс вовлекаются упругие и гравитационные запасы смежных водоносных горизонтов: напоры в них начинают снижаться, так как вода из этих горизонтов перетекает через относительно водоупорные слои, поступает в основной пласт и по нему движется к скважине. При больших запасах воды в смежном горизонте перетекание может отмечаться при практически неизменных уровнях воды в нем (см. соответствующую задачу из раздела 3.2). Важно заметить, что при больших размерах депрессионной воронки перетекание может иметь определяющее значение для результатов откачки даже при очень слабой проницаемости относительно водоупорных толщ (порядка 10^{-3}-10^{-4} м/сут).

3 При снижении напоров в пласте вблизи рек и поверхностных водоемов в процесс вовлекаются поверх-

* В трещиновато-пористых породах в процесс сначала включается вода из трещин, а затем - вода из относительно слабопроницаемых блоков.

ностные воды. В случае достаточно высокой проницаемости придонных отложений напоры непосредственно на контуре реки (водоема) практически не зависят от откачки. В противном случае (реки и водоемы с закольматированным дном) возникает разность напоров между рекой (водоемом) и пластом, пропорционально которой растет интенсивность подтока поверхностных вод (см. формулу (2.49).

Среди внешних источников питания будем в дальнейшем особо выделять источники обеспеченного питания, характеризующиеся практической независимостью напоров от водоотбора при откачке. Очевидно, это возможно в том случае, когда запасы воды в источнике питания значительно превышают расходы опытной скважины. Если суммарное поступление воды за счет источников обеспеченного питания, попавших в зону влияния откачки, сравнивается с дебитом опытной скважины, то последний этап откачки протекает в условиях стационарного режима. В противном случае в течение всего опыта зона влияния откачки постепенно растет, и движение носит нестационарный характер.

Понятно, что описанные фильтрационные процессы будут заметно проявляться лишь на тех участках, где отмечается ощутимое изменение напоров, обусловленное откачкой, т.е. в зоне влияния откачки. Нужно, однако, заметить, что представления об области влияния являются недостаточно определенными (см. раздел 4.1). Из этой неопределенности как будто можно найти выход, договорившись понимать под зоной влияния область, где понижения превышают некоторую заданную малую величину (определяемую требованиями к точности решения данной задачи). Но дело в том, что заранее эта величина не может быть назначена: в частности, из области с малыми понижениями, подчас соизмеримыми с точностью измерения, поступает нередко существенная доля (десятки процентов) откачиваемой воды, так как области с малыми понижениями, располагаясь в краевых частях депрессионной воронки, занимают большие площади.

ЗАДАЧА. Покажите это, используя формулу Тейса для определения зависимости расхода потока от радиальной координаты (см. заключительную часть вывода формулы Тейса в разделе 4.12).

Коль скоро незначительные масштабы возмущения не являются признаком малого влияния на откачку, то понятие области влияния в общераспространенном его смысле утрачивает свое полезное значение и приводит на практике к путанице в основных представлениях. Для конкретизации этих представлений мы будем в дальнейшем использовать понятие **зона (область) эффективного влияния**, определяя им ту область водоносного пласта, фильтрационные свойства которой наиболее ощутимо влияют на результаты откачки.

Размеры зоны эффективного влияния откачки существенно предопределяют степень проявления масштабных эффектов в процессе эксперимента.

5.2.2. Особенности фильтрационных процессов при опытных откачках

В связи с тем, что традиционная теория фильтрации исходит из представления фильтрующего массива как сплошной среды (см. раздел 1.2), любой эксперимент, направленный на определение фильтрационных свойств горного массива, должен удовлетворять известному масштабному требованию: объем пород, охваченных экспериментом, должен во много раз превосходить объем элементарных составляющих фильтрующего массива. В применении к опытным откачкам указанное требование можно интерпретировать на практике следующим образом: размер зоны эффективного влияния должен как минимум в 10-20 раз превышать размеры частиц (блоков), которыми образован фильтрующий массив. И если применительно к пористым фильтрующим средам это условие, как правило, выполняется, то в трещиноватых породах с ним могут быть связаны серьезные ограничения.

Например, на практике проницаемость массива твердых пород в зонах разломов может нередко определяться преимущественно крупными крутопадающими трещинами, отстоящими на десятки

метров друг от друга. Следовательно, в этих случаях надежного результата можно ожидать лишь от откачек с радиусом эффективного влияния порядка сотен метров, что обычно достигается только в условиях достаточно длительного эксперимента (к тому же при слабой трещиноватости блоков, оконтуренных крупными трещинами, необходимо, чтобы центральная скважина пересекла хотя бы одну такую трещину). При преимущественном влиянии проницаемости вдоль горизонтальных трещин решающее значение с рассматриваемых позиций будет иметь также длина фильтрующего интервала центральной скважины: при больших расстояниях между трещинами она должна приближаться к интервалу, вскрываемому проектируемым водозаборным сооружением.

Наряду с этим опытные откачки характеризуются рядом особенностей, обусловленных сочетанием относительно высоких скоростей возмущений с малой продолжительностью изучаемого фильтрационного процесса и предопределяющих необходимость специальных исследований в сфере физических и математических основ опытно-фильтрационных работ.

Во-первых, из-за сравнительной кратковременности фильтрационного процесса, ограниченности области и масштаба возмущения некоторые важные факторы могут не проявляться при откачке в той мере, в какой это необходимо для их количественной оценки. Во-вторых, ряд факторов, которыми в прогнозных расчетах обычно можно пренебречь ввиду ограниченности их действия, подчас приобретают на отдельных этапах откачки доминирующее значение. В-третьих, наконец, на фильтрационный процесс при откачках накладываются различные дополнительные возмущения, обусловленные условиями проведения эксперимента.

К первой из упомянутых групп факторов относятся прежде всего различные источники внешнего питания водоносного пласта, проявление которых обычно отмечается только на последних стадиях долговременных откачек. Другой пример связан с зависимостью рабочей мощности (или активной зоны) водоносного пласта от условий эксперимента: при откачках из несовершенных скважин подчас могут существенно сказываться фильтрационные свойства только вскрытой части пласта. Сюда же относят-

ся ряд факторов, заметно проявляющихся лишь при больших понижениях напоров, т.е. факторов, зависящих нелинейно от изменений гидростатического или эффективного давления. Упомянем здесь различия в изменениях проницаемости трещиноватых пород или емкостных свойств глинистых пород при откачке и восстановлении уровня (т.е. при компрессии и декомпрессии — см. раздел 1.4.2), а также скачкообразный характер проявления емкостных свойств пород со сцеплением упрочнения, разрушающимся в результате сжатия пород при откачке [22].

Среди факторов второй группы отметим в первую очередь сложный характер передачи возмущения в пласте и проявления во времени емкостных свойств водоносных пород. Другая важная особенность заключается в структуре потока: при опытных откачках, особенно из несовершенных скважин (см. раздел 3.4), существенную площадь области фильтрации (области эффективного влияния) может занимать зона, в пределах которой нарушается предпосылка о плановом характере фильтрации, т.е. заметно проявляется составляющая скорости, нормальная напластованию. Отсюда следует, что в пределах этой зоны напоры заметно меняются вдоль мощности пласта, т.е. замеры по наблюдательным скважинам будут зависеть от длины и расположения фильтра. Значение этого фактора существенно возрастает для профильно-анизотропных и неоднородных пластов.

Наконец, в группе технических факторов упомянем неравномерность работы насоса, изменение проницаемости в призабойной зоне скважины (**скин-эффект**) и инерционность наблюдательных скважин, обусловленную объемом заполняющей их жидкости.

Подробное рассмотрение большинства из упомянутых здесь факторов будет дано в разделах 5.3 и 5.4.

5.2.3. Основные расчетные схемы

Многообразие условий проведения опытно-фильтрационных работ обусловливает необходимость выделения типовых расчетных схем, к которым может быть сведена реальная природная обстановка в процессе гидрогеологи-

ческой схематизации. В качестве основных расчетных схем рассматриваются следующие [23].

1 Изолированный однородный напорный пласт — **схема I**.

2 Гетерогенные напорные системы, среди которых будем выделять:

- пласт с перетеканием — **схемаII -1**, — т.е. однородный по проницаемости и емкости напорный горизонт при наличии перетекания из смежного водоносного горизонта через относительно водоупорный разделяющий пласт (упругие запасы воды в последнем могут быть пренебрежимо малы или требуют специального учета);
- изолированный геретогенный пласт — **схема II -2**, которая подразделяется на **подсхему II -2 а** — напорный пласт, сложенный слоями однородных по проницаемости и емкости фильтрующих пород, и **подсхему II -2 б** — однородный пласт гетерогенных пород (пласт, сложенный породами с двойной емкостью - см. раздел 1.4).

3 Безнапорный, изолированный снизу пласт — **схема III**; пласт может быть двухслойным (хорошо проницаемый слой перекрыт относительно слабопроницаемым, к которому во время эксперимента приурочена депрессионная кривая) — **схема III -1** или однослойным — **схема III - 2**.

Кратко охарактеризуем физические предпосылки, на которых строятся основные расчетные схемы.

Схема I предполагает, что расход откачки полностью компенсируется упругими запасами опробуемого однородного напорного пласта. В каждой его точке, характеризующейся в момент t понижением напора $S(t)$, возрастание эффективных напряжений на величину $\gamma_o S$ приводит к синхронному выделению упругих запасов в объеме $\mu^* S$ с единицы площади пласта (см. раздел 1.4). Тем самым одновременно предполагается, что породы кровли пласта по мере его сжатия прогибаются вместе с ним, не оказывая сопротивления деформированию.

ВОПРОС. Как должна зависеть допустимость этого предположения от размеров области влияния откачки?

Очевидно, что расчетная схема I служит хорошим приближением при очень слабых проницаемости и сжимаемости пород, смежных с опробуемым пластом. Эта же схема может использоваться для описания сравнительно кратковременных процессов, в течение которых поступление воды из смежных пластов не успевает проявляться.

Схема II - 1 предполагает, что расход откачки компенсируется не только упругими запасами опробуемого однородного напорного пласта, но и поступлением воды из смежных с ним водоносного и разделяющего пластов, непосредственно из которых откачка не ведется (рис. 5.2).

Если считать, что проявлением упругих запасов разделяющего пласта можно пренебречь, то дополнительное поступление воды в пласт обусловлено лишь перетеканием из смежного водоносного пласта через несжимаемый разделяющий слой (см. разделы 2.3.2 и 3.2.2).

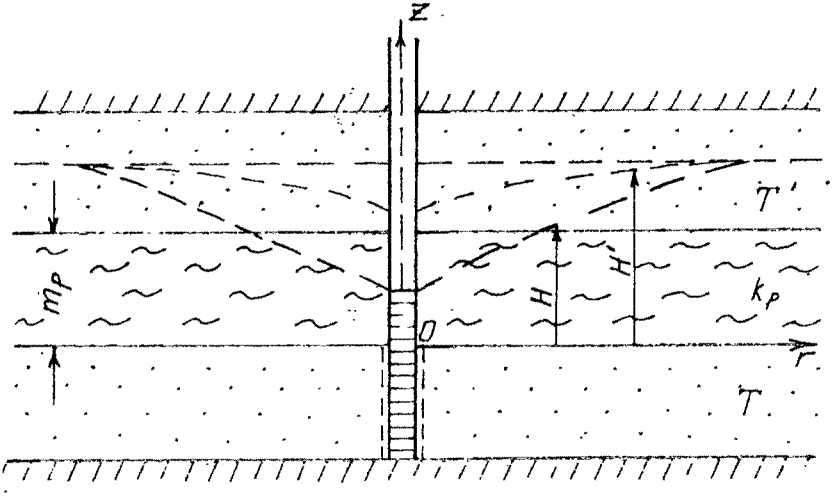


Рис. 5.2. Схема взаимодействующих пластов

ВОПРОСЫ. От чего в этом варианте зависит интенсивность перетекания на единицу площади пласта? Как она меняется в процессе опыта, если запасы воды в питающем водоносном пласте весьма велики в сравнении с расходами перетекания? Когда начинается перетекание? Ответ на последний вопрос свяжите с упругоемкостью пород разделяющего пласта.

Несмотря на то, что реальные разделяющие пласты характеризуются довольно заметными упругими запасами, такой подход часто приводит к вполне удовлетворительным результатам: ввиду влияния макронеоднородности разделяющих пород по проницаемости их упругие запасы при откачках ограниченной продолжительности могут не проявляться в ощутимой мере, и время распространения возмущения через разделяющих пласт оказывается пренебрежимо малым.

В противном случае на ранних этапах опробования дополнительное поступление воды в основной пласт определяется преимущественно упругими запасами разделяющего пласта. В этот период влияние смежного водоносного горизонта может не учитываться, т.е. используется предпосылка о неограниченной мощности разделяющего пласта. По мере распространения возмущения до внешней границы этого пласта все большую роль в дополнительном питании начинает играть перетекание из смежного водоносного горизонта. Таким образом, при достаточно большом времени расчетная схема II-1 отражает одновременную сработку упругих запасов всего рассматриваемого комплекса взаимодействующих пластов (см. рис. 5.2).

В рамках **схемы II** -2 рассматривается движение в гетерогенных пластах упорядоченного (подсхема II-2а) и неупорядоченного (подсхема II-2б) строения.

Подсхема II-2а предполагает, что опробуемый пласт сложен чередующимися слоями пород с различными фильтрационными свойствами (рис. 5.3). При этом необходимо учитывать возможность перетока между слоями, обусловленного разностью напоров вдоль нормали к напластованию.

ВОПРОС. Почему этот фактор в случае профильно-неоднородного пласта имеет гораздо большее значение, чем в однородном пласте? Для ответа на вопрос вспомните о критериях (2.51) и рассмотрите двухслойный пласт при резко различающихся пьезопроводностях слоев.

Решение задач в плановой постановке для данной схемы может быть безоговорочно оправданным только при близких значениях проницаемостей пород отдельных

слоев (аналогия со схемой однородного изотропного пласта) или, наоборот, при резко различных значениях проницаемости, допускающих расчет скоростей с использованием предпосылок перетекания (см. раздел 2.3.2) (аналогия с комплексом взаимодействующих пластов). В противном случае наличие перетока между слоями и непостоянство напора по вертикали могут быть учтены лишь в рамках профильно-двухмерных расчетных моделей. При этом расчетная схема должна удовлетворять дополнительным условиям, отражающим равенство напоров и расходов перетока на контактах соседних слоев и равенство напоров в слоях на контуре вскрывающей их скважины. Последнее обстоятельство подчеркнем особо: важное отличие данной подсхемы от схемы пласта с перетеканием определяется характером опробования и конструкцией скважин (центральной и наблюдательных), допускающих переток вдоль ствола из одного водоносного слоя в другой.

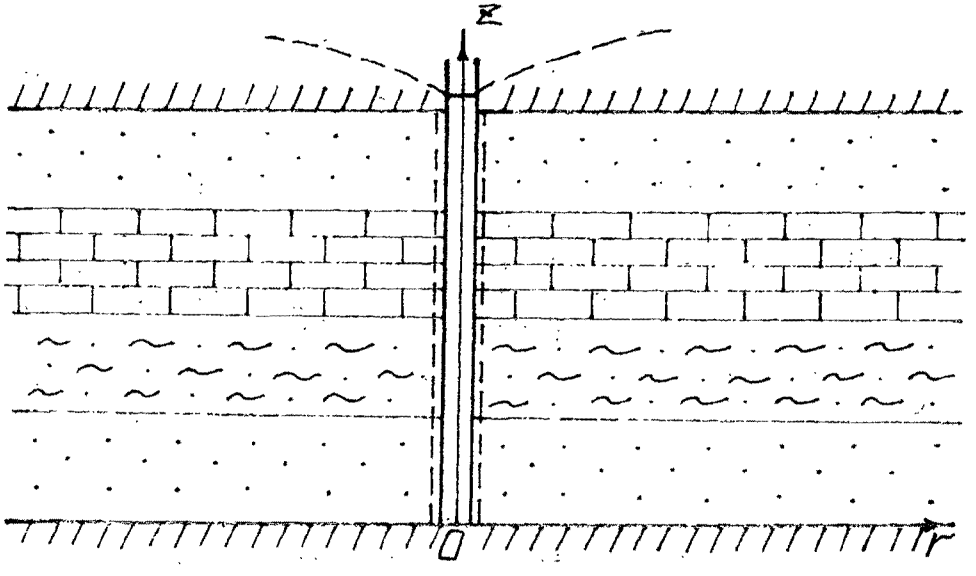


Рис. 5.3. Схема слоистого пласта

Подсхема II-2б, в отличие от только что рассмотренной, относится к напорным пластам неупорядоченного строения, сложенным однородными трещиновато-пористыми породами. При откачке из таких пластов возникает разность напоров между трещинами и пористыми блока-

ми, которой и определяется скорость оттока воды из слабопроницаемых блоков к секущим их трещинам. Ввиду неопределенности размеров и конфигураций блоков для качественного и количественного анализа фильтрационного процесса в этих условиях обычно прибегают к замене реальной неупорядоченной среды фиктивной моделью пласта упорядоченного строения. Чаще всего систему пород с двойной емкостью принято имитировать равномернослоистым пластом, состоящим из чередующихся слоев проницаемых и относительно водоупорных пород (рис. 5.4). В такой постановке фильтрация по трещинам уподобляется движению в проницаемых слоях, а фильтрация по блокам соответствует движению в пределах слабопроницаемых слоев, имеющих одинаковую мощность $m_p = m_б$. В общем случае, когда пористые блоки имеют произвольные размеры и форму, под $m_б$ следует понимать их некоторый усредненный (приведенный) размер, обеспечивающий ту же расчетную интенсивность изменения упругой емкости блоков, что и в реальном пласте.

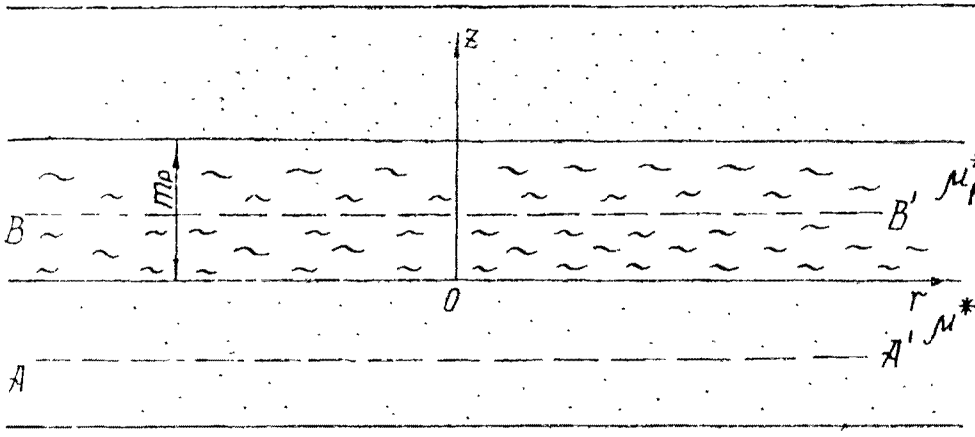


Рис. 5.4. Схема равномернослоистого пласта

Безнапорный поток — **схема III.** Основной особенностью безнапорных потоков является наличие свободной поверхности, над которой располагается капиллярная зона, причем влияние последней сказывается главным образом на динамике гравитационной емкости.

Формирование фильтрационного потока в безнапорных пластах существенно зависит от их строения по вертикали. Наиболее характерным для горизонтов грунтовых вод является их двухслойное строение (рис. 5.5), когда верхняя часть потока представлена относительно слабопроницаемыми (покровными) отложениями (т.е. $k_o \leq k$). В этом случае, при значительном развитии потока в плане, когда область влияния заметно превышает мощность пласта, можно использовать упрощенные представления о структуре потока, основанные на предпосылках перетекания (о горизонтальной фильтрации в нижнем слое и вертикальной фильтрации в верхнем слое), и учитывать лишь гравитационную емкость на свободной поверхности и упругую емкость в нижнем пласте.

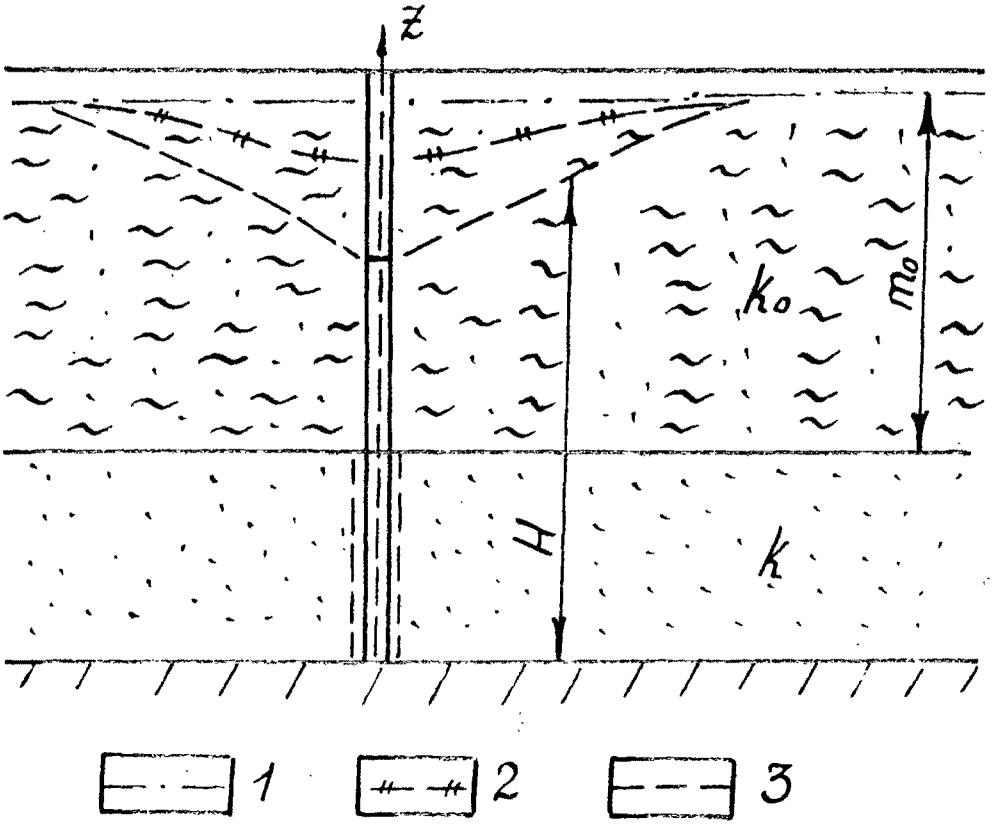


Рис. 5.5. Схема безнапорного двухслойного пласта:
1 - исходное положение уровней; 2 - положение свободной поверхности при откачке; 3 - напорная линия нижнего слоя при откачке

Реже в качестве расчетных принимаются схемы однородного и горизонтальнослоистого безнапорных потоков (см. раздел 2.5.2).

Наконец, следует заметить, что основные расчетные схемы базируются на предпосылке о сплошности среды, которая может оказаться неправомочной для крупноблочных трещиноватых пород (см. раздел 1.2). Однако использование теории, учитывающей индивидуальные характеристики трещин, при интерпретации опытно-фильтрационных работ, как правило, не представляется возможным ввиду ограниченности исходной информации.

5.3. Специфика геофильтрационных процессов в различных типовых условиях проведения опытных опробований

В данном разделе мы проиллюстрируем, в основном на примере опытных откачек, специфику геофильтрационных процессов, сопутствующих ОФР в различных типовых (см. раздел 5.2) ситуациях. Так как эта специфика приводит, в конечном счете, к существенным вариациям привычных для нас модельных и аналитических представлений (в частности, к нередкому несоответствию результатов откачки формуле Тейса, вытекающей из этих представлений), то изложение материала будет постоянно иллюстрироваться характерными отклонениями индикаторных графиков откачки $S(\ln t)$ от простейшей прямолинейной зависимости (см. раздел 5.1), отвечающей логарифмической аппроксимации формулы Тейса. Заметим, что пока мы оставим в стороне роль тех или иных технических факторов (этому вопросу посвящен раздел 5.4), считая здесь, что они не вносят дополнительных искажений в ход интерпретации эксперимента. В частности, пока предполагается, что все опытные скважины совершенны по степени и характеру вскрытия и обеспечивают безупречную точность замеров. Кроме того, считается, что наблюдательные скважины располагаются (на рассматриваемые моменты времени) в зоне квазистационарного режима,

для которой формула Тейса представляется логарифмической аппроксимацией (см. рис. 5.1).

Так как формула Тейса выведена для случая изолированного однородного напорного пласта (схема I), то естественно рассмотреть возможности каких-то отклонений от нее на примерах других типовых схем, предложенных в разделе 5.2.

5.3.1. Схема II-1 – пласт с перетеканием

На рис. 5.2 откачка ведется из нижнего (однородного напорного) пласта, отделенного от вышележащего водоносного горизонта слоем слабопроницаемых пород. На первом этапе откачки вода в скважину поступает только за счет упругих запасов нижнего пласта, и индикаторный график (рис. 5.6) отвечает формуле Тейса, т.е. он прямолинеен (участок 1). Появление разности напоров между водоносными горизонтами приводит к возникновению вертикальных перетоков через разделяющий слой, суммарный расход которых постепенно возрастает по мере увеличения площади пьезометрической воронки и разницы в напорах. Появление этого нового источника питания, компенсирующего все большую долю отбираемого расхода, замедляет понижение в основном пласте — по сравнению со случаем изолированного пласта. Кривая понижения отклоняется от прямой Тейса (участок 2).

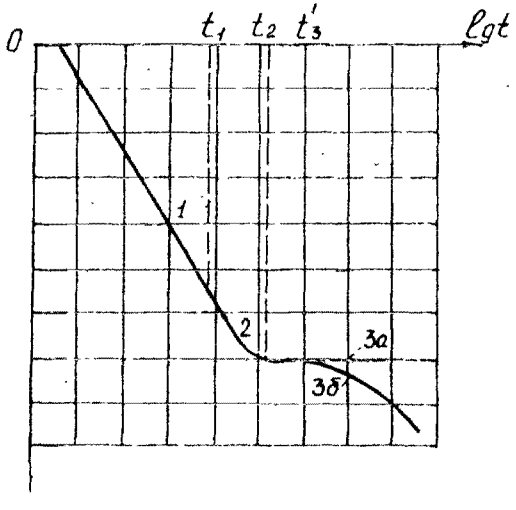


Рис. 5.6. Типовые индикаторные графики откачкипри наличии перетекания

Далее существуют две крайних возможности. Первая из них реализуется в том случае, когда расход перетекания весьма мал по сравнению с запасами воды верхнего пласта, т.е. когда уровни в

нем остаются практически неизменными в процессе откачки. Тогда расход перетекания постепенно возрастает до величины, равной фиксированному расходу скважины Q_c, после чего понижение в основном пласте прекращается (горизонтальный участок 3*а* на графике). Другая предельная ситуация достигается при не слишком большой «производительности» верхнего пласта: тогда по мере перетекания в нем также развивается своя пьезометрическая воронка, темп снижения напоров в нем постепенно сравнивается со скоростью понижения в нижнем пласте и, в конечном счете, оба пласта работают как единая система с суммарной проводимостью ($T_{сум} = T + T'$) и общей упругой водоотдачей ($\mu^*_{сум} = \mu^* + \mu^{*\prime}$) — участок 3*б* на графике.

Понятно, что и промежуточный 2, и конечные участки индикаторного графика относятся к иным физическим ситуациям, нежели участок 1. В частности, участок 3б отвечает прямой с константами A и B (формулы (5.1) и (5.2)), выражающимися через суммарные параметры $T_{сум}$ и $\mu^*_{сум}$, а участки 2 и 3а вообще не могут быть описаны формулой Тейса: так, значение понижения S_{3a} на участке 3а соответствует полученной нами ранее стационарной зависимости (3.40).

На деле фильтрационный процесс при откачке обычно дополнительно усложняется благодаря включению еще одного, пока упущенного нами из рассмотрения источника питания - упругих запасов воды в разделяющем слое. После первого этапа снижения напоров в основном пласте вызванное этим возмущение начинает постепенно распространяться вверх по мощности разделяющего слоя: напоры в нем снижаются, эффективные напряжения растут, и «лишняя» вода отжимается из пор в сторону меньших напоров, т.е. в основной пласт. Появление нового источника воды приводит к некоторому выполаживанию опытной кривой — качественно подобному участку 2 на рис. 5.6. Обратим, однако, внимание на то, что перетекание из верхнего водоносного пласта начнется лишь когда возмущение из верхнего водоносного пласта распространится до верхней границы разделяющего слоя. Согласно

формуле (4.18), это произойдет через интервал времени порядка

$$t_2 = \frac{m_p^2}{\pi a_p^*}, \qquad (5.3)$$

который для ряда вполне характерных значений коэффициента пьезопроводности разделяющего слоя a_p^* (порядка 1÷10 м^2/сут) может измеряться сутками. Следовательно, не исключается возможность, что практически весь расход откачки будет со временем покрываться за счет воды разделяющего слоя. Как следует из решения соответствующей фильтрационной задачи [23], это произойдет по прошествии времени t_1' (при условии $t_1' < t_2$), имеющего порядок

$$t_1' \approx (5 \div 10) \frac{\mu^{*2}}{k_p \eta_p^*}, \qquad (5.4)$$

где k_p и η_p^* — коэффициенты фильтрации и упругоемкости пород разделяющего слоя;

μ^* — водоотдача основного пласта.

При этом на индикаторном графике возникнет прямолинейный участок (вместо участка 2 на рис. 5.6), угол наклона которого, однако, ровно в два раза меньше, чем у участка 1. Дальнейшее развитие процесса примерно отвечает приведенному ранее описанию для случая перетекания из смежного водоносного пласта.

ЗАДАЧА. Подумайте, к каким последствиям — с точки зрения надежности определения искомых фильтрационных параметров — могут привести следующие (кстати, вполне реальные) опытные ситуации: 1) участок 1 на графике (см. рис. 5.6) не выражен (измерения напоров на первом этапе откачки отсутствуют), а участок 2 аппроксимируется прямой линией и обрабатывается стандартным способом (см. рис. 5.1); 2) участок графика в интервале $t_1 < t < t_1'$ обрабатывается способом прямой; 3) откачка, проводившаяся с целью количественной оценки возможных процессов перетекания, закончилась за время $t_k < t_2$.

5.3.2. Схема II-2 – напорный гетерогенный пласт

Частный случай **слоистого пласта** (подсхема II-2а), вскрытого опытными скважинами на полную мощность, отражен на рис. 5.7. Пусть верхний слой (1) имеет коэффициент пьезопроводности a_1^*, на один-два порядка меньший, чем нижний (2) a_2^*. Тонкий разделяющий слой будем для простоты считать водоупором. При откачке из такого пласта, ввиду большей скорости распространения возмущения по нижнему слою, понижение в нем будет идти заметно быстрее, чем в верхнем. Между слоями возникает, таким образом, перепад напоров, и движение в пласте, рассматриваемом как **единый водоносный горизонт**, не отвечает основной предпосылке плановой фильтрации. То же произойдет и при отсутствии водоупорного прослоя, с одной лишь разницей — перепад напоров между слоями будет постепенно сглаживаться за счет перетока воды из нижнего слоя в верхний.

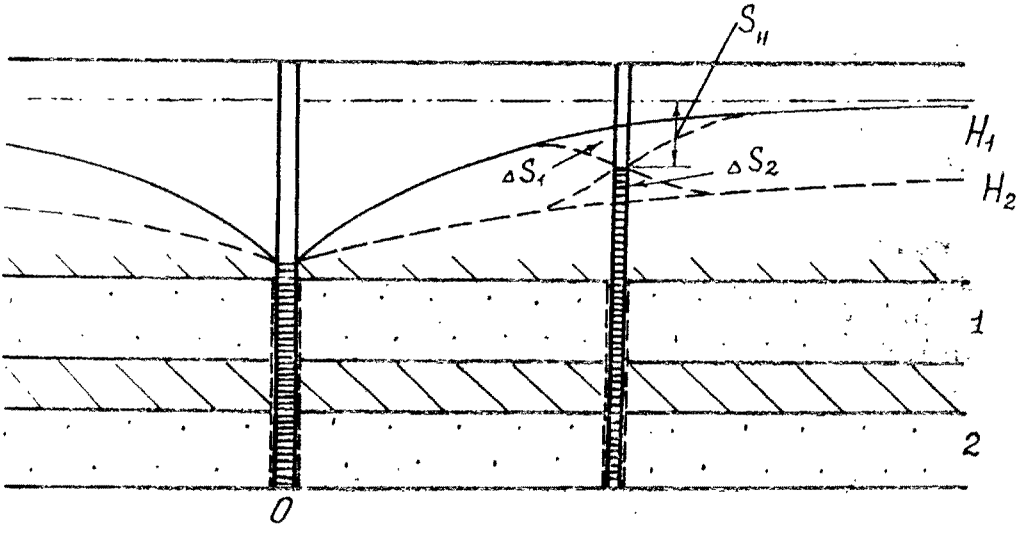


Рис. 5.7. Схема двухпластовой системы
(ΔS_1 - дополнительное понижение напора в верхнем пласте; ΔS_2 - дополнительное повышение напора в нижнем пласте; $S_н$ - наблюдаемое понижение)

ВОПРОС. Что будет происходить в наблюдательной скважине, вскрывшей оба слоя? (см. рис. 5.7).

На рис. 5.8 даны индикаторные графики приведенных понижений $\overline{S}$, построенные для следующих условий: $a_2^* = 10^6$ м^2/сут, $a_1^* = 100$ м^2/сут, $T_1/(T_1+T_2) = 0{,}9$. Из графиков следует, что наблюдательные скважины, пройденные по отдельности на верхний и нижний слои, фиксируют резко различные уровни. Вместе с тем видно, что через некоторое время после начала опыта уклоны графиков различаются не слишком сильно — как между собой, так и с индикаторным графиком для наблюдательной скважины, вскрывшей оба слоя. Это наталкивает на мысль о том, что упомянутый характерный уклон графиков отвечает какой-то реальной физической константе системы. В соответствии с выражением (5.1), она, вероятнее всего, связана с суммарной проводимостью пласта. Этот вывод подтверждается и аналитическим решением данной задачи [23], из которого следует, что для зоны квазистационарного режима, т.е. в данном случае — по прошествии времени порядка (см. условие (4.29)):

$$t_1 = \frac{2{,}5\, r^2}{a_1^*} \qquad (5.5)$$

уклон индикаторного графика для наблюдательной скважины, полностью вскрывшей пласт, определяется формулой (5.1) при $T = T_1 + T_2$. расчетный коэффициент пьезопроводности такой системы отвечает усредненной величине $a_{сум}^* = a_1^{*T_1/T} \cdot a_2^{*T_2/T}$.

Физически это означает, что по мере откачки происходит постепенное перераспределение откачиваемого расхода Q_c в соответствии с проводимостями слоев, а различие напоров по вертикали учитывается за счет перетока воды вдоль ствола наблюдательнойскважины. Иными словами, и центральная, и наблюдательная скважины регулируют процесс таким образом, что его замеряемые усредненные характеристики удовлетворяют соответствующим закономерностям плановой фильтрации в однородном напорном пласте с некоторыми обобщенными параметрами (см. расчетные кривые 2 на рис. 5.8).

Откачку из пласта гетерогенных пород (подсхема II-2б) рассмотрим на примере напорного водоносного горизонта, сложенного однородными трещиновато-пористыми породами. В первые моменты откачки в скважину поступает только вода из трещин — основных водопроводящих элементов системы.

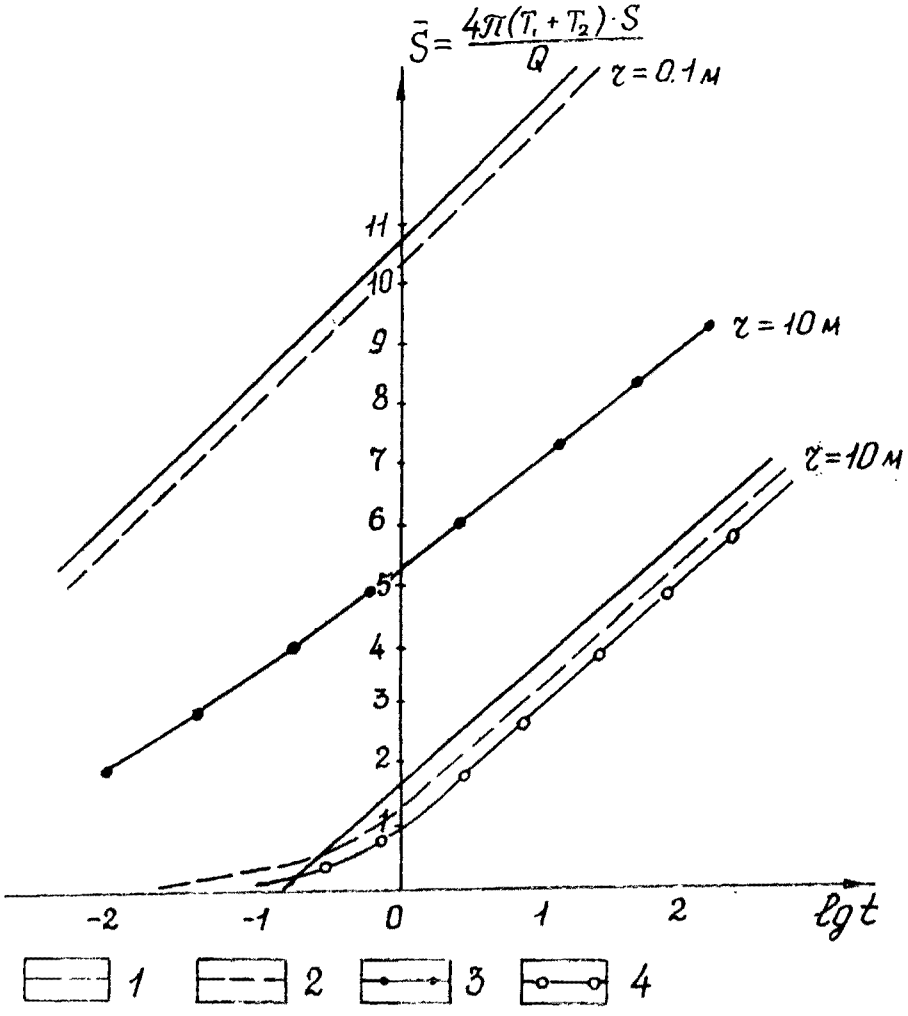


Рис. 5.8. Расчетные графики приведенных понижений для двухслойной системы:
1 - в совершенном пьезометре, вскрывающем оба водоносных слоя; 2 - рассчитанное по усредненным параметрам; 3 - в нижнем пласте; 4 - в верхнем пласте

На индикаторном графике (рис. 5.9) фиксируется начальный участок 1, отвечающий проводимости пласта по основным фильтрующим трещинам и их упругой водоотдаче. Последняя величина весьма мала — и ввиду слабой сжимаемости трещинного пространства, и вследствие малого относительного объема трещин (см. раздел 1.4). Поэтому уже через очень короткое время t_1, часто измеряемое секундами, начинает постепенно проявляться упругая водоотдача пористых блоков (участок 2 на рис. 5.9):

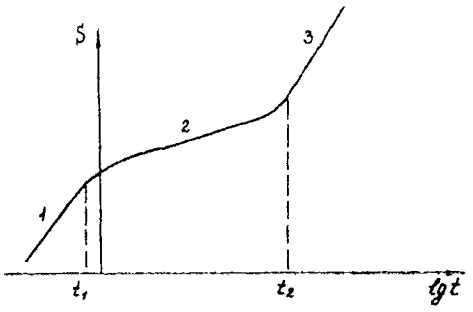


Рис. 5.9. Типовой индикаторный график откачки из пласта пород с двойной емкостью

под влиянием разности напоров в трещинах (где в результате откачки произошло понижение гидростатического давления) и в блоках (где давление в первое время остается неизменным) начинается поступление воды из блоков к оконтуривающим их трещинам. Наконец, когда темп снижения напоров в блоках и трещинах выравнивается, они начинают работать как единая система с суммарной проводимостью трещин и блоков (эта величина обычно близка к проводимости трещинного пространства) и с суммарной же упругой водоотдачей (которая обычно близка к упругой водоотдаче блоков). На индикаторном графике фиксируется конечной прямолинейный участок 3, отвечающий решению Тейса при упомянутых суммарных параметрах. Время t_2, называемое в этом случае характерным **временем запаздывания**, зависит, очевидно, от средних размерово блоков $m_б$ и их пьезопроводности $a_б^*$:

$$t_2 \approx \frac{m_б^2}{a_б^*}. \qquad (5.6)$$

Как нетрудно убедиться прямым расчетом, в зависимости от значений $m_б$ и $a_б^*$ время запаздывания может меняться в широком диапазоне - от нескольких минут до десятков суток.

Кстати, в приведенном описании легко усмотреть параллель между данной схемой и рассмотренной выше моделью пласта, учитывающей упругие запасы воды в разделяющем слое (схема II-1). Именно поэтому пласт трещиновато-пористых пород принято имитировать условной моделью равномерно слоистого пласта (см. рис. 5.4).

ВОПРОСЫ. 1. Чем определяются различия в уклонах индикаторного графика на участках 1 и 3? 2. Как будет выглядеть индикаторный график при отсутствии замеров на самых первых этапах откачки? 3. Каковы будут результаты интерпретации откачки, если участок 1 на графике будет пропущен, а конечное время опыта меньше характерного времени запаздывания? 4. В чем можно усмотреть сходство (с позиций опытных работ) между комплексом трещиноватых пород, в котором проводимость определяется главным образом параллельно расположенными маломощными зонами с повышенной трещиноватостью, и слоистым пластом с разделяющими водоупорными прослоями (подсхема II-2а)?

5.3.3. Схема III-1 безнапорный пласт двухслойного строения

Первый этап откачки воды скважиной, оборудованной фильтром на нижний песчаный слой (см. рис. 5.5), сопровождается сработкой его упругих запасов μ^* и понижением напоров S в нем — слой работает как изолированный напорный горизонт, отдающий с единицы площади пласта расход воды $\varepsilon_y = \mu^* \frac{\partial S}{\partial t}$ (участок 1 на рис. 5.10); суглинки ввиду их слабой проницаемости на откачку пока практически не реагируют.

Продолжительность этого этапа t_1 обычно невелика и измеряется минутами. Возникший на данном этапе перепад напоров между слоями приводит к нисходящей, практически вертикальной фильтрации воды из суглинков в пески, сопровождаемой постепенным подключением нового источника питания — гравитационной водоотдачи суглинков μ и снижением S' депрессионной кривой (участок 2 на рис. 5.10).

ЗАДАЧИ. 1. Пользуясь условием (2.47) на границе песков и суглинков, составьте для себя качественные представления о траекториях перемещения воды вблизи этого контакта. 2. Изобразите графически характер изменения напоров в произвольном вертикальном сечении пласта на этом этапе.

Расход воды, поступающей сверху на единицу площади кровли песчаного слоя на счет гравитационной водоотдачи, равен, очевидно,

$$\varepsilon_г = \mu \frac{\partial S'}{\partial t} = k_0 \frac{S - S'}{m_0}, \qquad (5.7)$$

где $(S - S') / m_0$ — примерное значение градиента вертикальной фильтрации (если считать, что понижение S' мало в сравнении с первоначальной обводненной мощностью суглинков m_0.

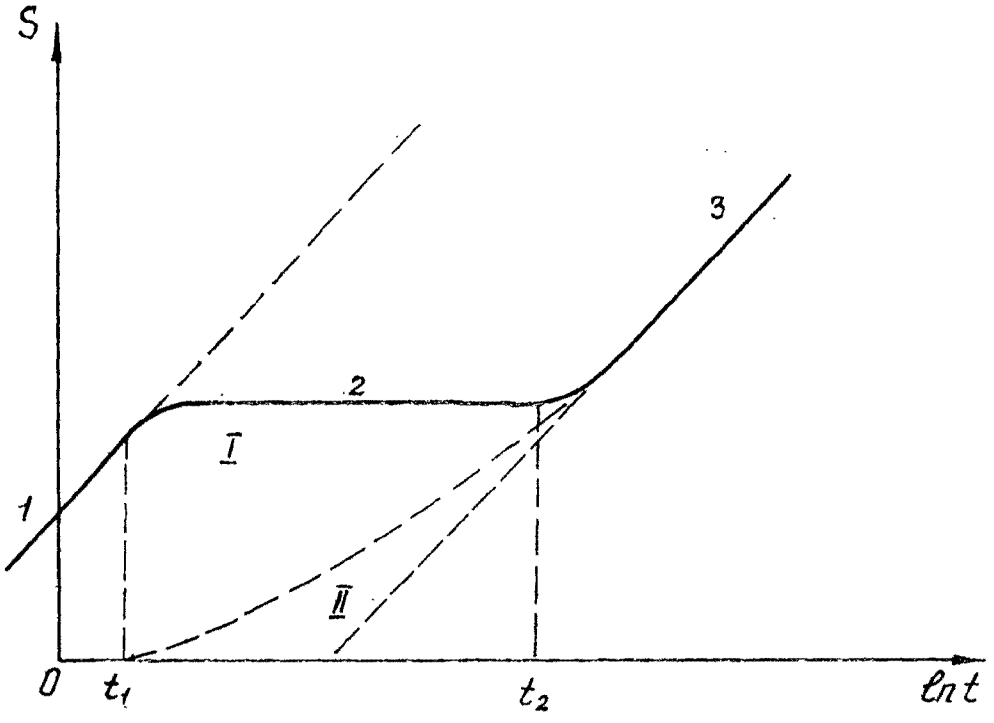


Рис. 5.10. Типовой индикаторный график откачки из двухслойного безнапорного пласта:
I - понижение в основном слое; II - понижение свободного уровня

По мере того как темпы снижения уровней в суглинках $\frac{\partial S'}{\partial t}$ приближаются к интенсивности изменения напоров в песках $\frac{\partial S}{\partial t}$, пласт начинает работать как единая водоносная система с суммарной водоотдачей $\mu_{сум} = \mu + \mu^*$ и с проводимостью, близкой к проводимости нижнего слоя (прямолинейный участок 3 на рис. 5.10, примерно парал-

лельный участку 1). Время t_2 наступления этого асимптотического режима, описываемого коэффициентом уровнепроводности $a = \frac{T}{\mu + \mu^*}$, зависит, как это ясно из формулы (5.7), от отношения $\frac{m_0 \mu}{k_0}$. Решение соответствующей задачи [23] показывает, что

$$t_2 \approx 10 \frac{m_0 \mu}{k_0}. \qquad (5.8)$$

ВОПРОСЫ. 1. Каков порядок времени t_2 для характерных условий двухслойного пласта, верхняя часть которого представлена супесчано-суглинистыми грунтами? Велика ли вероятность, что участок 3 вообще не будет получен при откачке? 2. Что можно сказать о расчетных значениях T и μ, если ошибочно идентифицировать участок 2 как представительный график для обработки по методу прямой? 3. Как изменится характер индикаторного графика, если в процессе откачки уровень окажется ниже кровли песков?

5.3.4. Схема III-2 – однородный безнапорный пласт

В основных чертах она повторяет особенности предыдущей схемы. После кратковременного (обычно десятки секунд — первые минуты) первого этапа, на котором расход откачки обеспечивается упругими запасами (безнапорного!) пласта, вблизи депрессионной кривой образуется зона нисходящей фильтрации, через которую идет отток освобождающейся гравитационной воды в нижние части пласта (для изотропных пластов мощность этой зоны, в пределах которой ярко выражена вертикальная компонента скорости, составляет примерно $1/3h_0$ [23]). Аналогия с предыдущей схемой усиливается еще двумя обстоятельствами.

Во-первых, даже однородные комплексы осадочных пород характеризуются чаще всего заметной фильтрационной анизотропией, причем проницаемость в горизонтальном направлении обычно существенно (иногда в 5-10 раз и более) выше, чем в вертикальном. Во-вторых, после свободного стекания первых порций гравитационной во-

ды вблизи депрессионной кривой образуется зона пониженного водонасыщения и проницаемость пород здесь заметно падает (подробно этот эффект будет рассмотрен в разделе 6.8 при изучении влагопереноса в зоне аэрации): грубо говоря, стекание каждой новой порции гравитационной воды оказывается все более затрудненным, водоотдача «растягивается» во времени. Оба отмеченных эффекта приводят к тому, что вблизи депрессионной кривой образуется зона нисходящей фильтрации с пониженной проницаемостью. Это дает дополнительный повод для проведения параллелей между расчетными схемами III-1 и III-2 и исключает необходимость в более подробном разборе последней. Заметим только, что абсолютные величины характерного времени t_2 здесь, как правило, меньше, чем в случае двухслойного пласта, однако и они обычно измеряются сутками.

ВОПРОС. Что можно сказать о соотношениях напоров в точках, лежащих на одной вертикали при времени $t < t_2$; можно ли считать здесь фильтрацию плановой? (используйте аналогично со схемой III-1).

Специфика фильтрационных процессов, рассмотренных в рамках основных типовых схем, показывает, что по ходу этих процессов существенно проявляются некоторые эффекты, которыми ранее при решении **долговременных прогнозных** задач мы пренебрегали. В основном эти эффекты связаны с заметными отклонениями от планового характера фильтрации и (или) со сложным проявлением емкости гетерогенного водогосного комплекса, отдельные составляющие которой «включаются» разновременно. В этом смысле, можно говорить о растянутости водоотдачи во времени (впрочем, в последней из рассмотренных схем растянутость водоотдачи не обусловлена исходной гетерогенностью изучаемой системы, и этот термин имеет более четкий физический смысл).

Теперь мы остановимся на некоторых более тонких эффектах, которые могут проявляться, вообще говоря, в

* Точнее говоря, значительная доля воды поступает из капиллярной каймы (см. раздел 1.2.2), которая сначалда претерпевает деформацию (растягивается), а затем перемещается примерно параллельно самой себе (в однородных грунтах).

условиях любой из рассмотренных типовых схем и оказываются полезной иллюстрацией тесного механического взаимодействия подземных вод и вмещающих горных пород в процессе эксперимента.

5.3.5. О некоторых гидрогеомеханических эффектах

I **Особенности упругого режима при откачках из глубоких водоносных горизонтов** обусловлены сопоставимостью размеров области возмущения при откачке (условно оконтуриваемой некоторым радиусом влияния $R(t)$ — рис. 5.11 — с мощностью перекрывающих пород M. Чтобы понять значение этого фактора, уподобим объем пород $ABCD$ круглой жесткой плите, подпираемой снизу реакцией минерального скелета и гидростатическим давлением воды в напорном пласте, но также закрепленной по своей боковой поверхности механическими связями с окружающими породами. Наличие жесткости и закрепления начнет проявляться при деформировании плиты — в виде реакции, препятствующей ее прогибу.

При уменьшении взвешивающего гидростатического давления на величину $\gamma_0 S$ (S — понижение напора) давление плиты на минеральный скелет, согласно изложенной (см. раздел 1.4) теории упругого режима, должно увеличиться на ту же величину. На самом же деле это произойдет только при условии, что роль жесткости плиты и ее бокового закрепления ничтожно мала. Это условие выполняется для тонкой плиты, но может заметно нарушаться для толстых плит, характеризующихся достаточно большим отношением M/R. Исследование этой задачи [23] показывает, что привычная нам теория упругого режима, не учитывающая эффекта жесткости кровли напорного пласта, справедлива, грубо говоря, лишь при $R/M > 3 \div 5$.

ВОПРОСЫ. 1. Какова должна быть область влияния при откачке из напорного пласта, залегающего на глубине 500 м, чтобы можно было воспользоваться для интерпретации формулой Тейса? 2. Каков источник поступления воды в скважины на первом этапе откачки (пока $R << M$), когда из-за решающего влияния жесткости кровли эффективное давление в пласте остается практически неизменным? (вспомните о двух составляющих упругоемкости горной породы).

II Особенности упругого режима при откачке с последующим восстановлением напоров обусловлены наличием у многих водоносных пород ярко выраженного компрессионного гистерезиса (см. раздел 1.4): деформация сжатия этих пород при откачке намного больше, чем их обратная деформация (декомпрессия) при восстановлении напора после откачки. Это приводит к тому, что коэффициент

пьезопроводности, определенный по этапу восстановления, часто оказывается на один, а то и на два порядка больше, чем определенный по откачке (значения упругой водоотдачи различаются в обратном соотношении).

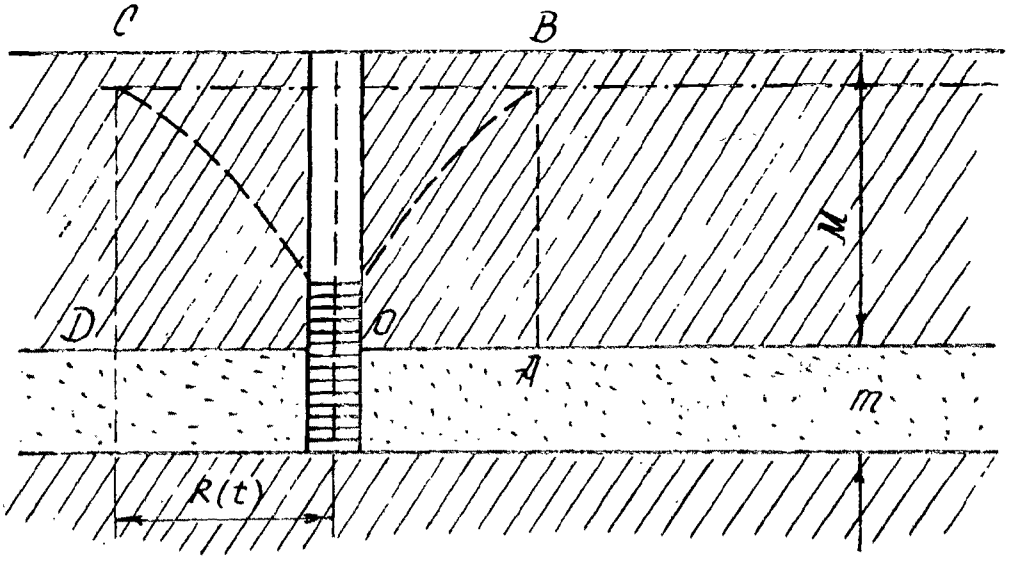


Рис. 5.11. Схема, иллюстрирующая эффект жесткости кровли напорного водоносного пласта при откачке

ВОПРОС. Почему восстановление напоров на первых этапах после прекращения откачки часто идет заметно быстрее, чем понижение в начальный период откачки (напомним, что, согласно изложенному в разделе 1.4, кривые откачки и восстановления считались для достаточно малых t идентичными).

III Особенности опытов, проводимых при **больших изменениях напоров**, могут быть связаны с изменениями проницаемости пород в результате интенсивных деформаций сжатия (при откачке) или растяжения (при нагнетании). Это особенно характерно для нагнетаний в трещиноватые породы. При больших давлениях нагнетания эквивалентное падение эффективного давления приводит к увеличению раскрытия трещин и проницаемости пород. Для примера на рис. 5.12 приведен типичный график зависимости расхода скважины Q_c от давления нагнетания $P_н$. Прямолинейный участок OA свидетельствует о сохранении неизменной проницаемости, участок AB отвечает постепенному росту раскрытия трещин (**гидрорас-**

членение пласта). Наконец, резкое падение давления нагнетания при одновременном росте расхода (точка *B* на графике) говорит о наступлении гидроразрыва пласта.

Известно немало случаев, когда в результате гидрорасчленения значения проницаемости, полученные опытными нагнетаниями, отличались от истинных на порядок, а при гидроразрыве слабопроницаемых пород — даже на два-три порядка [23].

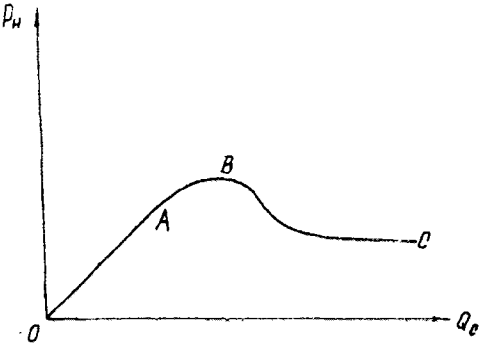


Рис. 5.12. Типовой график зависимости расхода скважины от давления нагнетания

5.3.6. Особенности фильтрационного процесса при откачках из планово-ограниченных и планово-неоднородных пластов

1 **Откачка вблизи реки.** Характерный индикаторный график приведен на рис. 5.13,а. После первого этапа (участок 1), аналогичного случаю неограниченного пласта, кривая выполаживается. Горизонтальный участок 2 отвечает стационарному режиму: весь расход откачки компенсируется поступлением воды из реки, понижения на этом этапе описываются полученной нами ранее формулой (3.47).

Более сложная картика наблюдается при откачках вблизи малых рек с закольматированным руслом. Кольматационный слой приводит к дополнительной потере напора при фильтрации к скважине из реки. Согласно методу эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. раздел 3.4), влияние этого слоя можно учесть, увеличивая расстояние от скважины до реки на фиктивную величину ΔL, которую принято рассматривать как особый фильтрационный параметр. Однако определение параметра ΔL опытным путем требует обычно проведения мощных и длительных откачек. Поэтому чаще его нахо-

дят по данным режимных наблюдений, используя для этого замеры уровня в наблюдательной скважине, расположенной вблизи уреза воды (см. разделы 3.4 и 4.2).

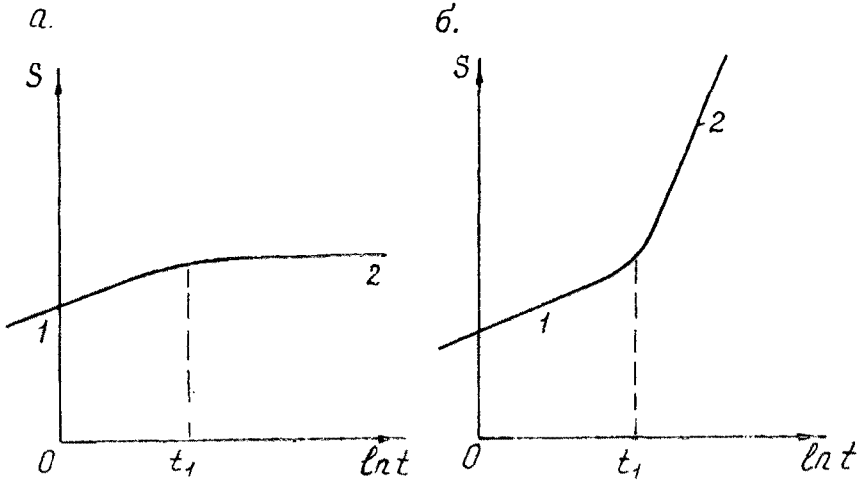


Рис. 5.13. Индикаторные графики откачек, проводимых вблизи границ водоносных пластов:
а - у реки; б - около непроницаемого сброса

2 Откачка вблизи непроницаемого сброса. Характерный индикаторный график приведен на рис. 5.13,б. В отличие от предыдущего случая здесь влияние границы приводит к ускорению понижения на втором этапе, которому соответствует второй участок графика, имеющий, согласно теории, уклон в два раза больший, чем первый.

ЗАДАЧА. Докажите последнее положение, используя аналитическое решение для рассматриваемого случая откачки (см. соответствующую задачу в разделе 4.1.2).

Так как время t_1 (см. рис. 5.13,б) увязывается с расстоянием от скважины до сброса, то это обстоятельство делает возможным использование гидродинамических возмущений (откачек, остановок фонтанирующих скважин и т.п.) для «гидропрослушивания» пласта: по характеру графика выявляется сам факт наличия тектонического нарушения, а по времени t_1 и характеру пьезометрической поверхности можно попытаться установить его положение. Следовательно, в данном случае гидродинамические методы могут сыграть полезную роль при геологоструктурном изучении объекта.

3 Откачки в планово-неоднородных пластах.

Две только что проанализированные нами задачи могут рассматриваться как предельные варианты откачек в планово-неоднородных пластах; они показывают тенденции в вариациях индикаторных графиков откачек, проводимых вблизи контакта с весьма водообильными и проницаемыми породами или, наоборот, со слабопроницаемыми породами.

Более сложной представляется общая задача, когда областью влияния откачки охватывается участок пласта, состоящий из ряда зон фильтрационной неоднородности произвольной конфигурации. В этом случае пьезометрические кривые могут оказаться весьма далекими от теоретических.

ПРИМЕР. На рис. 5.14 изображена пьезометрическая кривая при откачке. На участке *AB* отмечается обратный уклон кривой, т.е. понижение в дальней наблюдательной скважине больше, чем в ближней и приходится делать вывод, что вода на этом участке течет в сторону, противоположную откачивающей скважине (??). Чаще всего, правда, это не так, и ситуация объясняется дефектами наблюдательных скважин или их несовершенством (см. раздел 5.4). Оказывается, однако, что описанный эффект может иметь и реальную физическую основу — фильтрационную неоднородность среды. Попытайтесь, в частности, самостоятельно уяснить это на примере рис. 5.14, где луч наблюдательных скважин пересекает «пятно» относительно слабопроницаемых пород ($k_o << k$).

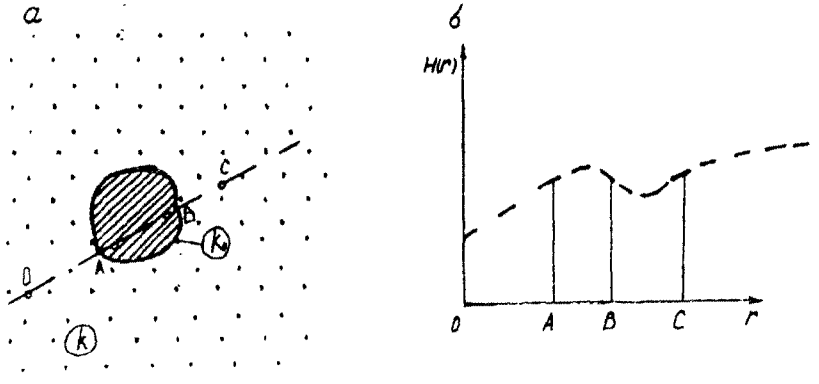


Рис. 5.14. Схема откачки в условиях плановой фильтрационной неоднородности:
а - плановое положение луча наблюдательных скважин; б -пьезометрическая кривая

В отличие от только что рассмотренного примера, при большем числе зон неоднородности, распределенных по пласту случайным образом, откачка реально может интерпретироваться как для однородного пласта: если область ее эффективного влияния намного (грубо говоря, на порядок) превосходит размеры зон неоднородности, то по графикам временного прослеживания получают некоторые усредненные (эффективные) параметры пласта. Все сказанное здесь справедливо и для комплексов трещиноватых пород — тех, в которых велики расстояния между основными фильтрующими трещинами. Вспомните, например, что при малых размерах области влияния у нас окажутся невыполненными даже основные предпосылки сплошности изучаемой среды (см. раздел 5.2.2).

Заканчивая этот раздел, сделаем общий вывод. В большинстве реальных случаев фильтрационные процессы, возникающие при откачках, требуют для своего описания учета ряда важных природных факторов, не принимавшихся нами до сих пор во внимание при построении теории фильтрации. Вместе с тем, при достаточно продолжительных откачках влияние многих из этих факторов ослабевает, и тогда для интерпретации соответствующих асимптотических участков индикаторных графиков можно использовать решения, полученные нами ранее в рамках традиционных теоретических построений.

5.4. Анализ влияния технических факторов на резуль-таты опытно-фильтрационных работ

5.4.1. Значение несовершенства центральной скважины по степени вскрытия пласта

В разделе 3.4 мы научились достаточно просто учитывать несовершенство водозаборной скважины, так что, казалось бы, упомянутые там решения позволяют без труда интерпретировать откачку из несовершенной скважины*. На самом же деле, однако, полученные таким

* Правда, даже здесь необходима оговорка: на небольших удалениях от центральной скважины фильтрация носит неплановый характер (см. раздел 2.5.1), и поэтому замеряемые здесь понижения напоров зависят от положения и длины фильтра пьезометра; интерпретация таких замеров не всегда бывает однозначной.

образом результаты чаще всего далеки от реальности. Начнем с простого примера.

На рис. 5.15,а изображен предполагаемый разрез на участке откачки (по данным бурения), а на рис. 5.15,*б* — фактический. Тонкий прослой глин в толще песков может быть легко пропущен при бескерновом бурении опытных скважин. Обрабатывая данные такой откачки по формуле для несовершенной скважины в однородном изотропном пласте (см. рис. 5.15,*а*), мы получим на самом деле параметры, близкие к параметрам лишь верхней зоны песков, и будем ошибочно распространять их на весь пласт. В частности, проводимость окажется заниженной примерно в $(m_1 + m_2)/m_1$ раз. Если же, наоборот, мы, зная о существовании глинистого прослоя, попытаемся учесть его в интерпретационной схеме, то придем к некорректной (см. раздел 5.1) задаче, практически не решаемой при ограниченном числе наблюдательных скважин и при откачке нормальной продолжительности.

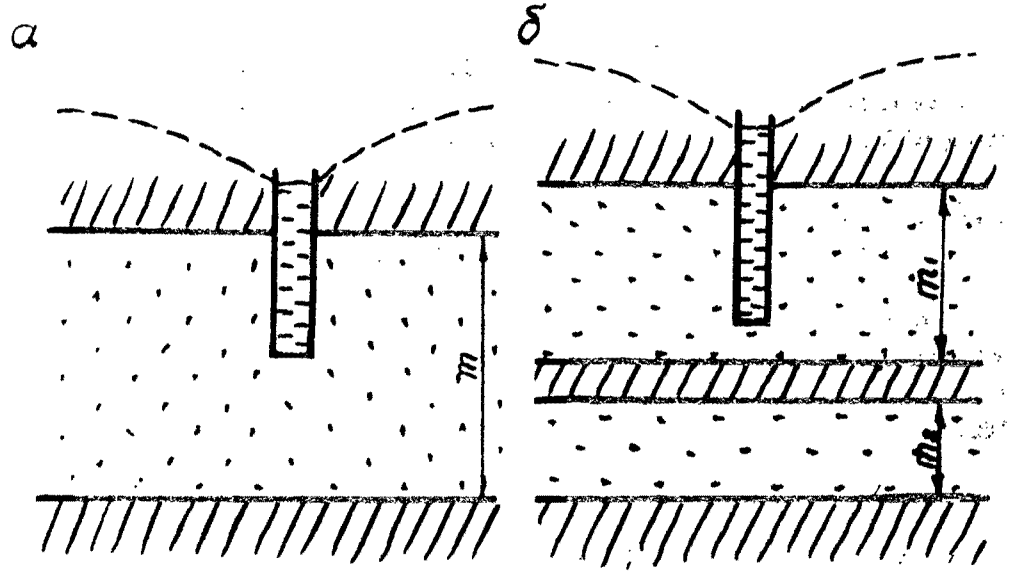


Рис. 5.15. Схемы откачки из несовершенной скважины:
а - однородный пласт; б - пласт с водоупорным прослоем

Этот пример достаточно очевиден, и на него можно возразить, что нередко мы можем вполне уверенно гарантировать сравнительную однородность разреза на участке

опробования. Однако и это не является залогом успешной откачки посредством несовершенной скважины. Дело в том, что многие, внешне однородные, геологические образования характеризуются резкой профильной анизотропией: часто, например, коэффициент фильтрации по напластованию в десятки - сотни раз выше, чем вкрест напластования*. Следовательно, нужно учитывать анизотропию в соответствующих расчетных зависимостях для несовершенных скважин. Теория, конечно, позволяет это сделать, но использование полученных формул для обработки откачек часто приводит все-таки к ненадежным результатам из-за увеличения числа неизвестных параметров и малой чувствительности к ним расчетного алгоритма (см. раздел 5.1).

Важно, наконец, отметить, что несовершенство центральной скважины приводит к изменениям характера индикаторных графиков, качественно подобным влиянию ряда природных факторов, рассмотренных в разделе 5.3. Это, конечно, вносит дополнительные трудности в расшифровку результатов опыта.

Сказанное здесь распространяется, естественно, и на скважины, пройденные на всю мощность пласта, но имеющие укороченный фильтрующий интервал.

5.4.2. Значение несовершенства наблюдательных скважин по степени вскрытия пласта

Влияние несовершенства в этом случае менее ощутимо — по крайней мере в сравнительно однородных изотропных пластах: при плановой фильтрации наблюдательная скважина теоретически показывает правильный напор независимо от положения и длины фильтра. Правда, в безнапорных пластах, и особенно при откачках из несовершенных скважин, данные ближних (см. условия (2.50), (2.51)) наблюдательных скважин будут небезразличными к этим факторам (см. раздел 5.4.1). Более важны, однако, эффекты, обусловленные несовершенством скважин, в слоистых и некоторых трещиноватых пластах.

* Понятно, что при плановой фильтрации к совершенной скважине этот фактор не играет существенной роли.

Обратимся опять к простейшему примеру, аналогичному рассмотренному в разделе 5.4.1 (см. рис. 5.15). Если центральная скважина оборудована фильтром на нижний слой, а наблюдательная — на верхний, то при откачке может оказаться замеренным лишь сравнительно малое понижение уровня, обусловленное перетеканием через глинистый прослой. Это создает неверное впечатление о высокой водообильности изучаемого пласта. Если же откачка ведется из обоих прослоев, то, как мы уже знаем (см. раздел 5.3.2), необходимые для правильной интерпретации данные можно получить лишь по совершенной наблюдательной скважине.

Все сказанное требует очень внимательного отношения к обоснованию допустимости применения в эксперименте несовершенных опытных скважин.

5.4.3. Значение непостоянства расхода откачки и объема воды в стволе центральной скважины

Так как основные решения, используемые для интерпретации ОФР, выведены для условия $Q_c = \text{const}$, то любые колебания расхода или перерывы в работе насоса будут приводить к соответствующим погрешностям в оцениваемых параметрах. Теоретически, правда, нетрудно получить решения для любых законов изменения дебита, однако использование их на практике будет все равно приводить к снижению надежности опыта — и ввиду искажения вида индикаторных графиков, и вследствие неучета нелинейных эффектов (см. например, раздел 5.3.5, II). С этой точки зрения *в меньшей степени реагируют на непостоянство расхода откачки кривые восстановления уровня*, которые по этой причине в основном и используются для интерпретации одиночных откачек.

Дополнительным фактором, искажающим общую интерпретационную схему, является наличие свободного объема воды V в центральной скважине: понятно, что если величина $\frac{dV}{dt} = \pi r_c^2 \frac{\partial S_c}{\partial t}$ соизмерима с расходом откачки, то ее следует учитывать специальными решениями. Необ-

ходимость в этом отпадает лишь для достаточно водообильных пластов (когда расход Q_c велик) или по истечении некоторого времени t_v после начала откачки (когда мала скорость понижения уровня в скважине $\frac{\partial S_c}{\partial t}$). Исследование соответствующей задачи показывает, что время

$$t_v \approx (15 \div 20) \frac{\pi r_c^2}{T}. \qquad (5.9)$$

т.е. для слабопроницаемых пластов это время измеряется минутами - десятками минут (получите эти цифры самостоятельно).

Заметим, что рассмотренный фактор искажает форму индикаторных графиков не только по центральной, но и по наблюдательным скважинам.

5.4.4. Роль скин-эффекта центральной скважины

После бурения и оборудования центральной скважины проводящие свойства пород в прифильтровой ее зоне обычно оказываются существенно измененными (**скин-эффект**). Чаще в результате кольматации буровым раствором проницаемость падает (положительный скин-эффект). Реже вследствие усиленного выноса материала при прокачке проницаемость растет (отрицательный скин-эффект). О скважинах со скин-эффектом говорят как **о несовершенных по характеру вскрытия.**

Рассмотрим для кругового пласта стационарную модель скважины и кольцевой зоны вокруг нее (радиусом r_k) с пониженной проводимостью $T_к$ (рис. 5.16,а). Согласно изложенному в разделе 3.2.1 и методу фрагментов (см. раздел 3.1.5), можно записать:

$$Q_c = \frac{2\pi T_k (S_c - S_k)}{\ln (r_k/r_k)} = \frac{2\pi T S_k}{\ln (R/r_k)}, \qquad (5.10)$$

где S_c и S_k — понижения в скважине и на внешней границе закольматированной зоны.

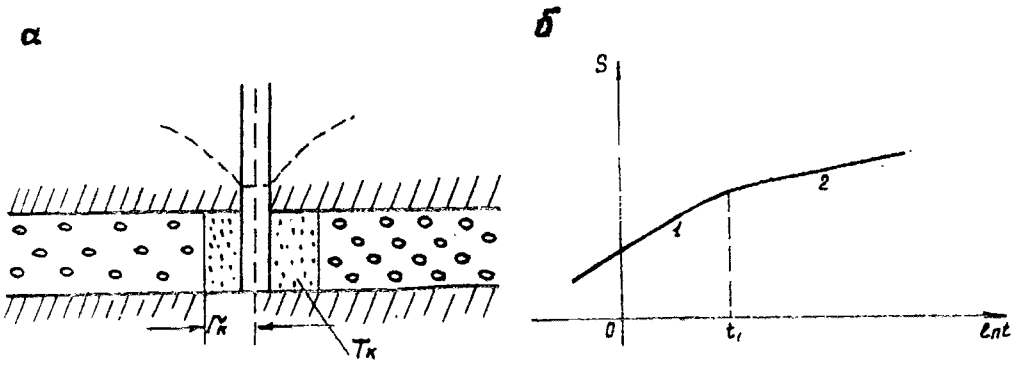


Рис. 5.16. Схемы откачки из скважины при наличии скин-эффекта: а - разрез прискважинной зоны; б - типовой индикаторный график

Отсюда

$$\Delta\overline{S} = \frac{S_c - S_k}{S_c} = \frac{1}{1 + \dfrac{T_k}{T} \cdot \dfrac{\ln (R/r_k)}{\ln (r_k/r_c)}}, \qquad (5.11)$$

т.е. при малых значениях $T_к$ перепад напоров, вызванный наличием закольматированной зоны, может составлять большой процент от общего перепада напоров, или, иначе говоря, фильтрационное сопротивление этой зоны может быть соизмеримо с сопротивлением всей остальной части пласта в пределах зоны влияния.

ПРИМЕР. Пусть $r_c = 10$ см, $r_k = 20$ см*, $R = 40$ м, $T_к = 0{,}1$. Тогда $\Delta S = 56\%$, т.е. более половины от общего перепада напоров обусловлено скин-эффектом.

ВОПРОС. Какова будет относительная погрешность при определении проводимости пласта в рассмотренном примере, если вести расчет по формуле (3.32) для скважины (без учета скин-эффекта), используя известные значения напоров на границе пласта и в центральной скважине?

Следовательно, при существенном проявлении скин-эффекта использование для определения проводимости

* Реально толщина зоны кольматации достигает 5-10 см и более в песках, 50-100 см и более — в трещиноватых породах [23].

ходимость в этом отпадает лишь для достаточно водообильных пластов (когда расход Q_c велик) или по истечении некоторого времени t_v после начала откачки (когда мала скорость понижения уровня в скважине $\frac{\partial S_c}{\partial t}$). Исследование соответствующей задачи показывает, что время

$$t_v \approx (15 \div 20) \frac{\pi r_c^2}{T}. \qquad (5.9)$$

т.е. для слабопроницаемых пластов это время измеряется минутами - десятками минут (получите эти цифры самостоятельно).

Заметим, что рассмотренный фактор искажает форму индикаторных графиков не только по центральной, но и по наблюдательным скважинам.

5.4.4. Роль скин-эффекта центральной скважины

После бурения и оборудования центральной скважины проводящие свойства пород в прифильтровой ее зоне обычно оказываются существенно измененными (**скин-эффект**). Чаще в результате кольматации буровым раствором проницаемость падает (положительный скин-эффект). Реже вследствие усиленного выноса материала при прокачке проницаемость растет (отрицательный скин-эффект). О скважинах со скин-эффектом говорят как о **несовершенных по характеру вскрытия**.

Рассмотрим для кругового пласта стационарную модель скважины и кольцевой зоны вокруг нее (радиусом r_k) с пониженной проводимостью $T_к$ (рис. 5.16,а). Согласно изложенному в разделе 3.2.1 и методу фрагментов (см. раздел 3.1.5), можно записать:

$$Q_c = \frac{2\pi T_k (S_c - S_k)}{\ln (r_k/r_k)} = \frac{2\pi T S_k}{\ln (R/r_k)}, \qquad (5.10)$$

где S_c и S_k — понижения в скважине и на внешней границе закольматированной зоны.

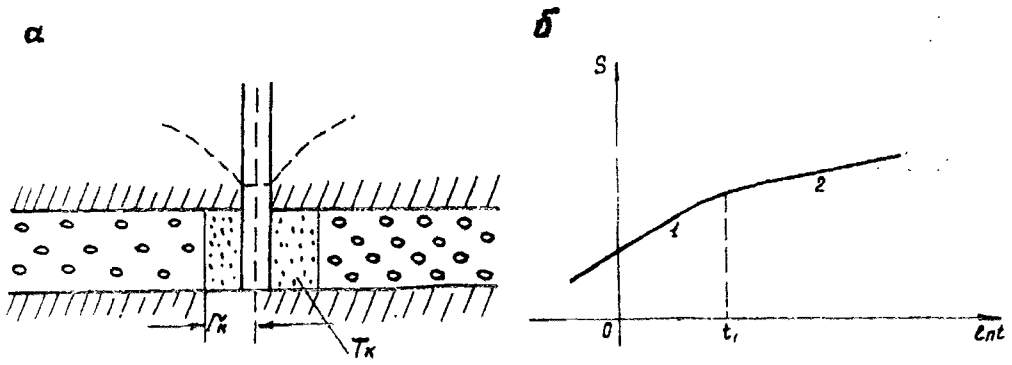


Рис. 5.16. Схемы откачки из скважины при наличии скин-эффекта: а - разрез прискважинной зоны; б - типовой индикаторный график

Отсюда

$$\Delta\overline{S} = \frac{S_c - S_k}{S_c} = \frac{1}{1 + \dfrac{T_k}{T} \cdot \dfrac{\ln (R/r_k)}{\ln (r_k/r_c)}}, \qquad (5.11)$$

т.е. при малых значениях $T_к$ перепад напоров, вызванный наличием закольматированной зоны, может составлять большой процент от общего перепада напоров, или, иначе говоря, фильтрационное сопротивление этой зоны может быть соизмеримо с сопротивлением всей остальной части пласта в пределах зоны влияния.

ПРИМЕР. Пусть $r_c = 10$ см, $r_k = 20$ см*, $R = 40$ м, $T_к = 0{,}1$. Тогда $\Delta S = 56\%$, т.е. более половины от общего перепада напоров обусловлено скин-эффектом.

ВОПРОС. Какова будет относительная погрешность при определении проводимости пласта в рассмотренном примере, если вести расчет по формуле (3.32) для скважины (без учета скин-эффекта), используя известные значения напоров на границе пласта и в центральной скважине?

Следовательно, при существенном проявлении скин-эффекта использование для определения проводимости

* Реально толщина зоны кольматации достигает 5-10 см и более в песках, 50-100 см и более — в трещиноватых породах [23].

пласта разности напоров в наблюдательной и центральной скважинах будет приводить к большим погрешностям.

Понятно, что скин-эффект отражается и на графиках временного прослеживания (см. рис. 5.16,б): на них появляется начальный прямолинейный участок 1, уклон которого отвечает проводимости закольматированной зоны. При положительном скин-эффекте [23]

$$t_1 \approx (20 \div 30) \frac{r_k^2}{a_k^*} \qquad (5.12)$$

и реально измеряется минутами. Это обстоятельство играет особенно важную роль при интерпретации кривой восстановления напора: благодаря скин-эффекту часто оказывается дефектным как раз тот - начальный - участок кривой, который допустимо использовать для обработки без учета «истории» откачки (см. условие (4.33)).

Определение коэффициента пьезопроводности по индикаторному графику, искаженному скин-эффектом, оказывается в любом варианте неправомерным: коль скоро абсолютная величина понижения получается резко завышенной, то прямолинейный участок 2 (см. рис. 5.16,б) смещается вверх, и расчет по формуле (5.2) дает преувеличенные значения параметра a^*.

ЗАДАЧА. Выведите формулу для оценки фильтрационного сопротивления $\Phi_к$ прискважинной зоны (используйте зависимости (5.11)). Найдите выражение для относительной величины $\Phi_к = \Phi_к/(\Phi + \Phi_к)$, где Φ — фильтрационное сопротивление пласта при отсутствии кольматации). Пользуясь методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. раздел 3.4), покажите, что формально величину $\Phi_к$ можно учесть, вводя условное — расчетное - значение эффективного радиуса скважины :

$$r_{сэ} = r_k \left(\frac{r_c}{r_k}\right)^{T/T_k}. \qquad (5.13)$$

Сказанное объясняет, почему одиночные откачки, в которых вся опытная информация базируется на измере-

* Именно это значение и должно входить во все зависимости, описывающие фильтрационный режим при работе водозаборных скважин.

ниях уровней в центральной скважине, очень часто приводят к ошибочным результатам.

5.4.5. Инерционность наблюдательных скважин

Зададим себе элементарный вопрос: что нужно, чтобы открытая наблюдательная скважина зафиксировала понижение S в пласте? Ответ прост: необходимо, чтобы из скважины вытек объем воды $V = \pi r_c^2 S$. Если поступление этой воды в пласт затруднено сравнительно невысокой проницаемостью пород, то уровень воды в скважине будет снижаться с некоторым отставанием от пьезометрической поверхности пласта, т.е. наша измерительная система - скважина оказывается инерционной. Очевидно, значение инерционности максимально на ранних этапах понижения напора в данной точке пласта, когда скорости изменения уровня максимальны, причем время существенного ее проявления t_n будет расти с увеличением поперечного сечения ω_c скважины и с падением проницаемости водоносных пород. Так, для совершенных скважин погрешность, обусловленная инерционностью, оказывается меньше 10% при времени [23]

$$t_n \approx (15 \div 20) \frac{\omega_c}{T} . \qquad (5.14)$$

ВОПРОС. Как влияет на инерционность длина фильтра несовершенного пьезометра?

Отсюда нетрудно видеть, что в типичных супесчаных и суглинистых грунтах, например, измерения понижений оказываются сильно искаженными инерционностью скважин в течение нескольких часов. Тот же порядок имеет время t_n и для скважин в песчаных или трещиноватых породах, прифильтровая зона которых существенно затронута процессами кольматации (см. раздел 5.4.4).

Для учета влияния инерционности необходима предварительная тарировка наблюдательных скважин, для чего проще всего использовать кратковременные наливы воды в скважину [23]. В слабопроницаемых суглинистых и глинистых грунтах правильнее стремиться к

ный в координатах lgS, $lg(t/r^2)$, то эти графики должны иметь одинаковую форму. Параллельным перемещением по осям координат можно добиться совпадения графиков, причем они будут сдвинуты по вертикали на величину $lg\left(\frac{Q_c}{4\pi T}\right)$, а по горизонтали — на величину $lg(4a^*)$, как это иллюстрируется рис. 5.17. Снимая с совмещенного графика эти величины, определяем параметры T и a^*.

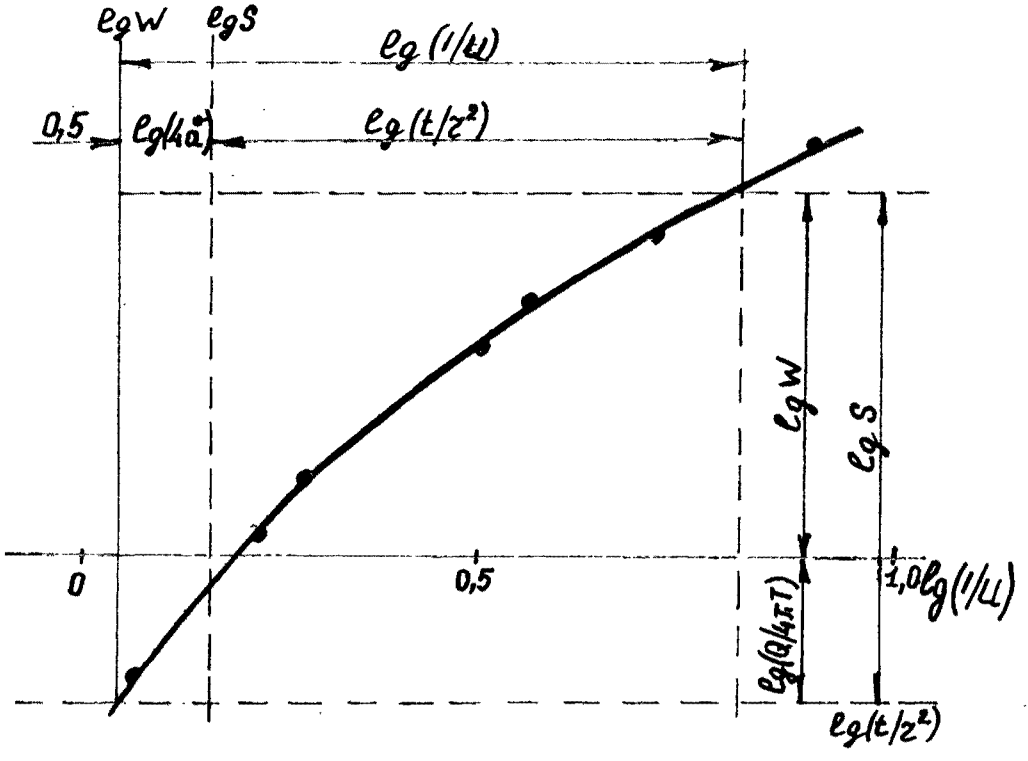


Рис. 5.17. Совмещение опытных точек (показаны кружками) с эталонной кривой

Способ прямой линии, ввиду его особой важности, уже освещен в разделе 5.1 применительно к временному прослеживанию. Это, в частности, основной способ обработки данных одиночных откачек (как правило, обрабатывается кривая восстановления уровня — см. раздел 4.1.2). Подчеркнем, что он годится только для времени наступления квазистационарного режима, т.е. при выпол-

нении условия (4.29). При этом, следовательно, упускается информация о начальном участке кривой прослеживания. Используя структуру формулы (4.30), нетрудно показать возможности способа прямой линии и для пространственного прослеживания — в координатах S — lgr, что для двух наблюдательных скважин, находящихся в зоне квазистационарного режима (см. условие (4.29)), равносильно применению формулы (4.31). Наконец, при комбинированном прослеживании график спрямляется в координатах S — $lg(t/r^2)$.

Точечные способы основаны на использовании отдельных замеров, либо никак не объединяемых друг с другом в интерпретационной схеме, либо увязанных, согласно той или иной аналитической зависимости, еще с одной замерной точкой (так, только что упомянутый расчет по формуле Дюпюи может рассматриваться и как двухточечный способ).

Способы, основанные на интегральных преобразованиях, чаще всего используют операционный метод (см. раздел 4.2). Для этого по замеренным значениям понижений в наблюдательной скважине вычисляются их изображения $\bar{S}$ для ряда значений параметра преобразования t_p (см. формулы (4.53) и (4.53а)), после чего для интерпретации используется соответствующее решение в изображениях, рассматриваемое как график связи $\bar{S}=f(t_p)$. Если при этом справедлива, например, логарифмическая связь $\bar{S}$ и t_p (см., в частности, формулу (4.57а), то используется соответствующая модификация способа прямой. При данном способе обработки легко учитывается непостоянство расхода откачки (см. формулы (4.56) и (4.57)).

Способ совмещения кривых прослеживания предполагает последовательный подбор параметров, исходя из требования совмещения фактического и расчетного графиков временного прослеживания. По этому способу, определив предварительно параметры, строят расчетную кривую прослеживания и сопоставляют ее с фактической, после чего, учитывая характер зависимости хода процесса от параметров, их изменяют, добиваясь наилучшего совмещения расчетной и фактической кривых; при этом

могут эффективно использоваться специально ориентированные алгоритмы для «автоматического» подбора параметров на ЭВМ.

Сопоставительная оценка способов обработки. Все упомянутые здесь способы обработки являются равноценными, если принятая расчетная схема точно отражает природные и технические условия эксперимента, а замеры понижений и расходов при откачке сделаны без погрешностей. Поскольку на практике всегда бывает иначе, разные способы оказываются существенно различающимися с точки зрения их чувствительности к погрешностям расчетной схемы и замеров, а следовательно, и надежность получаемых по ним параметров может оказаться существенно различной.

С этих позиций ясно, что способы, объединяющие информацию, оказываются, при прочих равных условиях, эффективней, чем точечные способы, если, конечно, при такой свертке не допускается больших дополнительных погрешностей (усреднения, интерполяции, экстраполяции и т.д.). Последнее требование обычно справедливо для временного прослеживания и относительно реже выполняется при площадном прослеживании - ввиду ограниченного числа замерных точек (наблюдательных скважин).

При относительно хорошем соответствии расчетной схемы условиям эксперимента наиболее удобным из способов, свертывающих информацию, является способ прямой линии для временного прослеживания (в обычной или операционной модификации), который широко и успешно используется на практике. В частности, график $S = f(\ln t)$ служит важнейшим основанием для проведения диагностики откачек (см. раздел 5.5.2). При большом числе наблюдательных скважин способ прямой линии может эффективно применяться при комбинированном (площадном и временном) прослеживании.

Широкое распространение в практических расчетах получили также различные модификации способа эталонной кривой, позволяющего провести обработку и диагностику данных по всей имеющейся информации временно-

го или комбинированного прослеживания (включая начальный этап нестационарного режима). Однако совмещение опытной кривой с эталонной всегда привносит в расчет повышенную долю субъективизма.

Способ совмещения кривых прослеживания можно применять для обработки крупномасштабных откачек в сложных геофильтрационных условиях.

Таким образом, выбор эффективного способа обработки ОФР — задача не из легких. Поэтому попытаемся дать хоть какие-то общие ориентиры для ее решения. Будем исходить здесь из того, что при отсутствии существенного влияния плановых границ пласта или плановой неоднородности (см. раздел 5.3) и несовершенства опытных скважин (см. раздел 5.4) важнейшим показателем качества интерпретации является совпадение значений проводимости, полученных временным и площадным прослеживанием. Отсюда можно рекомендовать такую последовательность расчетных операций при обработке данных **кустовой** откачки:

1 используя одновременные замеры по двум ближним наблюдательным скважинам на заключительном этапе откачки*, определяют проводимость из формулы (4.31), предполагающей квазистационарный режим:

$$T_{пл} = \frac{0{,}37\, Q_c}{S(r_1) - S(r_2)} \lg \frac{r_2}{r_1}; \qquad (5.16)$$

при откачках вблизи реки, имеющих конечный стационарный этап, вместо (5.16) используется формула (3.47);

2 по графикам временного прослеживания способом прямой линии определяют проводимость $T_{вр}$. Если $T_{пл} \approx T_{вр}$, то выполняются следующие этапы расчета (в противном случае приходится искать какие-то важные просчеты в принятой интерпретационной схеме или — для планово-однородных пластов — отнестись с большим доверием к величине $T_{пл}$);

3 оценивают коэффициент пьезопроводности (уровнепроводности) способом прямой (если результаты

* Для несовершенных опытных скважин необходимы дополнительный оговорки (см. разделы 5.4.1 и 5.4.2).

расчетов проводимости этим способом признаны удовлетворительными) или точечным способом;

4 проверяют выполнение условия квазистационарности (4.29) для расчетных диапазонов, принятых в операциях 1 и 2 (если оно не выполнено, то проводят дополнительные уточнения);

5 проводят более детальные расчеты, максимально использующие расчетные точки графиков и временного, и площадного прослеживания; при этом могут широко присменяться способы эталонной кривой или способы, основанные на интегральных преобразованиях;

6 достоверность найденных расчетных параметров оценивают путем сопоставления получаемых по ним расчетных графиков с фактическими. Для этого, как уже отмечено, можно эффективно использовать ЭВМ.

В то же время следует очень осторожно относиться к широкой передаче ЭВМ всех функций по интерпретации опыта, особенно с учетом многочисленных сложностей диагностики.

Важнейшим моментом при оценке надежности полученных параметров является анализ **чувствительности** расчетной модели. Для этого поочередно меняют значения параметров в тех или иных диапазонах и сравнивают полученные таким образом новые расчетные кривые с ранее построенной расчетной (или опытной) кривой. Если большие изменения параметра вызывают лишь малые расхождения в кривых, то это свидетельствует о малой надежности расчетного значения параметра, о слабой чувствительности к нему выбранного расчетного алгоритма. Такой анализ позволяет часто выделить те (более чувствительные) участки опытных кривых, по которым предпочтительнее оценивать данный параметр. В противном случае желательно строить или изменять расчетный алгоритм таким образом, чтобы мало надежные параметры не использовались (как промежуточные данные) для расчета других параметров.

ВОПРОС. В каких точках области влияния откачки — ближних или дальних — одинаковые изменения проводимости окажут более заметный эффект на понижение в центральной скважине? Почему?

ЗАДАНИЕ. Попытайтесь объяснить, исходя из смысла и структуры формул (5.16) и (4.30), почему результаты площадного прослеживания наиболее чувствительны к изменениям проводимости в зоне, охваченной наблюдательными скважинами*; почему, наоборот, результаты временного прослеживания по способу прямой на эти изменения почти не реагируют? (для ответа на эти вопросы еще раз уясните физический смысл понятия квазистационарного режима (см. раздел 4.1.2), которому только и отвечают упомянутые зависимости, лежащие в основе площадного (4.31) и временного (4.30) прослеживания).

В целом анализ чувствительности подтверждает практические представления о том, что даже ОФР, проведенные на высоком качественном уровне, могут давать весьма ощутимые погрешности в определяемых параметрах. Причина этому — различные неучтенные отклонения от расчетной схемы (например, фоновые колебания напоров или площадная изменчивость фильтрационных свойств). Так, для водопроводимости, определенной качественными кустовыми откачками, характерны погрешности порядка 10%, возрастая до нескольких десятков процентов для качественных одиночных опробований. В этой связи нет смысла настаивать на излишне высокой точности алгоритмов интерпретации ОФР, считая во всех случаях вполне допустимыми для них погрешности порядка первых процентов для кустовых откачек и 5-10% — дли одиночных.

5.5.2. Принципы диагностики данных ОФР

Конечной целью диагностики является выбор расчетной интерпретационной схемы, учитывающей с оптимальной полнотой и надежностью природные и технические условия проведения эксперимента. Понятие оптимальности в данном случае одновременно предполагает, что расчетная схема, во-первых, является, по возможно-

* Точнее, теми из них, что использованы при прослеживании.

сти, простой, исключающей влияние малозначащих факторов, а во-вторых, находится в соответствии с объемом полученной при эксперименте информации. К сожалению, на практике эти требования к расчетной схеме всегда выполняются лишь с некоторым приближением - как в силу сложности реальных условий, так и ввиду ограниченности исходной информации. Поэтому диагностика опытной откачки может быть формализована лишь в ограниченной степени, решающую роль здесь играют опыт и интуиция специалиста. Вместе с тем, даже опытные специалисты часто допускают просчеты в интерпретации откачек, обусловленные недостаточным пониманием всех тонкостей и многообразных проявлений фильтрационного процесса при откачке, которые вытекают из его детального теоретического анализа. В связи с этим чрезвычайно важно, чтобы основные принципы диагностики опытных откачек строились на сочетании качественного гидрогеологического анализа и количественных методов интерпретации. В то же время, диагностика откачек, как и любая схематизация, должна вестись поэтапно, путем постепенного уточнения интерпретационной схемы, причем условия, обеспечивающие надежность диагностики, следует принимать во внимание уже при постановке и проведении эксперимента (см. раздел 7.1).

Диагностика откачки начинается с качественного анализа условий ее проведения, после чего, исходя из принципа обратной связи, все шире привлекаются и различные элементы количественного анализа. Естественно, исходным элементом диагностики является тщательный геологический анализ. Предполагается, что такой анализ, по возможности, проводится уже при постановке опытной откачки, существенно предопределяя тем самым и круг возможных интерпретационных схем. Дальнейшая детализация геофильтрационного строения опробуемых пластов базируется на полученных при бурении данных по литологическому и механическому составу пород, по геофизическому и гидрогеологическому опробованию в процессе проходки и оборудования скважин. Все эти данные в сочетании с результатами замеров напоров в про-

цессе и по окончании бурения позволяют построить геофильтрационный разрез и в первом приближении наметить типовую расчетную схему. Как правило, это должна быть одна (иногда две) из основных схем, рассмотренных в разделе 5.2.

Вспомогательная информация для предварительных качественных построений может быть получена при анализе и лабораторном исследовании ненарушенных образцов водоносных и относительно водоупорных пород. Так, для выделения относительных водоупоров и предварительной оценки возможного перетекания полезно оценить расход его по известным из лабораторных экспериментов параметрам проницаемости (хотя подобные оценки обычно дают заниженные показатели). Для тонкослоистых фильтрующих толщ результаты испытаний на фильтрацию вдоль и вкрест напластования дают представление о степени профильной анизотропии. Особое значение имеет использование лабораторных данных компрессионных испытаний для представлений о коэффициентах упругоемкости водоносных и водоупорных пород.

Полезную информацию дают также сведения о напорах подземных вод, полученные в процессе и по окончании бурения. Так, разрыв естественных напоров отдельных пластов вдали от контуров питания (стока) чаще всего безусловно свидетельствует о пренебрежимо малом их взаимодействии и в процессе откачки.

ВОПРОСЫ. 1. Обязательно ли факт противоположного свойства (совпадение значений естественных напоров) является доводом в пользу возможности существенного проявления перетекания при откачке? (будем иметь в виду, что в естественных условиях перетекание могло идти длительное время и на больших площадях. 2. Как должны меняться с глубиной напоры в слоистой водоносной толще вблизи ее контура стока, несовершенного по степени вскрытия толщи?

Подчеркнем еще раз, что большинство из упомянутых здесь вспомогательных диагностических приемов и методов могут и должны использоваться уже при проектировании откачки, способствуя тем самым ее большей целенаправленности и выработке исходных представлений о возможной интерпретационной схеме. Последующее уточнение этой схемы ведется непосредственно по материалам откачки, в первую очередь по составляемым в процессе эксперимента индикаторным графикам площад-

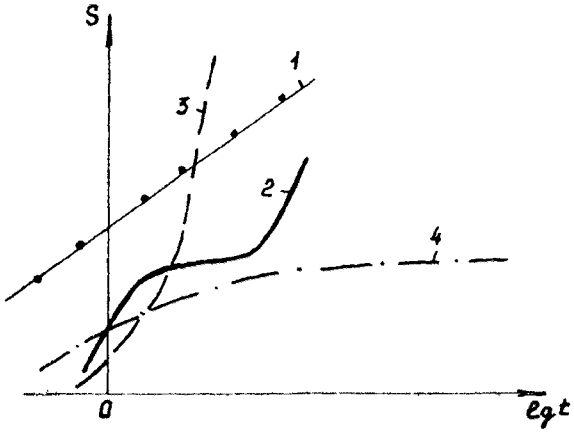


Рис. 5.18. Характерные индикаторные графики откачки:
1 - в изолированном напорном пласте; 2 - в гетерогенном пласте; 3 - вблизи водонепроницаемого контура; 4 - вблизи контура питания или при наличии перетекания из весьма водообильного пласта

ного — $S = f_1(\lg r)$, временного — $S = f(\lg t)$ и комбинированного прослеживания.

Важнейшим элементом при диагностике откачки являются индикаторные графики временного прослеживания. При достаточной длительности опыта и полноте измерений сама форма этих графиков часто может свидетельствовать о тех или иных особенностях фильтрационного процесса. Для примера на рис. 5.18 приведены характерные индикаторные графики некоторых типовых расчетных схем. С помощью подобных графиков идентифицируется наличие непроницаемых или слабопроницаемых контуров (кривая 3), дополнительное питание из поверхностных водоемов или мощных водоносных пластов (кривая 4) и т.п. Вместе с тем, многие факторы проявляются на индикаторных графиках качественно идентично (см. разделы 5.3 и 5.4), что резко снижает возможности дагностики.

ЗАДАНИЕ. Пользуясь материалом разделов 5.3 и 5.4, приведите возможные объяснения характера графиков 2, 3 и 4 на рис. 5.18, применяя их к различным типовым схемам. Не забудьте при этом, что графики вида 3 и 4 могут являться «усеченными» вариантами графика вида 2.

С учетом упомянутых обстоятельств, *диагностика индикаторных графиков одиночных откачек оказывается весьма субъективной.* С одной стороны, эти графики в максимальной степени подвержены влиянию различных аномальных факторов, а с другой — практически

отсутствует контрольная информация, позволяющая выявить и устранить их влияние.

С этой точки зрения кустовые откачки обладают неоспоримыми преимуществами: возможность взаимного дополнения и сопоставления информации по различным наблюдательным скважинам, а также устранение погрешностей, связанных с измерениями уровней по центральной скважине, позволяют рассчитывать на сравнительно надежную диагностику гораздо чаще, чем в одиночных экспериментах. Это, в частности, касается выбора представительных участков индикаторных графиков для последующего расчета: в разделах 5.3 и 5.4 показано, что разные участки графиков чаще всего отвечают различным аналитическим зависимостям. Например, при обработке способом прямой линии (см. раздел 5.5.1) необходимо иметь гарантию, что выбранный прямолинейный участок не искажен влиянием разного рода технических факторов (неравномерность работы насоса, скин-эффект центральной скважины, несовершенство по степени вскрытия и инерционность пьезометров — см. раздел 5.4). В этом плане важно подчеркнуть следующие элементы, связанные с диагностикой:

1 возможность проверки интерпретационной схемы по параллельности конечных участков графиков временного прослеживания или по разбросу точек на графике комбинированного прослеживания (в координатах S—$lg(t/r_2)$);

2 возможность проверки — для планово-однородных пластов — представительности выбранного участка графика по близости расчетных значений проводимости, полученных временным и площадным прослеживанием (см. раздел 5.5.1). Подобные возможности полностью исключаются для одиночных откачек, что делает выделение расчетного участка графика крайне субъективным.

ПРИМЕР [23]. Кустовая откачка продолжительностью 7 сут проводилась с устойчивым расходом 1200 м^3/сут в безнапорном водоносном горизонте, приуроченном к среднезернистым пескам мощностью около 40 м. Проводимость, определенная по наблюдательным скважинам, составляла — 750 м^2/сут. На графике восстановления

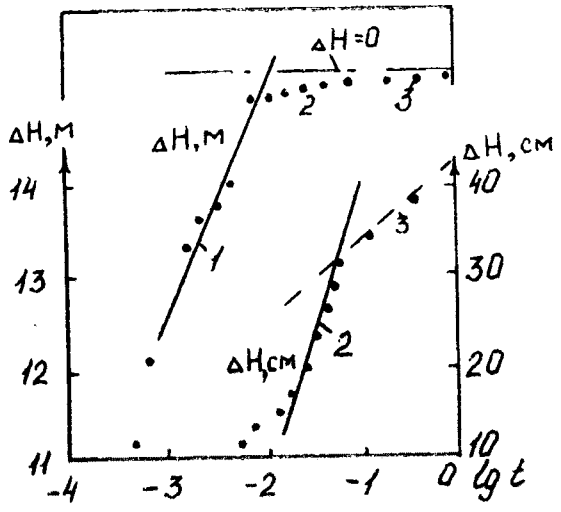


Рис. 5.19. График восстановления уровня ΔH после откачки

(рис. 5.19) для центральной скважины диаметром 300 мм, пройденной вращательным способом на глинистом растворе, выделяются три (1-3) прямолинейных участка (измерения, сделанные в течение первой минуты и отражающие доминирующее влияние емкости скважины, на графике опущены). Расчетные значения проводимости, полученные по уклонам разных участков, составляют, м^2/сут: $T' = 90$, $T'' = 800$ и $T''' = 3700$. Величина T', рассчитанная по участку *1* (для $t < 10$ мин), отражает влияние скин-эффекта (с емкостью скважины) и отвечает проводимости прифильтровой зоны скважины. Величина T'' примерно соответствует истинной проводимости пласта (участок 2, время t от 10 мин до 2 ч). Наконец, значение T''' явно завышено, что обусловлено выполаживанием графика на участке 3 вследствие эффектов упругогравитационного режима (см. раздел 5.3.4), а также влияния истории откачки.

Из примера ясно, что без дополнительных данных, полученных по наблюдательным скважинам, выделение представительного участка графика одиночной откачки для оценки проводимости оказалось бы весьма затруднительным.

В целом диагностика откачек как один из аспектов схематизации гидрогеологических условий иллюстрирует необходимость обоснования расчетной схемы на *неразрывном сочетании и взаимопроникновении качественного гидрогеологического анализа природных условий и количественного анализа геофильтрационного процесса*. Это еще раз подтверждает важность сочетания специалистом-гидрогеологом глубоких знаний по части как геологических, так и гидродинамических методов исследований. Данное положение сохраняет свою силу, в частности, на всех этапах постановки и проведения ОФР (см. раздел 7.1).

Контрольные вопросы

1 Определите понятие фильтрационные параметры. В чем их отличие от других характеристик потока? Какие вы знаете фильтрационные параметры? Какие из них связаны с геометрией области фильтрации или со структурой фильтрационного потока?

2 В чем смысл понятий прямая задача и обратная задача? Как вы понимаете математическую некорректность обратных задач? В чем смысл анализа чувствительности решения (алгоритма)?

3 Дайте общее описание фильтрационного процесса при откачке. Какова последовательность вовлечения в этот процесс отдельных зон водоносного пласта? Что вы понимаете под масштабными эффектами при откачках?

4 Дайте характеристику стандартного способа обработки откачки временным прослеживанием (способ прямой). На каких предположениях о характере фильтрационного процесса базируется этот способ?

5 Какие вы знаете характерные типовые условия проведения опытных откачек? По каким главным признакам производится их выделение?

6 Учитывается ли в интерпретационной схеме I емкость пластов, перекрывающих и подстилающих основной водоносный горизонт? Можно ли эту схему применять для слоистого пласта? Зависит ли ответ на этот вопрос от конструктивных особенностей опытных и наблюдательных скважин, времени откачки, степени профильной фильтрационной неоднородности пласта?

7 Как в трещиновато-пористых водоносных коллекторах соотносятся между собой упругая емкость трещин и пористых блоков, а также гравитационная емкость трещин?

8 Применительно к интерпретационной схеме II-1 дайте ответы на следующие вопросы: а) какова эпюра распределения напоров в слабопроницаемом разделяющем слое при наличии и отсутствии влияния его емкости на динамику снижения уровней в основном водоносном пласте? б) как и когда можно использовать для интерпретации опыта замеры по скважинам, пройденным на взаимодействующий водоносный горизонт; по скважинам, вскрывающим оба пласта?

9 Применительно к интерпретационной подсхеме II-2а ответьте на следующие вопросы: а) можно ли интерпретировать в рамках этой схемы откачку из двухслойного пласта, если опытная скважина вскрывает лишь нижний слой, а наблюдательные — оба слоя? б) какие наблюдательные скважины (совершенные или несовершенные) наиболее информативны с точки зрения оценки по ним параметров?

10 Применительно к интерпретационной подсхеме II-2б дайте ответы на следующие вопросы: а) зависит ли характерное время запаздывания от проницаемости пористых блоков и их упругоемкости, и если да, то как? б) как зависит «продолжительность» начального участка индикаторного графика от упругоемкости трещин и проницаемости трещинного пространства? в) соотношение каких параметров водоносных пород характеризует «продолжительность» второго участка индикаторного графика прослеживания?

11 Применительно к интерпретационной схеме III-1 дайте ответы на следующие вопросы: а) от каких параметров двухслойной системы зависит «продолжительность» первого участка индикаторного графика? б) соотношение каких параметров пласта характеризует собой «продолжительность» второго участка индикаторного графика прослеживания? в) как зависит «продолжительность» этого участка от мощности и коэффициента фильтрации верхнего слабопроницаемого слоя, а также от его гравитационной водоотдачи?

12 Применительно к условиям интерпретационной схемы III-2 дайте ответы на следующие вопросы: а) какие основные факторы влияют на динамику снижения уровней при откачке из безнапорных водоносных горизонтов? б) чем отличаются и в чем сходны типовые схемы III-2 и III-1? в) как изменяются напоры вдоль вертикали (по точечным пьезометрам, вскрывающим обособленно верхнюю, среднюю и нижнюю части безнапорного водоносного горизонта)? г) исходя из представлений о гравитационной водоотдаче как о процессе «стекания» воды из капиллярной каймы, объясните эффект задержки гравитационной водоотдачи во времени.

13 Какие природные и технические факторы наиболее заметно влияют на индикаторные графики восстановления уровня? Как меняется характер этого влияния в зависимости от времени откачки? Как отразится на графиках восстановления «эффект жесткости» кровли пласта?

14 Как выглядит характерный индикаторный график откачки, проводимой вблизи реки? Как форма этого графика зависит от степени кольматации русла реки (наряду с продолжительностью откачки)?

15 Перечислите основные природные факторы, усиливающие влияние несовершенства опытной и наблюдательной скважин на результаты откачки. К каким аномалиям индикаторных графиков временного прослеживания приводит использование несовершенных скважин в слоистых и анизотропных водоносных пластах?

16 Что, на ваш взгляд, можно предложить при планировании опытной откачки, чтобы учесть естественные колебания уровня и однозначно отделить их от влияния непостоянства работы насосного оборудования?

17 На какие участки индикаторных графиков временного прослеживания (начальные или конечные) оказывает наибольшее влияние кольматация опытной скважины? Как в этом случае дополнительно усложняется интерпретация графиков восстановления уровня? К чему это приводит при интерпретации одиночных откачек?

18 На какие участки индикаторных графиков временного прослеживания оказывает наибольшее влияние инерционность наблюдательных скважин? От каких факторов она зависит? Какие изменения в стандартной методике проведения опытной откачки вы можете рекомендовать для учета или исключения влияния инерционности на результаты опытных откачек?

19 Какие природные и технические факторы, неверно интерпретируемые при опытных откачках, могут привести к наиболее заметным отклонениям оцениваемых параметров от их реальных значений? Какие из этих факторов могут приводить к закономерным, а какие — к случайным отклонениям в оценках параметров?

20 Попытайтесь обосновать особую важность диагностики при интерпретации опытной откачки. Перечислите основные этапы диагностики данных откачки. На каких основных принципах построена оценка качества интерпретации опытных откачек? Какое место здесь занимает анализ чувствительности расчетной схемы?

21 В чем основные принципиальные отличия точечных и интегральных способов интерпретации откачек? Почему, на ваш взгляд, двухточечный метод, использующий данные об изменении напора на два момента времени, как правило, оказывается менее надежным, чем аналогичный метод, использующий данные двух совершенных пьезометров на какой-то момент откачки (по крайней мере в планово-однородных пластах)? В чем преимущества интегральных методов обработки откачек?

22 Перечислите основные задачи, решаемые при анализе графиков временного, пространственного и комбинированного прослеживания уровня. О проявлении каких факторов может говорить, на ваш взгляд, резкое различие в параметрах, определяемых по данным временного и площадного прослеживания уровня?

23 Перечислите основные преимущества кустовых откачек (в сравнении с одиночными) с точки зрения диагностики их результатов. В чем вы видите смысл планирования опытной откачки под определенную схему ее интерпретации?

ГЛАВА 6 ТЕОРИЯ МИГРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЛАГОПЕРЕНОСА

В предшествующих главах нас интересовали только гидродинамические характеристики подземного потока и мы говорили о подземной воде с позиций механических оценок, считая ее однородной жидкостью и не затрагивая вопросов о качественном ее составе или температурной ее характеристике.

Между тем, во многих практических задачах не меньший интерес представляют проблемы, связанные с движением вод разного состава, с оценками изменения качества или температуры подземных вод в пространстве и во времени. Перечислим здесь для примера следующие проблемы:

1 охрана подземных вод от загрязнения;

2 подземное захоронение промышленных стоков;

3 прогноз вторжения высокоминерализованных океанических вод в прибрежные водоносные комплексы;

4 исследование процессов образования и разрушения месторождений полезных ископаемых, обоснование гидрохимических методов поиска месторождений;

5 использование глубинного тепла Земли;

6 индикация подземных вод;

7 разработка ряда гидрогеофизических методов исследований (например, резистивиметрия и термометрия).

Решения этих и ряда других проблем базируются на теории переноса вещества (и тепла) подземными водами*, или, как принято говорить, на **теории миграции** подземных вод [34]. Практическое значение этой теории усиливается еще и потому, что многие из изучаемых ею процессов идут гораздо медленнее фильтрационных и не могут быть поэтому удовлетворительно описаны на эмпирическом уровне, т.е. натурное их моделирование затруднено, а подчас и вообще исключается.

* В данной книге речь, естественно, пойдет лишь о гидродинамических основах этой теории.

Нужно заметить, что некоторые из перечисленных здесь проблем могут сводиться к решению задач о движении двух жидкостей в двух различных областях пласта, между которыми существует четкая поверхность раздела, меняющая свое положение во времени и в пространстве. Тогда по своей сути ситуация эквивалентна задачам о взаимном вытеснении двух несмешивающихся жидкостей, особенно характерным для практики нефтяного дела (вытеснения нефти водой). В сходной, хотя и более упрощенной постановке часто условно рассматриваются и некоторые задачи вытеснения смешивающихся жидкостей, когда эффектами смешения пренебрегают, и считается допустимой предпосылка о наличии резкой поверхности раздела; таковы, в частности, многие задачи, связанные с движением контакта пресных и соленых океанических вод (двух смешивающихся жидкостей, которые в данном варианте рассматриваются как несмешивающиеся).

Коль скоро мы коснулись движения несмешивающихся жидкостей, то необходимо упомянуть и важный класс задач об их совместном течении в пределах одной и той же макроскопической области пласта, когда по отношению к каждой из жидкостей поровое пространство характеризуется определенной степенью насыщения (например, 60% — по нефти и 40% — по воде). Более широко эти задачи можно трактовать как проблему многофазных течений (примером здесь служит течение газированных жидкостей), которая нуждается в отдельном рассмотрении. При гидрогеологических исследованиях водоносных систем эта проблема представляет ограниченный интерес*. Однако многие ее аспекты можно понять на примере движения воды в ненасыщенных породах — влагопереноса в зоне аэрации, который, с некоторой долей условности, мы также включим в материал данной главы (см. разделы 6.8 и 6.9).

Пока же обратимся к проблеме миграции подземных вод в зоне насыщения и начнем изложение гидродинамических основ теории массо- и теплопереноса с его физи-

* Пожалуй, наиболее важное исключение — высокотемпературные геотермальные системы.

ческого механизма, с рассмотрения процессов, обусловливающих такой перенос. Главными из них являются конвекция и диффузия-гидродисперсия, на которые накладываются процессы физико-химического взаимодействия подземных вод с горными породами - сорбция, ионный обмен и др. - или физико-химические трансформации качества подземных вод, протекающие в основном независимо от влияния твердой фазы (например, радиоактивный распад).

6.1. Конвективный перенос в подземных водах

6.1.1. Общее представление о конвекции в фильтрационном потоке

Прежде чем дать определение конвективного переноса, напомним, что в теории фильтрации нами рассматривались потоки, статистически усредненные в пределах минимальных репрезентативных объемов (поперечных сечений). В частности, все частицы жидкости в пределах таких достаточно малых поперечных сечений потока считались имеющими одну и ту же усредненную действительную скорость движения (см. раздел 1.5.1).

Конвективный перенос можно определить как механический (гидравлический) перенос фильтрационным потоком (статистически усредненным в только что упомянутом смысле) без отделения от него, т.е. при этом считается, что вещество или тепло перемещается со средней действительной скоростью $v_д$, связанной со скоростью фильтрации соотношением (1.53). Принимая во внимание, что основная масса фильтрующейся воды проходит через ограниченную долю порового пространства (см. раздел 1.2.1), формулу (1.53) принято записывать в виде:

$$v_д = \frac{v}{n_a} = \frac{k \cdot I}{n_a}, \qquad (6.1)$$

где n_a — так называемая **активная пористость** (трещиноватость)

Вместе с тем, n_a является весьма условным параметром. Опыт показывает, что относительный объем пор, участвующих в переносе вещества, на самом деле меняется в зависимости от скорости фильтрации и времени контакта фильтрующегося раствора с породой. Так, лабораторные опыты со среднезернистыми песками показали, что расчетные значения пористости n_a могут изменяться от 38 (при скорости фильтрации v, измеряемой первыми метрами в сутки) до 30% (при скорости, составляющей десятки метров в сутки). Общая пористость испытанных песков составляла 40% [21]. При больших скоростях и малом времени перенос идет по наиболее крупным, связанным друг с другом порам. С падением скорости и увеличением времени в процесс вовлекаются более мелкие и «тупиковые» поры, так что в пределе активная пористость (трещиноватость) стремится к общей пористости (трещиноватости)*. За исключением специально оговоренных случаев мы будем далее предполагать, что рассматриваются достаточно длительные и медленные процессы, в которых величину n_a можно считать постоянной, близкой к общей пористости (трещиноватости). Соответственно, мы примем для нее далее обозначение n.

Так как скорости перемещения вещества или тепла фильтрующимся потоком усредняются — согласно формуле (6.1), то в таком представлении конвективный перенос должен характеризоваться резкой границей раздела между вытесняющей и вытесняемой жидкостью, т.е. перемешивания нет, и говорят о **поршневом вытеснении** одной жидкости другую. При плановой фильтрации в

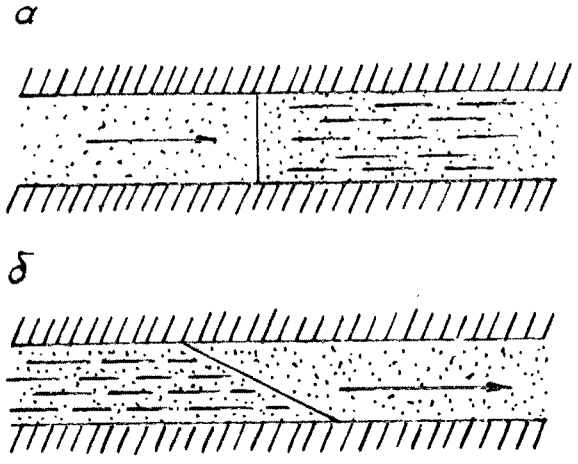


Рис. 6.1. Схемы миграции двух жидкостей различного состава

* Речь пока идет о гомогенных фильтрующих толщах.

однородном пласте двух жидкостей с одинаковой плотностью **фронт вытеснения** нормален к поверхности напластования (рис. 6.1,а). Ситуация, однако, заметно усложняется, если плотности жидкостей различны: фронт вытеснения, в частности, отклоняется от нормали к напластованию — более тяжелая жидкость занимает вблизи фронта нижнюю часть пласта (см. рис. 6.1,б).

6.1.2. Конвекция разновесомых жидкостей

Рассмотрим сначала для примера, задачу о вторжении на побережье соленых океанических вод [6, 42]. Примем следующую упрощенную постановку (рис. 6.2,а). «Язык» соленых вод занимает стационарное предельное положение. Дальнейшему его продвижению препятствует стационарный фильтрационный поток пресных вод в океан*. Движение в соленой воде, соответственно, отсутствует. В плановом потоке пресных вод вертикальной составляющей скорости фильтрации $v_{пр}$ можно пренебречь; его расход (через сечение $\omega пр$):

$$q = v_{пр} \cdot \omega_{пр} = -k\,[m - z_p(x)]\,\frac{d\,H_{пр}}{d\,x} = k\,[m - z_p(x)]\,\frac{d\,H^p_{пр}}{d\,x},$$

где $H_{пр}$ — напор пресных вод;

$H^p_{пр}$ — то же, на границе раздела.

Так как на границе раздела гидростатическое давление пресных вод $P_{пр}$ должно — по условию равновесия - равняться давлению соленых вод P_c, то

$$H^p_{пр} = \frac{P^p_{пр}}{g \cdot \rho_{пр}} + z_p = \frac{P^p_c}{g \cdot \rho_{пр}} + z_p = \frac{\rho_c}{\rho_{пр}}\left(\frac{P^p_c}{g \cdot \rho_c} + z_p - z_p\right) +$$

$$+ z_p = \bar{\rho}\, H^p_c - z_p\, \Delta\bar{\rho},$$

---

* Для упрощения мощность его на границе с океаном принята весьма малой. Такое упрощение вполне оправдано в рамках предпосылки плановой фильтрации (см. для аналогии задачу о промежутке высачивания в разделе 3.1.3).

где $\rho_c, \rho_{пр}$ — плотности соленой и пресной воды;

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_c}{\rho_{пр}}; \quad \Delta\bar{\rho} = \frac{\rho_c - \rho_{пр}}{\rho_{пр}}.$$

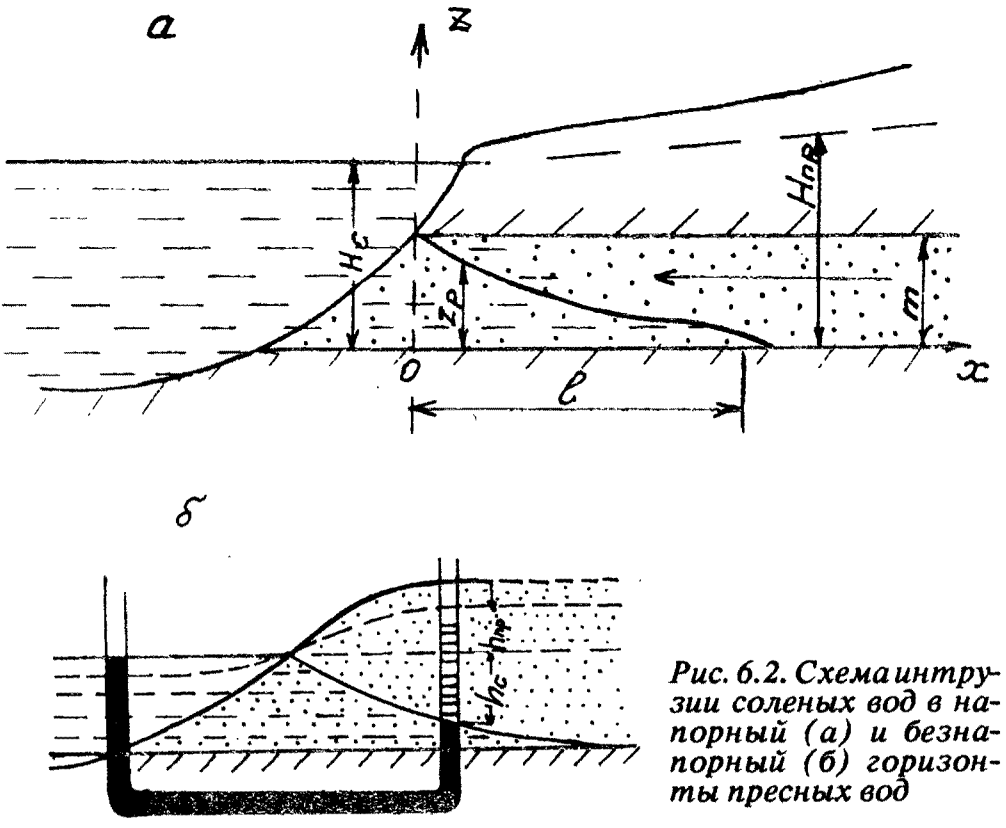


Рис. 6.2. Схема интрузии соленых вод в напорный (а) и безнапорный (б) горизонты пресных вод

Так как движения в соленой воде нет, то $H_c = H_c^p = const$, и, следовательно,

$$\frac{dH_{пр}^p}{dx} = -\Delta\bar{\rho}\frac{dz_p}{dx}.$$

Тогда

$$q = -k(m - z_p)\Delta\bar{\rho}\frac{dz_p}{dx}.$$

Разделяем переменные и интегрируем:

$$\frac{q}{k}\int_0^x dx = -\Delta\bar{\rho}\int_m^{z_p}(m - z_p)\,dz_p\,,$$

т.е. линия раздела является параболой:

$$z_p = m - \sqrt{2 - q\,x/(k\,\Delta\bar{\rho})}\,. \qquad (6.2)$$

Можно показать [6], что этот результат хорошо описывает процесс при достаточно больших x, т.е. при большой длине «языка» в сравнении с мощностью пласта.

ЗАДАЧА. Рассмотрите аналогичную задачу в безнапорном варианте (см. рис. 6.1,б). Докажите, что в каждом расчетном сечении справедливо соотношение $h_c\,\Delta\bar{\rho} = h_{пр}$, где h_c и $h_{пр}$ — глубина залегания соленых вод и превышение уровня пресных вод относительно уровня океана. Покажите, что эта формула выводится и непосредственно из соображений гидростатики (на примере системы сообщающихся сосудов). Объясните причину совпадения результатов при двух принятых подходах к выводу этой зависимости (обратите внимание, что фильтрация считается плановой).

Из формулы (6.2) при $z_p = 0$ получаем длину «языка» соленых вод:

$$l = \frac{k\,\Delta\bar{\rho}\,m^2}{2\,q} = \frac{\Delta\bar{\rho}\,m}{2\,I_0}\,, \qquad (6.3)$$

где I_0 — градиент потока пресных вод за пределами «языка».

Если принять характерное для морских вод значение $\rho_c = 1{,}03$ г/см^3, когда $\Delta\bar{\rho} = 0{,}03$, то расчетная длина «языка» соленых вод может реально достигать стократной мощности водоносного пласта, т.е. измеряться первыми километрами и даже десятками километров.

ВОПРОС. Почему длина «языка» соленых вод может существенно изменяться в зависимости от времени года?

ЗАМЕЧАНИЕ. При выводе формулы (6.2) мы исходили из равенства давлений по обе стороны от поверхности раздела. Полезно отметить, что на поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей существует разрыв давлений, обусловленный разницей сил

поверхностного натяжения (см. раздел 1.3): давление в несмачивающей жидкости больше, чем в смачивающей. Эту разницу — капиллярное давление на границе раздела, возрастающее по мере увеличения относительного насыщения порового пространства несмачивающей жидкостью, обычно необходимо учитывать при взаимном вытеснении и особенно в совместных течениях двух несмешивающихся жидкостей или при многофазных течениях (как это делается, например, в теории влагопереноса — см. раздел (6.8).

В более общих случаях динамического равновесия необходимо учитывать движение не только пресных, но и соленых вод, а также самой границы раздела. При этом поток в каждой области определяется законом Дарси, записанным в общем виде (1.59), причем значения напоров $H_{пр}$ и H_c дифференцируются для каждой области, аналогично рассмотренному примеру (однако $H_c \neq \text{const}$). Впрочем, более удобным оказывается использование значений напоров $H^0_{пр}$ и H^0_c, приведенных к одной плотности ρ_0; например, если принять $\rho_0 = \rho_{пр}$, то

$$H^0_{пр} = \frac{\rho}{\rho_{пр} \cdot g} + z\,, \quad H^0_c = \frac{\rho}{\rho_{пр} \cdot g} + \bar{\rho}\, z\,.$$

ЗАМЕЧАНИЕ Для оценок значений ρ (в г/см^3) по общей минерализации воды C (в г/см^3) можно использовать приближенную линейную зависимость [12]:

$$\rho = \rho_{пр} + \lambda C\,, \tag{6.4}$$

где $\lambda \approx 0{,}65 \div 0{,}7$.

Функции $H^0_{пр}$ и H^0_c (каждая — в своей области) должны удовлетворять уравнению Лапласа (2.8) (режим движения считаем жестким) и конкретным условиям на внешних границах пласта. На подвижной поверхности раздела, где значения приведенных напоров терпят разрыв (например, при $\rho^0 = \rho_{пр}$, имеем: $H^0_c - H^0_{пр} = \Delta\bar{\rho}\, z$), должно соблюдаться равенство не только давлений, как в приведенном выше примере, но и нормальных составляющих скорости фильтрации. Следовательно, согласно закону Дарси (1.59), для точек границы раздела необходимо выполнение условия

$$\frac{k_{0_{пр}} \cdot \rho_{пр}}{\mu_{пр}} \frac{\partial H_{пр}}{\partial n} = \frac{k_{0_c} \cdot \rho_c}{\mu_c} \frac{\partial H_c}{\partial n}, \qquad (6.5)$$

или для приведенных напоров при $\rho^0 = \rho_{пр}$

$$\frac{k_{0_{пр}}}{\mu_{пр}} \frac{\partial H^0_{пр}}{\partial n} = \frac{k_{0_c}}{\mu_c} \frac{\partial H^0_c}{\partial n}, \qquad (6.5а)$$

где n — нормаль к поверхности раздела;
k_o — коэффициент проницаемости;
μ — коэффициент вязкости.

Из-за того, что граница раздела подвижна и положение ее заранее не задано, непосредственное аналитическое исследование такого рода задач связано с большими трудностями, и обычно приходится ориентироваться на физическое (для простейших методических задач) или математическое моделирование. При этом для потоков не слишком большой мощности (много меньшей длины языка соленых вод) в областях и пресной, и соленой воды может, как обычно, считаться справедливой расчетная модель плановой фильтрации. В такой приближенной постановке удается найти хотя бы ориентировочные оценки для сложных процессов переноса разновесомых жидкостей.

Так, например, в фильтрационных лотках изучалась скорость распространения «языка» соленых вод, вытесняющих пресные воды из бассейна с горизонтальным положением свободного уровня, т.е. в условиях, когда разница плотностей двух жидкостей (наличие **плотностного градиента**) является единственным фактором переноса. На основании обработки ряда экспериментов подтверждена следующая зависимость длины «языка» от времени [34]:

$$l(t) = \eta \sqrt{\Delta\bar{\rho}\,(T/n)\,t}, \qquad (6.6)$$

где t — время от начала внедрения;
T — проводимость пласта;
η — численный коэффициент, $\eta \approx 1{,}6$.

Отсюда нетрудно увидеть, что в реальных условиях скорости перемещения языка соленых вод — даже при отсутствии дополнительного фильтрационного потока, способствующего переносу, — могут измеряться сотнями метров в год.

Особенно велика роль плотностной конвекции в вертикальных перемещениях водных масс. Например, благодаря ей тяжелые стоки, попадающие из загразняющего бассейна на поверхность водоносного горизонта, быстро распространяются вдоль всей мощности последнего со скоростью [34]

$$v_p = \frac{k_z \Delta\bar{\rho}}{n}, \qquad (6.7)$$

где k_z — коэффициент фильтрации в вертикальном направлении;

$\Delta\bar{\rho}$ — играет роль градиента, вызывающего вертикальное перемещение (сравните (6.7) с формулой (6.1)).

ЗАДАЧА. В напорный горизонт пресных вод через скважины закачаны промышленные стоки с минерализацией 200 г/л = 0,2 г/см^3. Ниже под пластом глин мощностью 5 м, с коэффициентом фильтрации около 10^{-3} м/сут и пористостью 40% залегает другой водоносный горизонт, напоры в котором на 0,2 м выше, чем в первом. Будет ли загрязняться стоками нижний горизонт и если да, то через какое время? Как изменится расчетная скорость движения стоков через глины, если принять их мощность равной 10 м?

В какую сторону вероятнее всего изменится результат, если уточнить, что данные о проницаемости глин на участке были получены опытными откачками?

Вертикальная плотностная конвекция может вызываться также различиями в температуре воды вдоль мощности водоносного комплекса. Например, на месторождениях подземных гидротерм, имеющих достаточно хорошую связь с поверхностными и атмосферными водами, важную роль в функционировании гидротермальной системы играет *естественная* (плотностная) конвекция, связанная с опусканием более тяжелых холодных вод на глубину, с их прогревом и последующим восходящим движением к участкам разгрузки.

При исследовании этой проблемы, как и ряда других (в частности, характерных для нефтяной гидрогеологии [12]), приходится рассматривать потоки, в которых плот-

ность жидкости изменяется непрерывно, без формирования поверхности раздела. Методы исследования подобных задач отражены в ряде работ [6, 12, 13, 34]*.

6.1.3. Конвективный перенос, осложненный физико-химическими процессами**

Миграция подземных вод часто сопровождается физико-химической трансформацией их качественного состава. Она может быть вызвана взаимодействиями вещества на границе раздела жидкости и минеральной фазы — так называемые межфазовые (гетерогенные) процессы и (или) его преобразованиями в жидкой фазе — гомогенные процессы. Здесь мы рассмотрим особенности проявления при конвекции наиболее типичных из них — сорбции, ионного обмена, растворения, комплексообразования.

Начнем с анализа **сорбционных процессов**. При достаточно длительном взаимодействии породы с раствором, имеющим постоянную во времени концентрацию c, зависимость между концентрацией компонента в растворе с и на твердой фазе N оказывается для данной температуры однозначной и определяет вид **изотермы** сорбции:

$$N_0 = f(c), \qquad (6.8)$$

где N_o — сорбционная емкость, определяющая предельно возможное в данных условиях содержание компонента в единице объема породы (равновесное с его содержанием в растворе).

Для мало концентрированных растворов достаточно характерна линейная изотерма Генри:

$$N_0(c) = K_г c, \qquad (6.8а)$$

где безразмерная константа $K_г$, определяющая отношение концентраций N_o и c, называется **коэффициентом распределения** для данной пары «раствор-порода». Для несорби-

* В последующих разделах главы, за исключением специально оговоренных случаев, будет рассматриваться лишь миграция жидкостей при пренебрежимо малой изменчивости их плотности (а также вязкости).

** Раздел написан при участии В.Г.Румынина.

руемых компонентов $K_г = 0$, а для хорошо сорбируемых — $K_г$ измеряется сотнями и даже тысячами относительных единиц.

С другой стороны, ясно, что сорбция протекает во времени и что полная сорбционная емкость породы реализуется не сразу: количество сорбируемого компонента, усвоенного единицей объема горной породы $N(c, t)$, достигает своего предельного значения $N_0(c)$ только после достаточно длительного соприкосновения минеральных зерен с внутрипоровым раствором, имеющим концентрацию с. Это обстоятельство приближенно отражается уравнением **кинетики сорбции**, связывающим линейно интенсивность сорбции с отклонением от равновесной концентрации:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \alpha\,[c - c_c(N)]\ , \qquad (6.9)$$

где c — текущая средняя концентрация порового раствора;

$c_c(N)$ — концентрация раствора непосредственно на контакте с поверхностью минерального скелета (связанная с текущей величиной N(t) изотермой сорбции — вида (6.8а), например)

α — **константа скорости массообмена**, достигающая обычно десятки-сотни суток в минус первой степени.

Уточним, что речь здесь идет, конечно, о внутрипоровой кинетике сорбции, т.е. о скорости обмена веществом между минеральными зернами и смежными с ними порами.

ЗАДАЧА. Пробу разрыхленного грунта заливают раствором соли, в котором поддерживают неизменную концентрацию с. Пользуясь связью (6.8а), вы легко получите из формулы (6.9) обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами, отражающее кинетику сорбции в условиях данного эксперимента: $[dN(t)/dt] + (\alpha/K_г)\,N(t) = \alpha c$. Найдите его решение, исходя из физически очевидного начального условия $N(0) = 0$, т.е. считая, что до начала эксперимента испытуемый грунт с раствором

подобного состава не соприкасался. Покажите, что при $\alpha t/K_г > 4$ относительное отклонение текущего значения $N(t)$ от предельной величины $N_0 = cK_г$ составляет менее 2%, т.е. с погрешностью не более 2% сорбцию можно считать равновесной ($c_0 = c$) при условии $t > t_c = 4K_г/\alpha$. Так, для характерных значений $\alpha = 100$ сут$^{-1}$ и $K_г = 10$ получаем $t_c = 10$ ч.

На практике время заметного проявления кинетики сорбции редко превышает несколько суток, а чаще измеряется часами. Поэтому в натурных условиях, когда длительность переноса измеряется месяцами и годами, *внутрипоровой кинетикой сорбции обычно можно пренебречь*, т.е. считать, что сорбция протекает мгновенно (это, конечно, не означает, что мгновенно исчерпывается и сорбционная способность породы!).

Рассмотрим в таком варианте процесс поршневого вытеснения в пределах фиксированной трубки тока (фильтрационный поток — стационарный, с расходом Q). Взаимодействующие жидкости считаем однокомпонентными, так что количество солей однозначно характеризуется концентрацией: для вытесняемой (пресной) воды она равна c^0, для вытесняющей (соленой) — c_0. На фронте вытеснения имеет место сорбция, протекающая мгновенно.

Составим баланс соли для элемента трубки (рис. 6.3) длиной dl, отвечающей перемещению фронта вытеснения за время dt. Количество соли, поступившей слева, равно $c_0 Q dt$, а поток соли вправо равен $c^0 Q dt$. Накопление соли в поровом пространстве элемента dl равно ($\Delta c\, n\, \omega\, dl$ (ω — усредненное поперечное сечение трубки, $\Delta c = c_0 - c^0$), а накопление соли на минеральном скелете за счет сорбции, согласно зависимости (6.8а), равно $\Delta N\, \omega\, dl$ ($\Delta N = K_г c_0 - K_г c^0$). Уравнение баланса имеет вид

$$Q \Delta c\, dt = \Delta c\, n\, \omega\, dl + \Delta N\, \omega\, dl .$$

Отсюда

$$\frac{dl}{dt} = v_n = \frac{Q}{\omega (n + \Delta N/\Delta c)} = \frac{v}{n + \Delta N/\Delta c}, \quad (6.10)$$

где v_n — скорость перемещения фронта вытеснения.

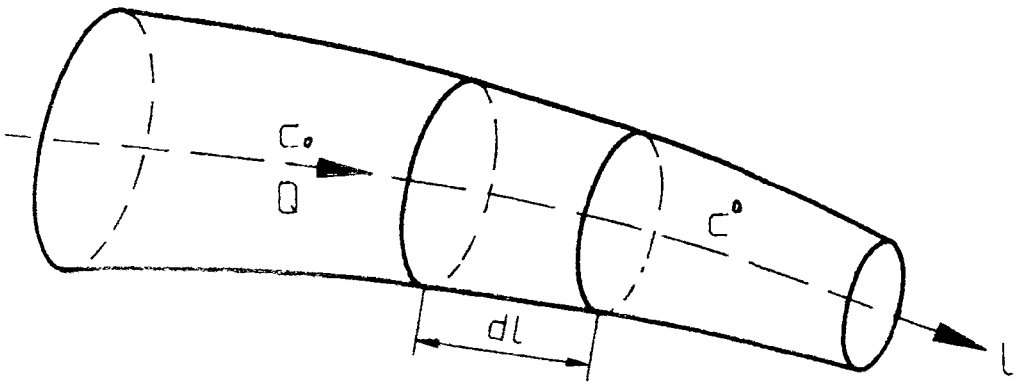


Рис. 6.3. Схема миграции в пределах трубки тока

При отсутствии сорбции $v_n = v_д$, где средняя действительная скорость движения жидкости $v_д$ определяется формулой (6.1). Таким образом, сорбция, увеличивая емкость водоносной системы по отношению к соли, замедляет перенос. Скорость его в условиях сорбции v_n можно определить по формуле (6.1), подставляя в нее вместо активной пористости n так называемую **эффективную пористость**

$$n_э = n + \frac{\Delta N}{\Delta c} = n + K_г, \qquad (6.11)$$

которая формально выражает общую емкость водоносных пород по отношению к рассматриваемому сорбируемому компоненту. Подчеркнем, что при больших $K_г$ величина $n_э >> 1$.

ЗАДАЧА. От солехранилища, содержащего в растворе хлориды и фосфаты, подземный поток выносит соли в озеро, расположенное в 200 м вниз по потоку. Усредненная скорость фильтрации v между солехранилищем и озером 4 м/сут. Водоносные породы представлены песками, которые сорбируют ионы PO_4^{3} ($K_г = 20$), но свободно пропускают ионы хлора. С каким разрывом во времени Δt_c будет фиксироваться появление в озере упомянутых ионов? Запишите формулу, решающую соответствующую обратную задачу, т.е. позволяющую найти характеристику сорбции $K_г$ по сдвигу времени Δt_c (который определяется по данным периодических анализов воды из скважин вблизи озера).

Сложнее поддается учету в расчетной модели конвективного переноса **ионный обмен**, отражающий замещение одного или нескольких катионов в составе обменного комплекса породы на катионы фильтрующегося раствора. Трудности математического описания миграционного процесса связаны с многокомпонентным характером такого рода обменных реакций, когда при рассмотрении переноса любого из катионов необходимо учитывать участие в процессе других частиц. Аналогия с описанием однокомпонентной сорбции достигается только в том случае, если удается установить (посредством специальных расчетных приемов или на основе экспериментальных оценок [21]) «изотермическую» связь между концентрациями одноименных катионов на породе (N_{oi}) и в растворе (c_i) — см. формулу (6.8). К сожалению, изотермы обмена чаще всего имеют сильно нелинейный характер, существенно отличающийся от вида (6.8а), что затрудняет построение строгих балансовых соотношений, подобных ранее рассмотренному. Тем не менее, для приближенных оценок можно рекомендовать формулу (6.10), считая, что она записана для какого-либо (i-го) из вытесняющих катионов с известными параметрами изотермы обмена, позволяющими оценить отношение $\frac{\Delta N_{0_i}}{\Delta c_i}$ при постоянных значениях граничной и начальной концентрации. Очевидно, что скорость движения фронта v_{ni} этого катиона будет ниже действительной скорости движения частиц воды $v_д = \frac{v}{n}$ в $(1 + \Delta N_{oi}/\Delta c_i)$ раз. При этом раствор в зоне $\Delta l(t)$ между этими двумя подвижными фронтами ($v_{ni}t \leq \Delta l(t) < v_д t$) насыщается вытесняемыми катионами. Таким образом, формируется подвижная гидрогеохимическая зональность: вблизи источника вещества вода имеет катионный состав внедряющегося в пласт раствора, ниже по потоку наблюдается зона с вытесненными из обменного комплекса породы катионами, а за ней — зона исходных («фоновых») вод.

Наиболее изученными являются ионообменные процессы в системе так называемых макрокатионов — Ca^{2+}, Mg^{2+}, Na^{+}, K^{+}. В ряде случаев удалось проследить закономерности проявления этих процессов на участках техногенного загрязнения подземных вод. Так, на рис. 6.4, построенном по данным режимных гидрогеохимических наблюдений за движением потока хлоридных натриевых рассолов от шламохранилища [21], отчетливо видна зона накопления (до значений, превосходящих исходные) ионов кальция, вытесненных из обменного комплекса терригенно-карбонатных пород ионами натрия.

Сходные эффекты могут возникать и за счет проявления процессов растворения, на особенностях описания которых имеет смысл остановиться отдельно.

Пусть в минеральном комплексе породы содержится в ограниченном количестве $N|_{t=0} = \Delta N_c$ растворимая соль. При поступлении в пласт воды, недонасыщенной компонентами, входящими в состав этой соли, последняя растворяется, формируя зону $x < v_p t$, где содержание соли в породе $N = 0$ (v_p — скорость смещения фронта растворения вещества). Образующиеся при этом компоненты идут на насыщение передовой зоны раствора шириной $\Delta\, l(t)$ [$v_p t \le \Delta\, l(t) \le v_д t$, $v_д = v/n$ — действительная скорость воды].

Для того, чтобы определить скорость v_p, составим балансовое уравнение:

$$\Delta N_c\, v_p\, \omega_l\, t = n\,(c^{н} - c_0)\,(v_д - v_p)\,\omega_l\, t\,,$$

(где ^{н} и c_o — концентрация насыщения и граничная концентрация соли), левая часть которого отвечает исходной массе соли в пределах зоны $x \le v_p t$, а правая — эквивалентной массе, размещенной в поровом объеме зоны $\Delta\, l(t)$.

Решая это уравнение, получаем

$$v_p = \frac{v}{n + \Delta N_c / (c^{н} - c_0)}\,.$$

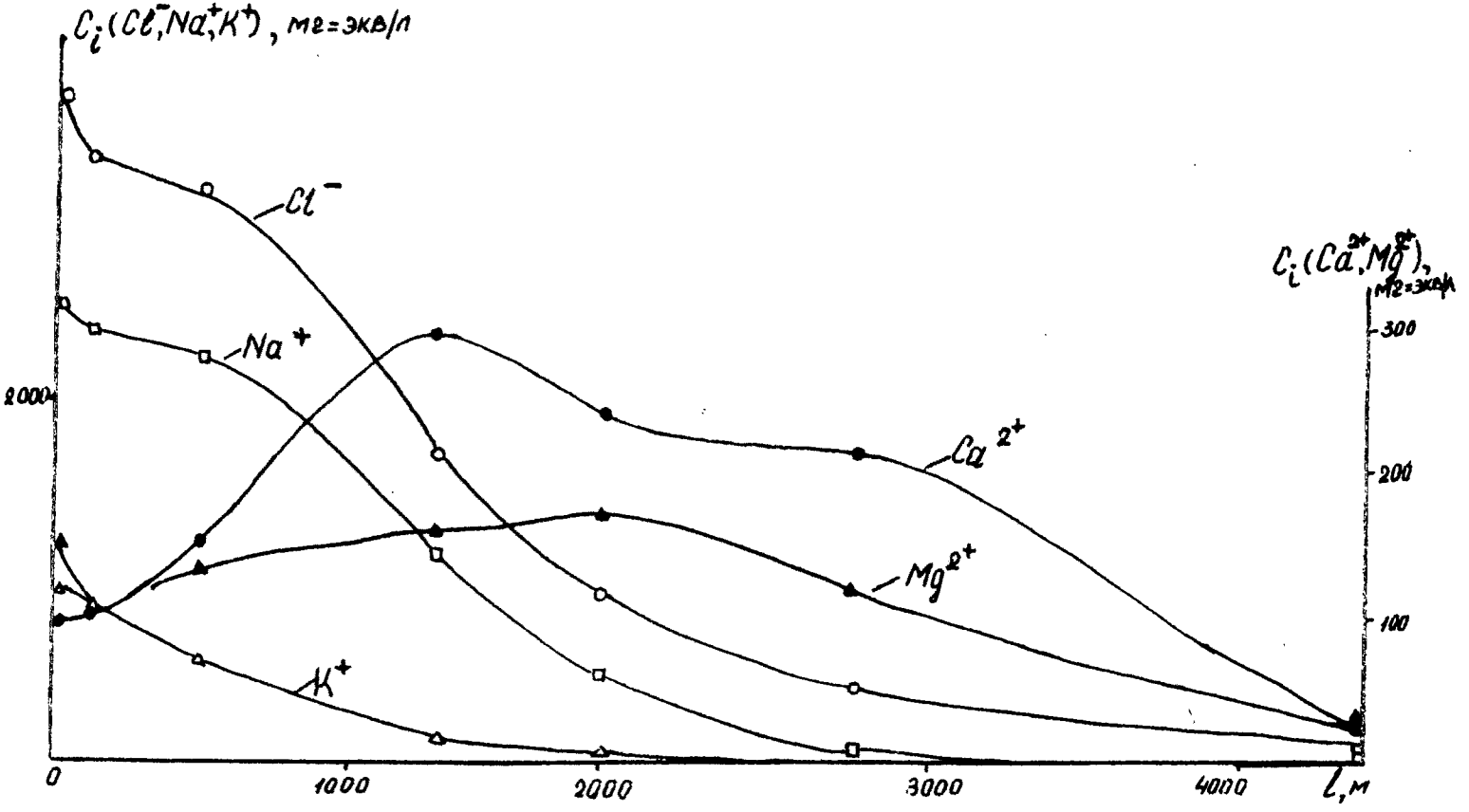


Рис. 6.4. Закономерности изменения содержания ионов при миграции хлоридно-натриевых рассолов в комплексе карбонатно-глинистых пород (l - расстояние от рассолонакопителя)

Заметим, что эта формула подобна ранее полученному выражению (6.10) для сорбционного процесса, причем скорость замедления перемещения границы растворения определяется эффективным значением:

$$n_э = n + \frac{\Delta N_c}{c^н - c_0}. \qquad (6.11а)$$

При рассмотрении межфазовых процессов сорбции (ионного обмена) и растворения мы априорно считали, что все активные компоненты имеют единственную миграционную форму. Однако, как следует из хорошо известных гидрогеохимических представлений, большинству компонентов свойственно объединение в ионные и молекулярные ассоциации, называемые **комплексными соединениями**.Один и тот же компонент может входить в такие соединения, различаясь массой, зарядом, ионными радиусами, и поэтому характеризуется различными параметрами физико-химического взаимодействия с минеральной фазой. В этом случае расчеты, выполняемые для одной из форм переноса, например, ионной, могут оказаться ошибочными при анализе условий миграции раствора в целом. Покажем это на простом примере.

Пусть в фильтрующемся через пористую среду растворе наряду с сорбируемым положительно заряженным ионом (его концентрация c) содержатся его комплексные соединения, являющиеся инертными в сорбционном отношении. В соответствии с классической моделью комплексообразования, суммарная концентрация иона (c^T) прямо пропорциональна ионной концентрации: $c^T = (1 + \gamma_k)c$, где $\gamma_k \geq 0$ показатель степени «закомплексованности» иона, зависящий от состава раствора (в частности, гидрогеохимического типа воды) и его ионной силы (минерализации). Основываясь на соображениях, изложенных в начале раздела 6.1.3, составим уравнение баланса вещества — по аналогии с выводом зависимости (6.10). Имея в виду, что сорбированное вещество может находиться на породе только в простой ионной форме, получаем

$$v\,\Delta c^T \omega_l\, dt = (n\,\Delta c^T + K_г\,\Delta c)\,\omega_l\, dl,$$

где $\Delta c^T = (c^T)_0 - (c^T)^0$, $\Delta c = c_o - c^o$. Отсюда $v_n = dl/dt = v/n_э$, где

$$n_э = n + K_г \frac{\Delta c}{\Delta c^T} = n + \frac{K_г}{1+\gamma_k}. \qquad (6.11б)$$

При $\gamma_k = 0$ (все вещество находится в ионной форме) приходим к зависимости (6.11); при $\gamma_k >> 1$ (содержание сорбируемых ионов в растворе очень мало) фронт переноса вещества перемещается практически со скоростью движения молекул воды $v_д = v/n$.

Наконец, не составляет большого труда оценить роль процессов комплексообразования в изменении потенциала массопереноса при растворении солей. Так, известно, что комплексообразование увеличивает концентрацию насыщения ($c^н$) раствора солями. Это значит, что чем выше степень закомплексованности ионов, входящих в состав твердого соединения, тем интенсивнее оно растворяется и тем выше скорость перемещения фронта растворения.

6.1.4. Задача об определении скорости фильтрации скважинной резистивиметрией (термометрией)

В качестве простейшей задачи конвективного массопереноса, имеющей, однако, большое практическое значение, рассмотрим задачу об определении скорости фильтрации в естественном потоке подземных вод резистивиметрией (или термометрией) наблюдательной скважины. При этом в скважину запускается индикатор — соль (или вода с температурой, отличающейся от пластовой), равномерно распределенный вдоль фильтра длиной $l_ф$ и радиусом $r_ф$. За выносом индикатора, обусловленным подземным потоком в области фильтра (рис. 6.5), наблюдают по резистивиметру (измеряющему электросопротивление воды, однозначно связанное с концентрацией индикатора*) или терморезистору (измеряющему температуру воды). Дальнейший вывод проведем для солевого индикатора [34]:

Баланс индикатора в скважине за время dt выражается условием

$$Q_c (c - c^0)\, dt = -\pi r_ф^2 l_ф\, dc,$$

где c^o и c — исходная и текущая концентрации.

Расход воды, протекающей через скважину Q_c, определяется скоростью фильтрации v и поперечным сечением потока ($\omega = 2r_ф l_ф$):

* Рассматриваются условия, когда подземные воды имеют малую фоновую минерализацию и, соответственно, высокое исходное электросопротивление.

$$Q_c = 2\xi r_ф l_ф v,$$

где ξ — коэффициент искажения потока вблизи скважины (см. рис. 6.5), зависящий от состояния фильтра (скин-эффекта, см. раздел 5.4).

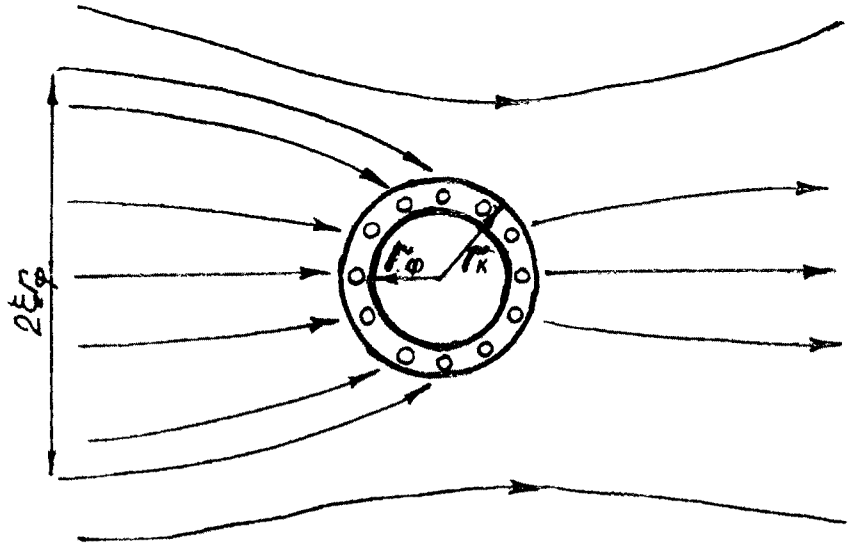


Рис. 6.5. Схема линий тока вблизи наблюдательной скважины

При отсутствии скин-эффекта $\xi = 2$, но в целом эту величину рекомендуется определять по данным опытно-фильтрационных опробований [21, 34].

Итак, мы приходим к уравнению

$$\frac{dc}{c - c^0} = -\frac{2\xi v}{\pi r_ф} dt.$$

Если замеренная начальная концентрация индикатора $c\,|_{t=0} = c_o$, то, интегрируя, получаем формулу для определения v:

$$v = \frac{\pi r_ф}{2\xi t} \ln \frac{c_0 - c^0}{c - c^0}. \qquad (6.12)$$

На графике зависимости $\lg [(c_o - c^o) / (c - c^o)]$ от времени t опытные точки должны, таким образом, ложиться на прямую линию, по уклону которой и находится неизвестная скорость фильтрации.

Формулу (6.12) можно использовать и по-иному, если опытная скважина находится в области влияния откачки. Тогда, зная по дебиту откачки значение скорости фильтрации v в точке расположения

скважины, можно определить коэффициент искажения потока ξ, а по нему — значение скин-эффекта наблюдательной скважины.

6.2. Диффузионно-дисперсионные процессы

6.2.1. Молекулярная диффузия и гидродисперсия

Явления диффузии в свободной жидкости достаточно общеизвестны.

ВОПРОС. Почему брошенный в стакан кристалл медного купороса постепенно вызывает окрашивание всей массы воды в стакане?

Аналогично в водонасыщенных горных породах, при наличии градиента концентрации, возникает **самопроизвольный перенос вещества под действием молекулярных сил.** Общий поток вещества $Q_{D_м}$ в направлении l через расчетное сечение ω_l при этом ориентирован в сторону уменьшения концентрации c и определяется законом Фика:

$$Q_{D_м} = -D_м \omega_l \frac{\partial c}{\partial l}, \qquad (6.13)$$

где $D_м$ — коэффициент молекулярной диффузии в пористой среде, зависящий от ее структурных особенностей и физических свойств поровых растворов (его характерные значения для песчано-глинистых пород имеют порядок 10^{-5} м^2/сут). Для сорбируемых компонентов величина $D_м$, соответственно, убывает.

Скорость чисто молекулярного диффузионного переноса, как правило, мала, и учитывать ее следует только при малых скоростях фильтрации, в первую очередь - при оценке массопереноса через слабопроницаемые породы - разделяющие слои, экранирующие отложения хранилищ промышленных стоков, пористые блоки трещиноватых пород и т.п. Молекулярная диффузия проявляется при фильтрации воды как фактор рассеяния, действующий между жидкостями с различной концентрацией на фронте вытеснения.

В конечном счете внешним проявлением диффузии во всех случаях оказывается «размыв» границы между вытесняемой и вытесняющей жидкостями, образование вблизи фронта вытеснения **переходной зоны** $L_п$, в пределах которой концентрация вещества изменяется постепенно от c_o до c^o (рис. 6.6), в отличие от резкой границы, характерной для чисто конвективного переноса (т.е. для схемы поршневого вытеснения). По такому внешнему проявлению с молекулярной диффузией ассоциируется еще один механизм переноса вещества — **механическая дисперсия.**

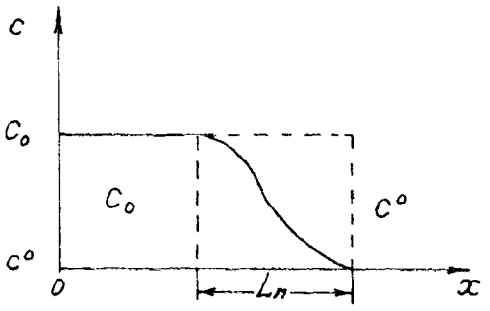


Рис. 6.6. Характерный график пространственого изменения концентрации при наличии диффузии или гидродисперсии

Однако природа этого явления существенно иная: механическая дисперсия обусловлена неоднородностью поля действительных скоростей. Если, например, все окрашенные частицы воды (рис. 6.7) начинают одновременно двигаться в фильтрационном потоке, имеющем среднюю действительную скорость $v_д$, от поперечного сечения AA в направлении BB, то за время $t = L/v_д$ одни из этих частиц пройдут путь существенно больший, чем L, а другие — меньший. В результате вместо резкого контакта окрашенной и неокрашенной жидкости, характерного для начального момента (сечение AA), вблизи сечения BB этот контакт окажется размытым — вследствие рассеяния окрашенных частиц фильтрационным потоком. Согласно экспериментам, подобное рассеяние, называемое **фильтрационной диффузией, или механической дисперсией**,также подчиняется закону Фика (6.13), однако при замене коэффициента молекулярной диффузии $D_м$ на другой параметр — коэффициент механической дисперсии $D_д$

Как показывают эксперименты, при достаточно больших скоростях фильтрации v в однородных грунтах вели-

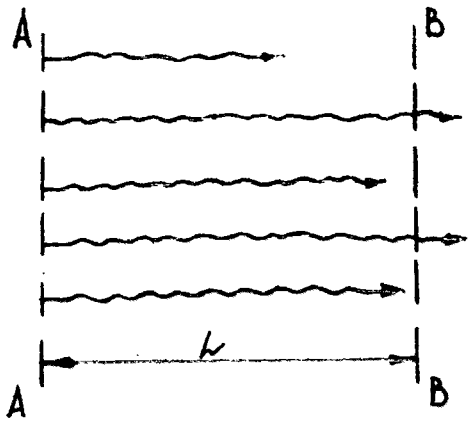


Рис. 6.7. Схема движения частиц жидкости в пористой среде

чина $D_д$ оказывается примерно пропорциональной скорости фильтрации v:

$$D_д = \delta_1 v , \qquad (6.14)$$

где константа δ_1, называемая геометрическим параметром механической дисперсии, имеет размерность длины и коррелирует с размером элементарных составляющих фильтрующей породы. Для однородных песков параметр δ_1 имеет порядок миллиметров, а для трещиноватых пород — порядок расстояний между основными водопроводящими трещинами (поэтому нередки случаи, когда δ_1 измеряется метрами, а то и десятками метров [21, 41]).

В результате при больших скоростях потока величина $D_д$ может на несколько порядков превосходить характерные значения коэффициента молекулярной диффузии.

Аналогия в характере проявления молекулярной диффузии и механической дисперсии способствовала их объединению через суммарный коэффициент:

$$D = D_м + D_д = D_м + \delta_1 v , \qquad (6.15)$$

который далее (для краткости) будет именоваться **коэффициентом дисперсии.**

Соответственно суммарное рассеяние вещества, вызываемое гидродисперсией, или просто дисперсией, определяется законом Фика в виде

$$Q_D = - D \omega_l \frac{\partial c}{\partial l} . \qquad (6.16)$$

Феноменологическая закономерность (6.16) является, таким образом, некоторым усредненным детерминированным отражением процесса, имеющего на самом деле ярко выраженный вероятностный характер. Благодаря подобным усреднениям, мы отказываемся от

стохастического анализа процессов массопереноса на микроуровне, связанного с необходимостью использования статистической теории фильтрации (см. раздел 1.5.4).

Важно отметить, что дисперсия может идти не только вдоль направления фильтрационного потока (как мы до сих пор предполагали), но и в перпендикулярном к нему направлении*. Такая — **поперечная** — **дисперсия** также подчиняется закону (6.16), но с иным коэффициентом D', имеющим, подобно (6.15), вид

$$D' = D_м + \delta_1' v; \qquad (6.17)$$

геометрический параметр δ_1' при поперечной дисперсии примерно на порядок меньше, чем при продольной, хотя опытного материала по этому поводу очень мало.

Значение поперечной дисперсии проще всего проиллюстрировать, запуская меченые частицы жидкости не по всей ширине, а лишь на ограниченном участке фильтрационного потока. *Поперечная дисперсия приводит* к распространению меченых частиц за пределами зоны, ограниченной крайними траекториями фильтрации меченой жидкости, к появлению здесь переходных зон и *к уменьшению скоростей продвижения фронта вытеснения в продольном направлении.* Все это хорошо иллюстрируется рис. 6.8 [21], полученным по конкретному эксперименту.

Слагаемые в формулах (6.15) и (6.17) отражают интенсивность молекулярно-диффузионного и механического дисперсионного массопереноса: доля каждого из них в общем балансе массового потока определяется скоростью фильтрации v и структурой горных пород (для однородных пород — характерным размером минеральных зерен $d_з$). Так, из результатов лабораторных экспериментов следует, что при значениях $vd_з$, равных 0,0001 м^2/сут и менее, доминирующей является молекулярная диффузия, а при значении $vd_з$, измеряемом сотыми - десятыми долями квадратных метров в сутки, резко преобладает уже механическая дисперсия [21]. Грубо говоря, в

* Струйки жидкости, омывая частицы грунта, постепенно разветвляются, и вещество разносится в боковых направлениях.

породах глинистого состава обычно можно учитывать только молекулярную диффузию, в трещиноватых породах — только механическую дисперсию, но в остальных случаях допустимость пренебрежения одной из составляющих диффузионно-дисперсионного рассеяния обычно требует более внимательного обоснования.

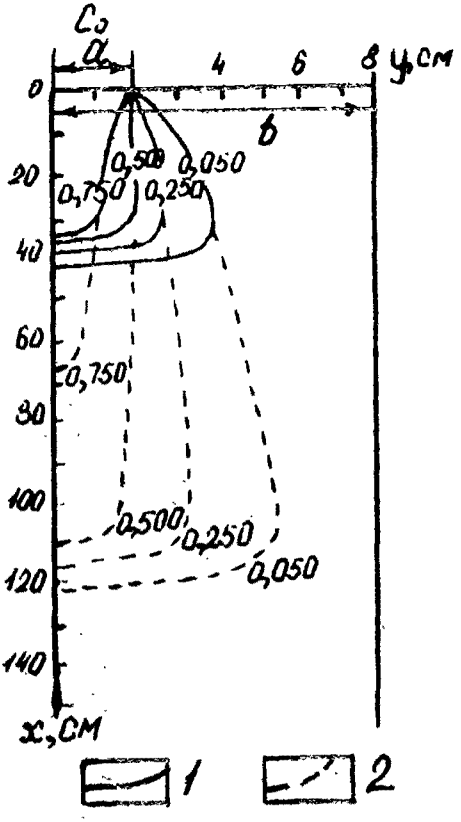


Рис. 6.8. Схема оценки совместного влияния продольной и поперечной дисперсии на распространение индикатора от источника фиксированной длины: 1 - концентрационное поле, рассчитанное для момента времени t = 1,39 ч после начала инъекции индикатора; 2 - то же, для t = 4,16 ч. Числа на графике - значения относительной коцетрации c / c_0 при c_0 = 1; a - длина участка инъекции; b - расстояние между непроницаемыми границами (ширина области одномерной фильтрации)

6.2.2. Задача о диффузионном переносе в разделяющем слое [34]

На рис. 6.9 приведены два водоносных пласта, разделенных слабопроницаемой толщей. В нижнем пласте, содержащем соленую воду с текущей концентрацией c, фильтрация практически отсутствует, а в верхнем пласте, интенсивно дренируемом рекой, поддерживается неизменная концентрация соли c^0. Напоры в обоих пластах совпадают (перетекания нет), сорбцией соли в слабопроницаемой толще пренебрегаем. Требуется найти время полного рассоления нижнего пласта.

Выделим в рассматриваемом комплексе пород вертикальный столбик единичного поперечного сечения. Расход соли q_c, выносимой из нижнего пласта благодаря молекулярной диффузии через разделующую толщу, определим по формуле (6.13) при $\omega_l = 1$. Если режим переноса соли квазистационарный, то $\frac{\partial c}{\partial l} = -\frac{(c - c^0)}{m_b}$ и $q_c = \frac{D_м (c - c^0)}{m_b}$ (здесь m_b — мощность слабопроницаемого пласта).

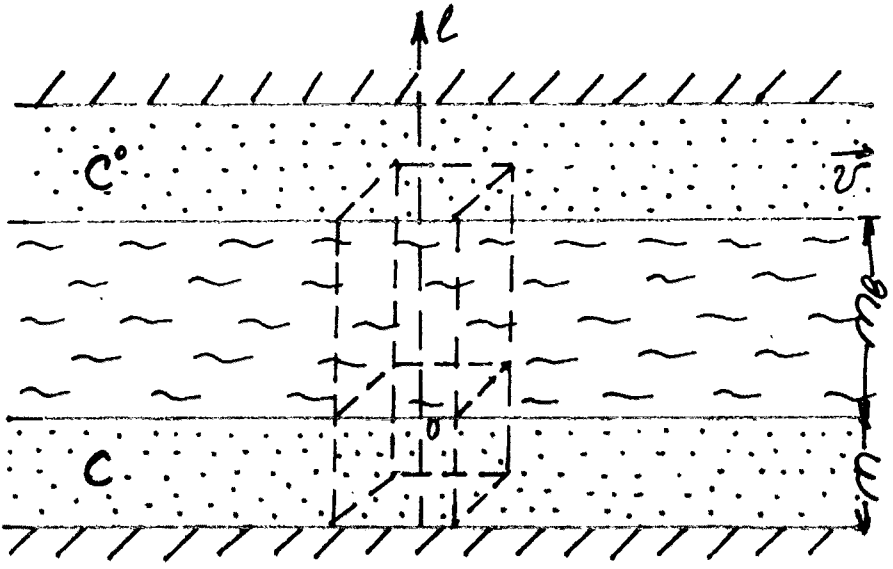


Рис. 6.9. Схема миграции через разделяющий пласт

Так как этот расход соли равен скорости изменения количества соли в нижнем пласте (нижняя часть выделенного столбика), то

$$-\frac{\partial}{\partial t}(n m c) = \frac{D_м (c - c_0)}{m_b},$$

где n — пористость пород нижнего пласта.

Разделяем переменные и интегрируем:

$$\int_{c_0}^{c} \frac{dc}{c - c^0} = -\int_0^t \frac{D_м}{n m m_b} dt,$$

где c_0 — начальная концентрация соли в нижнем пласте.

Отсюда

$$\bar{c} \equiv \frac{c - c^0}{c_0 - c^0} = \exp\left(-\frac{D_м}{n m m_0} t\right)$$

Если считать рассоление практически закончившимся, когда относительная концентрация $\bar{c} < 0{,}02$, то время полного рассоления

$$t_p \approx \frac{4 n m m_b}{D_м}. \qquad (6.18)$$

Подставляя характерные значения параметров, получаем, что t_p отвечает примерно миллиону лет. Иначе говоря, процессы молеку-

лярной диффузии протекают медленно, однако в геологическом масштабе времени они могут определять серьезные качественные изменения в солевом режиме водоносных систем.

ВОПРОС. Как изменится характер рассмотренного процесса, если учесть, что в нижнем пласте залегают погребенные морские воды (имеющие плотность примерно 1,03 г/см^3), а в верхнем - пресные? Проведите количественные оценки с помощью формул (6.7) и (6.13), считая $k_z = k_в = 10^{-5}$ м/сут; $m_в = 100$ м; $n = n_в = 0{,}3$; $D_м = 10^{-5}$ м^2/сут, и определите, попадет ли вообще соленая вода в верхний пласт.

ЗАМЕЧАНИЕ. В разделяющих слоях, представленных некоторыми тонкодисперсными глинистыми породами (в частности, монтмориллонитовыми глинами), молекулярная диффузия может и не проявляться в сколько-нибудь существенной мере, и определяющими оказываются осмотические процессы. Такие слои играют роль полупроницаемой мембраны, не пропускающей ионы (заряженные частицы) растворенных в воде соединений, но не задерживающей нейтральные молекулы воды. При этом, например, в ситуации, изображенной на рис. 6.9, осмотические силы, обусловленные разницей химических потенциалов и направленные на выравнивание концентраций солей по обе стороны мембраны (разделяющего слоя), будут вызывать результирующий поток пресной воды из верхнего пласта в нижний. Поступление воды в нижний пласт будет приводить не только к постепенному падению концентрации, но и к росту напоров в нем (напомним, что нижний пласт практически не дренируется). Возникновение разности напоров между верхним и нижним пластом означает появление в разделяющем слое гидравлического градиента, направленного против потока пресной воды. Следовательно, в конечном счете, в системе может возникнуть стационарная ситуация, характеризующаяся довольно устойчивыми во времени различиями в концентрациях и напорах между нижним и верхним пластами*. Отдельные сообщения о реальности таких гидрогеологических ситуаций можно найти в литературе.

Рассмотренные простейшие примеры убедительно показывают, сколь сложными могут оказаться процессы переноса вещества в разделяющих пластах.

---

* Равновесие может дополнительно смещаться за счет температурных эффектов.

6.3. Конвективно-дисперсионный перенос в однородных водоносных пластах

Еще раз напомним, приступая к дальнейшим исследованиям задач переноса, что мы ограничимся рассмотрением жидкостей с постоянной плотностью (и вязкостью). Это позволяет значительно упростить анализ миграционных процессов: «фильтрационная часть» задачи может решаться заранее, отдельно, — независимо от задачи переноса; поэтому фильтрационное поле считается нами заданным.

6.3.1. Фундаментальное решение

Рассмотрим совместное проявление конвекции и дисперсии в однородном пласте, сложенном гомогенными водоносными породами — пористыми или «чисто» трещиноватыми (рис. 6.10,а). Фильтрационный поток считаем одномерным (плоскопараллельным) и стационарным. Исходная концентрация вещества повсеместно равна c^o. В момент $t = 0$ концентрация на левой границе принимает постоянное значение c_0 и соленые воды начинают перемещаться по пласту в направлении оси x. Поток соли q_c через произвольное сечение пласта обусловлен конвекцией ($q'_c = c\,q$, где $c(x, t)$ — текущее значение концентрации; q — удельный расход фильтрационного потока) и дисперсией ($q_c'' = -D\,m\,\frac{\partial c}{\partial x}$ — согласно закону Фика):

$$q_c = q_c' + q_c'' = c\,q - D\,m\,\frac{\partial c}{\partial x}. \qquad (6.19)$$

Составим уравнение неразрывности для элемента dx:

$$q_c\,dt - \left[q_c - \frac{\partial q_c}{\partial x}\,dx\right] dt = \frac{\partial}{\partial t}(n\,m\,c)\,dx\,dt, \qquad (6.20)$$

где справа записано приращение количества соли в элементе dx [с объемом порового пространства, равным nmdx, причем при наличии сорбции величина n заменяется на $n_э$ согласно (6.11)] за время dt, а слева —разность между количеством соли, поступившей в этот элемент и

вытекшей из него за то же время dt. Подставляя сюда выражение (6.19) для q_c, приходим к дифференциальному уравнению конвективно-дисперсионного переноса относительно неизвестной концентрации $c(x, t)$:

$$n\frac{\partial c}{\partial t} + v\frac{\partial c}{\partial x} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \qquad (6.21)$$

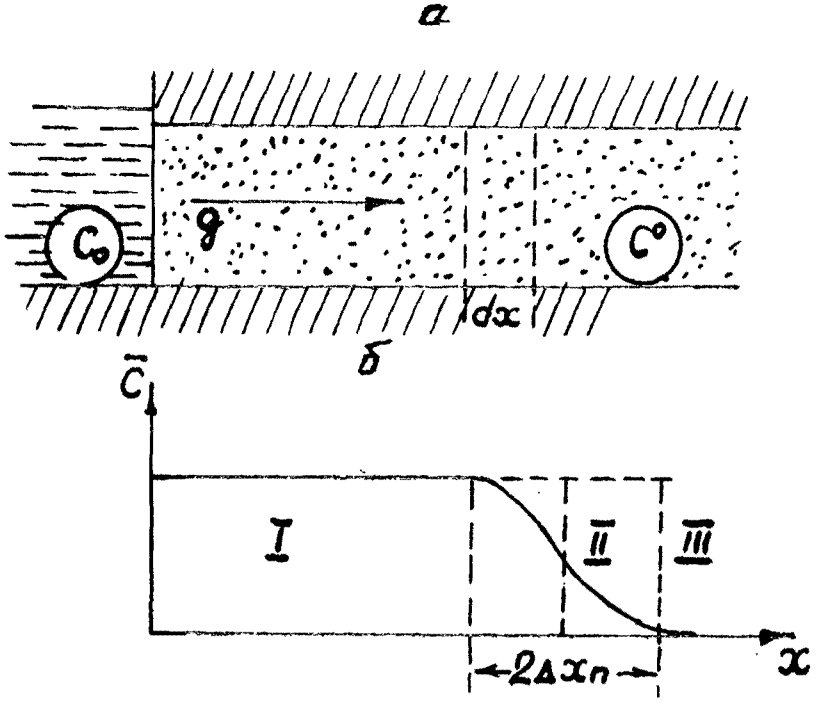


Рис. 6.10. Схема миграции в водоносном пласте (а) и характерный график пространственного изменения концентрации (б)

Начальное и граничные условия имеют вид:

$$\begin{cases} c(x,0) = c^0 & (x > 0); \\ c(0,t) = c_0 & (t > 0); \\ c(\infty,0) = c^0. \end{cases} \qquad (6.22)$$

Последнее граничное условие физически эквивалентно условию отсутствия гидродисперсионного переноса в

зоне с постоянной (исходной) концентрацией c^o $\left[\frac{\partial c}{\partial x}(\infty, t) = 0\right]$.

Введем относительную концентрацию

$$\bar{c} = \frac{c - c_0}{c_0 - c^0} \tag{6.23}$$

и получим окончательную математическую формулировку **фундаментальной задачи миграции:**

$$n\frac{\partial c}{\partial t} + v\frac{\partial c}{\partial x} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \tag{6.24}$$

$$\begin{cases} c(x,0) = 0 & (x > 0); \\ c(0,t) = 1 & (t > 0); \\ c(\infty,0) = 0. \end{cases} \tag{6.25}$$

Решение этой задачи [37], формально напоминающей фундаментальную задачу фильтрации (см. раздел 4.1), находится операционным методом (см. раздел 4.2):

$$\bar{c} = 0{,}5\,(erfc\,\xi + (erfc\,\xi_1), \tag{6.26}$$

где

$$\xi = \frac{x - (v\,t/n)}{2\sqrt{D\,t\,/\,n}};\ \xi_1 = \frac{x + (v\,t/n)}{2\sqrt{D\,t\,/\,n}};\ \xi = \frac{v\,x}{D}\left(x \geq \frac{v\,t}{n}\right),$$

а $erfc\,(z)$ — уже использованная нами табличная функция (см. раздел 4.1).

При достаточно больших η вторым членом в правой части (6.26) можно пренебречь, внося при этом погрешность $\varepsilon = \frac{0{,}3}{\eta}$ [34]. Тогда решение принимает вид

$$\bar{c} = 0{,}5\ erfc\,\xi. \tag{6.27}$$

Графическое представление решения (6.27) дается на рис. 6.9,б. На графике выделены три зоны: I — зона вытесняющего раствора, III — зона вытесняемого раство-

ра и II — переходная зона*, в пределах которой относительная концентрация меняется от значений, близких к 1, до значений, близких к 0. На рисунке пунктиром показан также график изменения концентрации при поршневом вытеснении, когда дисперсия отсутствует ($D = 0$). Понятно, что точка x_n, согласно (6.1), отвечает условию

$$x_n = \frac{v\,t}{n} \tag{6.28}$$

и, следовательно, в случае, описываемом решением (6.27), $c(x_n) = 0{,}5 erfc\,(0) = 0{,}5$, т.е. точка x_n располагается посредине переходной зоны. Физически это вполне понятно: на фоне продвижения фронта поршневого вытеснения, отвечающего конвекции, развивается дисперсия, приводящая к размыванию фронта, симметричному относительно его расчетного положения x_n.

Размер переходной зоны $2\,\Delta x_n$ можно оценить, условно считая ее заключенной между значениями $\bar{c} = \varepsilon$ и $\bar{c} = 1 - \varepsilon$, где ε — некоторая малая величина. Например, полагая $\varepsilon = 8\%$, получим $\bar{c} = (x + \Delta x_n) = 0{,}08$, чему, согласно решению (6.27) и таблице функции $erfc\,Z$, отвечает $\xi \approx 1{,}0$. Отсюда

$$\bar{c} = \frac{x + \Delta x_n - (v/n)\,t}{2\sqrt{D\,t/n}} = 1{,}0\,;$$

$$\Delta x_n = 2\sqrt{D\,t/n}\,, \tag{6.29}$$

где половина ширины переходной зоны Δx_n может быть названа величиной «обгона». С учетом формулы (6.15), выражение (6.29) можно записать в следующем виде:

$$\Delta x_n = 2\sqrt{D_м/n + \delta_1\,x_n} = 2\sqrt{(D_м/v + \delta_1)\,x_n} = 2\sqrt{(D_м/n)\,x_n} \tag{6.29а}$$

откуда

$$\frac{\Delta x_n}{x_n} = \frac{2}{\sqrt{Pe}}\,, \tag{6.30}$$

* На первых этапах переходная зона несимметрична относительно точки средней концентрации (см. формулу (6.26)), а расчетное положение фронта x_n несколько сдвинуто относительно нее влево.

где

$$Pe = \frac{v\, x_n}{D} \qquad (6.31)$$

— безразмерный критериальный параметр Пекле.

Из выражения (6.30) следует, что при больших значениях Pe (порядка тысяч) наличием переходной зоны - в сравнении с общим продвижением фронта x_n — можно пренебречь. Так как

$$Pe = \frac{v\, x_n}{D} = \frac{v\, x_n}{D_м + \delta_1 v} \approx \frac{v\, x_n}{\delta_1 v} = \frac{x_n}{\delta_1}, \qquad (6.31а)$$

то

$$\frac{\Delta x_n}{x_n} = \frac{2}{\sqrt{Pe}} \approx 2\sqrt{\delta_1 / x_n}$$

и ориентировочно можно полагать, что дисперсией допустимо пренебречь при

$$\sqrt{\delta_1 / x_n} < \varepsilon, \qquad (6.32)$$

где ε — некоторое малое число.

Например, полагая $\varepsilon = 1\%$, приходим к условию:

$$\delta_1 < 0{,}0001\, x_n. \qquad (6.32а)$$

Отсюда сразу видно, что *в натурных условиях* при переносе на расстояния, измеряемые сотнями метров и километрами, *дисперсией в однородных песках можно пренебречь**, в то время как *в трещиноватых породах это обычно недопустимо*; нельзя пренебрегать дисперсией и при проведении экспериментальных работ (когда расстояния переноса не превышают первых метров - десятков метров) — в породах любого типа.

6.3.2. Задача о запуске пакета индикатора

Рассмотрим возможности распространения фундаментального решения (6.27) на другие виды граничных условий. В этих целях с

* Этот вывод не распространяется на поперечную дисперсию.

успехом может использоваться принцип суперпозиции — аналогично тому как это делалось в теории фильтрации (см. раздел 4.1).

Пусть [34] на границе $x = 0$ концентрация индикатора $c = 1$ поддерживается лишь в течение некоторого времени t_o, после чего подача индикатора прекращается. График такого «пакетного» запуска показан на рис. 6.11а. Легко видеть, что график 1 можно представить в виде суммы двух графиков — первый из которых 1′ отвечает непрерывной подаче индикатора с концентрацией $c = 1$ (начиная с момента $t = 0$), а второй 1″ — подаче индикатора с концентрацией $c = -1$, начиная с момента $t = t_o$. Так как вспомогательные графики 1′ и 1″ отвечают условиям фундаментальной задачи, то при $t > t_o$

$$\bar{c} = 0{,}5\,erfc\left[\frac{x-(v/v)\,t}{2\sqrt{(D/n)\,t}}\right] - 0{,}5\,erfc\left[\frac{x-(v/v)\,(t-t_0)}{2\sqrt{(D/n')\,(t-t_0)}}\right]. \qquad (6.33)$$

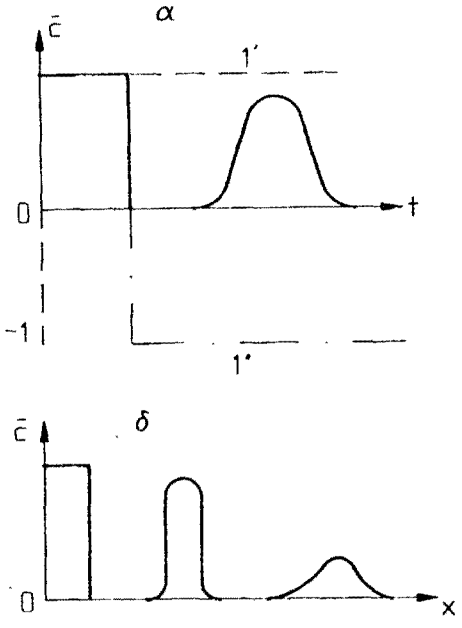


Рис. 6.11. Характерные графики изменения относительной концентрации при пакетном запуске индикатора:
а - во времени; б - в пространстве (1′ и 1″ - графики относительной концентрации в фиктивных источниках)

Здесь во втором слагаемом, в случае сорбируемого индикатора, значение эффективной пористости n' отвечает процессу десорбции на заднем фронте индикатора («опресняющая» волна), причем обычно $n' < n$ (десорбируется вещества меньше, чем сорбируется).

График изменения концентрации в некотором сечении, построенный согласно (6.33), показан на рис. 6.11,а. Пользуясь решением (6.33), нетрудно показать, что для несорбируемого индикатора точка максимума концентрации x_{max} перемещается со скоростью $x_{max}/(t - 0{,}5t_o)$, отвечающей действительной скорости потока.

Графики распределения концентрации на несколько последовательных моментов времени показаны на рис. 6.11, б. Площадь под кривой функции $c(x, t)$ отвечает общему количеству индикатора в фильтрующем потоке.

Для сорбируемого индикатора, ввиду того, что $n' < n$, задний фронт (точка x_ϕ) постепенно догоняет передний (точка x_ϕ), и моменту, когда $x_\phi = x_\phi'$, отвечает полное поглощение индикатора горной породой.

6.4. Особенности массопереноса в гетерогенных водоносных системах

6.4.1. Общие представления о макродисперсии

До сих пор мы рассматривали процессы переноса вещества на микроуровне, точнее — для условий, когда среда считается гомогенной по проницаемости и емкости, а процессы массопереноса фильтрующимся потоком, — протекающими только на одном уровне, не зависящем от масштаба изучения. Реальные водоносные системы часто гетерогенны, т.е. подразделяются на подсистемы с резко различающимися фильтрационными свойствами и уровнями процессов массообмена. В этих условиях именно *гетерогенность** будет определять основные эффекты, связанные с перераспределением массового потока вещества в водоносной системе. Наличие таких резких различий в фильтрационных параметрах и режимах массопереноса между отдельными элементами водоносного комплекса наиболее важно рассмотреть для двух основных систем:

1 с упорядоченной фильтрационной неоднородностью — чередование хорошо проницаемых слоев, где преобладает конвективный механизм переноса, со слабопроницаемыми, где доминирует молекулярно-диффузионный режим;

2 гетерогенные системы неупорядоченного строения— комплексы трещиновато-пористых (или макропористых) пород, в которых конвективный перенос связан с трещинами (или макропорами), а в пористых блоках преобладает молекулярная диффузия. Сюда же следует отнести комплексы фильтрующих пористых пород, кото-

* Подчеркнем, что в общем случае понятия гетерогенный и неоднородный не эквивалентны. Так, пласт однородных трещиновато-пористых пород представляет собой однородную гетерогенную систему (породы здесь гетерогенны по проницаемости и емкостным свойствам).

рые содержат многочисленные слабопроницаемые включения, не выдержанные ни по площади, ни по разрезу.

В рассматриваемых гетерогенных системах перемещение фронта вытеснения по относительно хорошо проницаемым слоям (трещинам) существенно замедляется благодаря молекулярной диффузии из них в слабопроницаемые слои (в пористые блоки). При этом вблизи фронта возникает, как и в рассмотренном ранее случае дисперсии (см. раздел 6.3), переходная зона, ширина которой предопределяется, однако, не столько собственно диффузионно-дисперсионными эффектами в проницаемых слоях (трещинах), сколько интенсивностью оттока вещества в слабопроницаемые слои (блоки). Таким образом, имеют место эффекты, внешне сходные с результатами действия дисперсии, но вызванные, однако, принципиально иной причиной - макроструктурой среды, гетерогенной ее проницаемостью и емкостью. По аналогии, эффекты такого рода могут быть названы **макродисперсией**. Масштаб ее проявления, как мы убедимся, гораздо крупнее, чем в случае рассмотренных выше дисперсионных явлений, которые обусловлены неоднородностью поля скоростей на уровне пор или трещин и которые мы в дальнейшем будем именовать для точности **микродисперсией.**

6.4.2. Макродисперсия в гетерогенных системах упорядоченного строения

Этот вопрос проще всего рассмотреть на примере двух слоев с резко различными значениями проницаемости (рис. 6.12). В зависимости от масштаба и времени миграции для такой системы возможны две предельные расчетные схемы.

Для **начальных моментов** расчетная схема предполагает, что слабопроницаемый слой обладает **неограниченной емкостью**, т.е. влияние молекулярно-диффузионного переноса в этом слое не достигает его внешней границы.

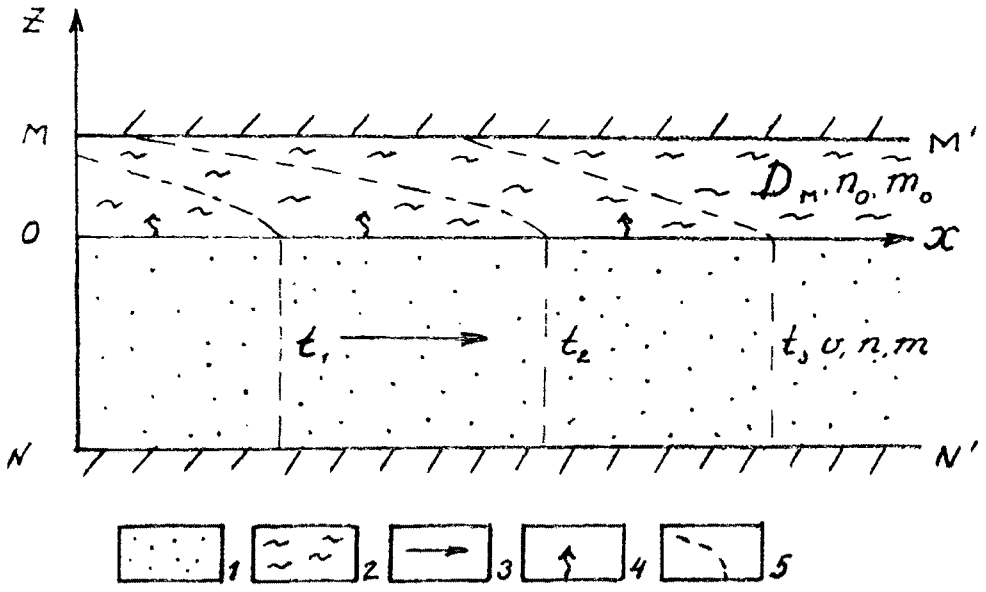


Рис. 6.12. Схема миграции подземных вод в двуслойном пласте:
1 - хорошопроницаемый слой; 2 - слабопроницаемый слой; направления потоков: 3 - конвективного; 4 - диффузионного; MM' и NN' - границы расчетного элемента, непроницаемые для воды и вещества; 5 - положение концетрационного фронта на различные моменты времени t

Критерии допустимости такого предположения нетрудно получить, решая уравнение молекулярно-диффузионного переноса для концентрации c_0 в слабопроницаемом слое:

$$n_0 \frac{\partial \bar{c}_0(x, z, t)}{\partial t} = D_м \frac{\partial^2 \bar{c}_0(x, z, t)}{\partial z^2}, \qquad (6.34)$$

которое получается аналогично (6.21) при $\nu = 0$ ($D = D_м$). Координата z отсчитывается от контакта слоев. Уравнение (6.34) идентично уравнению нестационарной фильтрации (4.1). Поэтому, если считать, что вблизи точки $x = 0$ в водоносном слое поддерживается неизменная концентрация $\bar{c} = 1$, *то, аналогично разд. 4.1, получаем решение фундаментальной задачи для уравнения (6.34)*

$$\bar{c}_0(x, z, t) = erfc\left[\frac{z}{2\sqrt{(D_м / n_0)t}}\right], \qquad (6.35)$$

справедливое при малых x, т.е. вблизи исходного сечения солевого потока. Далее, по аналогии с формулой (4.18), где вместо коэффициента пьезопроводности a должно фигурировать отношение $D_м / n_0$, получаем, что отток вещества на границе контролируется расчетной зоной влияния:

$$z_c(t) \approx \sqrt{(D_м / n_0)\, t}\,. \qquad (6.36)$$

Ясно, что внешняя граница слабопроницаемого слоя не влияет на процессы переноса в фильтрующем слое, пока $z_c(t) \leq m_o$.

Отсюда получаем временной критерий справедливости расчетной схемы неограниченной емкости:

$$\tau^* = \frac{D_м\, t}{n_0\, m_0^2} < 0{,}3\,. \qquad (6.37)$$

Считая, что для глинистых разделяющих слоев $D_м$ примерно равен $(2 \div 3)\,10^{-5}$ м^2/сут, а $n_o \approx 0{,}4$, получаем ориентировочный критерий:

$$t_н < 10^4\, m_0^2 \qquad (6.38)$$

(время — в сутках, мощность — в метрах), т.е. схема неограниченной емкости может применяться очень широко даже для сравнительно маломощных (метровых) разделяющих слоев*.

При пренебрежении микродисперсией в фильтрующем слое (см. рис. 6.2) решение поставленной фундаментальной задачи для схемы неограниченной емкости дается формулой [37]:

$$\bar{c}(x,t) = erfc\left(\frac{x}{2\, m\, v}\sqrt{\frac{n_0\, D_м}{t - t_0}}\right), \quad \left(x < \frac{v}{n}\, t\right), \qquad (6.39)$$

где v — скорость фильтрации в хорошо проницаемом слое;
n — его активная пористость;
$t_o = xn\,/\,v$.

Формула (6.39) известна как решение Ловерье; при двустороннем оттоке (вверх и вниз) в ней следует опустить коэффициент 2.

Для вывода формулы (6.39) вернемся сначала к уравнению (6.19) для водоносного пласта, считая, что дисперсией в пределах последнего, т.е. членом $D\, m\, (\partial c / \partial x)$, можно пренебречь. Учтем,

* При отсутствии конвективного переноса (перетекания) в них.

однако, что через кровлю пласта в выделенном элементе длиной dx идет отток вещества с интенсивностью, равной (см. формулу (6.13)):

$$q_c''' = -D_м (dx \cdot 1) \frac{\partial c_0}{\partial z}\Big|_{z=0}.$$

Тогда, аналогично уравнению (6.21), получаем:

$$m n \frac{\partial c}{\partial t} + m v \frac{\partial c}{\partial x} = D_м \frac{\partial c_0}{\partial z}\Big|_{z=0}.$$

Применяя к этому уравнению преобразование Лапласа-Карсона (4.42), получаем

$$\frac{m n \tilde{c}}{t_p} + m v \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} = D_м \frac{\partial \tilde{c}_0}{\partial z}\Big|_{z=0},$$

где $\tilde{c}$ — изображение функции c.

Уравнение (6.34) для слабопроницаемого слоя принимает в изображениях вид

$$n_0 \frac{\tilde{c}_0}{t_p} = D_м \frac{d^2 \tilde{c}_0}{\partial z^2}.$$

Решая его при граничных условиях*

$$\tilde{c}_0\Big|_{z=0} = \tilde{c};\ \tilde{c}_0\Big|_{z\to\infty} = \tilde{c}\Big|_{z=m} = 0,$$

получаем [16]:

$$\tilde{c}_0 = \tilde{c} \exp\left(-z\sqrt{\frac{n_0}{D_м t_p}}\right).$$

Отсюда

$$\frac{\partial \tilde{c}_0}{\partial z}\Big|_{z=0} = -\tilde{c}\sqrt{\frac{n_0}{D_м t_p}}.$$

Уравнение в изображениях для водоносного слоя принимает вид

$$\left(\frac{mn}{t_p} + \sqrt{\frac{D_м n_o}{t_p}}\right)\tilde{c} + m v \frac{d\tilde{c}}{dx} = 0.$$

* Второе условие отвечает расчетной схеме неограниченной емкости.

Решение этого уравнения при граничных условиях $\tilde{c}\big|_{x=0} = \tilde{c}_0$, $\tilde{c}\big|_{x\to\infty} = \tilde{c}_0$ легко находим, разделяя переменные:

$$\tilde{c} = \tilde{c}_0 \exp\left[\left(-\frac{n}{v t_p} - \frac{1}{m v}\sqrt{\frac{D_м n_0}{t_p}}\right) x\right].$$

По таблице изображений [16] получаем* оригинал — решение (6.39).

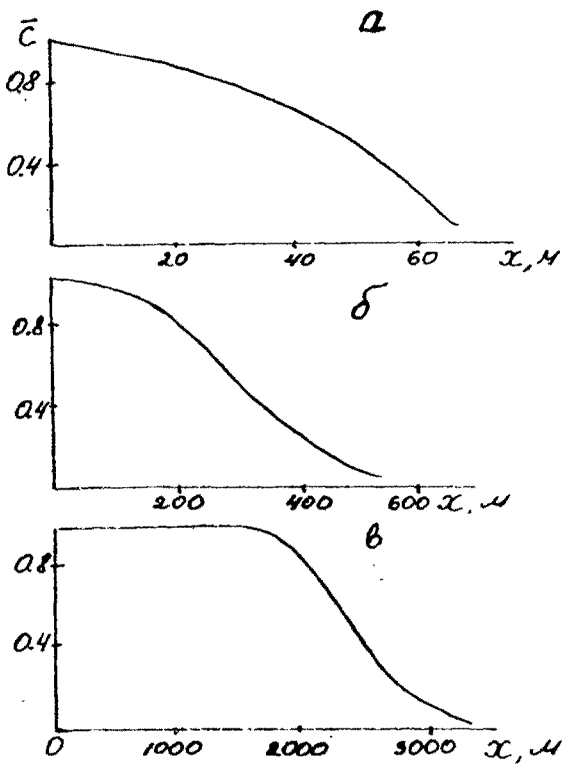


Рис. 6.13. Характерные графики изменения концентрации по направлению переноса в гетерогенных комплексах (положения а, б и в отвечают увеличению времени переноса)

ЗАДАЧА. Проведите расчет по формуле (6.39) для следующих характерных значений параметров (см. рис. 6.12): $m = 0{,}1$ м; $m_0 = 0{,}2$ м; $n = n_0 = 0{,}5$; $D_м = 5 \cdot 10^{-5}$ м^2/сут; $v = 0{,}5$ м/сут. Постройте выходные кривые: $c(t)$ для точки $x = 40$ м и $c(x)$ для времени $t = 70$ сут (убедитесь предварительно, что выбранное время удовлетворяет критерию (6.37)).

Характерный график изменения концентрации в пространстве приведен на рис. 6.13,а. Из него, в частности, видно, что размеры переходной зоны, обусловленной оттоком вещества в слабопроницаемый слой, могут быть сопоставимы с общей длиной переноса, т.е. рассеяние вещества (макродисперсия) идет намного

* При этом используется правило $L_1\,[F(x, t-\alpha)] = e^{-\alpha/t_p} \cdot F(x,t)$ где L_1 — обозначение преобразования Лапласа-Карсона (см. раздел 4.2).

интенсивнее, чем в случае однородного пласта (см. раздел 6.3).

Вторая предельная схема исходит из предположения, что при длительном протекании процесса в рассматриваемой двухслойной системе (см. рис. 6.12) диффундирующий раствор заполняет слабопроницаемый слой на всю его мощность. Будем называть ее **предельной схемой макродисперсии**. Скорость движения фронта раствора v_n^* определяется при этом так же, как и скорость поршневого вытеснения:

$$v_n^* = \frac{v}{n^*}, \tag{6.40}$$

где величина n^* характеризует суммарную емкость системы (приведенную к мощности m):

$$n^* = n + n_0 \frac{m_0}{m}. \tag{6.41}$$

Можно показать [34], что для описания процесса переноса в основном пласте справедливо выражение, аналогичное решению (6.27), полученному в рамках схемы микродисперсии (см. раздел 6.3). Однако аналог параметра D— **коэффициент макродисперсии** D^* — пропорционален здесь квадрату скорости фильтрации,

$$D^* = \delta_2 v^2, \quad \delta_2 = \frac{m\, m_0}{2\, D_м\, [1 + m\, n/(m_0\, n_0)]^2}. \tag{6.42}$$

Ширину переходной зоны $2\,\Delta x_n$ можно оценить, воспользовавшись полученным ранее выражением (6.29) для схемы микродисперсии, куда необходимо подставить параметры макродисперсии D^* и n^*:

$$\Delta x_n^* = 2\sqrt{\frac{D^*}{n^*}\, t}. \tag{6.43}$$

Задаваясь характерными значениями параметров, нетрудно убедиться, что значения D^* обычно на несколько порядков больше величин D; соответственно, резко уве-

личиваются и размеры переходной зоны. Следовательно, *при макродисперсии роль эффектов рассеивания вещества проявляется гораздо сильнее, чем в условиях расчетной схемы микродисперсии*, так что ими часто нельзя пренебрегать даже в пористых породах.

Критериями применимости предельной схемы макродисперсии могут служить условия [21]:

$$\tau_n = \frac{D_м t}{m_0 (m_0 n_0 + m n)} > 10; \quad x \le \frac{v t}{n^*}. \qquad (6.44)$$

Первое условие исходит из требования достаточно полного насыщения слабопроницаемого слоя — для точек, удовлетворяющих второму условию. Последнее, в свою очередь, означает, что рассмотренное решение достаточно хорошо описывает распределение концентрации лишь на задней части фронта ($c > 0{,}5$), так как в его передней части параллельный перенос никогда не достигается: значительный объем слабопроницаемого слоя всегда остается здесь недонасыщенным по отношению к концентрации в основном слое.

Характерный график пространственного распределения концентрации для больших отрезков времени (отвечающих первому из критериев (6.44)) приведен на рис. 6.13,в. Сравнивая его с рис. 6.13,а, нетрудно убедиться, что по мере миграции в гетерогенной среде форма графиков концентрации качественно изменяется — в отличие от миграции в гомогенной среде (см. рис. 6.10,б).

Мы рассмотрели водоносную систему, состоящую из слоев пород с резко различающимися коэффициентами фильтрации, благодаря чему мы пренебрегли горизонтальной конвекцией в пределах слабопроницаемого слоя. Для случая переслаивающихся пород с достаточно близкими проницаемостями такой подход, конечно, недопустим. Правда, можно вспомнить, что в теории плановой фильтрации привычно вводить для подобных систем усредненную проводимость пласта (см. раздел 2.5). Однако *в теории массопереноса всякие усреднения характеристик по мощности пласта следует проводить с большой осторожностью*, прежде всего потому, что флукту-

ации поля скоростей по мощности подземного потока ведут к дополнительному «размазыванию» концентрационного фронта — аналогично гидродисперсии. Как и в предыдущих случаях, такую зависимость эффектов рассеивания вещества от колебаний гидравлической проводимости водоносного пласта можно связать с понятием макродисперсии. Характерная длина, определяющая макродисперсию (по аналогии с параметром микродисперсии δ_1), имеет в этом случае порядок величин мощностей водоносных слоев.

Далее, необходимо учитывать и поперечное гидродисперсионное перемешивание между отдельными слоями, которое играет ту же роль, что молекулярная диффузия в расчетной схеме микродисперсии: оно является фактором, направленным на выравнивание концентраций между элементами с различной проницаемостью. Проиллюстрируем особенности проявления макродисперсионных эффектов в слоистых системах с близкими фильтрационными свойствами на примере двухслойного пласта (рис. 6.14). Массоперенос в таком пласте характеризуется двумя крайними режимами [21]:

1 начальным, когда поперечная дисперсия практически еще не успевает проявиться и поэтому каждый слой «работает» независимо один от другого, обеспечивая перемещение вещества с резко различными скоростями (весьма близкими к значениям v_1/n_1 и v_2/n_2);

2 конечным асимптотическим, когда влияние поперечного обмена захватывает весь пласт, обусловливая выравнивание скорости перемещения фронта по всей мощности пласта. Верхний предел применимости расчетной схемы **послойного переноса** t_n легче всего определить, вернувшись к водоносной системе со слабопроницаемым слоем (см. рис. 6.12): потребуем, чтобы время перемещения фронта переноса (с концентрацией $\bar{c} = 0{,}5$), определенное по формуле (6.39), не слишком сильно отличалось от времени t_o, найденного из схемы поршневого вытеснения ($t_n/t_o = 1+\varepsilon$, где ε — заданное малое число).

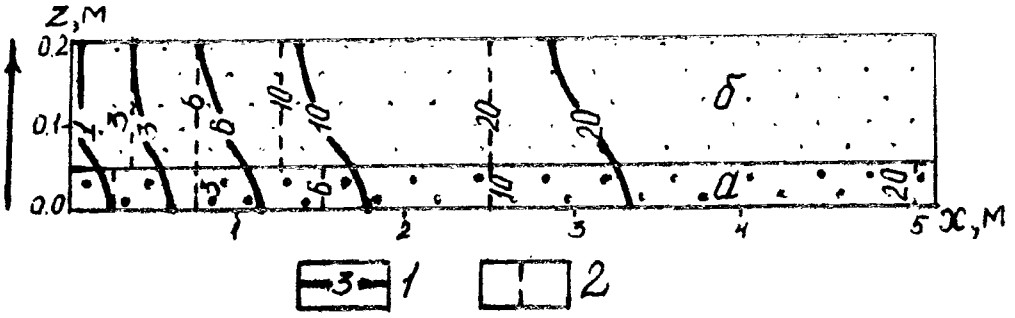


Рис. 6.14. Характер массопереноса в двуслойном пласте (по результатам математического моделирования):
а и б - более и менее проницаемые слои соответственно: сплошные изолинии $\overline{c} = 0{,}5$ *— с с учетом полперечной дисперсии; пунктирные - при отсутствии взаимодействия между слоями. Числа на изолиниях - расчетные моменты времени, сут.*

ЗАДАЧА. Сделайте это самостоятельно; покажите справедливость соотношения:

$$t_n = \varepsilon \left[\frac{m^2 h^2}{4 n_0 Д_м} \right] \qquad (6.45)$$

(для возможного двустороннего оттока).

Из формулы (6.45) следует, что схема послойного переноса может применяться довольно широко. Например, для переславивающихся песчано-глинистых пород ($D_м \approx 2{,}10^{-5}$ м^2/сут; $n \approx n_o \approx 0{,}4$) при $\varepsilon = 0{,}02$ получаем $t_n \approx 100$ м^2(сут), т.е. для метровых песчаных прослоев время t_n измеряется годами.

Заметим вместе с тем, что при близких проницаемостях слоев (см. рис. 6.14) формула (6.45) будет давать завышенные значения t_n. Нужно учитывать, что в этом варианте обмену между слоями будет способствовать также поперечная гидродисперсия, и тогда в формуле (6.45) коэффициент молекулярной диффузии $D_м$ следует заменить коэффициентом поперечной гидродисперсии D', определяемым по формуле (6.17). Это приведет к тому, что, например, в трещиноватых крупноблочных породах, где параметр δ' измеряется метрами - десятками сантиметров, время t_n может уменьшаться — в сравнении с только что приведенными оценками — на несколько порядков.

В таких условиях, как, впрочем, и для тонкого переславивания песчано-глинистых пород, относительно быс-

тро устанавливается **асимптотический режим**, форма фронта переноса стабилизируется, и он перемещается со средневзвешенной скоростью

$$v_n = \frac{v_1 m_1 + v_2 m_2}{m_1 n_1 + m_2 n_2}. \qquad (6.46)$$

ЗАДАЧА. Обоснуйте формулу (6.46), исходя из предположения, что фронт переноса (изолиния относительной концентрации $\bar{c} = 0{,}5$) не меняет своей формы, как это, например, показано на рис. 6.14 для времени $t > 10$ сут.

Отметим, наконец, что если в слоистых, достаточно хорошо проницаемых пластах мигрируют минерализованные стоки, плотность которых отличается от пластовой воды, то интенсивность межслоевого взаимодействия может определяться преимущественно процессами гравитационного характера (см. раздел 6.1.2), а поперечное дисперсионное перемешивание имеет тогда подчиненное значение. Чтобы лучше уяснить это положение, вернитесь еще раз к задаче о плотностной конвекции в разделе 6.1.2.

6.4.3. Макродисперсия в гетерогенных системах неупорядоченного строения

Системы **трещиновато-пористых пород** принято обычно представлять условной расчетной средой, состоящей из правильного чередования хорошо- и слабопроницаемых слоев: первые имитируют трещины, вторые — пористые блоки (см. рис. 5.4). При таком представлении для пласта трещиновато-пористых пород справедливы приведенные в разделе 6.4.2 формулы для двухслойного пласта, в которых следует понимать: под величиной n — активную трещиноватость, под n_o — пористость блоков, а под m и m_o — половину некоторого приведенного усредненного размера блоков $m_б$. В величине $m_б$ должны очевидно отражаться не только размеры блоков, но и их характерная форма: лишь в этом случае соблюдено необходимое соответствие между объемом насыщаемого

солью блока V_0 и поступлением вещества через его поверхность $\omega_б$. Для расчетной схемы **неограниченной емкости** (см. раздел 6.4.2) разумно, очевидно, связать значение $m_б$ с отношением $V_б / \omega_б = 1/S_б$, где $S_б$ — удельная поверхность блоков (для блоков пластинчатой конфигурации $m_б = 2/S_б$, а для блоков кубической формы $m_б = 6/S_б$. Тогда приведенная ранее расчетная формула (6.39) может быть переписана для такого условного представления трещиновато-пористого пласта в следующем виде:

$$\overline{c}\,(x,t) = erfc\left(\frac{x\,S_б}{2\,v}\sqrt{\frac{n_0\,D_м}{t - x\,n/v}}\right). \qquad (6.47)$$

Решение (6.47) годится для не слишком больших моментов времени, пока выполняется критерий (6.37)*. Если пласт сложен преимущественно блоками пластинчатой конфигурации, то в формуле (6.37) можно положить $m_0 = 0{,}5m_б$; для блоков кубической форму (6.37) дает:

$$\tau_н = \frac{D_м\,t}{n_0\,m_б^2} < 0{,}015 \div 0{,}02 \qquad 6.48)$$

или, приближенно, для блоков с высокими значениями пористости ($n \approx 0{,}1 \div 0{,}4$):

$$t_н < 0{,}05\,m_б^2, \qquad (6.49)$$

где $t_н$ — предельное время (в сутках), для которого может считаться справедливым решение (6.47), а величина $m_б$ выражена в сантиметрах.

Приближенное выражение безразмерного критерия $\tau_н$ через удельную поверхность блоков $S_б$ имеет вид:

$$\tau_б = \frac{S_б^2 D_м\,t}{n_0} < 0{,}3 \div 0{,}5\,. \qquad (6.50)$$

Для длительного переноса, когда время полного диффузионного насыщения пористого блока в данной точке

---

* Напомним, что для самых первых моментов формула (6.47) может давать большие погрешности из-за пренебрежения гидродисперсией по трещинам (см. вывод формулы (6.39)).

пласта намного меньше времени подхода фронта вытеснения к этой точке, справедлива **предельная схема макродисперсии** (см. раздел 6.4.2). Решение для нее принимает вид, аналогичный (6.27), где параметр D заменяется подобно (6.42), на коэффициент макродисперсии D^* при $\delta_2 = \dfrac{1}{D_м S_б^2}$, когда пласт представлен блоками кубической формы. Аналогично формуле (6.44), эта расчетная схема применима при выполнении условий

$$\tau_n = \frac{S_б^2 D_м t}{n_o} > 10; \quad x \le \frac{v t}{n_0}. \qquad (6.51)$$

Уже отмечено, что, принимая во внимание статистический характер реальных трещиновато-пористых сред, приведенные решения будут давать, конечно, лишь ориентировочные оценки. Разноразмерность блоков обусловливает дополнительное рассеяние вещества, величина которого определяется статистическими параметрами среды. При этом рассмотренные макродисперсионные эффекты могут оказаться в значительной степени затененными и искаженными. Последнее обстоятельство затрудняет экспериментальную оценку средних значений геометрических характеристик трещиноватой среды, которые определяют интенсивность массообменных процессов на больших площадях, т.е. в масштабе прогнозных оценок. Особенно ненадежны прогнозные оценки, относящиеся к комплексам гетерогенных пористых пород неупорядоченного строения. Большие размеры пропластков, линз и включений пород с различной проницаемостью в сочетании с относительно малыми скоростями переноса приводят к тому, что параметры переноса будут определяться в первую очередь размерами, проницаемостью и взаиморасположением элементов неоднородности. Уже отсюда ясно, что в таких условиях исходные параметры для статистически усредненных расчетных схем реально могут быть получены лишь по данным длительных наблюдаений, соизмеримых со сроками эксплуатации инженерных сооружений.

Таким образом, рассмотрев основные процессы и расчетные схемы массопереноса, мы убедились, в частности, в том, что *относительная значимость отдельных факторов переноса зависит от характерного масштаба изучения*. С изменением этого масштаба одни факторы могут терять свое значение, в то время как другие, наобо-

рот, выходят на первый план. Это обстоятельство должно, естественно, учитываться уже при определении исходных расчетных параметров массопереноса (см. раздел 7.3).

С примером приложения рассмотренных здесь расчетных схем массопереноса к анализу конкретной гидрогеологической ситуации вы можете ознакомиться в разделе 8.4. Там же даны основные представления об особенностях математического моделирования миграционных задач.

6.5. Процессы теплопереноса в подземных водах — общие представления и простейшие задачи

6.5.1. Об аналогии между процессами тепло- и массопереноса

При фильтрации в водоносных горизонтах подземные воды переносят не только растворенные в них вещества, но и тепловую энергию, причем, как и при миграции вещества, перенос идет конвективным и диффузионным путем. Последний, в случае теплопереноса, принято называть **кондукцией**. Кондуктивный перенос, обусловленный передачей тепла от нагретых участков пласта к относительно холодным, подчиняется закону Фурье, подобному закону Фика (см. формулу (6.13)):

$$Q_\theta = -\lambda \omega \frac{\partial \theta}{\partial t}, \qquad (6.52)$$

где θ — температура;

Q_θ — расход тепла;

λ — коэффициент теплопроводности, характерные значения его для горных пород достигают первых единиц Вт/(м ·К).

ЗАДАНИЕ. Аналогично выведенному нами ранее уравнению (6.21) для конвективно-дисперсионного переноса солей в однородном водоносном пласте получите уравнение конвективно-диффузионного теплопереноса. Считайте при этом, что потери тепла в окружающие пласт породы пренебрежимо малы, а выравнивание температуры между фильтрующейся жидкостью и скелетом породы происходит

мгновенно. Используйте в выводе объемные теплоемкости породы C_n и фильтрующегося раствора $C_в$.

Запишем полученное уравнение теплопереноса в следующем общепринятом виде:

$$C_n \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_в v \frac{\partial \theta}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \qquad (6.53)$$

где θ — текущая температура пласта.

Ему можно придать также иную форму:

$$n_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = D_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \qquad (6.54)$$

где

$$D_\theta = \frac{\lambda}{C_в}; \quad n_\theta = \frac{C_n}{C_в} = n + (1 - n)\frac{C_c}{C_в}; \qquad (6.55)$$

C_c — объемная теплоемкость минерального скелета.

ВОПРОСЫ. Каков физический смысл последнего выражения для n_θ? Какие выводы можно сделать из сравнения этой формулы и выражения (6.11) для эффективной пористости?

Отсюда видно, что между уравнениями (6.21) и (6.54), описывающими массо- и теплоперенос в подземных водах, существует формальная аналогия. В каждом из них имеются параметры, отражающие:

а) интенсивность конвективного переноса;

б) интенсивность дисперсионного (кондуктивного) переноса;

в) накопление массы вещества или тепловой энергии.

«Массовым» коэффициентам — активной пористости n и гидродисперсии D соответствуют температурные аналоги, отражающие тепловую емкость n_θ и дисперсию тепла D_θ. В гетерогенных системах интенсивность кондуктивного теплообмена между отдельными элементами неоднородности (хорошо- и слабопроницаемыми слоями или тре-

щинами и блоками) характеризуется *коэффициентами теплопроводности* λ_i *и температуропроводности* $a_i = \frac{\lambda_i}{C_{n_i}}$; последнему соответствует «массовый» аналог - отношение коэффициента молекулярной диффузии к пористости $D_{м_i}/n_i$, как это ясно при сопоставлении уравнений вида (6.21) и (6.53) при $v = 0$ (т.е. в случае отсутствия конвекциями).

Формальная аналогия между физическими параметрами, однако, не распространяется на соотношение их абсолютных величин. Так, например, для характерных значений коэффициентов теплопроводности песчано-глинистых и карбонатных горных пород ($\lambda \approx$ 0,5÷3,5 Вт/ (м · К) и коэффициентов объемной теплоемкости воды и пласта ($C_в \approx 4{,}2 \cdot 10^6$ Дж/ (кг град), $C_п \approx$ (3÷3,7) 10^6 Дж/ (кг град), коэффициенты термодисперсии D_θ будут находиться в пределах 0,01÷0,08 м^2/сут, а температуропроводности — 0,02÷0,1 м^2/сут; это на два-три порядка выше абсолютных значений их «массовых» аналогов.

Последнее обстоятельство резко меняет соотношение между конвективной и кондуктивной составляющими теплового потока по сравнению с процессом массопереноса. Для схемы фильтрационного переноса тепла в гомогенной среде (например, в однородном песчаном пласте) безразмерный параметр Пекле (см. 6.31) не превышает первых десятков единиц — для характерных условий опытных работ, что говорит о сопоставимости длины зоны рассеяния с общим продвижением вытеснения. в еще большей степени «размывание» фронта происходит при фильтрации в гетерогенных средах, где теплопередача осуществляется одновременно на различных уровнях.

ВОПРОС. Почему применительно к процессам теплопереноса чисто трещиноватые породы долёжны рассматриваться как гетерогенные системы (в отличие от процессов массопереноса)?

6.5.2. Задачи о термометрии скважин

В последнее время термометрия гидрогеологических скважин широко используется для повышения информативности режимных наблюдений гидрогеологической направленности. Особенно эффективно применение термометрии для оценки скоростей перетекания через слабопроницаемые разделяющие слои.

Пусть имеется два водоносных пласта, отделенный друг от друга толщей слабопроницаемых глинистых пород (рис. 6.15). Температура в верхнем пласте θ_1 заметро отличается от температуры нижнего θ_0. Напоры в пластах также существенно различны, в результате чего имеет место перетекание через глинистую толщу с некоторой (неизвестной) скоростью v. Найдем решение, позволяющее определить v [39].

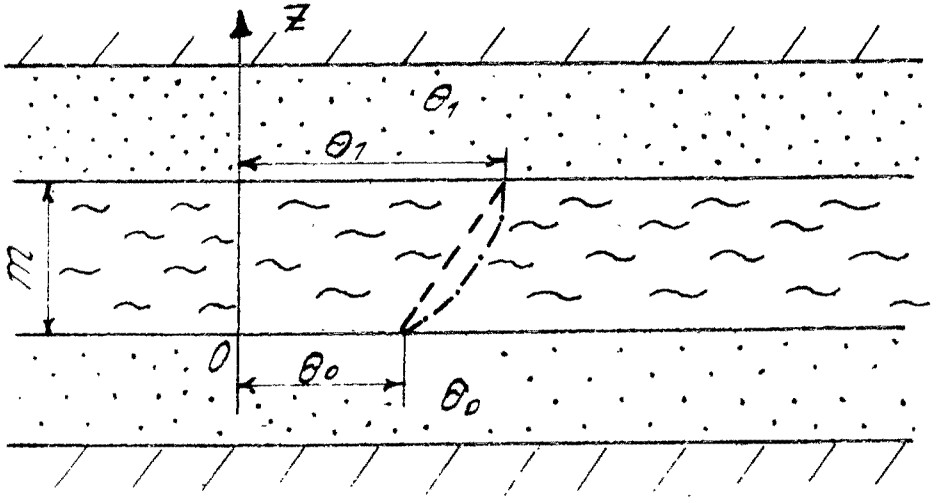


Рис. 6.15. Схема переноса тепла через относительно водоупорный слой

Будем считать тепловой поток стационарным. Тогда, подобно выводу уравнения (6.54), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{C_в v}{\lambda}\frac{d\theta}{dz} = \frac{d^2\theta}{dz^2}. \qquad (6.56)$$

Полагая, что $\frac{d\theta}{dz} = u$ и интегрируя, получаем

$$\frac{d\theta}{dz} = C_1' \exp\left(\frac{C_в \nu z}{\lambda}\right).$$

Повторное интегрирование дает,

$$\theta = C_1 \exp\left(\frac{C_в \nu z}{\lambda}\right) + C_2,$$

где постоянные C_1 и C_2 определяем из граничных условий

$$\theta\Big|_{z=0} = \theta_0; \quad \theta\Big|_{z=m} = \theta_1.$$

Окончательно находим

$$\theta = \frac{\theta_z - \theta_o}{\theta_1 - \theta_0} = \frac{\exp(C_в \nu z/\lambda) - 1}{\exp(C_в \nu m/\lambda) - 1}. \qquad (6.57)$$

Полученное решение используется на практике для определения проницаемости разделяющих слоев по данным термометрии.

На рис. 6.15 показана типовая термограмма, отвечающая решению (6.57): штриховой прямой линией дан график распределения температуры при отсутствии перетекания, когда водоносные слои взаимодействуют только за счет тепловой кондукции. По характеру отклонения термограммы от этой прямой можно судить о направлении перетекания: при вогнутой термограмме (рис. 6.15) оно направлено вниз, а при выпуклой — вверх. Скорость перетекания v находится из решения (6.57), после чего, зная перепад напоров между слоями, можно определить коэффициент фильтрации разделяющего слоя. При чувствительности термодатчиков около 0,01°С таким путем оцениваются даже весьма малые скорости фильтрации — примерно 10^{-4}÷10^{-5} м/сут. Нужно, однако, сказать, что существенные ограничения на точность интерпретации термограмм налегает неоднородность реальных разделяющих слоев, отражающаяся в изменчивости по разрезу как скоростей фильтрации, так и коэффициентов теплопроводности λ. Для прямой оценки коэффициентов теплопроводности наряду с лабораторными испытаниями образцов можно использовать период «выстаивания» скважины, закрытой пробкой от теплообмена с поверхностью.

Еще одно полезное применение термометрии связано с определением скоростей фильтрации в водоносных слоях вблизи поверхностных водоемов (например, бассейнов промышленных стоков). За основу при этом принимают графики сезонных колебаний температуры воды в бассейне и в наблюдательной скважине, фильтр которой находится на глубине, превышающей мощность зоны сезонных колебаний температуры подземных вод. В таком варианте изменения температуры воды в скважине связаны с фильтрацией из водоема.

Если считать, что определяющим фактором теплопереноса является конвекция (что обычно справедливо при скоростях фильтрации 0,1 м/сут и более), а кондуктивным оттоком тепла вверх и вниз от водоносного пласта можно пренебречь (схема одномерного теплопереноса, применимая для достаточно мощных — 10 м и более — пластов), то справедливо следующее соотношение, аналогичное формуле (6.1):

$$v = n_\theta v' = \frac{C_n}{C_в} v' \qquad (6.58)$$

или, приближенно, для характерного значения $C_n/C_в \approx 0{,}7$,

$$v \approx 0{,}7\, v' , \qquad (6.58а)$$

где v' — скорость перемещения пика температурной волны вдоль пласта, определяемая по времени сдвига пиков сезонных колебаний температуры воды в бассейне и в скважине.

Например, при характерных для средней полосы амплитудах сезонных колебаний температуры воды в бассейнах 15°С таким путем удается оценивать осредненные скорости фильтрации на прилегающих к водоему участках шириной до 200 м. Преимуществом такого способа определения скорости фильтрации является также его практическая независимость от степени кольматации дна водоема и (в отличие от резистивиметрии) от состояния фильтров скважины. Объясняется это тем, что сравнительно большие скорости диффузионного (кондуктивного) теплопереноса быстро выравнивают температуры воды по обе стороны кольматирующей пленки или фильтра.

6.6. Определение миграционных параметров лабораторными методами

Теперь настало время поговорить о путях определения исходных данных, используемых при прогнозе массопереноса, среди которых важнейшую роль играют **миграционные параметры** — активная пористость (трещиноватость), коэффициенты молекулярной диффузии и механической дисперсии, параметры сорбции и других массообменных процессов (см. раздел 6.1.3). В основе этих определений лежит запуск **индикаторов** или, в частности, **трассеров** — нейтральной примеси, позволяющей следить за движением меченых частиц жидкости. В качестве индикаторов чаще всего используют слабоконцентрированные растворы солей, содержащие инертные не-

сорбируемые ионы. Наиболее распространена индикация хлор-ионом. При индикации минерализованных вод с высоким содержанием хлоридов используются ионы брома, нитрит- и нитрат-ионы и др. Благодаря легкосли обнаружения в малых концентрациях очень эффективно применение радиоактивных индикаторов, однако с ними нередко связаны различные организационные сложности. Наконец, может применяться и тепловой индикатор - горячая или холодная вода, — если опытная система считается достаточно теплоизолированной и, к тому же, не вносит серьезных искажений естественная (тепловая) конвекция (см. раздел 6.1.2).

Запуски трассеров с целью определения миграционных параметров могут проводиться как в лабораторных, так и в полевых условиях. В частности, для пористых пород, а также для пористых блоков пород с двойной емкостью с успехом могут использоваться лабораторные испытания, проводимые по возможности на образцах ненарушенного сложения (для пород со сцеплением) или, по крайней мере, на образцах, пористость которых отвечает природным условиям (для раздельнозернистых пород). При этом *методика испытаний заметно различается для относительно хорошо- и слабопроницаемых грунтов*: в первом случае режим опыта предполагает заметное или определяющее проявление конвекции, во втором же определяющими являются диффузионные процессы. Ориентировочная граница между этими типами грунтов отвечает проницаемости в 0,01-0,1 м/сут.

6.6.1. Опыты с относительно хорошо проницаемыми грунтами

Эксперименты с раздельнозернистыми грунтами проводятся в фильтрационных колонках (рис. 6.16), длина которых выбирается с таким расчетом, чтобы характерное число Пекле (формула (6.31)) превышало 50-100. Тогда справедливо фундаментальное решение в форме (6.27) — для непрерывного запуска или в виде (6.33) — для пакетного. До подачи индикатора в колонке устанавливается постоянная скорость фильтрации v. В процессе опыта на

выходе из колонки отбирают пробы раствора, по которым строят **выходную кривую** $\bar{c}\,(t)$.

Необходимо предупредить против проведения опыта при излишне больших скоростях фильтрации, намного превышающих ожидаемые натурные скорости. В этом варианте обычно получают заниженные значения параметра активной пористости — вследствие неполного проявления емкости системы (см. раздел 6.1.1). В идеальном случае необходимо провести ряд опытов, понижая скорость фильтрации до тех пор, пока не будет получено асимптотическое значение расчетной активной пористости.

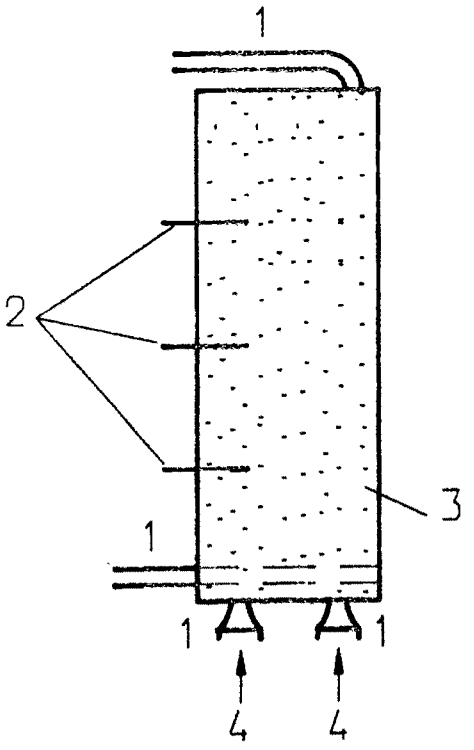


Рис. 6.16. Фильтрационная колонка для проведения индикаторных опытов с песчаными грунтами:
1 - регулирующие краны; 2 - резистивиметры; 3 - образец; 4 - ввод чистой воды и индикаторного раствора

Для обработки опыта по решению (6.27) опытная кривая представляется в графическом виде в координатах $\xi\sqrt{t} \div t$ (рис. 6.17). Величины $\xi(t)$ определяют по таблицам функции *erfc* ξ, исходя из известных значений относительной концентрации на выходе $\bar{c}$ (t). Так как

$$\xi\sqrt{t} = \frac{L - v\,t/n}{2\sqrt{D/n}} \qquad (6.59)$$

(L — длина колонны), график должен быть прямолинейным, и тогда точке пересечения графика с осью времени t_n отвечает равенство

$$n = \frac{v\,t_n}{L}. \qquad (6.60)$$

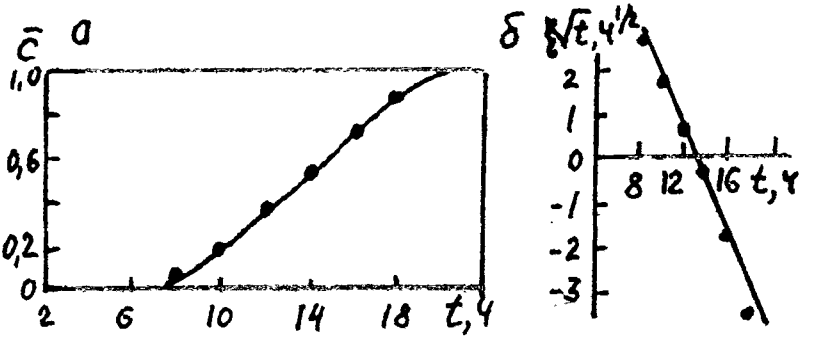


Рис. 6.17. Выходная кривая миграционного опыта (а) и ее представление в «спрямляющих» координатах (б)

По углу наклона графика определяют коэффициент гидродисперсии D. Прямолинейность опытного графика в выбранных координатах является сама по себе важнейшим диагностическим признаком, позволяющим оценить надежность выбранной расчетной схемы.

При пакетном запуске активная пористость определяется по времени прихода пика индикаторной волны t_{max}: согласно (6.33)

$$n = \frac{v\,(t_{max} - 0{,}5\,t_0)}{L}. \qquad (6.61)$$

Величину D нетрудно подобрать из решения (6.33). Не будем, однако, забывать, что для однородных песчаных пород определение коэффициента продольной дисперсии $Д$ обычно лишено практического смысла (см. раздел 6.3).

После опытов с инертными индикаторами (например, ион хлора) проводится серия аналогичных экспериментов с конкретными сорбируемыми компонентами. Определяемое при этом значение эффективной пористости $n_э$ позволяет найти — согласно формуле (6.11) — коэффициент распределения $K_г$. Здесь, однако, существенным осложняющим моментом может оказаться проявление кинетики сорбции (см. раздел 6.1.3), требующее интерпретации опыта по специальной схеме [21]. Важнейшим диагностическим признаком, выявляющим значение кинетики сорбции, является выполаживание выходной кри-

вой, в результате чего она оказывается непараллельной кривой несорбируемого индикатора (рис. 6.18).

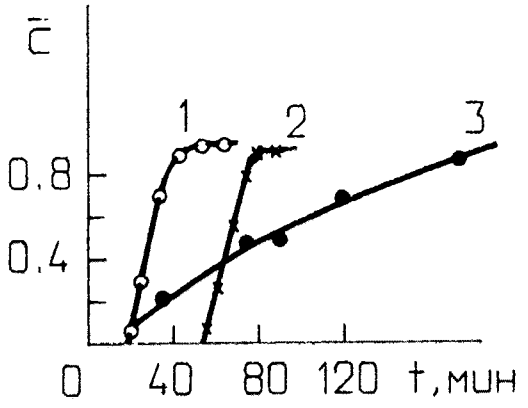


Рис. 6.18. Характерные выходные кривые для индикатора:
1 - несорбируемого (ион хлора); 2 - условного сорбируемого, при равновесной сорбции; 3 - сорбируемого (полиакриламид), при проявлении кинетики сорбции

6.6.2. Опыты с относительно слабопроницаемыми грунтами

Эксперименты с существенно глинистыми грунтами проводятся в фильтрационных установках на образцах небольшой длины — порядка нескольких сантиметров. Специфика экспериментов, помимо их большой продолжительности, обусловлена повышенной чувствительностью экспериментальной схемы к колебаниям граничных условий. Так, отбор проб раствора может заметно влиять на массоперенос в образце, так как время накопления фильтрата в объеме пробы может быть соизмеримым с общей продолжительностью эксперимента. В этих условиях предпочтение должно отдаваться опытным схемам, позволяющим оценивать концентрацию непосредственно в выходной камере прибора. Кроме того, поддержание у входа в образец постоянной концентрации c_0 отнюдь не является свидетельством выполнения на входном сечении условия первого рода $c(0, t) = c_0$, принимаемого в выводе фундаментального решения (6.26). На самом деле, вследствие влияния диффузии и механической дисперсии, здесь обеспечивается более сложное граничное условие III рода:

$$\left| v(x,t) - D\frac{\partial c(x,t)}{\partial x} \right|_{x \to 0} = v c_0 , \qquad (6.62)$$

требующее применения иной интерпретационной схемы [21].

ВОПРОС. В чем физический смысл условия (6.62)? (см. также уравнение (6.19)).

В опытах с сорбируемыми компонентами, кроме того, обычно приходится учитывать кинетику сорбции (см. раздел 6.1.3). Поэтому

сорбционную емкость пород более эффективно можно определить в процессе молекулярно-диффузионной пропитки образца ($v = 0$), омываемого раствором с заданной исходной концентрацией. Зная количество соли, поступившей из раствора в образец к моменту достижения концентрационного равновесия, нетрудно подсчитать сорбционную емкость и коэффициенты распределения.

По сходной экспериментальной схеме, но в ином режиме насыщения образца веществом ведется определение коэффициента молекулярной диффузии. Для этого образец горной породы погружают в сосуд, заполненный исследуемым раствором (объемом V, соизмеримым с объемом порового пространства), исходная концентрация компонентов в котором c_0. Жидкость в сосуде в процессе опыта постоянно перемешивается, и поэтому текущая концентрация вещества в растворе c равна концентрации вещества на поверхности образца. Для опытных оценок используют результаты наблюдений за уменьшением концентрации компонентов в жидкости, окружающей образец, — по датчикам, не требующим отбора проб. Исходное балансовое уравнение, с учетом закона Фика, имеет вид:

$$-v\frac{\partial c}{\partial t} = -D_м\,\omega\frac{\partial c_б}{\partial l}\Big|_{l=0} \equiv Q_б,$$

где левая часть отвечает скорости убыли вещества из раствора, а правая — массовому потоку внутрь образца через его поверхность ω;

$c_б(l, t)$ — текущая концентрация компонентов в образце;

l — внутренняя нормаль к поверхности образца.

Величину $Q_б$ находим из решения уравнения молекулярно-диффузионного переноса в блоке. Так, если для интерпретации результатов использовать начальные моменты времени, когда диффузионным потоком охватывается лишь внешняя часть образца, то можно предположить, что перенос осуществляется по независимым прямолинейным траекториям; тогда справедливо дифференциальное уравнение одномерного массопереноса (см. 6.34):

$$n_0\frac{\partial c_б}{\partial t} = D_м\frac{\partial^2 c_б}{\partial l^2};$$

для плоского тонкого образца это уравнение справедливо практически для любых моментов времени.

Запишем краевые условия (для образца толщиной m):

$$c\Big|_{t=0} = c_0\,;\; c_б\Big|_{t=0} = 0\,;\; c_б\Big|_{l\to\infty} = c_б\Big|_{l=m/2} = 0\,;\; c_б\Big|_{l=0} = c$$

Преобразуем исходные уравнения по Лапласу-Карсону (см. раздел 4.2) и решим полученную систему уравнений при заданных кра-

евых условиях. В результате приходим к изображениям для функции c:

$$\tilde{c} = \frac{c_0}{1 + \alpha\sqrt{t_p}},$$

где $\alpha = \frac{\omega\sqrt{D_м n_0}}{V}$. Для этого изображения существует табличный оригинал [16]:

$$c = c_0 e^{\alpha^2 t} erfc(\alpha\sqrt{t}).$$

При $\alpha^2 t < 0{,}1$ функция c имеет асимптотическое представление:

$$c \approx c_0 (1 - 2\alpha)\sqrt{t/\pi}.$$

Для обработки опытных результатов строится график зависимости $\left(1 - \frac{c}{c_0}\right) \div t$, который должен иметь прямолинейный вид. По тангенсу угла φ наклона прямой к оси абсцисс рассчитывается коэффициент молекулярной диффузии:

$$D_м = \frac{\pi V^2 t g^2 \varphi}{4\omega^2 n_0}. \qquad (6.63)$$

Временная оценка применимости предлагаемой расчетной схемы определяется критерием (6.48) или (6.49) для схемы неограниченной емкости; из него видно, что таким образом можно интерпретировать довольно продолжительные опыты даже с образцами небольших (несколько сантиметров) размеров.

6.7. Полевые опытно-миграционные работы

6.7.1. Общие вопросы индикаторного опробования водоносных пластов

Определение миграционных параметров в полевых условиях проводятся посредством запуска индикатора в пласт через опытные скважины с последующим его улавливанием по соседним скважинам. Опыты можно проводить как в естественном, так и в нарушенном (путем откачки ил инагнетания) потоке, причем наиболее досто-

верны эксперименты в возмущенном потоке. Они отличаются более четкой фильтрационной картиной, позволяют увеличить размеры зоны опробования и тем самым снизить влияние масштабных эффектов. Кроме того, важно, что они позволяют одновременно изучать фильтрационные характеристики участка, необходимые для интерпретации индикаторного опробования. Однако и эти эксперименты не свободны от серьезных недостатков, нередко сильно ограничивающих их ценность.

Говоря ранее об определении фильтрационных параметров, мы подчеркивали, что в подавляющем большинстве случаев их надежная оценка возможна лишь на основе полевых опытных работ. Существенно иначе обстоит дело с миграционными параметрами, когда речь идет об их определении для комплексов пористых песчано-глинистых пород. Здесь полевые работы часто либо вообще неэффективны, либо не имеют ощутимых преимуществ в сравнении с лабораторными методами. В частности, опыт показывает, что активная пористость песков, определяемая опытными запусками индикатора в пласт, оказывается, как правило, резко заниженной (подчас — в несколько раз). Объясняется это в первую очередь фильтрационной неоднородностью реальных водоносных пластов.

Рассмотрим, например, двухслойный (слои 1 и 2) пласт, изображенный на рис. 6.19. Пусть проницаемости k_1 и k_2 различаются в пять раз, а мощности находятся в обратном отношении. Значения активной пористости (n) будем считать равными. Индикатор подается в виде «пакета» вместе с водой, нагнетаемой в скважину A, и улавливается в скважине $Б$. Первая «волна» индикатора будет принесена в скважину $Б$ по более проницаемому слою 1 через время $t_1 = Ln/v_1$, откуда сразу определяется активная пористость n, если задана скорость фильтрации этого слоя v_1. На деле, однако, обычно известна усредненная по всему пласту скорость фильтрации, которую определяют исходя из решения соответствующей плановой задачи. Поэтому вместо действительного значения n, пропорционального величине k_1, будет получено расчетной значение n_p, пропорциональное усредненному коэффициенту фильтрации $k_{cp} = (k_1m_1 + k_2m_2)/(m_1 + m_2)$. Следовательно,

$$\frac{n_p}{n}=\frac{k_{cp}}{k_1}=\frac{k_1 m_1+k_2 m_2}{(m_1+m_2)k_1}=\frac{m_1}{m_1+m_2}+\frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{k_2}{k_1} \qquad (6.64)$$

в нашей задаче составит 1/3. Итак, получаемое значение активной пористости занижено в три раза. Из формулы (6.64) также видно, что наличие тонких хорошо проницаемых прослоев ($m_1 << m_2$) может приводить к занижению активной пористости примерно в k_1/k_2 раз (при близких значениях n_1 и n_2).

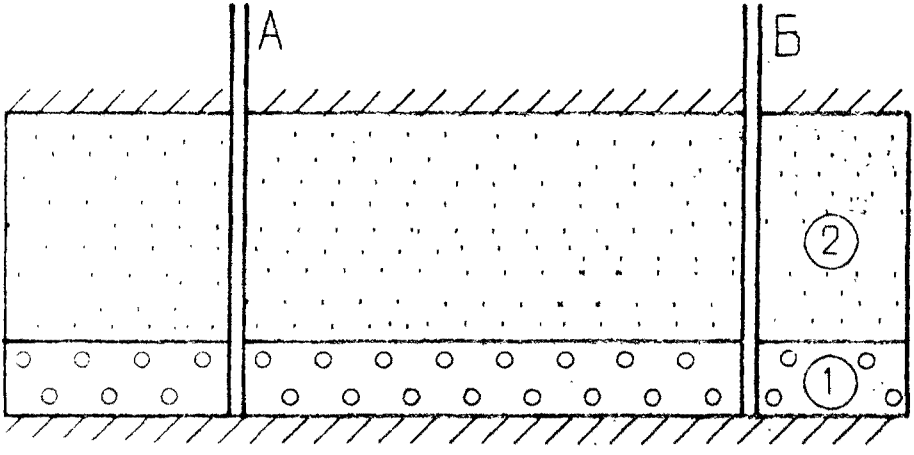


Рис. 6.19. Схема опробования двухслойного водоносного пласта

Таким образом, для расшифровки результатов проведенного эксперимента необходима послойная оценка проницаемости, что, однако, практически исключается при общепринятой методике проведения опытно-фильтрационных работ.

Важно, что профильная фильтрациоынная неоднородность — отнюдь не единственная причина больших погрешностей в определяемых значениях миграционных параметров. С такими погрешностями приходится сталкиваться и при индикаторном опробовании даже однородных песков. Объясняется это тем, что за время опробования, при относительно высоких скоростях фильтрации, индикатор проникает лишь в ограниченную часть порового пространства (см. раздел 6.1.1).

С другой стороны, напомним, что в песчано-глинистых грунтах определение коэффициента микродисперсии обычно лишено практического смысла (см. раздел

6.3), а основной прогнозный параметр — активная пористость, близкая к общей пористости, — вполне уверенно определяется лабораторными экспериментами и даже по аналогии. Все это подтверждает весьма ограниченную ценность полевых опытно-миграционных работ (ОМР) в толщах пористых песчано-глинистых пород.

Совсем другое дело — трещиноватые породы. С одной стороны, два основных параметра — активная трещиноватость и коэффициент микродисперсии* — практически неопределяемы в лабораторных условиях. С другой стороны, именно трещиноватые породы являются наиболее быстрыми транспортерами вещества в подземных водах. Все это делает полевые опыты с индикаторами необходимым элементом изучения миграционных свойств трещиноватых горных пород.

6.7.2. Методика полевого индикаторного опробования

Опытные полевые скважины лучше всего приурочивать к участкам проведения кустовых откачек, с тем чтобы считать фильтрационные параметры пласта известными. Кроме того, при этом можно использовать часть скважин фильтрационного куста. Нужно, однако, иметь в виду, что требования к расположению и оборудованию скважин для миграционного опробования могут существенно отличаться от требований к опытно-фильтрационным работам. Прежде всего это относится к масштабам опробования: даже в трещиноватых породах, характеризующихся относительно большими действительными скоростями фильтрации, область влияния эксперимента обычно ограничивается первыми десятками метров (при продолжительности опыта, измеряемой первыми сутками). С другой стороны, ОМР требуют очень детальной расшифровки профильной фильтрационной неоднородности опробуемого разреза (см. раздел 6.4). Для этого можно с успехом использовать гидрогеофизические методы, особенно расходометрию и резистивиметрию. Обнаруживая с их помощью наиболее фильтрующие зоны, можно затем

* Напомним, что коэффициент дисперсии - необходимый параметр для прогнозов переноса в трещиноватых породах.

участь реальную фильтрационную неоднородность и при выделении интервалов опробования, и при интерпретации опыта.

Рассмотрим теперь возможные схемы собственно индикаторного поробования в нарушенном фильтрационном потоке, когда индикатор запускают в условиях режима фильтрации, близкого к стационарному (квазистационарному).

ЗАДАНИЕ. Покажите, что последнее условие нетрудно выполнить на практике, ибо скорость распространения фильтрационных возмущений существенно выше, чем у индикаторных возмущений. Используйте для этого формулу (4.18) в сопоставлении с характерными масштабами конвективного переноса (за одно и то же расчетное время t).

При проведении ОМР в точке ввода индикатора в водоносный пласт создается один из следующих **концентрационных режимов**:

1 мгновенный подъем концентрации индикатора и поддержание ее неизменного значения в период всего опыта;

2 пакетный ввод — поддержание постоянной концентрации только в течение определенного времени запуска;

3 импульсный ввод — создание больших концентраций индикатора за весьма малый промежуток времени, в течение которого весь индикатор поступает в пласт.

От типа входного индикаторного сигнала в значительной степени зависят информативность опыта по отношению к определяемым миграционным параметрам, а также простота и доступность обработки кривых «отклика». В частности, при применении пакетного и, особенно, импульсного режимов ввода в условиях больших разбавлений индикатора, а также в средах с высокими рассеивающими (например, в трещиновато-пористых породах) или поглощающими свойствами, надежность опыта резко падает и существенно ограничивается чувствительностью способов индикации.

По типу **фильтрационного возмущения** возможны различные схемы миграционного опробования. В некоторых случаях опыт проводят в фильтрационном потоке, создаваемом откачивающей скважиной, когда запуск индикатора осуществляется в близрасположенную наблюдательную скважину, а регистрация — в откачиваемой воде. При этом можно использовать для опыта эксплуатационные дренажные скважины рудников, водозаборные скважины хозяйственного назначения и т.п. Однако такая экспериментальная схема обладает рядом недостатков, из которых основными являются сильное разбавление индикатора в откачиваемой воде и весьма малое время для его регистрации (при обычно применяемых пакетном и импульсном запусках).

ЗАДАЧА. Покажите, что в этом опыте коэффициент разбавления имеет порядок $\frac{\pi r}{d_c}$ (r — удаление наблюдательной скважины от центральной, d_c — даметр наблюдательной скважины). Не забудьте при этом учесть коэффициент искажения потока вблизи наблюдательной скважины (см. раздел 6.1.4).

Учитывая отмеченные недостатки опытов с откачивающей скважиной, наиболее широко стали проводить эксперименты по схеме нагнетания (налива) индикаторного раствора в центральную скважину с последующим прослеживанием его распространения в пласте по наблюдательным скважинам. Интерпретация таких опытов ведется по аналитическим зависимостям для плоскорадиальной миграции, которые получают аналогично приведенным ранее зависимостям для конвективно-дисперсионного массопереноса (см. разделы 6.3 и 6.4) или конвективно-кондуктивного теплопереноса (см. раздел 6.5) — в случае использования теплового индикатора. При этом можно применять различные физические модели, отвечающие конкретным условиям эксперимента. Так, запуск солевого индикатора в пласт трещиноватых пород описывается расчетной схемой микродисперсии, т.е. решением, подобным формуле (6.27). Более того, можно использовать это решение и непосредственно, аналогично интерпрета-

ции лабораторных экспериментов (см. раздел 6.6), если заменить в нем скорость фильтрации $v(r)$ условной средней величиной

$$v_p = 2\, v(r) = \frac{Q_c}{\pi r m}, \qquad (6.65)$$

где r — расстояние от центральной скважины (работающей с постоянным расходом Q_c) до наблюдательной;

m — мощность пласта.

При использовании солевого индикатора в трещиновато-пористых породах опробование обычно протекает в рамках расчетной схемы неограниченной емкости (см. раздел 6.4), в чем нетрудно убедиться с помощью критерия (6.49). Для интерпретации поэтому можно использовать решение (6.47), заменяя в нем x на r, а v — на v_p согласно формуле (6.65).

При всех достоинствах у рассмотренной схемы опробования имеются и свои дефекты - резкая неравномерность поля скоростей фильтрации с быстрым их падением по мере удаления от центральной скважины, а также искажающая роль естественного потока, влияющего на перенос индикатора в краевых частях опробуемой зоны. Приходится, кроме того, считаться и с техническим несовершенством систем слежения за индикаторной меткой в пласте по наблюдательным скважинам (см. разд. 7.3.2).

Улучшение ситуации с этих позиций может быть достигнуто проведением опыта по двухскважинной (дуплетной) схеме, когда индикатор запускается в нагнетательную скважину*, а его регистрация производится в воде откачивающей скважины. Тем самым резко сокращается требуемый для опыта объем бурения. Дуплетная схема весьма эффективна при опробовании глубоко залегающих водоносных горизонтов, когда оперативный отбор гидрохимических проб связан со значительными техническими трудностями.

* Благодаря «замыканию» всех меченых индикатором линий тока на откачивающей скважине, при дуплетном опробовании обеспечивается наилучшее, в определенном смысле, осреднение характеристик изучаемой среды в пределах области влияния опыта.

Более подробно вопросы постановки и интерпретации ОМР рассмотрены в разделе 7.3.

На этом, собственно, изложение гидродинамических основ теории тепло- и массопереноса можно считать законченным. Напомним, однако, что мы договорились включить в эту главу и материал, касающийся еще одной специальной проблемы, — влагопереноса в ненасыщенных грунтах. Ей будут посвящены заключительные разделы главы.

6.8. Физические основы влагопереноса в горных породах при неполном водонасыщении

Рассмотрение терии влагопереноса имеет первостепенное значение для анализа динамики влаги в зоне аэрации при гидрогеологическом изучении ряда важных практических проблем. Среди них:

1 изучение условий питания подземных вод;

2 прогнозная оценка связи подземных вод с вновь создаваемыми водоемами или водотоками;

3 обоснование схем искусственного пополнения подземных вод;

4 изучение «защитных» свойств пород зоны аэрации с позиций возможного загрязнения подземных вод;

5 гидрогеологические исследования на мелиорируемых территориях;

6 изучение режима влажности грунтов в связи с решением различных задач инженерной геологии (имея в виду прежде всего, что от этого режима во многом зависят изменения прочностных и деформационных характеристик грунтов).

Значимость этих проблем и специфика изучаемых процессов требуют, вообще говоря, выделения теоретических основ влагопереноса в специальную главу нашего курса. Мы, однако, не будем этого делать, и прежде всего потому, что теория здесь по ряду объективных причин пока слишком слабо увязывается с практикой современных гидрогеологических исследований. Соответственно,

мы ограничимся в данной книге лишь самыми общими положениями этой теории.

6.8.1. Общая энергетическая характеристика процесса влагопереноса

В отличие от фильтрации в водонасыщенных породах, для влагопереноса в зоне аэрации характерно наличие в поровом пространстве горных пород двух фаз — воды и воздуха*, причем последний, находясь в свободном состоянии**, образует непрерывную фазу и обычно имеет прямую связь с атмосферным воздухом. При этом соотношение фаз, т.е. степень водонасыщения, является тем определяющим фактором в процессе влагопереноса, от которого зависят характер и интенсивность внутренних сил, действующих на частицы жидкости в порах. Чем меньше степень насыщения данного грунта, тем сложнее в целом комплекс этих сил и, соответственно, механизм переноса влаги: все большую роль начинает играть перемещение парообразной воды, — наряду с другими факторами, взаимосвязанными с массовым потоком (температурными, электрокинетическими, электромагнитными, химическими). Однако в условиях пород со сравнительно высокой влажностью (большей максимальной молекулярной влагоемкости), обычно характерной для зоны аэрации, главное значение сохраняется за силами гравитации, а также капиллярными и сорбционными силами***. Так как в пределах каждого равномерно насыщенного элементарного объема грунта (рассматриваемого изолированно от смежных объемов) последние две силы направлены на удержание воды в порах, но их суммарное влияние принято характеризовать **сорбционно-капиллярным потенциалом поровой влаги** — работой необходимой для извлечения из грунта некоторой (например, единичной) массы

---

* Возможны и другие газообразные компоненты (например, пары воды).

** Сказанное не исключает существования здесь воздуха также в защемленном, растворенном и адсорбированном состояниях, однако принципиальным является наличие именно свободного воздуха.

*** Это справедливо, во всяком случае, для незасоленных грунтов, при фиксированных объеме и температуре.

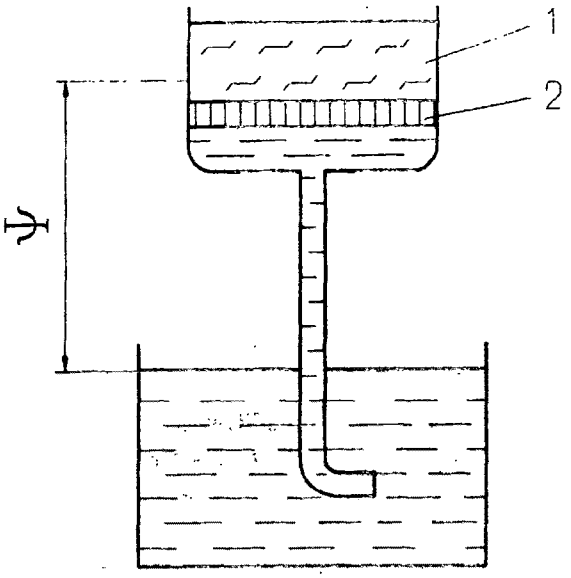


Рис. 6.20. Схематическое представление измерения всасывающего давления: 1 - образец; 2 - тонкопористая мембрана

жидкости. Практически измеряется не работа, а ее эквивалент, приходящийся на единицу объема воды, — давление, которое принято называть **всасывающим давлением**: если отнести его к единице веса воды и, по аналогии, с пьезометрической высотой, ввести **высоту всасывания** Ψ, то она будет выражаться в метрах водяного столба. Схематически такой водяной столб может быть представлен [6] на простейшей механической модели (рис. 6.20), где Ψ — предельная равновесная высота подъема образца водонасыщенного грунта относительно уровня в сосуде, при которой трубка остается еще целиком заполненной водой (нет поступления воздуха через образей).

ВОПРОС. Что заставляет воду в трубке удерживаться над уровнем в сосуде?

В этом примере величина Ψ отвечает предельной высоте капиллярного поднятия (капиллярной каймы) для испытуемого грунта. Если же под образец положить тонкопористую мембрану, пропускающую воздух, и снабдить трубку ртутным манометром, то показания манометра в такой системе будут отвечать всасывающему давлению грунта при заданной влажности (в том числе - и меньшей полной влагоемкости).

Всасывающее давление, таким образом, отсчитывается от уровня свободной жидкости при атмосферном давлении, но занимает отрицательную часть шкалы давле-

ний, принятой в гидрогеологии (например, значение высоты всасывания, равное 5 м, отвечает на этой шкале отметке — 5 м).

ПРИМЕР. Изготовьте несколько образцов, заключенных в водопроницаемые жесткие обоймы, из одной и той же глины, но подсушенной до различных степеней увлажнения. Помещая образцы под вакуумный колпак, фиксируйте значение вакуума, при котором грунт начинает отдавать воду, - оно отвечает величине всасывающего давления. Последнее, как вы убедитесь, будет уменьшаться с увеличением влажности образцов. Сопоставьте данную экспериментульнаю схему с изображенной на рис. 6.20. Отмечая их принципиальную идентичность с точки зрения оценки величины всасывающего давления, обратите, вместе с тем, внимание на трудности устранения искажающих факторов при реализации схемы на рис. 6.20, обусловленных необходимостью достижения конечного равновесного состояния; в частности, для этого может потребоваться очень много времени.

ВОПРОС. Два однотипных образца — один песчаный, другой глинистый, характеризующиеся близкими значениями пористости (примерно 0,45) и степени водонасыщения (0,7÷0,8), приводятся в соприкосновение друг с другом, причем поверхность контакта занимает вертикальное положение. Изменится ли после этого распределение влаги, и если да, то почему?

Для данной горной породы значение всасывающего давления зависит от влажности, изменяясь от нуля при полном подонасыщении до N (10÷100) мПа для «сухих» грунтов (а то и до 10^3 мПа — для грунта, высушенного при температуре 105°С). Однако в диапазонах влажности, наиболее характерных для зоны аэрации, всасывающее давление обычно не превышает 0,1 мПа.

Зависимость всасывающего давления от влажности W является важнейшей исходной характеристикой грунта (точнее — показателем свободной энергии грунтовой влаги) при оценках влагопереноса; некоторые характерные кривые $\Psi(W)$ приведены на рис. 6.21 [6]. Видно, что зависимость $\Psi(W)$ резко нелинейна. Кроме того, эта зависимость обычно характеризуется сильно выраженным гистерезисом; при уменьшении влажности (осушении грунта) всасывающее давление заметно больше (не-

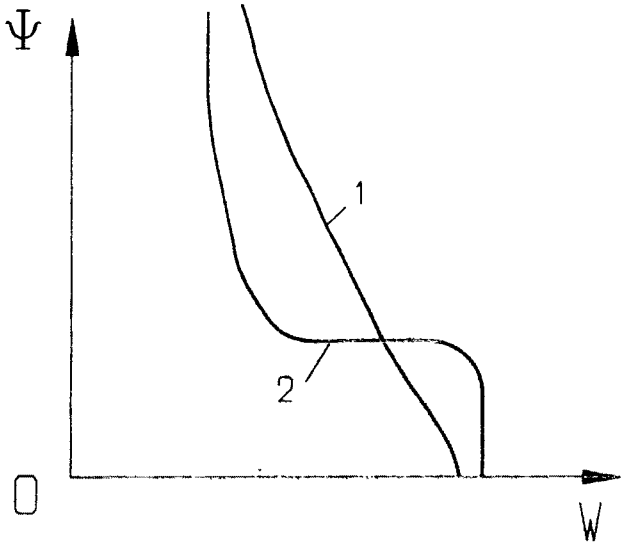


Рис. 6.21. Характерные графики зависимости всасывающего давления от влажности для грунта:
1 - однородного; 2 - неоднородного

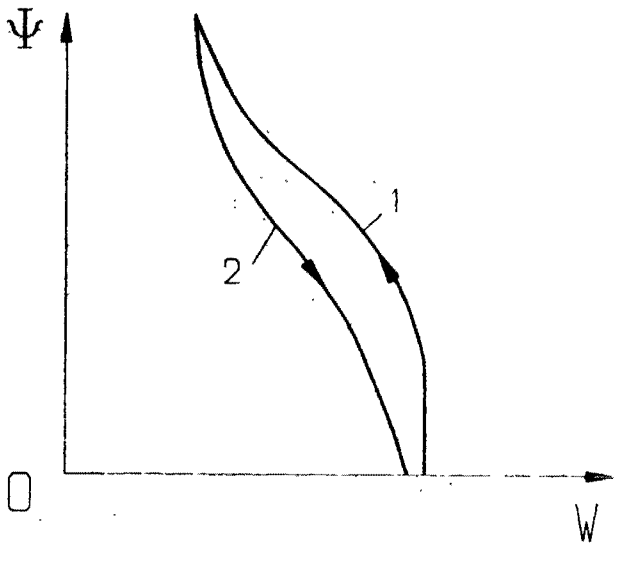


Рис. 6.22. Графики зависимости всасывающего давления от влажности при осушении (1) и водонасыщении (2)

редко в несколько раз), чем при увлажнении (рис. 6.22). Гистерезис объясняется различными формами менисков (углами смачивания) при осушении и увлажнении, а также наличием тупиковых пор, в которых при осушении остается вода.

При достаточно высоких влажностях, характерных для зоны аэрации, значение капиллярно-сорбционного гистерезиса, однако, не столь существенно (по крайней мере, в достаточно однородных гомогенны грунтах).

Зависимость всасывающего давления от влажности в полевых условиях можно было бы определить по известному распределению влажности над уровнем грунтовых вод при отсутствии испарения или инфильтрации. Однако та-

кое равновесное состояние режима влаги в зоне аэрации встречается редко и поэтому чаще всего приходится ориентироваться на замеры не только влажности, но и непосредственно всасывающего давления. Для этого применяется специальный прибор — тензиометр, схема которого основывается на том же принципе, что и в описанной выше механической модели на рис. 6.20, причем роль мембраны играет устанавливаемый в грунт керамический наконечник.

В лабораторных условиях в этих целях используются мембранные прессы: вода вытекает из образца до тех пор, пока разность между внешним давлением (создаваемым нейтральным газом) и давлением под тонкопористой мембраной не достигает значения всасывающего давления.

Удобной суммарной энергетической характеристикой, объединяющей силы всасывания и гравитации, является напорная функция (напор). Если отсчитывать значения давлений от атмосферного и помнить о том, что всасывающее давление отражает отклонения от атмосферного в меньшую сторону, то, по аналогии с формулой (1.8),

$$H = -\Psi + z\,. \qquad (6.66)$$

На депрессионной кривой $\Psi = 0$ и $H = z_g$ (z_g — отметка свободного уровня). Выше, в пределах капиллярной каймы, где влажность близка к влажности водонасыщенных пород, в равновесных условиях имеет место линейный рост всасывающего давления с высотой ($\Psi = z - z_g$, т.е. по-прежнему $H = z_g$). Наконец, за пределами капиллярной каймы всасывающее давление, а с ним и напор меняются с высотой в зависимости от влажности. Таким образом, обеспечивается непрерывность функции напора при переходе от зоны насыщения к зоне аэрации.

6.8.2. Закон движения влаги*

Экспериментальными исследованиями установлено, что при неполном водонасыщении движение влаги подчиняется закономерности, идентичной закону Дарси (1.54):

---

* Принимается допущение, что влиянием на процесс влагопереноса движения воздуха можно пренебречь.

$$v = -k(W)\frac{\partial H}{\partial l}, \qquad (6.67)$$

где, однако, коэффициент пропорциональности $k(W)$ не является константой, но зависит от влажности. Его принято называть **коэффициентом влагопереноса**.

ЗАДАНИЕ. По аналогии с коэффициентом фильтрации, обсудите физической смысл коэффициента влагопереноса.

ЗАДАЧА. Рассмотрите движение воды в тонкой трубке, средняя часть которой занята воздухом (рис. 6.23). Действуя по аналогии с выводом формулы Гагена-Руазейля (см. раздел 1.1.5), получите формулу [27]

$$Q = \frac{\pi\rho g I}{8\mu}\left[(R^2 - R_0^2)(R^2 - 3R_0^2) + 4R_0^4 \ln(R/R_0)\right].$$

Так как

$$\frac{R_0}{R} = \frac{\sqrt{\pi R_0^2}}{\sqrt{\pi R^2}} = \sqrt{1 - \overline{W}},$$

где W — относительная влажность, то

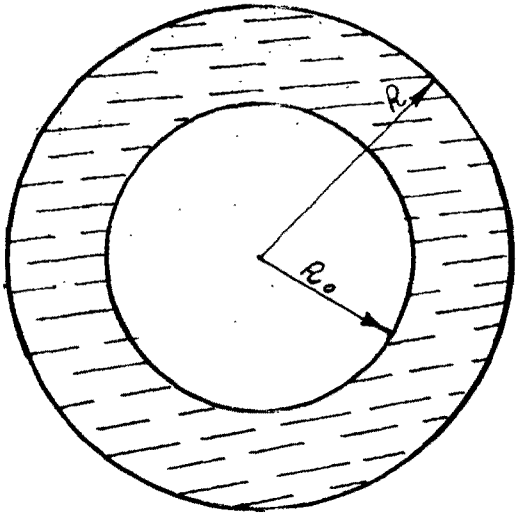


Рис. 6.23. Схема влагопереноса в трубке, частично заполненной воздухом

$$\frac{Q}{Q|_{\overline{W}=1}} = \overline{W}(3\overline{W} - 2) - 2(1 - \overline{W})^2 \ln(1 - \overline{W}) \approx \approx \overline{W}^n (n \approx 3{,}5)$$

(справедливость последней аппроксимации нетрудно проверить численно).

Экспериментальные данные показывают, что зависимость коэффициента влагопереноса от относительной влажности $\overline{W}$ имеет вид:

$$k = k^0 \overline{W}^n, \qquad (6.68)$$

где k^o — коэффициент влагопереноса при полном водонасыщении (коэффициент фильтрации), а относительная влажность $\overline{W}$ определяется формулой

$$\overline{W} = \frac{W - W_0}{W_n - W_0},$$

где W — текущее значение влажности;
W_n — полная влагоемкость;
W_o — влажность, при которой движение влаги в рассматриваемых условиях практически отсутствует (т.е. $k = 0$).

Показатель степени n в формуле (6.68) для однородных грунтов изменяется обычно в пределах 3÷4, однако в неоднородных (гетерогенных) фильтрующих средах значение n может существенно превышать эти цифры. Например, при наличии в грунте отдельных крупных пор и каналов даже незначительное уменьшение влажности (за счет стекания воды из этих каналов) приводит к резкому падению величины k. По этой же причине в таких грунтах отмечаются сильные гистерезисные явления: для одной и той же влажности коэффициент влагопереноса при увлажнении может оказаться намного больше, чем при осушении.

Зависимость коэффициента влагопереноса от влажности $k(W)$ является еще одной важной характеристикой грунтов при неполном водонасыщении. Обратим внимание на резко нелинейный характер этой зависимости: например, падение относительной влажности на 20% (от 1 до 0,8) приводит к уменьшению коэффициента влагопереноса в два и более раз.

Зависимость $k(W)$ можно определить, задавая различные значения расхода влаги через колонну грунта и добиваясь стационарного режима влагопереноса в ней.

Пользуясь связью (6.66), перепишем теперь выражение для скорости влагопереноса (6.67) в координатной форме:

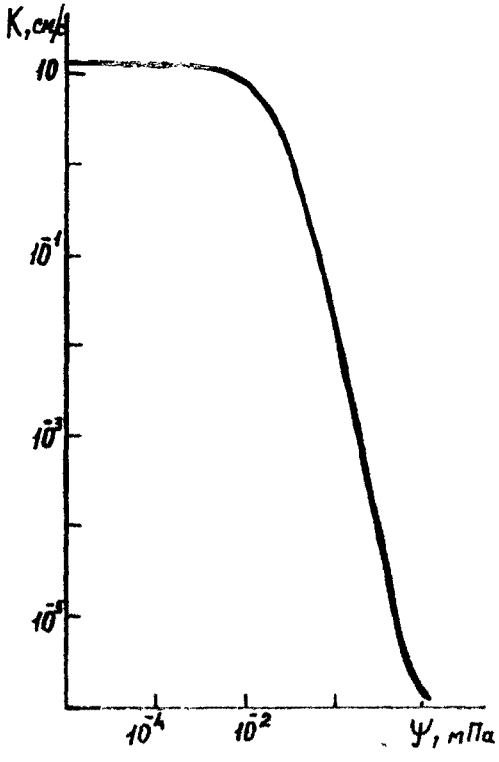


Рис. 6.24. Характерная опытная кривая зависимости коэффициента влагопереноса от всасывающего давления [6]

$$\begin{cases} v_x = k\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}; \\ v_y = k\dfrac{\partial \Psi}{\partial y}; \\ v_z = k\left[\dfrac{\partial \Psi}{\partial y} - 1\right] \end{cases} \qquad (6.69)$$

(при оси z, направленной вверх). Здесь скорость дается как функция всасывающего давления, а параметр среды - коэффициент влагопереноса — зависит от влажности. Поэтому наряду с зависимостью $k(W)$ может представлять интерес связь коэффициента влагопереноса с всасывающим давлением $k(\Psi)$. Характерная кривая $k(\Psi)$ приведена на рис. 6.24 [6]; она также резко нелинейна. Для подобных кривых предлагается аппроксимация [34]:

$$k = \frac{k^0}{1 + \alpha \Psi^m}, \qquad (6.70)$$

где для песков $m \approx 4$, для тяжелых суглинков $m \approx 2$.

Кроме того, основные уравнения движения влаги (6.69) могут быть переписаны в виде функциональных зависимостей скорости влагопереноса от влажности грунта. В самом деле, для пространственной производной сложной функции $\Psi[W(x, y, z, t)]$ имеем:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial l} = \frac{\partial \Psi}{\partial W}\frac{\partial W}{\partial l} = \frac{\partial W}{\partial l}\frac{d\Psi}{dW},$$

где в силу однозначности связи $\Psi(W)$ (при безгистерезисных процессах) частная производная Ψ'_W заменена полной производной $\frac{d\Psi}{dW}$. Используя подобные выражения в уравнениях (6.69), приходим к форме записи уравнения движения влаги, в которой скорость и параметры влагопереноса оказываются зависящими от одной и той же переменной — влажности грунта:

$$\begin{cases} v_x = -D_W(W)\dfrac{\partial W}{\partial x} \\ v_y = -D_W(W)\dfrac{\partial W}{\partial y} \\ v_z = -D_W(W)\dfrac{\partial W}{\partial z} - k(W) \end{cases}, \qquad (6.71)$$

где

$$D_W = -k\frac{d\Psi}{dW} = k\left|\frac{d\Psi}{dw}\right| — \qquad (6.72)$$

параметр, называемый **коэффициентом влагопроводности**, или **капиллярной диффузивностью**. Второе из этих наименований проводит параллель между выражениями (6.71) и законом Фика (6.13) для диффузии солей, обусловленной, как мы знаем, градиентом концентрации. Здесь же можно говорить о диффузии влаги, вызванной наличием градиента влажности. Происхождение первого наименования станет яснее, если ввести коэффициент влажностной емкости $\eta_W = \left|\frac{dW}{d\Psi}\right|$ (изменение влажности при единичном изменении высоты всасывания) и рассматривать его как аналог коэффициента упругоемкости (см. раздел 1.4.2): тогда $D_W = \frac{k}{\eta_W}$ — аналог коэффициента пьезопроводности, отражающий скорость передачи «влажностного возмущения» в грунте.

Так как $k(W)$ и $\eta_W(W)$ однонаправленные функции влажности, то параметр $D_w(W)$ меняется с влажностью относительно слабее,

нежели каждая из них. Однако и эта связь обычно существенно нелинейна.

Зависимость $D_w(W)$ может быть найдена по известным кривым $k(W)$ и $\Psi(W)$, что связано, однако, с большими погрешностями — ввиду необходимости дифференцирования опытной функции $\Psi(W)$. Непосредственное определение $D_w(W)$ можно выполнить в горизонтальной колонке грунта (исключая тем самым влияние гравитационной составляющей влагопереноса) — путем измерения распределения влаги по длине колонны [6].

Особо подчеркнем, что третье из выражений (6.71) содержит дополнительный член, отвечающий переносу влаги под действием сил гравитации.

6.9. Постановка и решение простейших задач вертикального влагопереноса

6.9.1. Дифференциальное уравнение и граничные условия

Преобладание в пределах зоны аэрации нисходящих или восходящих потоков влаги делает практически наиболее важными одномерные задачи вертикального влагопереноса [25].

Для вывода дифференциального уравнения вертикального влагопереноса предварительно получим уравнение неразрывности, рассматривая баланс влаги в бесконечно малом элементе грунта высотой dz с единичной площадью поперечного сечения.

Действуя так же, как и в разделе 2.2, приравняем увеличение влагосодержания в выделенном элементе за время dt разнице массовых потоков влаги через верхнюю и нижнюю грани элемента:

$$v_z\,dt - \left[v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z}\,dz\right] = \frac{\partial W}{\partial t}\,dt\,dz\,,$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial t} = 0\,. \qquad (6.73)$$

Теперь воспользуемся уравнением движения в виде (6.71) (третье равенство); тогда

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[D_w(W)\frac{\partial W}{\partial z}\right] + \frac{\partial k(W)}{\partial z} \qquad (6.74)$$

при оси z, направленной вверх. Уравнение (6.74) — нелинейное, так как коэффициенты k и D_w зависят от искомой функции влажности. Начальное условие для этого уравнения задается исходным распределением влаги, которое само по себе чаще всего бывает существенно нестационарным: устойчивые во времени профили влажности в пределах зоны аэрации — скорее исключение, чем правило. Однако на глубинах более 2 м (для средней полосы России) обычно можно полагать, что в длительные периоды устойчивого режима влаги на земной поверхности исходная влажность сравнительно однородной толщи пород в зоне аэрации примерно отвечает так называемой полевой влагоемкости (т.е. влажности, при которой нисходящий или восходящий поток влаги в данных условиях пренебрежимо мал*).

Граничные условия для уравнения (6.74) должны задаваться, вообще говоря, на границах зоны аэрации, т.е. на поверхности земли и на свободной поверхности грунтовых вод. И то, и другое обычно достаточно сложно, особенно задание условий на поверхности земли: здесь режим влаги весьма неустойчив, а кроме того приповерхностный слой грунта обычно характеризуется своей специфической (измененной) структурой и, соответственно, проницаемостью — последняя обычно ниже исходной на один-два (а то и на три-четыре) порядка.

Поэтому практически гораздо удобнее принимать за верхнюю границу зоны аэрации нижнюю кромку почвенного или приповерхностного кольматационного слоя**, имея в виду, что непосредственно под ним, как правило, отмечается свободный режим инфильтрации с постоянной (не зависящей от координаты z) скоростью v_z^0. При оси z,

---

* Ориентировочно со значением полевой влагоемкости связывается нижний предел влажности W_0 в формуле (6.68).

** Конечно, возможны и иные ситуации, когда в припорвехностном слое проницаемости, наоборот, повышена (например, в корнеобитаемой зоне).

направленной вверх, условие на этой границе ($v_z = -v_z^0$), с учетом формулы (6.71), принимает тогда вид

$$D_W(W) = \frac{\partial W}{\partial z} + k(W) = v_z^0. \qquad (6.75)$$

Ввиду малой мощности кольматационногослоя можно ожидать, что непосредственно под ним быстро образуется зона равномерно увлажненных пород ($W = W_г = \text{const}$), т.е. градиент влажности здесь стремится к нулю и граничное условие упрощается:

$$k(W_г) = v_z^0. \qquad (6.75а)$$

Таким образом, при заданной скорости поступления влаги с поверхности v_z^0 с помощью опытного графика связи $k(W)$ находится граничное значение влажности $W_г$.

В случае испарения грунтовой влаги обычно используют следующую линейную зависимость, связывающую скорость испарения $v_z^и$ с влажностью [25]:

$$v_z^и = \alpha(W - W_0^и), \qquad (6.76)$$

где $W_0^и$ — влажность, при которой испарение в данных условиях практически отсутствует; $W_0^и \le W \le W^и$;

$W^и$ — влажность, при превышении которой испарение протекает практически независимо от влажности;

α — экспериментальная константа ($\alpha \approx 0{,}04 \div 0{,}08$ м/сут для районов аридного и полуаридного климата).

С учетом формулы (6.76) граничное условие на поверхности земли при испарении принимает вид

$$-D_W(W)\frac{\partial W}{\partial z} - k(W) = \alpha(W - W_0^и). \qquad (6.77)$$

На нижней границе зоны аэрации условия, на первый взгляд, достаточно просты: $H = z$, $W = W_n$, где W_n — полная влагоемкость. Так как влияние этой границы необходимо учитывать в условиях относительно неглубокого залега-

ния подземных вод (когда само положение границы определяется притоком влаги к ней сверху), здесь необходимо задавать дополнительное кинематическое условие, связывающее скорость изменения свободного уровня v_z^e со скоростью притока (оттока) влаги v_z.

ВОПРОС. При каких условиях окажется справедливым балансовое соотношение

$$v_z^e = \frac{v_z}{W_n - W_0}. \qquad (6.78)$$

При глубоком залегании уровня грунтовых вод граничное условие на нижней границе зоны аэрации не принимается во внимание: задача вертикального влагопереноса формально решается как для полуограниченной (сверху) области, в пределах которой рассчитывается изменение во времени положения подвижной нижней границы — фронта увлажнения. Одну из возможных задач в подобной постановке мы и рассмотрим далее.

6.9.2. Простейшая задача вертикального просачивания

Если на поверхности зоны аэрации задано поступление влаги (дождевание) с постоянной интенсивностью ε, то при однородном строении пород зоны аэрации образуется четко выраженная область просачивания (глубиной l), в пределах которой влажность остается практически постоянной. Этот факт доказан и теоретически, и экспериментально. Для примера на рис. 6.25 приведены характерные эпюры влажности для конкретного эксперимента [25]. Движение влаги в упомянутой области происходит за счет свободного стекания при градиенте, равном единице (т.е. $|v_z| = k\,I = k\,(W)$), а влажность на фронте просачивания меняется скачком от начального значения W_0 до постоянного значения W в области просачивания (отметим, что из-за наличия верхнего кольматационного слоя обычно $W < W_n$, т.е. полного насыщения нет). Составляя балансовое уравнение для бесконечно малого

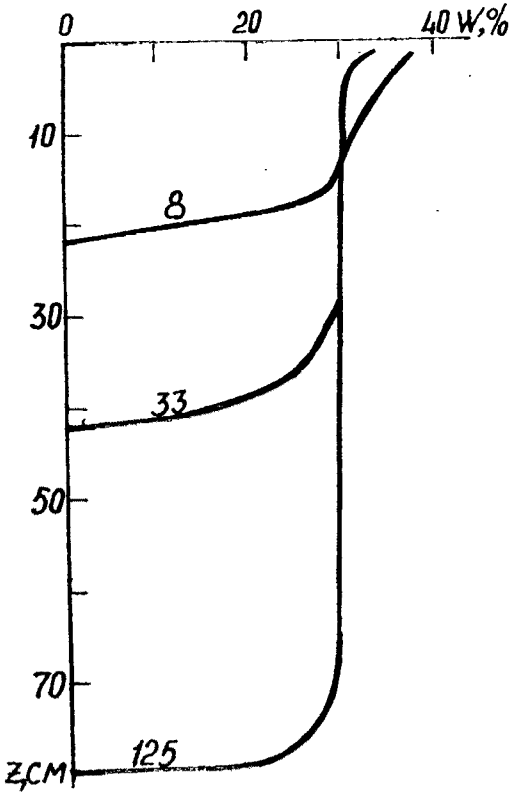


Рис. 6.25. Характерные опытные графики зависимости влажности от глубины просачивания (цифры на кривых - время от начала опыта, мин.)

продвижения фронта просачивания dl за время dt, полу-чаем

$$(W - W_0)\, dl = k\, dt\,,$$

или, аналогично формуле (6.78)

$$v_l \equiv \frac{dl}{dt} = \frac{k\,(W)}{W - W_0}\,. \tag{6.79}$$

Так как в рассматриваемом случае $\varepsilon = k$, то, с учетом формулы (6.68),

$$\varepsilon = k_0 \left(\frac{W - W_0}{W_n - W_0}\right)^n. \tag{6.80}$$

Следовательно,

$$v_l = \frac{\varepsilon}{(W_n - W_0)\,(\varepsilon/k_0)^{1/n}}. \tag{6.81}$$

Если начальная влажность невелика ($W_o << W_n$), то

$$v_l = \frac{\varepsilon}{W_n\,(\varepsilon/k_0)^{1/n}}. \tag{6.81а}$$

Полагая, для простоты, $n = 3$ (см. раздел 6.8.2), приходим к решению [25]:

$$v_l = \frac{1}{W_n}\sqrt[3]{\varepsilon^2 k_0}\,. \tag{6.82}$$

Этот результат может быть использован для оценки коэффициента фильтрации грунта, если из наблюдений известны скорость просачивания v_e и инфильтрация ε.

Нужно, однако, сказать, что полученное решение удовлетворительно описывает лишь движение влаги в однородных, сравнительно хорошо проницаемых грунтах. В глинистых грунтах, в частности, большое значение имеет перенос влаги диффузионным путем (см. первый член в правой части уравнения (6.74), что приводит к «размыванию» фронта увлажнения и образованию широкой переходной зоны (аналогично случаю конвективно-дисперсионного переноса солей — см. раздел 6.3). Еще более серьезное влияние оказывает профильная неоднородность пород в зоне аэрации (см. раздел 6.9.3).

Поэтому в общем случае вертикального влагопереноса приходится решать нелинейное уравнение (6.74), для чего можно использовать аналоговое или численное моделирование. Трудности такого моделирования во многом обусловлены наличием подвижного фронта увлажнения, что требует организации специальных итерационных процедур. Однако главная проблема здесь заключается, конечно, не в формально-математических аспектах, а в надежной оценке исходных параметров влагопереноса, таких как $k(W)$ или $D_w(W)$. Мы не будем здесь касаться многочисленных трудностей решения этой слабо разработанной проблемы, но во многом они могут быть проиллюстрированы на примере частного (и, кстати, вовсе не самого трудного при изучении влагопереноса) вопроса об оценке проницаемости грунтов зоны аэрации опытными наливами в шурфы.

6.9.3. Особенности движения влаги при опробовании пород зоны аэрации наливами в шурфы

Задача о наливе в шурф имеет особое практическое значение, так как в подавляющем большинстве случаев именно данные таких опытных наливов используют для оценки связи подземных вод с вновь проектируемыми водоемами и водотоками, для прогноза гидродинамического режима на орошаемых площадях, для оценки возможного загрязнения подземных вод из бассейнов промышленных стоков и т.д.

Традиционная теория опытных наливов базируется в общем на принципах, близких к изложенным в предыдущем разделе при выводе зависимости (6.82), хотя в отдельных вариантах делаются попыт-

ки дополнительно учесть те или иные особенности гидродинамической картины при наливе. Вместе с тем достаточно общеизвестно, что результаты опытных наливов очень часто далеки от реальности [21]. Интересно поэтому специально рассмотреть те особенности движения влаги при опытных наливах, которые делают эти эксперименты столь трудно интерпретируемыми, т.е. в конечном счете — малонадежными. Такой анализ позволит нам частично понять, с какими объективными трудностями сталкивается изучение влагопереноса в зоне аэрации (хотя здесь они будут отражены отнюдь не полностью).

На результаты опытных наливов существенное влияние оказывают следующие факторы, не учитываемые вовсе или принимаемые во внимание лишь частично при стандартных экспериментах:

1 боковое растекание наливаемой воды;

2 неполное водонасыщение порового пространства в процессе налива;

3 изменения расчетного градиента ввиду недоучета слоистости и капиллярных эффектов или, наоборот, подпора вблизи фронта просачивания воды;

4 диффузионные эффекты;

5 несоответствие напряженного состояния пород прогнозными условиям.

Отметим, что все эти факторы в наибольшей степени проявляются при проведении экспериментов на слабопроницаемых неоднородных (слоистого строения) грунтах. Рассмотрим их влияние более подробно.

1 Боковое растекание обусловлено как гидродинамическими силами, так и капиллярными эффектами (по боковой поверхности зоны увлажнения — рис. 6.26,а). В однородных грунтах оно может быть в принципе учтено в рамках априорных теоретических построений. Соответствующие расчетные схемы и методики интерпретации наливов были предложены рядом авторов. Трудности их реализации связаны с необходимостью независимой оценки капиллярных сил на фронте увлажнения. Дополнительные искажения в оценки бокового растекания вносят диффузионные эффекты (см. ниже).

ВОПРОС. В каком случае, при прочих равных условиях, боковое растекание выражено сильнее — при наливе в сухой грунт или в увлажненный?

Более важно, однако, что боковое растекание многократно усиливается слоистостью и профильной фильтрационной анизотропией испытуемых отложений (рис. 6.26,б). В такой ситуации его влияние

может быть учтено лишь на основе прямых наблюдений. В противном случае можно попытаться снизить это влияние многократным увеличением размеров площади налива, хотя и такой подход может привести к успеху лишь при не слишком ярко выраженной фильтрационной неоднородности.

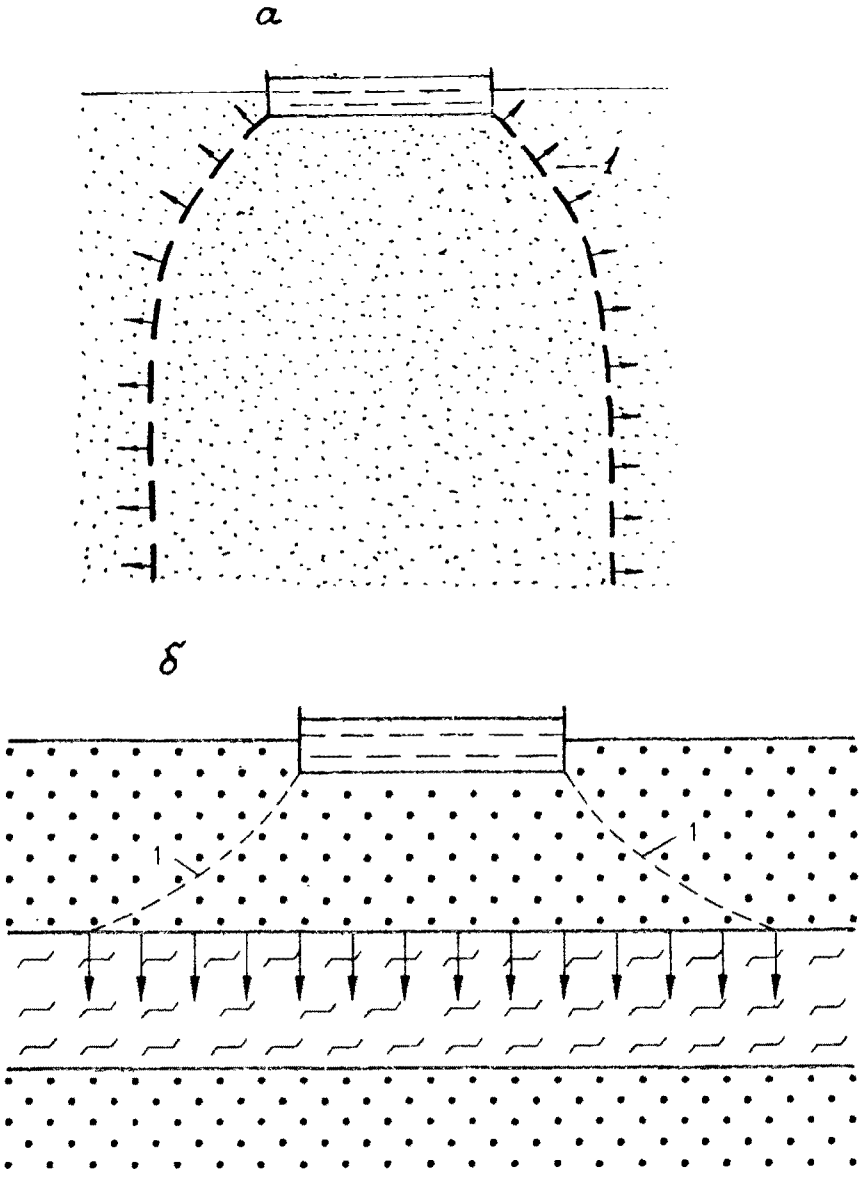


Рис. 6.26. Боковое растекание воды при наливах в шурфы:
а - однородные породы; б - слоистый комплекс; 1 - положение фронта увлажнения

ВОПРОС. Почему влияние бокового растекания ослабевает с ростом площади налива?

2 Неполное водонасыщение в пределах зоны увлажнения вызывается боковым растеканием (кстати, почему?). Кроме того, оно может быть обусловлено:

а) профильной фильтрационной неоднородностью (вместе с тем отметим, что постановка налива обычно исключает образование по ходу опыта слабопроницаемой закольматированной зоны под дном шурфа, подобной описанной в разделе 6.9.2);

б) трудностью вытеснения воздуха из-под шурфа (подумайте, как этот фактор зависит от площади налива);

в) недостаточной длительностью опыта, в частности, в условиях гетерогенных пород, когда водой успевают заполниться только наиболее крупные водопроводящие поры, а насыщение более мелкой «поровой матрицы» происходит в продолжение всего эксперимента.

ВОПРОС. Под влиянием каких сил вода из вертикального проводящего канала поступает в окружающие мелкопористые блоки? Как эти силы зависят от влажности блоков?

В однородных гомогенных грунтах неполное насыщение может быть ориентировочно учтено на базе контрольных определений влажности пород в зоне увлажнения. В слоистых грунтах, при проведении достаточно длительных опытов, наименее проницаемые слои оказываются обычно в водонасыщенном состоянии, так что при наличии точечных пьезометров в зоне увлажнения, позволяющих определить истинное значение градиента (см. ниже), и при условии количественного учета величины бокового растекания может быть найдена проницаемость этих слоев.

Влияние же последнего из упомянутых выше факторов — временного — может быть устранено или ограничено лишь увеличением длительности эксперимента. Тогда, например, можно осуществить предварительное длительное замачивание опробуемого грунта, проводя основной эксперимент после некоторого перерыва или без перерыва, но используя «меченую» воду.

ВОПРОС. Влияние каких из перечисленных выше факторов снижает или устраняет такое замачивание?

ЗАДАЧА. Длительный налив производится с постоянным напором в трехслойную толщу (см. рис. 6.26,б). Почему в конце налива суглинок будет находиться в состоянии, близком к полному водонасыщению? Как качественно связаны между собой проницаемость

суглинков и предельный радиус бокового растекания воды по их кровле? В какую сторону изменяется градиент напоров при переходе от верхних песков к суглинкам? Какие пески лучше пропускают воду в условиях налива — верхние или нижние (считая их идентичными по составу и проницаемости)? Как изменится ситуация, если суглинок залегает сверху (рис. 6.27) и при какой минимальной глубине воды в шурфе $h_{ш_{\min}}$ еще возможно тогда существование насыщенного потока в песках? Для ответа на последний вопрос составьте выражение для расхода насыщенного потока через двухслойную толщу и приравняйте его к расходу нижнего слоя при градиенте, равном единице; в итоге получите:

$$h_{ш_{\min}} = m_c \left(\frac{k_n}{k_c} - 1 \right).$$

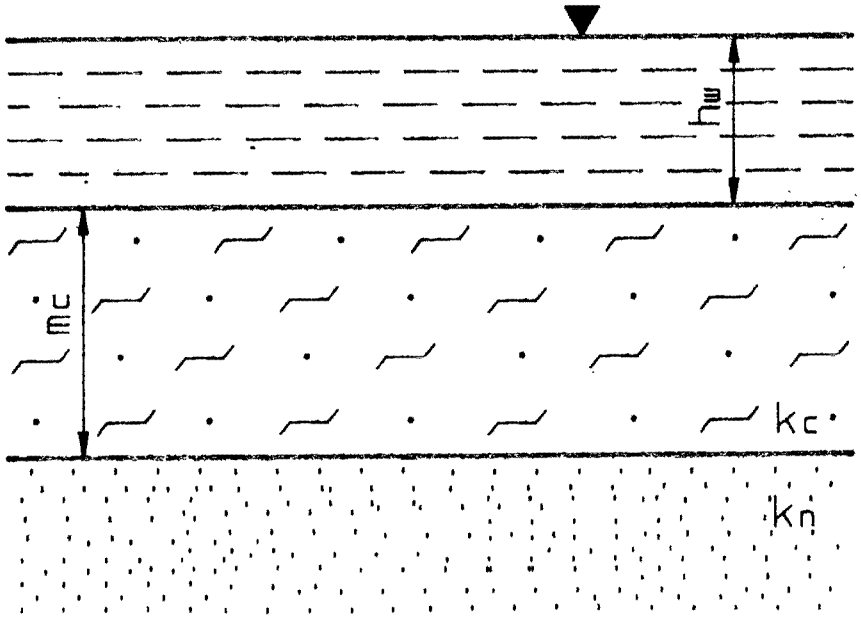


Рис. 6.27. Схема оценки условий образования насыщенного потока при наливе в двухслойную толщу

3 При пренебрежении боковым растеканием и диффузионными эффектами (см. ниже) расчетный градиент фильтрации под шурфом равен:

$$I = \frac{h_ш + l + \Psi_ф}{l}, \qquad (6.83)$$

где l — длина зоны просачивания;

Ψ_ϕ — высота всасывания на фронте просачивания; объясните физический смысл формулы (6.83), ориентируясь на рис. 6.25.

ВОПРОС. Как изменяется градиент с ростом начальной влажности W_0 и с увеличением длины зоны просачивания?

Недоучет капиллярных эффектов вблизи фронта просачивания, отраженных членом $\Psi_\phi(W)$, приводит к занижению расчетного градиента. При наливе в «сухие» грунты эти эффекты можно принять во внимание черезрасчетную высоту капиллярного поднятия h_k ($\Psi \approx h_k$). В общем же случае для интерпретации налива необходима опытная кривая зависимости всасывающего давления от влажности для всех разновидностей грунтов в зоне налива. Другой путь — прямые замеры всасывающего давления на фронте увлажнения.

Значение капиллярных эффектов убывает с ростом размеров зоны увлажнения (продолжительности эксперимента).

Противоположным по своему эффекту является влияние подпора на нижней границе зоны увлажнения, который может вызываться, в частности, трудностями вытеснения воздуха из-под шурфа. Значение этого фактора растет с увеличением площади шурфа и с уменьшением проницаемости пород. Для учета подпора также необходим замер давления вблизи фронта просачивания.

Наконец, изменение расчетного градиента инфильтрации, обусловленное слоистостью, требует дифференцированных замеров давления в пределах зоны увлажнения.

4 Диффузионные эффекты, как уже отмечено (см. раздел 6.9.2), приводят к «размыванию» фронта увлажнения и на нижней, и на боковых границах. Роль их в целом растет с падением проницаемости, но в случае гетерогенных сред они могут иметь определяющее значение (поступление воды в слабопроницаемые пористые блоки) и при высоких коэффициентах фильтрации пород. Увеличение продолжительности и площади эксперимента способствует снижению роли диффузионных эффектов, прямой же их учет в расчетной модели (уравнение (6.74)) требует серьезного усложнения методики опыта.

5 При использовании данных опытных наливов для прогноза фильтрации под инженерными сооружениями дополнительные погрешности вызываются недоучетом возможного снижения проницаемости вследствие сжатия испытуемых пород под весом сооружения. Например, для лессовидных суглинков проницаемость может падать при этом на два-три порядка [21]. Аналогичное влияние на нижнюю часть опробуемой экранирующей толщи может оказывать (после затопления) вес вышележащих слоев пород. Вопрос этот тем более важен, что при наливах в глинистые грунты могут иметь место

эффекты прямопротивоположного свойства, обусловленные набуханием пород в процессе налива.

6 Особо следует отметить некоторые из более тонких эффектов, например зависимость проницаемости от состава и температуры воды, используемой при наливах в глинистые породы.

Все сказанное делает наливы в шурфы малонадежным экспериментом. Простейшие (стандартные) его модификации, очевидно, разумно использовать лишь в условиях однородных, достаточно хорошо проницаемых (песчаных) грунтов. В прочих же условиях можно рассчитывать на достаточную надежность эксперимента только при соблюдении следующих требований, важность которых подчеркивается многими авторами:

а) прямое прослеживание фронта увлажнения или, в противном случае, достижение при опыте стационарного режима (конечно, если последнее вообще реально);

б) прямое определение зависимости всасывающего давления от влажности или достижение условий, когда роль капиллярных эффектов на фронте увлажнения пренебрежимо мала; прямое определение давления в отдельных замерных точках, расположенных по высоте зоны увлажнения;

в) контроль изменения влажности пород в процессе опыта или обеспечение такой продолжительности опыта, при которой заведомо достигается стационарное распределение влажности в пределах зоны увлажнения (в этом варианте можно ограничиться контрольными определениями влажности после опыта);

г) достижение в эксперименте режима, исключающего существенное влияние диффузионных эффектов, что в слабопроницаемых породах реально может быть обеспечено только выходом на стационарный режим эксперимента;

д) при необходимости последующего учета дополнительных нагрузок от сооружения или от вышележащих слоев пород — обеспечение по ходу опыта соответствующего напряженного состояния, что в условиях проведения полевого опыта подчас трудно выполнимо;

е) установка контрольно-измерительной аппаратуры не должна вносить серьезных искажений в ход эксперимента.

Естественно, выполнение всей совокупности упомянутых здесь требований к опытным наливам связано с необходимостью резкого увеличения масштабов, продолжительности и информативности эксперимента. В том что касается информативности, интересные возможности связаны с наливами «меченой» воды, т.е. с применением солевых или тепловых индикаторов [21].

Думается, всего сказанного достаточно, чтобы хоть частично понять, с какими трудностями связаны оценки

параметров влагопереноса в зоне аэрации и почему эти оценки очень часто оказываются на практике весьма ненадежными. Повторим в заключение, что именно по этой причине мы воздержимся здесь от более детального обсуждения теории влагопереноса: применение ее на практике — в основном дело будущего.

Контрольные вопросы

1 Какие основные механизмы миграции в водоносных породах вам известны? Перечислите соответствующие им основные миграционные параметры массопереноса в водоносных горизонтах. Какие для них существуют аналоги в характеристиках процесса теплопереноса?

2 Что дает анализ фильтрационной картины для решения задач миграции подземных вод? При каких предпосылках о режиме фильтрации решались нами основные задачи миграции?

3 Что такое действительная скорость фильтрации? Раскройте ее связь с фильтрационными и емкостными параметрами пород. Дайте понятие общей, активной и эффективной пористости горной породы. Какие между ними существуют количественные соотношения? Каков порядок значений этих параметров для пористых и трещиноватых пород? Может ли эффективная пористость быть больше единицы?

4 Будет ли различаться скорость движения концентрационного фронта при разных соотношениях между исходными концентрациями вытесняемого и вытесняющего растворов (в случае линейной изотермы сорбции Генри)?

5 Каковы основные факторы, определяющие интенсивность развития в водоносных горизонтах процессов плотностной конвекции? Приведите характерные примеры загрязнения подземных вод, специфика которого существенно определяется процессами гравитационной дифференциации растворов в водоносных горизонтах.

6 В чем физический смысл процессов продольной и поперечной гидродисперсии? Оцените значимость молекулярной диффузии в процессе продольного дисперсионного рассеяния для различных литологических разностей фильтрующих сред.

7 Какое принципиальное значение имеют пространственно-временные масштабы для миграционных процессов? Как меняется роль гидродисперсионных эффектов рассеяния в пористых и трещиноватых породах в зависимости от масштаба области переноса?

8 Какое влияние на размер переходной зоны оказывают процессы равновесной сорбции? Изменится ли ваш ответ для неравновесных сорбционных процессов?

9 Проведите сравнительную оценку опасности загрязнения двух водоносных горизонтов, приуроченных к комплексам однородных пористых (в первом случае), и трещиноватых (во втором случае) пород считая, что в остальном гидрогеологические условия и фильтрационные параметры для них подобны. Изменятся ли выводы для случая теплового загрязнения тех же водоносных горизонтов?

10 Что понимается в теории миграции подземных вод под терминами «гетерогенные водоносные комплексы» и «макродисперсия»? Какие основные расчетные схемы используются для физико-математического описания массопереноса в гетерогенных (слоистых и трещиновато-пористых) водоносных комплексах? Как смещаются диапазоны применимости этих схем в случае теплового воздействия на пласт?

11 Как изменяется значимость основных механизмов переноса в гетерогенных комплексах в зависимости от масштаба области рассмотрения и продолжительности процесса? При каких условиях миграцию в гетерогенных комплексах допустимо рассматривать с формальных позиций, аналогичных случаю гомогенных комплексов?

12 Какие предпосылки легли в основу дифференциации условий проведения миграционных экспериментов в различных комплексах водоносных пород? Какое место отводится лабораторным экспериментам при изучении параметров массопереноса в пористых и трещиноватых породах?

13 Как влияет надежность фильтрационного расчленения разреза на точность определения миграционных параметров? Какие в связи с этим возникают требования к постановке полевых индикаторных экспериментов?

14 Какие энергетические характеристики используются при описании процессов влагопереноса при неполном водонасыщении пород? Как изменяется соотношение между силами гравитации и сорбционно-капиллярными силами с изменением влажности породы? Перечислите основные параметры, определяющие интенсивность влагопереноса; какие между ними существуют количественные соотношения?

15 В чем заключается специфика задания граничных условий в задачах вертикального влагопереноса? В каких пределах изменяется градиент напоров при вертикальном влагопереносе через зону аэрации (для постоянных граничных условий)?

16 Какое влияние оказывает гетерогенность фильтрационных свойств пород (в частности, профильная неоднородность фильтрационного строения зоны аэрации) на закономерности вертикального влагопереноса? Определите основные пути повышения эффективности опробования пород зоны аэрации опытными наливами в шурфы.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

Практические приложения динамики подземных вод (дополнительные главы курса)

ГЛАВА 7 ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПОВ И МЕТОДОВ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОПЫТНЫХ РАБОТАХ И НАБЛЮДЕНИЯХ

В заключение курса полезно рассмотреть возможности применения изложенной теории на комплексных примерах, совокупно отражающих различные ее аспекты. Для этого нами выбраны характерные задачи гидрогеологии, имеющие важное практическое значение и широко исследуемые в различных отраслях инженерной деятельности.

В данной главе упор сделан на задачи, возникающие при постановке, проведении и интерпретации полевых гидрогеологических исследований — опытных опробований и режимных наблюдений. В заключительном параграфе рассмотрены общие принципы схематизации, последовательное применение которых является необходимым условием эффективности гидрогеологических (как, впрочем, и инженерно-геологических) изысканий и наблюдений. Позднее, в гл. 8, мы займемся задачами преимущественно прогнозного характера.

Нам меньше всего хотелось бы, чтобы эти главы еще раз иллюстрировали возможности формально-математического аппарата теории (хотя эта сторона проблемы и не исключается полностью): гораздо важнее показать значение принципов и методов ДПВ при постановке гидрогеологических исследований и при проведении качественного гидрогеологического анализа, особенно при гидрогео-

логической схематизации фильтрационных и миграционных процессов. Поэтому последующий материал может использоваться прежде всего для лучшего уяснения основных разделов курса и детализации отдельных его аспектов*.

Кроме того, можно рассматривать эти главы как своеобразный мост между курсом ДПВ и последующими специальными курсами, так или иначе использующими принципы и методы ДПВ. Подобная, если угодно, прикладная направленность глав ясна и из их общей структуры, и из заголовков отдельных разделов. Имея в виду комплексный характер многих из рассмотренных здесь задач, возможно, целесообразно ознакомиться с ними более детально при повторном чтении на заключительной стадии изучения данного курса.

7.1. Методика постановки и проведения опытно-фильтрационных работ

Прежде всего заметим, что задача всеобъемлющей регламентации методов постановки и проведения опытно-фильтрационных работ (ОФР) лежит за пределами нашего курса. Поэтому здесь эти вопросы будут затронуты лишь в той мере, в какой они связаны с эффективным решением задач интерпретации (в первую очередь диагностики) ОФР на базе рассмотренных в гл. 5 теоретических и методических построений. Очень полезно показать, что такие построения важны не только для интерпретации опытов, но и для всех аспектов их планирования и проведения**. Заметим, точности ради, что в данном разделе рассматривается лишь одно направление ОФР - опытно-фильтрационные опробования (ОФО), а опытно-фильтрационным наблюдениям (ОФН) посвящен раздел 7.2.

7.1.1. Виды ОФО и области их применения

Основным видом опытно-фильтрационных пробований являются опытные откачки из скважин (кустовые, одиночные, групповые). Перед началом опытных откачек из центральных скважин обычно проводят пробные откачки для проверки качества скважин и предварительной оценки водообильности опробуемых пластов.

---

* В этой связи рекомендуется, в частности, раздел 7.1 прочитать сразу после гл. 5.

** Для того чтобы стиль данного раздела не показался излишне инструктивным, читателю следует систематически соотносить излагаемый в нем материал с теоретическими основами ОФР, представленными в гл. 5.

Опытные наливы и нагнетания в скважины используются для оценки фильтрационных параметров относительно редко. Главное применение они находят при изучении приемистости нагнетательных скважин, при опробовании слабопроницаемых отложений, когда расходы опробования слишком малы и применение откачек становится технологически неудобным, а также при проведении в скважине специальных видов опробований (опытно-миграционных работ, испытаний пласта на гидроразрыв и т.д.).

С учетом всех отмеченных в гл. 5 недостатков **одиночных опробований** понятно, что их можно использовать в основном для сравнительной характеристики водоносных слоев на изучаемых участках (по степени водообильности пород и, в частности, по удельному дебиту) и лишь в благоприятных условиях - для ориентировочной оценки величины водопроводимости. Однако для успешного решения даже этих ограниченных задач желательно использовать результаты однотипных экспериментов, проведенных в однотипных скважинах, — чтобы ожидать примерно идентичных проявлений скин-эффекта. Например, информативность пробных и одиночных опытных откачек может иногда существенно различаться лишь за счет состояния фильтров и прифильтровых зон скважин — обычных разведочных, с одной стороны, и специальных опытных — с другой. Часто же надежность результатов пробных и одиночных откачек оказывается одинаково низкой. Поэтому одиночные откачки из специальных опытных скважин имеет смысл проводить с том случае, когда геологические условия и технология проходки скважин позволяют рассчитывать на хорошее качество (не слишком высокие сопротивления) их прифильтровых зон (см. раздел 5.4). Это предполагает, в частности, бурение опытных скважин с промывкой чистой водой и отсутствие во вскрытом интервале слоев глинистых пород, способствующих образованию естественного бурового раствора и кольматации прифильтровых зон.

Информативность одиночных опробований несколько повышается при параллельном использовании гидрогеофизических методов. Так, расшифровке результатов одиночных откачек в многослойных толщах, в закарстованных или неравномерно трещиноватых породах способствует расходометрия скважин. Расходомерами определяют распределение расхода потока по стволу скважины при откачке, а также в естественных (не нарушенных опробованием) условиях. По данным таких измерений строится эпюра расходов воды, протекающей по стволу скважины, а их изменение в пределах того или иного участка определяет собой приток к скважине ΔQ_i в пределах этого участка. Интерпретация таких данных позволяет оценить фильтрационную неоднородность опробуемого пласта (или системы пластов) по вертикали. Эффективно использование расходометрии и для оценки изменения сопротивления прискважинной зоны вдоль рабочей части (фильтра) скважины.

При теоретическом обосновании расходометрии будем исходить из того, что вблизи скважин, работающих, например, в слоистых пластах, как показано в разделе 5.3, быстро устанавливается квазистационарный режим, описываемый в пределах каждого водоносного слоя зависимостями вида (4.30) и (4.37) и им подобными. При интенсивных межлоевых перетоках эти зависимости можно представить в обобщенной форме:

$$\frac{\Delta Q_i}{S_c} = 4\pi T f\left(\frac{\sqrt{a^*_{сум}\, t}}{r_c}\right), \qquad (7.1)$$

где $a^*_{сум}$ — усредненный коэффициент пьезопроводности вскрытой части слоистого пласта.

Тогда расход ΔQ_i в пределах каждого i-го слоя пропорционален проводимости $T_i = k_i m_i$ этого слоя (с коэффициентом фильтрации k_i и мощностью m_i). Получая по данным расходометрии поинтервальные расходы ΔQ_i, определим проводимость T_i из соотношения:

$$T_i = \frac{\Delta Q_i}{Q_c} T_{сум}, \qquad (7.2)$$

где Q_c — суммарный расход скважины;
$T_{сум}$ — суммарная проводимость пласта.

Подчеркнем, однако, что подобная интерпретация расходометрии при опробованиях планово-неограниченных пластов, содержащих непроницаемые прослои, может приводить к большим погрешностям — из-за резких различий в пьезопроводностях отдельных слоев, не компенсируемых межслоевыми перетоками. Большие погрешности возникают и во всех тех случаях, когда вблизи скважины (например, несовершенной по степени вскрытия) отмечается существенная вертикальная компонента скорости фильтрации. Во всех случаях уточнения можно добиться, используя послойную пьезометрию.

Наиболее информативным и технически удобным видом ОФО являются **кустовые откачки**, которые позволяют решить более широкий круг задач и с более высокой точностью, нежели одиночные. Во-первых, используя наблюдательные скважины, можно исключить или свести к минимуму влияние искажающих технических факторов, действующих вблизи центральной скважины (см. раздел 5.4). Во-вторых, в ряде случаев можно проследить влияние откачки из опробуемого пласта на другие водоносные горизонты, а также установить неоднородность и анизотропию фильтрационных свойств по площади распространения и по мощности пласта. Как показано в разделе 5.3, в силу значительной длительности такой откачки, она нередко помогает уточнить граничные условия и, что еще более

важно, - расчетную схему фильтрации (см. раздел 5.5). Все это позволяет считать кустовую откачку наиболее надежным методом исследований фильтрационных свойств пород в период разведки или строительных изысканий. *Надежность одиночных откачек в каждом конкретном случае может быть оценена лишь после их сопоставления с кустовыми.*

В особых случаях, на заключительных стадиях разведки или доразведки месторождений, проводятся опытные водоотборы, сопоставимые по масштабам с эксплуатационными. Их постановка оправдана в том случае, если опытные откачки, вследствие повышенной сложности объекта изысканий, не позволяют оценить необходимые для прогноза геофильтрационные параметры или граничные условия. Приведем два примера:

1 водоносные комплексы, приуроченные к неравномерно трещиноватым или закарстованным породам, когда при опытных откачках не выполняется условие сплошности среды (см. раздел 5.2);

2 откачки вблизи реки с закольматированным руслом, не позволяющие вследствие ограниченного понижения выявить характеристику (ΔL) граничного условия III рода на контуре реки (см. раздел 3.4).

Заметим еще, что нередко рекомендуемые в специальной литературе экспресс-опробования (проводимые как кратковременные возмущения) мало пригодны для надежного определения фильтрационных параметров. Это с очевидностью вытекает из теоретического анализа и объясняется, в частности, масштабными эффектами (см. раздел 5.2), скин-эффектом (см. раздел 5.4) и практически полным отсутствием объективных критериев для выделения представительного участка индикаторного графика (см. раздел 5.5). Поэтому на практике экспресс-опробования часто превращаются в быстрый метод определения ... неверных значений параметров. Вместе с тем экспресс-опробования могут принести определенную пользу при качественной оценке водообильности пласта или состояния прифильтровой зоны скважины. Опробуя центральную скважину каким-либо экспресс-методом, можно более обоснованно наметить время откачки и расположение пьезометров. Особенно полезны экспресс-наливы для оценки инерционности наблюдательных скважин (см. раздел 5.4).

7.1.2. Постановка опытных опробований

При постановке опытных опробований особое значение имеет их направленность на определение конкретных геофильтрационных параметров, которые отражаются в результатах опыта по-разному, в зависимости от схемы и масштаба опробования (см. гл. 5). Вместе с тем эффективность опробования существенно зависит от того, ста-

вится ли оно «вообще» или применительно к последующему проектированию конкретного инженерного сооружения. Поэтому *расположение опытного куста и выбор схемы опробования желательно увязать хотя бы с самыми общими представлениями о возможном расположении и характере работы прогнозируемого объекта.* Это делает более ясными цели откачки (важнейшие параметры, подлежащие определению); выявляет предпочтительные зоны постановки опробования, которые должны отвечать требованию максимальной детальности изысканий на ключевых участках области фильтрации (участки расположения водозабора, прилегающие к нему граничные зоны пласта и т.п.); позволяет увязать схему опробования гидрогеологического разреза с ожидаемым при эксплуатации характером взаимодействия водоносных пластов (например, потребуется в прогнозах параметр перетекания или нет).

Важнейшее правило при постановке конкретного опробования — ограничение разумным минимумом круга решаемых им задач, причем этот круг должен быть по возможности очерчен определенной (априорно ожидаемой) интерпретационной схемой. Отсюда следует, что постановка опытного опробования должна исключать или сводить к минимуму взаимное наложение различных осложняющих факторов (а их, как мы уже знаем из разделов 5.3 и 5.4, довольно много) с тем, чтобы каждый из этих факторов изучался отдельными экспериментами или, по крайней мере, на разных, достаточно длительных стадиях эксперимента.

Исходя из этого правила расположение опытного куста должно по возможности гарантировать простейшую (плоскорадиальную) структуру потока и исключить влияние на результаты опыта плановых границ пласта (см. раздел 5.3.6) или контактов зон с резко отличающимися проводимостями (кроме тех случаев, когда изучение условий на границе или вблизи ее является целью опыта). В первом приближении это требование соблюдается в том случае, когда все скважины куста удалены от границы на расстояние, превышающее интервал между центральной и дальней наблюдательной скважинами (вы сможете убедиться в этом самостоятельно, сопоставив расчетные понижения в случаях неограниченного и полуограниченного пласта согласно формулам, приведенным в разделе 4.1).

Большое значение для повышения качества ОФР имеет внедрение эффективных методов контроля за ходом экспериментов, а также сочетание откачек с другими видами исследований. Мы уже подчеркивали важность предварительного лабораторного изучения ряда физико-механических свойств пород, в первую очередь сжимаемости, на образцах, отобранных из водоносных и разделяющих слоев. Очень важным, особенно при исследовании слоистых и трещиноватых сред, является также проведение при опытных откачках расходометрических и резистивиметрических (см. раздел 6.1.4) работ. С помощью этих методов можно получить характеристику фильтраци-

онной неоднородности пласта в вертикальном разрезе, выявить наиболее благоприятные интервалы для установки фильтров, исследовать техническое состояние скважин. Упомянем здесь, наконец, проведение наблюдений за деформациями (сжимаемостью) пород в процессе откачки по глубинным (например, радиоактивным) реперам, что позволяет более надежно оценивать упругоемкость пород (см. раздел 8.1.1).

В связи с высокой сложностью фильтрационного процесса при откачке, обоснование постановки и структуры опытного опробования надо давать на базе предварительного прогноза его режима. Этот прогноз (разведочный расчет) выполняется исходя из возможной фильтрационной схемы (см. раздел 5.2), ориентировочных значений основных расчетных параметров и предполагаемой схемы опытного куста. При прогнозе рассчитывают ожидаемые понижения уровня воды в наблюдательных скважинах в пределах разумно возможной продолжительности откачки и при заданном ее дебите, а также делают прикидочные оценки чувствительности эксперимента по отношению к тем или иным параметрам (см. раздел 5.5). Определение нечувствительных параметров* должно заранее исключаться из круга обязательных задач, решаемых откачкой.

Результаты разведочного расчета полезно отображать на прогнозном листе откачки, на котором кроме схемы куста и гидрогеологического разреза строят прогнозные графики временного и пространственного прослеживания. При проведении опытных работ этот прогнозный лист используют для внесения корректив в исходную фильтрационную схему и в методику откачки, следуя принципу: схема опробования должна отвечать предполагаемому методу интерпретации, и наоборот. Первостепенное значение индикаторные графики приобретают в тех случаях, когда перед началом откачки возможная расчетная схема недостаточно определенна, так что одной из целей опыта является уточнение этой схемы (см. раздел 5.5).

В целом чрезвычайно важно понимание опытно-фильтрационных работ как экспериментальных, требующих внимательного творческого анализа. Для этого гидрогеологу, проектирующему эксперимент, потребуется не только справочная литература, но также и специальная теоретическая подготовка и определенный личный опыт.

7.1.3. Конструкция и расположение опытных скважин при откачке

Опытные откачки, будучи относительно дорогостоящим видом опытных работ, оказываются оправданными и выполняют свое назначение лишь при соблюдении необходимых требований к качеству

---

* Большие изменения параметров не влекут за собой заметных изменений в величинах ожидаемых понижений.

бурения и к оборудованию скважин, которые обеспечивают минимальное искажение фильтрационных свойств пород прискважинной зоны и небольшие входные сопротивления фильтра. Это особенно важно для скважин, предназначенных для одиночных откачек. В наблюдательных скважинах необходимо ограничивать сопротивления прифильтровых зон в пределах, обеспечивающих их малую инерционность (см. раздел 5.4).

При выборе конструкций опытных скважин исходным моментом является намеченная схема опробования водоносных слоев изучаемого пласта (комплекса), которое может быть суммарным или раздельным. Для гарантии качества опыта центральная скважина чаще всего должна быть совершенной по отношению к опробуемому пласту. *Несовершенные скважины* из-за из очевидных недостатков (см. раздел 5.4) *целесообразны* * *лишь в заведомо изотропных однородных пластах сравнительно большой мощности* (более 20 м), в мощных пластах с равномерно убывающей по глубине проницаемостью (без разделяющих прослоев), а также при необходимости дифференцированной оценки профиля проницаемости.

Результаты наблюдений решающим образом зависят от изоляции водоносных слоев вдоль ствола наблюдательной скважины и от качества фильтра, определяющего ее инерционность. Поэтому обязательным является опробование наблюдательных скважин экспресс-наливами для оценки инерционности. В слабопроницаемых пластах, наряду с обычными наблюдательными скважинами, можно рекомендовать пьезометры, оборудованные преобразователями давления (см. раздел 5.4). Использование таких малоинерционных пьезометров, оборудованных гирляндами изолированных друг от друга преобразователей, позволяет резко повысить информативность и надежность опытной откачки как с позиций ее диагностики, так и для непосредственной оценки расчетных параметров.

Общее число наблюдательных скважин, проходимых на опробуемый водоносный комплекс, должно определяться в зависимости от граничных условий и степени плановой однородности слагающих его пород, о которой можно судить по геологическим материалам, а также по данным опытных работ, проведенных на предшествующих этапах изысканий. Наблюдательные скважины располагаются в пределах предварительно рассчитанной площади развития депрессионной воронки, в пределах той ее зоны, где ожидаемое конечное понижение, определенное расчетами, не менее 20 см. В связи с этим желательно бурить наблюдательные скважины после устройства и прокачки центральной скважины, что дает ориентировочные представления о фильтрационных свойствах пород на опробуемом участке. Наряду с наблюдательными скважинами, непосредственно фиксирующими влияние опробования, следует предусматривать распо-

* В свете экономии на объемах бурения.

ложение хотя бы одной наблюдательной скважины вне области влияния опытного опробования — для выявления возможных фоновых изменений естественного режима (в частности, обусловленных колебаниями атмосферного давления, изменениями уровней поверхностных вод и т.п.).

Заметим, что в настоящее время обоснование рациональной расстановки наблюдательных скважин разработано явно недостаточно, и в этом направлении необходимо проведение обстоятельных исследований. Некоторые соображения и рекомендации по этому поводу [23] приводятся ниже применительно к конкретным условиям опробования, типизация которых была дана в разделе 5.2.

Схема I (см. раздел 5.2). Исходя из целесообразности определения параметров способами временного и площадного прослеживания следует задавать две, а лучше три наблюдательные скважины, располагаемые в пределах предварительно рассчитанной зоны эффективного влияния откачки. Первую скважину следует помещать на расстоянии r_1 от центральной, приблизительно равном мощности пласта, так как здесь напоры по вертикали (в однородном изотропном пласте) практически одинаковы. Последующие же скважины рекомендуется располагать по лучу, увеличивая расстояние между ними по закону геометрической прогрессии (исходя из примерно логарифмической формы пьезометрической кривой). Для наблюдений можно использовать как совершенные, так и несовершенные пьезометры, однако в зоне $r < m$ желательно ориентироваться только на совершенные скважины, особенно если есть основания ожидать проявления профильной анизотропии или неоднородности (см. раздел 5.4).

Схема II-1 (см. раздел 5.2). Общий вид рекомендуемого опытного куста показан на рис. 7.1 [23]. Наряду с пьезометрами на основной пласт, располагаемыми аналогично схеме I, откачки, направленные на оценку взаимодействия пластов, должны сопровождаться одним-двумя пьезометрами на смежный водоносный горизонт: эти пьезометры целесообразно располагать в первую очередь рядом с теми (ближайшими) наблюдательными скважинами на основной пласт, где измеряемые понижения напоров максимальны.

При относительно больших мощностях слабопроницаемых разделяющих слоев, когда ожидается заметное проявление в них упругого режима фильтрации, откачка должна сопровождаться измерениями понижений напоров в этих слоях. Для этого необходимо иметь хотя бы две-три точки измерений вдоль мощности слоя, привязанных в плане к первой наблюдательной скважине на основной пласт. Исходя из реальной продолжительности опыта, такого рода измерения следует планировать, по крайней мере, в случаях слабопроницаемых глинистых пород с ориентировочными коэффициентами фильтрации (определенными по лабораторным испытаниям) примерно 10^{-4} м/сут и менее при их мощности, превышающей 5 м.

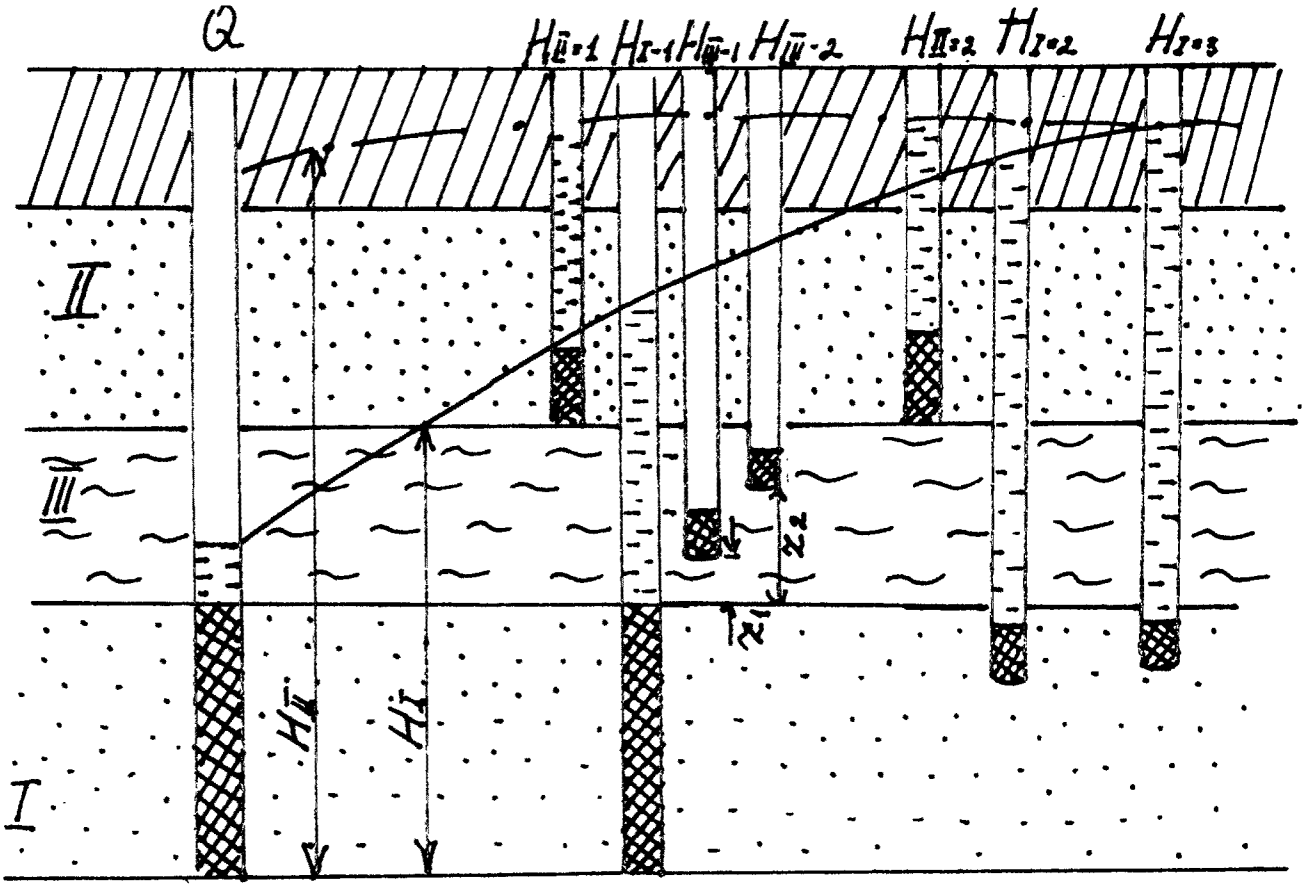


Рис. 7.1. Схема опытного куста при опробовании взаимодействующих пластов:
I - основного; II - взаимодействующего; III - разделяющего; Q - центральная скважина; H_{I-1} - H_{I-3} - наблюдательные скважины на основной пласт; H_{II-1} - H_{II-2} - пьезометры на взаимодействующий пласт; H_{III-1} - H_{III-2} - пьезометры на разделяющий пласт

ЗАДАЧА. Определите ориентировочное время передачи возмущения от почвы до кровли разделяющего слоя при $k_p = 10^{-4}$ м/сут, $m_p = 5$ м и характерном коэффициенте упругоемкости $\eta_p^* = 10^{-4}$ м$^{-1}$ (воспользуйтесь формулой (5.3)).

Фильтры пьезометров на слабопроницаемый разделяющий слой располагаются в первую очередь в части, прилежащей к основному пласту. Они должны иметь длину l, значительно меньшую, чем мощность слоя m_p, т.е. $l < (1/4\text{-}1/5)m_p$ (так как измеряемые напоры меняются вдоль вертикали). Наиболее эффективно можно использовать для таких измерений гирлянду малоинерционных преобразователей (см. выше).

Схема II-2 (см. раздел 5.2). Учитывая отмеченные в разделе 5.4 недостатки, свойственные несовершенным скважинам, в подавляющем большинстве случаев надо использовать схему суммарного опробования гетерогенного пласта, ограниченного комплексами относительно водоупорных пород, достаточно четко выделяемыми по общим геологическим предпосылкам. Раздельное или позонное опробование может рассматриваться как вынужденное, обусловленное большой мощностью (многие десятки метров) слоистого пласта или комплекса трещиноватых пород. В слоистых пластах такое опробование должно ориентироваться на слои или группы слоев, достаточно резко (хотя бы в несколько раз) отличающиеся от соседних по проницаемости, а в трещиноватых комплексах без фиксированного нижнего водоупора мощность зоны опробования должна увязываться с возможным заглублением эксплуатационных скважин.

При суммарном опробовании гетерогенного пласта откачка должна проводиться как минимум при трех-четырех наблюдательных скважинах, учитывая возможную невыдержанность по мощности разделяющих прослоев или неравномерный характер трещиноватости. Расположение наблюдательных скважин аналогично схеме однородного напорного пласта. Схема раздельного опробования требует заметного увеличения числа наблюдательных скважин за счет пьезометров на смежные слои или зоны, что не гарантирует, однако, надежной интерпретации результата.

Как показано в разделе 5.3, наблюдательные скважины должны оборудоваться на всю мощность пласта, на которую оборудована центральная скважина. Если это требование не удовлетворено по каким-либо соображениям технического характера, то желательно располагать фильтр пьезометра исходя из его соответствия положению середины фильтра центральной скважины: здесь понижения напоров примерно отвечают средневзвешенным по мощности величинам.

Схема III-1 (см. раздел 5.2). Согласно рис. 7.2 [23], рядом с пьезометрами H_1 и H_2 нужно задавать пьезометры-«дублеры» H_1' и H_2' в верхнем слое с небольшим заглублением под уровень свободной поверхности. Такие пьезометры должны иметь «точечный» характер (практически их длина не должна превышать 1 м), поскольку в связи с перетеканием в покровном слое напоры существенно меняются по глубине, так что при соизмеримых размерах фильтра пьезометра и мощности покровного слоя интерпретация данных становится нереальной. Кроме того, при неоднородном строении и большой мощности покровных отложений целесообразно добавить точечный пьезометр H_1'', закладываемый на границе литологических слоев.

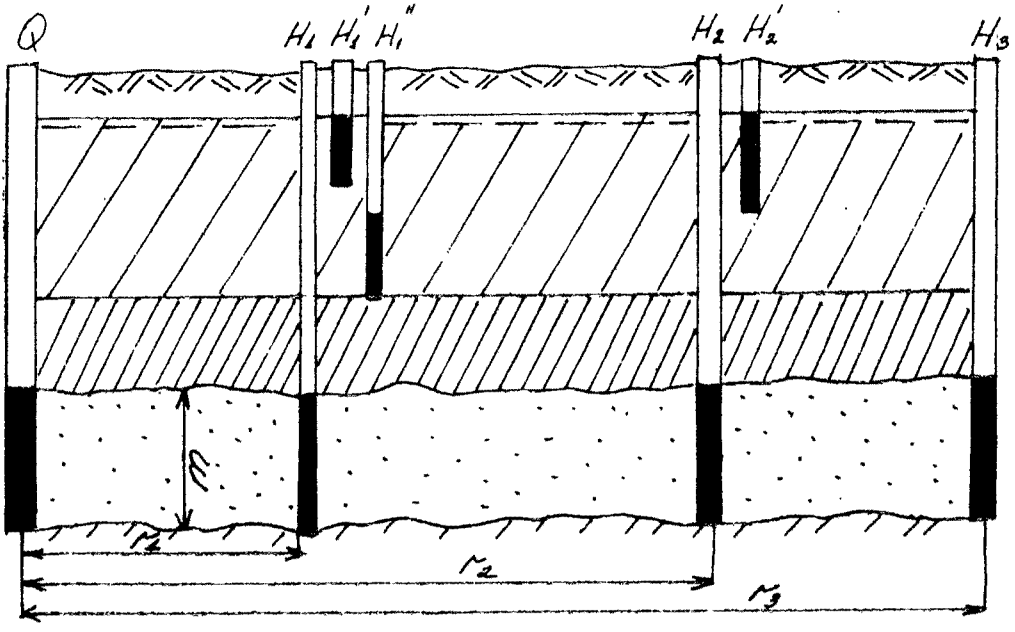


Рис. 7.2. Схема опытного куста при откачке в двухслойном пласте; Q - центральная скважина; H_1-H_3 - пьезометры на основной слой; H_1', H_2', H_1'' - пьезометры-«дублеры» на слабопроницаемый слой

Схема III-2 (см. раздел 5.2). Рекомендуемая схема расстановки пьезометров в сравнительно однородном безнапорном пласте показана на рис. 7.3 [23]. Первый пьезометр H_1 рекомендуется задавать при $r_1 \approx 0{,}5h_0$ и делать совершенным, так как здесь еще сильно выражена изменчивость напоров по вертикали. Рядом устанавливают дублер на свободную поверхность H_1. Затем на расстоянии $r_2 \approx h_0$ устанавливают пьезометр в средней части H_2 с пьезометрами-дублерами у свободной поверхности и у подошвы пласта. Здесь по дублерам проверяют выравнивание напоров по вертикали (при однородном строении уровни в этих скважинах должны быть близки между собой).

Кроме того, задают скважины H_3 и H_4 на расстояниях $r_3 = 2h_o$ и $r_4 = 4h_o$. В однородном пласте их фильтры устанавливают в интервале глубин $(0{,}4 \div 0{,}5)h_o$ под свободной поверхностью, а в неоднородном пласте их обычно следует приурочивать к интервалу наиболее проницаемых прослоев. При сравнительно небольшой мощности пластов все наблюдательные скважины целесообразно делать совершенными; для уменьшения длины фильтровой зоны такие скважины можно оборудовать прерывистым фильтром.

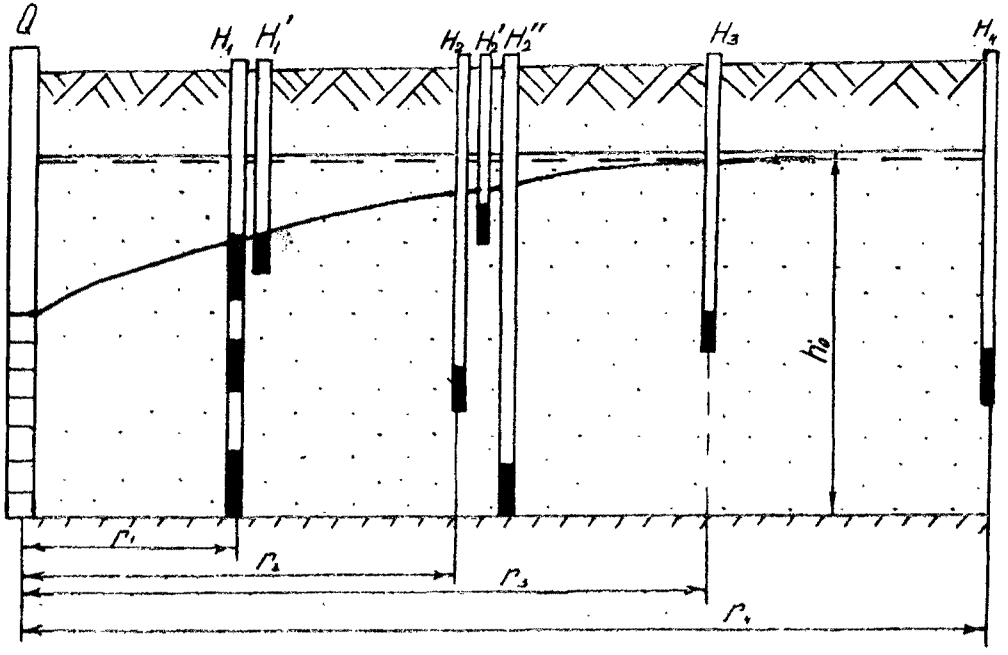


Рис. 7.3. Схема опытного куста при откачке в однородном безнапорном пласте:
H_1-H_4 - основные пьезометры; H_1', H_2', H_2'' - пьезометры-«дублеры»

7.1.4. Режим опытной откачки

Поскольку уровнь в центральной скважине зависит не только от притока к ней, но и от ряда других, трудно учитываемых побочных факторов (режим работы насоса, состояние фильтра и прискважинной зоны), при проведении откачек, особенно одиночных, обычно целесообразно ориентироваться на режим заданного дебита скважины, соответствующего номинальной производительности насоса. Нестабильность работы насоса оказывает большое влияние на достоверность интерпретации опыта. С этой точки зрения погружные и поверхностные насосы имеют неоспоримые преимущества по сравнению с эрлифтами, особенно при оборудовании откачивающих сква-

жин водомерами и расходомерами с непрерывной фиксацией дебита скважины.

При опытных выпусках из самоизливающих скважин нередко технически удобнее задавать режим постоянного уровня в скважине, однако и в этом случае следует фиксировать хронологию дебита выпуска и, по возможности, добиваться его постоянства.

С точки зрения устранения влияния на конечный результат неравномерности расхода обязательным является прослеживание процесса восстановления уровня после прекращения откачки (выпуска).

Надежность и ценность сведений, получаемых при откачке, зависят от величины дебита. При малодебитной откачке ни большое число наблюдательных скважин, ни повышенная продолжительность откачки не компенсируют ничтожности влияния ее на природную обстановку, а это резко снижает точность опыта. Поэтому, в частности, в условиях весьма водообильных водоносных горизонтов следует вести откачку из нескольких скважин, оборудованных достаточно мощными насосами (групповые откачки).

Кроме того, дебит скважины не должен быть слишком большим, так как в этом случае уровень в скважине быстро снизится в процессе опыта до отметки установки насоса, после чего дебит начнет падать. Интерпретация такой откачки оказывается затруднительной.

В целом производительность насоса надо назначать с учетом предварительных данных, полученных на ранних этапах изысканий и при предварительной прокачке. При этом следует стремиться к тому, чтобы понижение в центральной скважине измерялось, как минимум, несколькими метрами: в противном случае возмущения в наблюдательных скважинах окажутся слишком малыми, соизмеримыми с фоновыми колебаниями напоров и с погрешностями измерений.

7.1.5. Продолжительность опытной откачки

Из гл. 5 следует, что одним из главных факторов, определяющих эффективность откачки, является ее продолжительность. Кратковременное испытание, длительность которого находится в рамках резко неустановившейся фильтрации, трудно интерпретировать достаточно надежно из-за: 1) изменений состава и свойств прискважинной части горизонта, происходящих в процессе бурения и подготовки откачки; 2) скачкообразного характера возмущения при откачке; 3) недостатка информации для детального учета действия ряда важных природных факторов (см. раздел 5.3). В начале откачки происходит сглаживание возможных случайных влияний, налаживается ритмичная работа насоса, активизируется связь взаимодействующих горизонтов, а режим откачки все более приближается к квазистаци-

онарному, чем обеспечивается повышенная надежность ее интерпретации (см. раздел 5.5).

Ввиду ограниченных возможностей **одиночных опробований** с точки зрения представительности и надежности результатов, разумный предел их продолжительности составляет обычно 0,5-2 сут (на каждой ступени дебита или понижения, если принимается неодноступенчатая схема эксперимента): при большей продолжительности дополнительные понижения напоров оказываются обычно слишком малыми и измеряются с большой погрешностью. Наоборот, существенное сокращение времени опыта в сравнении с рекомендованными величинами также нежелательно, так как по ряду соображений оно не позволяет: 1) получить представительный участок временного графика по периоду восстановления (см. критерий (5.12)); 2) достигнуть достаточно больших размеров зоны эффективного влияния — для ограничения роли масштабных эффектов (см. раздел 5.2); 3) уменьшить влияние аритмии в работе насоса и динамики кольматационных процессов вблизи скважины. Поэтому многие из отмеченных ранее недостатков одиночных опытных опробований заметно усугубляются при различных экспресс-опытах.

Целесообразная продолжительность **кустового опробования** существенным образом зависит от условий на участке эксперимента и не может поэтому жестко регламентироваться. В первом приближении она должна назначаться с учетом результатов предшествующих изысканий, исходя из условий достаточно полного проявления всех изучаемых процессов. В частности, нужно исходить из того, что в расчетах желательно использовать достаточно большие понижения в наблюдательных скважинах.

Откачку следует проводить в течение времени, обеспечивающего полное развитие квазистационарного режима в пределах куста скважин. Исходя из необходимости получения хорошо выраженного прямолинейного участка временного индикаторного графика, целесообразно ориентироваться на критерий [3]

$$t > 5\, t_{кв}, \tag{7.3}$$

где время $t_{кв}$ определяется по условию (4.29) для дальней наблюдательной скважины. Наиболее четким критерием для прекращения кустовой откачки в изолированных гомогенных напорных пластах служит выход на общую асимптоту комбинированных графиков $S = f\,[\lg(t/r^2)]$ построенных для различных наблюдательных скважин. Следует особо отметить, что уменьшение скорости понижения в скважине до величин, близких к погрешности измерения, в общем случае отнюдь не является признаком достижения установившегося режима фильтрации и, следовательно, не может служить основным показателем для прекращения откачки.

Особую значимость для обоснования продолжительности опробования имеет его *направленность на определение тех или иных геофильтрационных параметров.* С этой точки зрения следует иметь в виду следующие положения, вытекающие из теоретического анализа (см. раздел 5.3):

1 роль проницаемости или проводимости опробуемого пласта проявляется уже при сравнительно небольшом размере зоны опробования и, следовательно, для ее определения требуется относительно кратковременное опробование (обычно в пределах суток, если только при этом обеспечивается надежная диагностика эксперимента);

2 характер емкостных свойств пласта и роль процессов перетекания между его смежными слоями проявляются при значительно большем развитии области влияния, достигаемом обычно в течение нескольких суток - для напорных систем и 10-20 сут для безнапорных;

3 взаимодействие с поверхностными водотоками и водоемами для близко расположенных опытных скважин чаще всего уверенно проявляется в течение 10-15 сут, но это время может существенно варьировать в зависимости от проводимости пласта и удаления опытного куста от водотока (или водоема);

4 взаимодействие между различными водоносными пластами, разделенными выдержанными по мощности слабопроницаемыми слоями, проявляется только при мощных и длительных откачках, продолжительность которых обычно должна измеряться неделями и даже месяцами.

Повышенную продолжительность должны иметь также опробования трещинно-жильных вод и откачки в массивах закарстованных пород, где большие емкостные запасы воды в сочетании со сравнительно малыми уклонами депрессионной кривой часто приводят к завышению расчетной проводимости при интерпретации кратковременных откачек. Следует вместе с тем иметь в виду, что целесообразность постановки опытных откачек повышенной продолжительности должна быть предварительно тщательно и всесторонне проанализирована — нередко информативность откачек в этом плане существенно ограничена и упор надо делать на опытно-эксплуатационные работы.

В процессе проведени опыта предварительно намеченную продолжительность его уточняют по данным наблюдений за уровнями: первые результаты наблюдений обрабатывают в соответствии с заранее намеченной методикой, и опыт продолжают до достижения надежного результата.

Обязательным элементом при определении допустимости прекращения эксперимента является составление в процессе откачки индикаторных графиков (например, $S + \lg t$). Откачка, как правило,

может быть прекращена лишь после получения четко выраженной картины временной изменчивости уровней, характерной для данных условий (см. раздел 5.3).

Чтобы получить полный и непрерывный график временного прослеживания, измерения уровней при откачке и восстановлении надо проводить с постепенно убывающей частотой, начиная от непрерывных замеров в первые 1-2 мин и кончая несколькими (а то и одним) измерениями в сутки. На начальном этапе изменения уровней для этого целесообразно использовать автоматическую запись графика.

Контрольные измерения для оценки постоянства расхода при откачках на первых этапах опыта надо вести с максимальной частотой, а после выхода скважины на режим постоянного дебита — периодически, несколько раз в сутки. Если при откачке ведутся расходометрический каротаж или другие виды специальных работ, то частота измерений определяется в каждом конкретном случае специальной программой.

Обязательными заключительными документами по опытной откачке, кроме журнала откачки, являются:

1 хронологические графики $S(t)$, $Q(t)$ и графики временного прослеживания в форме S $(\lg t)$, или S $[\lg(t/r^2)]$;

2 хронологический график S_c/Q_c — для откачки при нескольких значениях расхода (понижения);

3 градуировочные графики экспресс-наливов в наблюдательных скважинах;

4 данные изменения расхода $Q_c(t)$.

Существенное влияние на данные опробования может оказать естественный режим уровней подземных вод, для фиксации которого должны предусматриваться наблюдательные скважины, располагаемые вне зоны влияния опробования. В сравнительно глубоких напорных пластах заметные естественные изменения уровней подземных вод могут быть связаны с колебаниями атмосферного давления, причем этот фактор учитывается при наличии специальных определений барометрической эффективности (см. раздел 1.4). В грунтовых водах такие изменения вызваны главным образом влиянием инфильтрации и изменениями уровней в водотоках. Достоверный учет этих изменений затруднен, поэтому следует всячески избегать проведения опробований в периоды нестационарного естественного режима, вплоть до их прекращения при возникновении непредвиденных естественных колебаний уровней грунтовых вод.

7.2. Определение фильтрационных параметров по данным режимных геофильтрационных наблюдений*

7.2.1. Общие представления

При интерпретарции ОФО (см. гл. 5) отыскание неизвестных параметров водоносных пластов осуществлялось нами исходя из предпосылки о плановой однородности изучаемой толщи. Вместе с тем рассмотрение даже простейших типов фильтрационной неоднородности показывает, что надежная интерпретация результатов опытно-фильтрационных работ в планово-неоднородных толщах возможна лишь при значительных площадях возмущения и наличии достаточной информации о напорах подземных вод в пределах изучаемой площади. Эти условия обычно могут оказаться реализованными только при специально поставленных режимно-балансовых наблюдениях, направленных на оценку гидрогеологических условий в пределах изучаемого региона. Они могут проводиться при естественном и нарушенном режимах.

Особый интерес представляют **опытно-фильтрационные наблюдения** (ОФН), направленные на изучение геофильтрационных схем и параметров и проводимые в районах водозаборов (дренажей) в строительный или эксплуатационный период — при наличии данных о расходах водоотбора и устройстве соответствующей наблюдательной сети. В этом случае на практике часто возникает необходимость в проверке и корректировке значений фильтрационных параметров, а подчас и расчетных схем, принятых при проектировании: корректировка проводится с целью внесения оптимальных изменений в первоначальные проектные решения и прогнозы. Иначе говоря, эксплуатационный водоотбор на первых этапах рассматривается и как опытных. Следовательно, подобно опытным откачкам, здесь ставится **обратная задача** (см. раздел 5.1) по определению неизвестных фильтрационных параметров (или, как иногда говорят, восстановления поля того или иного параметра) по известным значениям напоров и расходов подземных вод.

При рассмотрении методов интерпретации результатов откачек (см. гл. 5), по сути дела, мы уже занимались решением обратных задач в простейшей их постановке: априорные предпосылки о характере плановой неоднородности и структуре фильтрационного потока обычно позволяли получить решение в виде конечной аналитической зависимости относительно искомых параметров. Однако без подобных предпосылок задача существенно усложняется, и искомые па-

---

* Этот раздел ориентирован преимущественно на студентов, ведущих научную работу в области аналитических методов исследования и математического моделирования геофильтрационных процессов.

раметры приходится определять либо путем целенаправленного подбора, либо непосредственно из дифференциальных уравнений и их решений, модифицированных применительно к тем или иным схемам фрагментирования потока. Соответствующие задачи оказываются сильно некорректными (см.раздел 5.1).

Попытаемся хотя бы в самых общих чертах проанализировать возможные методы решения таких обратных задач. С определенной долей условности их можно разделить на две группы:

[1] методы, позволяющие получить решение исходного уравнения (аналитически или на модели) непосредственно относительно искомого параметра, т.е. не прибегая к последовательным приближениям определяемой величины; эти методы будем впредь именовать прямыми;

[2] итеративные методы, использующие целенаправленный поиск или способ проб и ошибок, когда параметры последовательно уточняются — от одного приближения к другому — в процессе прогонки прямой задачи (до примерного совпадения результатов моделирования с данными наблюдений).

Мы рассмотрим использование прямых методов, которые обычно базируются на упрощенных допущениях о пространственной изменчивости параметров. Наиболее часто принимается предпосылка о постоянстве искомого параметра во всей изучаемой области или в заданных ее частях. Последующее отыскание параметра осуществляется различными способами:

[1] из известного аналитического решения соответствующей прямой задачи (для типовых расчетных схем);

[2] по результатам численного или аналогового интегрирования исходного дифференциального уравнения при заданных краевых условиях для функции H и заданных контрольных значениях этой функции или ее производных (скоростей потока) в отдельных точках области;

[3] из решения того или иного интегрального аналога исходного уравнения.

Первый способ, по существу, эквивалентен описанным выше способам обработки результатов опытных откачек. Он уже неоднократно иллюстрировался примерами в предшествующих главах — при изложении методов расчета плановой фильтрации (например, см. разделы 3.3, 3.4 и 4.1). Поэтому здесь мы остановимся лишь на втором и третьем способах отыскания параметров.

7.2.2. Прямое определение параметров интегрированием исходных дифференциальных уравнений на математических моделях

Заметим прежде всего, что наиболее очевидный подход — решение дифференциального уравнения, записанного непосредственно относительно искомого параметра, — оказывается обычно неприемлемым не только из-за отсутствия необходимого объема входных данных, но и ввиду неизбежных погрешностей последних. Так, если находится коэффициент пьезопроводности, то, казалось бы, его можно определить из дифференциального уравнения вида (2.22) по формуле

$$a_0^* = \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_0 / (\nabla^2 S)_0 = \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_0 / \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)\right]_0, \tag{7.4}$$

где индекс $_0$ соответствует расчетной точке; $\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_0$ и $\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_0$ оцениваются по карте гидроизогипс; $\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_0$ определяется по известному графику $S_0(t)$, а $\left(\frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{\partial S}{\partial x}\right)_0$ и $\left(\frac{\partial}{\partial y}\cdot\frac{\partial S}{\partial y}\right)_0$ численно по графикам $\frac{\partial S}{\partial x} = f(x, y)$ и $\frac{\partial S}{\partial y} = \varphi(x, y)$ (значения x и берут в окрестности расчетной точки). В таком варианте, однако, приходится численно дифференцировать опытную функцию $S(x, y, t)$, что является, как известно [16], операцией некорректной. Нетрудно показать, например, что дисперсия опытной функции при этом многократно возрастает, так что параметр a_0^* будет определен с большой погрешностью.

Для полного отказа от упомянутых некорректных операций необходимо, очевидно, искать параметры из соотношений, в которых отсутствуют производные от опытных функций. Для этого предварительно необходимо либо приближенно проинтегрировать непосредственно исходное дифференциальное уравнение, либо заменить его интегральным аналогом и решить затем последнее относительно параметра (интегральные методы — см. раздел 7.2.3).

Наиболее эффективный аппарат для определения параметров из исходного уравнения дает численное или аналоговое моделирование, которое позволяет, в частности, гибко учитывать требования физического правдоподобия модели при введении в нее контрольной информации о напорах и расходах потока. Для условий установившегося режима фильтрации решение обычно заключается в расчете

усредненной проводимости в пределах рассматриваемого участка или в определении условий питания водоносного горизонта. Эти задачи можно решать как на сеточных моделях, так и на моделях из электропроводящей бумаги или комбинированных. Например, для определения средней проводимости на бумаге вырезают зону, содержащую выработки с известными водопритоками и ограниченную замкнутой гидроизогипсой с заданным напором вдоль нее или другими контурами с известными граничными условиями. Проводимость моделируемой зоны рассчитывают исходя из замеренной на модели силы тока. При наличии на отдельных участках вертикальных перетоков или дополнительного инфильтрационного питания целесообразно использовать комбинированные модели из электропроводной бумаги с дополнительными переменными сопротивлениями, дискретно присоединенными к бумажной модели [14], или же двумерные численные модели.

При решении задач неустановившейся фильтрации на моделях обычно определяют усредненную водоотдачу (при известной проводимости) или коэффициент пьезопроводности. Например, решение обратной задачи такого типа по методу Либмана (см. раздел 4.3) сводится к определению соотношения между величинами сопротивлений R_x и R_y, отвечающими проводимостям отдельных ячеек модели, и временными сопротивлениями R_t, подключенными к каждой узловой точке: при заданных граничных и начальных условиях на модели подбирается такое усредненное соотношение R_t/R_x, при котором в ее узловых точках фиксируются потенциалы, соответствующие напорам на известный момент времени. В целом же, в условиях однородных фильтрационных полей наиболее целесообразно использовать *RC*-модели, на которых коэффициенты пьезопроводности легко определяются по соотношениям модельного и натурного времени, требуемого для достижения заданного распределения напоров (см. раздел 4.3).

Впрочем, использование аналоговых моделей сохраняет какое-то значение преимущественно в рамках учебного процесса: наличие хорошо разработанного программного обеспечения (в частности, для персональных ЭВМ) позволяет уже сейчас делать основной упор в решении обратных задач на численное моделирование (см. раздел 7.2.4).

7.2.3. Прямое определение параметров на основе интегральных методов решения обратных задач

Замена исходного дифференциального уравнения его интегральным аналогом по всем координатам позволяет исключить из уравнения производные напоров по этим координатам, так что в результирующих выражениях коэффициенты при искомом параметре оказываются зависящими лишь от известных величин напора (или расхода

потока, если в интегральном аналоге уравнения сохраняются фиксированные значения первых производных по пространственным координатам). При некоторых же дополнительных упрощающих предпосылках о геометрии фильтрационного потока удается получить конечные аналитические выражения для условия материального баланса, из которых непосредственно определяются искомые параметры. В качестве примера этого последнего типа можно привести определение водоотдачи μ^* по результатам откачки из группы скважин в закрытом пласте:

$$\mu^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_I t_i}{\int\limits_{(D)} S(x, y, t)\, dx\, dy}, \tag{7.5}$$

где S — понижение уровня;
t_i — продолжительность работы i-й скважины к расчетному моменту t;
D — площадь пласта;
n — число скважин.

ЗАДАНИЕ. Уясните балансовый смысл равенства (7.5).

Другим примером сходного свойства является определение проводимости методом круга Чарного [32]. Метод основан на том, что при стационарной фильтрации к группе скважин в неограниченном пласте интегрирование уравнения (2.22а) по некоторой области, содержащей скважины и ограниченной окружностью достаточно большого радиуса R, приводят к формуле

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i \ln \frac{R}{r_i}}{2\pi (\overline{H}_k - H_0)}, \tag{7.6}$$

где r_i — расстояние от i-й скважины до центра круга;
$H_к$ — средневзвешенный напор по контуру R (определяется по карте гидроизогипс);
H_o — напор в центре круга; желательно, чтобы выполнялось условие $R > (1{,}5 \div 2{,}0) r_i$.

ЗАДАНИЕ. Убедитесь, что формуле (7.6) является достаточно очевидным обобщением формулы Дюпюи (3.32) на базе принципа сложения течений (см. раздел 3.3).

Для ознакомления с более универсальными интегральными методами рассмотрим пример расчета проводимости по ленте тока, построенной на карте гидроизогипс. В пределах ленты справедливо следующее выражение, обобщающее уравнение (4.1) одномерной нестационарной фильтрации:

$$\mu^* \omega(l) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial l}\left[\omega(l) T \frac{\partial H}{\partial l}\right], \qquad (7.7)$$

где $\omega(l)$ и l— соответственно ширина ленты и ее продольная (осевая) координата.

На участках квазистационарного режима уравнение (7.7) после двукратного интегрирования по l дает

$$T = \frac{Q_л(t_0)}{H(l_2, t_0) - H(l_1, t_0)} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{\omega(l)}, \qquad (7.8)$$

где $Q_л$ — известный расход потока в пределах ленты;
l_1 и l_2 — координаты точек, в которых известны значения напора в один и тот же момент t_o.

Смысл формулы (7.8) легко уяснить, если учесть, что выражение $\Phi = \frac{1}{T}\int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{\omega(l)}$ является фильтрационным сопротивлением участка ленты $[l_1, l_2]$. Сравните с формулой (3.54).

Заметим , что в данном примере мы использовали информацию лишь по двум наблюдательным скважинам, а также сведения о расходе потока.

Однако, отдавая должное интегральным методам определения параметров в целом, нельзя не подчеркнуть, что на их эффективность существенно влияет плотность информации по той переменной, от которой зависит вычисляемый интеграл. С этой точки зрения при решении обратных задач можно усмотреть существенную разницу в стемени целесообразности интегрирования уравнений фильтрации по пространственным координатам — с одной стороны, и по времени — с другой.

В самом деле, в большинстве практических задач фильтрации приходится иметь дело с функциями, плотность информации о которых во времени существенно выше, чем в пространстве. Поэтому эффективность использования методов интегрирования дифференциальных уравнений фильтрации по временной переменной должна быть достаточно высокой практически во всех случаях, тогда как интегрирование по пространственным координатам будет иметь смысл лишь при густой сети наблюдательных скважин.

Представляется очевидным, что для исключения производных по временной переменной целесообразно ориентироваться на некоторые стандартные преобразования, широко используемые в различных математических исследованиях и дающие хорошо разработанный аппарат для анализа и решения дифференциальных уравнений, в том числе уравнений в частных производных. Таким преобразованием является, в частности, преобразование Лапласа-Карсона (см. раздел 4.2).

Применим к уравнению плановой нестационарной фильтрации с перетеканием (см. раздел 2.3)

$$\mu^* \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial S}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial S}{\partial y}\right) - \frac{k_p}{m_p} S \qquad (7.9)$$

преобразование Лапласа-Карсона. Введя изображение функции понижения S (см. раздел 4.2), придем к стационарному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial \bar{S}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial \bar{S}}{\partial y}\right) = \left(\frac{\mu^*}{t_p} + \frac{k_p}{m_p}\right)\bar{S}. \qquad (7.10)$$

Граничные условия для этого уравнения (в том числе и условия на скважинах в пределах области) получают из граничных условий для уравнения (7.9) путем преобразования формулы (4.44).

Уравнение (7.10) можно использовать для определения водоотдачи и параметров площадного питания - при известном распределении проводимости. В типовых расчетных условиях оно решается посредством аналитических методов и доводится до конечных расчетных формул. Для нас основной интерес представляют сложные расчетные схемы, требующие применения ЭВМ или АВМ. Покажем, как решается уравнение (7.10) на аналоговых моделях для областей, в пределах которых упомянутые параметры считаются постоянными.

Для этой цели рассчитывается и набирается сетка сопротивлений фильтрационного поля $R_m = f\,[T(x, y)]$ (см. раздел 3.5), на которую задаются в преобразованном по Лапласу-Карсону виде граничные условия. В каждый внутренний узел сетки подключается дополнительное «операторное» сопротивление R_{tp}. Для реализации на сетке уравнения (7.10) величина этого сопротивления должна удовлетворять соотношению*

$$\alpha_\phi R_{tp} = \frac{1}{(\Delta x)^2\,[(k_p/m_p) + (\mu^*/t_p)]}, \qquad (7.11)$$

---

* Соотношение (7.11) нетрудно получить аналогично выводу формулы (4.71) для временного сопротивления в схеме Либмана (см. раздел 4.3.2).

где $\alpha_ф$ — масштаб сопротивлений. На концы операторных сопротивлений задаются нулевые значения потенциалов, отвечающие стационарному распределению напоров в момент $t = 0$.

Далее по известным графикам изменения уровня во времени $S_i(t)$ в отдельных расчетных узлах (совпадающих с точками расположения наблюдательных скважин) заранее рассчитываются изображения $\bar{S}_i$ (см. раздел 4.2), а затем - отвечающие им потенциалы U_i. Собственно моделирование заключается в подборе сопротивлений R_{tp} таким образом, чтобы потенциалы в расчетных узловых точках совпадали с заданными величинами U_i. Для контроля следует иметь в виду, что поскольку искомые параметры k_p/m_p априорно считаются постоянными в пределах рассматриваемой области, то при однородной разбивке все операторные сопротивления должны оказаться равными (а точнее — близкими) по величине. Если удовлетворить данное требование не представляется возможным, то это свидетельствует о неправомочности предпосылки о постоянстве искомых параметров k_p/m_p.

По результатам моделирования оказывается, таким образом, определена функциональная связь между водоотдачей и показателем перетекания k_p/m_p:

$$\mu^* = t_p \left(\frac{1}{\alpha_ф R_{tp} \Delta x^2} - \frac{k_p}{m_p} \right), \qquad (7.12)$$

из которой может быть найден один из этих параметров, если другой определен каким-то независимым путем.

Аналогично изложенному с помощью операционного метода может осуществляться параллельное определение емкостных параметров и параметров инфильтрационного питания.

Из приведенного материала становятся очевидными основные преимущества операционного метода при решении задач фильтрации.

1 Фильтрационные параметры отыскивают исходя из стационарного уравнения вида (7.10) — вместо нестационарных, благодаря чему расчетные операции заметно упрощаются.

2 Граничные условия для преобразованного уравнения (7.10), не зависящие от времени, оказываются существенно унифицированными, так что обычно не требуется менять схему интерпретации эксперимента применительно к изменениям во времени условий на водозаборных скважинах.

3 Функция $\bar{S}(x, y)$, в отличие от $S(x, y, t)$, использует сразу всю информацию о понижении в данной точке и отражает предшествующую историю процесса понижения уровней. В то время как функция $S(x, y, t)$ в каждый данный момент испытывает случайные

флуктуации, обусловленные объективными (неизбежная случайная неоднородность поля фильтрации, не учтенная при составлении расчетной модели) или субъективными (неточность единичного измерения) факторами, функция $\bar{S}(x, y)$ как бы статистически усредняет эти флуктуации, резко снижая вызываемые ими погрешности. А поскольку в истории изменения понижений $S(x, y, t)$ в данной точке косвенно отражается влияние параметров всего поля фильтрации (в пределах области влияния эксперимента), то имеет место усреднение не только во времени, но и в пространстве. С этих позиций можно говорить о том, что операционным методом определяются приведенные (расчетные) параметры для данной области, которыми как раз и следует пользоваться в прогнозах фильтрации для той же области при любых монотонных режимах возмущения.

Операционный метод имеет ограничения. Они обусловлены требованиями линейности исходных дифференциальных уравнений и граничных условий. Кроме того, напомним, что в изложенной модификации метод предполагает стационарность исходного распределения напоров (на момент $t = 0$). Ясно, однако, что эти ограничения не исключают возможности применения операционного метода в весьма широком круге реальных условий.

7.2.4. Об интерпретации данных режимных наблюдений на ЭВМ методами целенаправленного поиска

Мы не будем подробно рассматривать здесь решение обратных задач методами целенаправленного поиска [23] когда параметры определяются в результате многократного подбора — **калибрации модели** по известным значениям напоров и расходов потока - с помощью специальных алгоритмов. Заметим, однако, что этот путь требует проведения вариантных расчетных операций в таком объеме, который реально осуществим лишь с привлечением ЭВМ. Поэтому отказ от ЭВМ в данном случае равносилен снижению точности и надежности решения обратной задачи. Вместе с тем полная автоматизация процесса идентификации водоносного пласта на ЭВМ существенно снижает возможности контроля за физическим правдоподобием модели, возможности интуитивных оценок и внесения корректив. Кроме того, для этих целей необходимы мощные ЭВМ с большой памятью.

В целом использование цифровой вычислительной техники является лишь необходимым, но никак не достаточным условием эффективного решения обратной задачи: корректность ее постановки и надежность расчетных параметров решающим образом зависят от субъективного фактора — квалификации исследователя. И, несмотря на то что часть его оценок может быть заранее введена в решающий алгоритм, многие решения приходится принимать в процессе идентификации, причем нередко — на интуивном уровне. С этих

позиций решение обратной задачи, как бы ни было оно автоматизировано, под силу лишь специалисту, хорошо владеющему как методами математического моделирования, так и методами гидрогеологического анализа. *Гидрогеолог, занятый идентификацией водоносной системы, обязательно должен иметь хорошее представление об используемом численном методе,* хотя бы для того чтобы наилучшим образом распорядиться имеющейся информацией, без тщательного учета которой немыслимо эффективное решение обратной задачи.

Решающее значение для корректности постановки и точности решения обратных задач на практике обычно имеют не метрологические погрешности и не дефекты формально-математического аппарата, а погрешности, обусловленные физическим несоответствием модели и реального объекта. Главными из них являются погрешности самого дифференциального уравнения и краевых условий, а также погрешности интерполяции напоров, обусловленные недостаточной плотностью расположения скважин режимной сети. Поскольку эти погрешности, практически неотделимые от погрешностей параметров, определяются характером, площадным распределением и плотностью исходной информации, для каждого объекта индентификации и соответствующей калибрационной модели существует, очевидно, некая оптимальная, с точки зрения задач калибрации, сеть наблюдательных точек и точек опробования (при фиксированных затратах на наблюдательную сеть и опробование).

За этим выводом пока как будто не видно ощутимой практической пользы, так как построение оптимальной системы наблюдений и опробования требует достаточно ясных представлений о фильтрационных параметрах, которые как раз и вырабатываются в результате решения обратной задачи. Однако положение принципиально изменится, если мы попытаемся сделать связь исходной информации с расчетными параметрами не односторонней, а взаимной. Для этого необходимо, очевидно, строить калибрационный процесс в несколько этапов, постепенно развивая наблюдательную сеть или проводя дополнительное опробование пласта с учетом текущих требований калибрации. Иначе говоря, решение обратной задачи надо проводить по идее «самообучающегося» эксперимента, с осуществлением калибрационного процесса на «самообучающейся» модели.

Общая схема решения обратной задачи в этом случае может быть представлена следующим образом:

1 строится модель изучаемой области с учетом всей информации, накопленной к моменту начала эксперимента (или опытно-эксплуатационного водоотбора); заметим, что на первом этапе может представляться разумным моделирование не всей области, а лишь той ее части, которая будет охвачена влиянием первоочередного водоотбора;

2 на модели проводится прогнозный расчет первоочередного водоотбора;

3 назначается некоторая исходная система наблюдений в пределах зоны влияния первоочередного водоотбора — с учетом производственных требований, а также общих представлений о характере фильтрации, полученных при модельном прогнозе;

4 результаты наблюдений за работой водозабора на первом этапе используются для решения обратной задачи и исходная модель соответственно корректируется;

5 намечается ряд возможных вариантов системы наблюдений на следующий этап работы водозабора и проводится их оценка на модели. При этом широко используется анализ чувствительности, который позволяет выявить участки, вызывающие максимальные погрешности модели, т.е. участки, требующие дополнительной информации в первую очередь. В конечном итоге, из всех рассмотренных вариантов выбирается оптимальный;

6 полученные результаты наблюдений на втором этапе используются для решения новой обратной задачи и т.д.

Итак, для улучшения планирования системы наблюдений целесообразно использовать две взаимодействующие модели - калибрационную и прогнозную. Калибрационная модель поэтапно подстраивается под объект по мере накопления новой информации (заметим вместе с тем, что расчетная модель должна быть достаточно консервативной, чтобы в ней на каждом этапе находили отражение как новые, так и старые данные). Такие постоянно действующие модели объекта могут рассматриваться как основные элементы АСУ режимом подземных вод при строительстве и эксплуатации водозаборных сооружений.

7.3. Методика опытно-миграционных работ*

Для конкретности рассмотрим этот вопрос на примере гидрогеологической разведки месторождений подземных вод и твердых полезных ископаемых.

Опасность ухудшения качества подземных вод, отбираемых для хозяйственно-питьевого водоснабжения, или их загрязнения в районах крупного горнодобывающего производства требует от гидрогеологов проведения при разведке и эксплуатации месторождений специальных исследований, дающих количественную основу для про-

---

* Раздел написан при участии В.Г.Румынина.

гноза процессов массопереноса в водоносных комплексах (см. гл. 6). Эти исследования включают опытные индикаторные опробования пластов — опытно-миграционные работы (ОМР) и специальные - комплексные - режимные наблюдения (см. раздел 7.4)*.

7.3.1. О целесообразных условиях проведения ОМР

Хотя этот вопрос уже был затронут в разделе 6.7, вернемся к нему для более детального обоснования практических выводов [21].

Отталкиваясь от теоретического анализа процессов массопереноса (см. гл. 6), можно утверждать, что условия проведения и возможная эффективность полевых экспериментов с индикаторами резко различаются в комплексах пористых пород — с одной стороны, и существенно трещиноватых — с другой: это вытекает из различий и в емкостных свойствах, и в действительных скоростях движения, и в значимости дисперсионных эффектов (см. раздел 6.3). В частности, учитывая реальные скорости переноса и продолжительность опробования (несколько суток), характерный масштаб области влияния эксперимента измеряется в пористых породах лишь первыми метрами, а в трещиноватых породах — десятками, а подчас и сотнями метров. Не менее важны и отличия в возможностях имитации натурных условий переноса в лабораторных экспериментах: для трещиноватых пород эти возможности весьма ограничены. С другой стороны, эффективность ОМР в пористых породах часто вызывает сомнения.

В самом деле, пористым породам всегда свойственна сильно выраженная макронеоднородность (в частности — слоистость). Между тем, материалы изысканий обычно позволяют выделять лишь достаточно крупные макроэлементы пласта с существенно различающимися литологией и фильтрационными свойствами (на основании чего и выбираются участки, а также интервалы опробования). Однако оценить макронеоднородность в пределах участках на уровне тонких слоев и прослоев чаще всего не удается: для этого, как правило, не хватает данных, получаемых традиционными методами гидрогеологической разведки. Поэтому, несмотря на реальную неоднородность пласта в пределах опробуемого интервала, данные ОМР в них рассматриваются обычно в рамках гомогенных моделей. В результате получаемые расчетные параметры сильно зависят от характера эксперимента, что было показано в разделе 6.7 на примере двуслойного пласта. Из этого примера можно было уяснить, в частности, почему замена слоистого пласта фиктивным однородным комплексом дает при обработке полевых экспериментов резко заниженные значения активной пористости — основного параметра, участвующего в про-

---

* Точности ради, заметим, что под аббревиатурой ОМР принято объединять все опытные работы, направленные на определение миграционных параметров (и опробования, и наблюдения), однако мы будем использовать ее здесь в более узком смысле.

гнозных расчетах. Получаемые подобным образом расчетные показатели не могут использоваться в прогнозных оценках — ни непосредственно, ни в виде экстраполированных параметров: такая экстраполяция должна учитывать масштабные эффекты, связанные с литологической и фильтрационной неоднородностью среды, а для этого опять-таки обычно нет необходимых исходных данных. Правда, роль масштабных эффектов можно устранить увеличением размеров зоны опробования, но для этого необходимы эксперименты, соизмеримые по масштабам и продолжительности с эксплуатационными (прогнозными) условиями.

Тем самым вообще ставится под сомнение целесообразность проведения ОМР в комплексах пористых пород при *массовых гидрогеологических изысканиях* — по крайней мере до тех пор, пока не будут разработаны методы эффективного расчленения разрезов опробуемых толщ (по литологии, а также по физическим и, в частности, фильтрационным свойствам). Этот вывод усиливается и тем обстоятельством, что лабораторные эксперименты дают при правильной их постановке (см. раздел 6.7) более реальные значения пористости (близкие, кстати говоря, к величине общей пористости грунтов) и могут, следовательно, считаться хорошей альтернативой для полевых ОМР в таких породах.

Напротив, в **трещиноватых породах** такой альтернативы нет. Сравнительно высокие скорости гидравлического переноса, характерные для опытных условий в трещиноватых и трещиновато-пористых породах (см. разделы 6.1 и 6.2), обычно сглаживают влияние масштабных эффектов, а для последующего описания разномасштабных процессов (в опытных условиях, с одной стороны, и в прогнозных, с другой) могут использоваться идентичные, относительно несложные расчетные алгоритмы. Иначе говоря, достаточно масштабные ОМР в трещиноватых породах реально позволяют определять миграционные параметры, которые можно использовать в последующих прогнозах — либо непосредственно, либо после их расчетной экстраполяции на прогнозные условия.

Особого разговора заслуживают возможности **использования трассеров для повышения информативности опытно-фильтрационных работ**: эти возможности могут эффективно реализоваться в любых водоносных комплексах. Прежде всего, индикаторные запуски в наблюдательные скважины при фильтрационном опробовании — преимущественно на заключительных этапах кустовых откачек — позволяют выделить и охарактеризовать выдержанные по проницаемости зоны фильтрующего разреза. Заметим, что подобные эксперименты не нуждаются в специальном теоретическом обосновании: выполнение предпосылки о режиме послойного переноса (см. раздел 6.4.2) допускает применение простейших балансовых оценок, подобно примеру в разделе 6.7. Основные сложности

здесь связаны с техническим оснащением опытного куста, требующим дифференциации содержания трассера по вертикали.

На более широкое использование индикаторов при фильтрационных опробованиях наталкивает и необходимость изучения профильной фильтрационной анизотропии пород при гидрогеологических изысканиях на участках возможного загрязнения подземных вод. Это предполагает проведение опытных откачек или нагнетаний по специальным схемам, обеспечивающим преимущественную фильтрацию воды вкрест напластования. Учитывая повышенную сложность интерпретации подобных экспернментов, их особенно целесообразно сочетать с индикаторными запусками, дающими полезную дополнительную информацию для проверки надежности расчетной фильтрационной модели.

Оставляя далее в стороне эту важную, но мало разработанную проблему, займемся более детальным анализом условий индикаторного опробования трещиноватых пород.

7.3.2. Расчетные модели для ОМР в трещиноватых породах

Этот вопрос мы рассмотрим лишь применительно к основным схемам миграционного опробования в возмущенном фильтрационном потоке (см. раздел 6.7).

Для анализа результатов опытов в чисто трещиноватых породах (с пренебрежимо малой пористостью блоков) могут широко использоваться решения задачи массопереноса, полученные в рамках расчетной схемы микродисперсии (см. раздел 6.3). Особенно удобны для интерпретации эти решения при характерных числах Пекле, измеряемых, как минимум, первыми десятками, что, согласно формуле (6.31а), можно считать выполненным при $\frac{r}{\delta_1} > 10 \div 20$ (r — расстояние между точками запуска и отбора трассера). Тогда, например, для интерпретации опыта по схеме с наливом в плоскорадиальном потоке можно использовать простейшие одномерное решение (6.27) — после замены в нем скорости фильтрации расчетной средней величиной (согласно формуле (6.65)). Более того, для оценки важнейшего параметра — активной трещиноватости n можно применить элементарную балансовую формулу:

$$n = \frac{q\, t_{cp}}{\pi r^2}, \qquad (7.13)$$

где q — удельный дебит налива ($q = Q_c/m$);
r — расстояние между скважинами;

$t_{ср}$ — время регистрации относительной концентрации $\bar{c} = 0{,}5$.

ВОПРОС. В чем физический смысл формулы (7.13)?

Аналогичная формула для случая пакетного запуска имеет вид:

$$n = \frac{q\, t_{max}}{\pi r^2}, \tag{7.13а}$$

где t_{max} отвечает пику концентрации в наблюдательной скважине. Формулу (7.13а) можно использовать и для интерпретации опытов с откачивающей центральной скважиной, когда пакет индикатора подается в наблюдательную скважину.

Сложнее обстоит дело с интерпретацией дуплетного опробования (см. раздел 6.7): решение соответствующей задачи массопереноса должно учитывать, что трассер движется по траекториям разной длины (например, см. рис. 3.10,б) и в эксплуатационной скважине происходит смешение меченой жидкости с пластовой водой, не содержащей трассера. Решение задачи для расчетной схемы микродисперсии дается в виде типовых кривых, которые можно использовать для графической интерпретации опытных результатов методом подбора [21]. Однако из анализа графических решений следует, что чувствительность опытных кривых к рассеивающим свойствам пород (параметру микродисперсии δ_1), довольно низкая, и их определение мало надежно. Кроме того, коэффициент трещиноватости достаточно уверенно можно рассчитать по простейшим усредняющим формулам (7.13) и (7.13а).

Для описания миграции химического индикатора при опробовании трещиновато-пористых пород по схеме с наливом используют аналог решения Ловерье (6.47) для плоскорадиальной миграции:

$$\bar{c} = \bar{c}(t, t_0) = erfc\, \xi, \tag{7.14}$$

где

$$\xi = \frac{S_б \sqrt{D_м\, n_0\, t_0}}{2n \sqrt{t - t_0}};\quad t_0 = \frac{\pi (r^2 - r_c^2)}{q} < t$$

(r_c — радиус инъекционной скважины, $S_б$ — удельная поверхность пористых блоков), справедливого в рамках предпосылок о неограниченной емкости пористых блоков (см. раздел 6.7) и о поршневом вытеснении трассера по трещинам. Однако последнее допущение, исключающее израссмотрения продольную дисперсионную составляющую массового потока по трещинам, может оказаться для трещи-

новатых пород слишком грубым. Анализ, основанный на сопоставлении формулы (7.14) с точным решением [21], показывает, что в меньшей степени гидродисперсия влияет на характер выходных кривых в трещиновато-пористых пластах с высокими массообменными параметрами ($S_б^2 D_м n_0 > 10^{-2}$ сут$^{-1}$): здесь выполнение обязательного условия сплошности среды в зоне опробования (см. раздел 7.3.3) обычно обеспечивает и необходимый уровень надежности при интерпретации результатов на основе решения (7.14) — по крайней мере, если ориентироваться на участки индикаторных графиков, где относительная концентрация $\bar{c}$ превышает 20% от максимальной. По мере снижения интенсивности массообмена между трещинами и блоками решение Ловерье дает все большие погрешности (за счет пренебрежения гидродисперсионной составляющей переноса по трещинам), и для обоснованного применения формулы (7.14) масштабы опробования (расстояния между скважинами) должны удовлетворять уже более жесткому условию:

$$\frac{r^2 S_б^2 D_м n_0}{q n} > 1 . \qquad (7.15)$$

При экспериментах по дуплетной схеме повышенные скорости фильтрации требуют увеличения минимального масштаба опробования примерно в два раза по сравнению с величиной, разрешенной критерием (7.15).

Обработка выходной кривой для опытов с наливом индикатора осуществляется путем нанесения опытных точек на график в координатах ξ^{-2}–t, что позволяет линеаризовать зависимость (7.14). Отсюда нетрудно по точке пересечения прямой с осью времени t_p определить активную трещиноватость:

$$n = \frac{q t_p}{\pi r^2}, \qquad (7.16)$$

а по углу наклона прямой к оси времени φ — комплексный параметр массообмена:

$$S_б^2 D_ш n_0 = \frac{4 q^2}{\pi^2 r^4 tg\varphi} . \qquad (7.17)$$

Результаты дуплетных опытов можно интерпретировать при помощи специальных типовых графиков. Для ориентировочных оценок, применительно к солевому индикатору, типовой график достаточно хорошо аппроксимируется формулой [21]

$$\bar{c} = 0{,}5\, lg \frac{2q\sqrt{t - t_o}}{r^2 S_б \sqrt{D_м n_o}}, \qquad (7.18)$$

где $t_o = r^2 n / q$, а относительная концентрация с должна находиться в диапазоне от 0,1 до 0,5. При использовании формулы (7.18) сначала во времени $t = t_{ср}$, отвечающему концентрации $\bar{c} = 0{,}5$, определяют параметр массообмена

$$S_б^2 D_м n_0 \approx 0{,}04 \left(\frac{q}{r^2}\right)^2 t_{ср}, \qquad (7.19)$$

а затем по более ранним участкам выходной кривой из формулы (7.18) находят активную трещиноватость n.

Нужно заметить, что непосредственная интерпретация опытных данных на основе рекомендованных решений не всегда обеспечивает удовлетворительную точность расчетных миграционных параметров, так как в этих решениях не учитывается емкость наблюдательной скважины. Пренебрежение же разбавлением индикатора в скважине, наряду с кольматацией ее прифильтровой зоны, приводит к тому, что в процессе опыта концентрация индикатора в пласте (непосредственно на внешней стенке скважины) отличается от замеряемой. Период времени, в течение которого отмечается подобное несоответствие, подчас соизмерим с длительностью самого опыта. Этот эффект получил название **гидрохимической инерционности наблюдательных скважин**. Его характерным показателем может служить безразмерный параметр инерционности $\alpha = \frac{\pi d_c}{4 \xi r n}$, где d_c — диаметр пьезометра; ξ — показатель искажения фильтрационного потока вблизи скважины (см. раздел 6.1.4), который отражает соотношение между емкостными характеристиками скважины и опробуемой части пласта: чем ниже значение параметра α, т.е. чем меньше диаметр наблюдательной скважины d_c (при минимальной степени ее кольматации ξ) и длиннее путь r миграции индикатора в водоносном горизонте, тем точнее скважина регистрирует изменения концентрации индикатора в ходе эксперимента. Как показывают расчеты, учитывающие влияние емкости скважины [21], при опытах в чисто трещиноватых породах роль ее обычно слишком велика, чтобы эффектом гидрохимической инерционности можно было пренебречь. Объясняется это малой емкостью самих опробуемых пород. Соответственно, в трещиновато-пористых породах роль данного фактора обычно заметно слабее. В общем же надежная оценка пригодности наблюдательных скважин конкретного куста для контроля трассера, а также определение поправок на инерционность опытной системы

* Формула (7.19) следует из (7.18) при $t_{ср} >> t_o$, что обычно справедливо при правильной постановке опыта.

требуют специальных градуировочных процедур [21]. Проще всего для этого можно использовать резистивиметрию наблюдательной скважины, запуская в нее индикатор до начала основного эксперимента, но после стабилизации возмущенного при наливе фильтрационного потока. Так как скорость фильтрации на участке расположения пьезометра в этом варианте известна [$v = q/(2\pi r)$], то основная формула резистивиметрии (6.12) может быть переписана в виде

$$\frac{\pi d_c}{4\xi r n} = \frac{q t}{2\pi r^2 n}\left(\ln\frac{c_0 - c^0}{c - c^0}\right)^{-1}, \qquad (7.20)$$

где слева стоит выражение показателя гидрохимической инерционности α. Неизвестное значение активной трещиноватости в правой части формулы (7.20) принимается, в первом приближении, по аналогии, а затем — по данным основного этапа индикаторного опыта.

Естественно, что в экспериментах с откачивающей скважиной (в частности, при дуплетном опробовании) необходимость в подобной градуировке отпадает.

7.3.3. Планирование миграционных опытов

Под планированием миграционных опытов понимают предварительное обоснование целесообразных их характеристик, таких как расход нагнетания (откачки), расстояния между опытными скважинами, длина интервала опробования, тип индикатора, продолжительность опыта и др. Начнем с ряда общих положений, которые необходимо учитывать при планировании ОМР.

1 Опытные кусты должны располагаться в пределах представительной области пласта, где в условиях предполагаемого загрязнения фильтрующиеся стоки будут находиться наиболее продолжительное время. При наличии в пласте особых зон преимущественного переноса, где ожидаемые действительные скорости максимальны, они должны быть охарактеризованы опытными работами в первую очередь.

2 При опробовании неглубокозалегающих водоносных горизонтов (десятки метров) предпочтение надо отдавать экспериментальной схеме с наливом индикатора в центральную скважину при наличии двух лучей наблюдательных скважин, а для опробования водоносных горизонтов, залегающих на относительно больших глубинах, целесообразно применение дуплетной схемы. Наряду с этими специальными кустами на заключительных стадиях откачек можно широко использовать запуски индикаторов в пьезометры опытно-фильтрационных кустов.

3 Расстояние между скважинами и, в частности, максимальное удаление между точками ввода и отбора индикатора должно увязываться с намечаемой продолжительностью эксперимента посредством специальных разведочных расчетов. При этом, если используются уже пробуренные скважины (например, при опытных откачках), то расчетом находят требуемую длительность опыта и, наоборот, для специально проходимых опытно-миграционных кустов расчетом обычно оценивают максимальный размер зоны опробования исходя из разумной среднеоптимальной продолжительности эксперимента — порядка нескольких суток.

4 Во всех случаях расстояния между скважинами (минимальные масштабы опробования r_{min}) должны удовлетворять условиям сплошности среды (см. раздел I.2.3). Для трещиноватых пород это равносильно условию, при котором значения $r_{min}/m_б$ ($m_б$ — размер блока) или r_{min}/δ_1, примерно отвечающие характерным числам Пекле (см. 6.31а), достигают, как минимум, первых десятков.

5 Не менее важно выполнение условия сплошности трещиноватой среды и при выборе длины опытного интервала: общее число водопроводящих трещин, пересекаемых скважиной в интервале опробования, не должно быть слишком малым. В то же время, нежелательна и другая крайность — объединение одним опытным интервалом нескольких зон в разрезе пласта, заметно различающихся по своим фильтрационным параметрам (за исключением случаев, когда используются специальные методы дифференцированного контроля индикаторной метки по стволу наблюдательной скважины в процессе эксперимента).

6 При оборудовании опытных скважин должны быть в максимальной степени ограничены возможности различных случайных вертикальных перетоков жидкости, в частности, по затрубному пространству.

7 Полевые эксперименты должны проводиться с достаточно инертными и устойчивыми в природных водах индикаторами, легко определяемыми химическими или другими методами и мало влияющими на фильтрационные свойства пород. Совместимость индикатора с пластовыми водами должна всесторонне оцениваться предварительно в лабораторных условиях.

8 За основную форму входного концентрационного сигнала чаще всего принимают непрерывное поддержание в точке инъекции постоянной концентрации индикатора в течение всего опыта, что позволяет по характеру выходной кривой надежно диагностировать особенности миграционного процесса и правильно выбрать расчетную схему. Однако на стадии, предшествующей постановке основного эксперимента, целесообразны кратковременные пакетные запуски с целью установления распределения поля действительных

скоростей фильтрации в пределах опробуемой толщи и назначения оптимальных точек и временных интервалов отбора гидрохимических проб.

9 Планирование и проведение миграционного эксперимента наиболее эффективно при осуществлении предварительных или параллельных гидрогеофизических исследований в опытных скважинах (расходометрия, резистивиметрия, термометрия), которые позволяют: дифференцировать проницаемость (трещиноватость) опробуемого комплекса по вертикали и обоснованно выбрать интервал опробования, осуществить контрольные определения естественных и опытных скоростей фильтрации в точках расположения наблюдательных скважин (см. раздел 6.1.4), вести непрерывное прослеживание индикаторной волны по наблюдательной скважине.

10 При обосновании экспериментальной схемы требуется предварительная оценка параметра гидрохимической инерционности наблюдательных скважин (см. раздел 7.3.2), в частности, целесообразна их тарировка с использованием резистивиметрии. В ряде случаев для устранения фактора инерционности требуется предусмотреть в технической схеме опыта устройство для создания принудительного притока воды к скважине непосредственно перед отбором пробы.

11 Планированию полевых экспериментов должны обязательно предшествовать лабораторные определения пористости, проницаемости пористых блоков, коэффициента молекулярной диффузии (см. раздел 6.6).

Перейдем теперь к вопросам расчетного обоснования опытной схемы и к выбору необходимы контролирующих показателей. Прежде всего, экспериментальные характеристики подбираются таким образом, чтобы в процессе опыта воспроизводилась та или иная расчетная схема массопереноса (см. разделы 6.3 и 6.4). Для этого, в частности, используются оценки по временным критериям типа (6.37), (6.45), (6.49), (7.15) и др. Ясно, что применимость конкретной схемы оценивается при этом исходя из вероятных значений миграционных параметров, определяемых на более ранних этапах проведения опробований, а также лабораторными экспериментами и по аналогии. По вероятным значениям параметров и с учетом намеченного времени опробования по соответствующим расчетным зависимостям (см. раздел 7.3.2) подбираются расстояния до наиболее удаленных наблюдательных скважин*.

В этой связи заметим, что из-за влияния масштабных эффектов надежность интерпретации эксперимента возрастает с удалением точки наблюдений от центральной скважины. Однако максимально допустимое расстояние между опытными скважинами r_{max} контро-

* При заданном расположении скважин, наоборот, расчетом оценивается требуемая продолжительность опыта.

лируется скоростью и направлением естественного фильтрационного потока, искажающего задаваемый режим опыта. Например, для кустового опробования значение r_{max} не должно с этих позиций превышать величины $\frac{\varepsilon q}{v_0}$ (q — удельный расход налива индикатора; v_o — скорость регионального потока; $\varepsilon \approx 0{,}03 - 0{,}05$ — принятый порядок погрешности).

ЗАДАНИЕ. Докажите это положение, пользуясь методом сложения течений. Для этого достаточно сопоставить v_o со скоростью возмущенного потока на расстоянии r_{max} от скважины (определяемой согласно формуле Тейса).

Кроме того, при слишком большом расстоянии между скважинами в трещиновато-пористых породах резко падает значимость массопереноса в трещинах в сравнении с молекулярно-диффузионным оттоком в блоки, что приводит к возрастанию погрешностей при определении активной трещиноватости в средах с высокими массообменными параметрами. И, несмотря на то что в таких породах коэффициент трещиноватости обычно не столь важен для длительных прогнозов (см., например, раздел 8.4.2), его экспериментальную оценку следует считать обязательной: полученное значение трещиноватости является показателем, контролирующим надежность всего расчетного алгоритма.

С этих позиций для ОМР в трещиновато-пористых породах желательно, наряду с индикаторами, усваиваемыми блоками, применять соединения (обычно полимеры), диффузия в пористые блоки которых незначительна. Это позволяет, используя при интерпретации расчетную схему микродисперсии (см. раздел 6.3), определить и константу гидродисперсии δ_1, значение которой обычно коррелирует с характерным размером блоков (см. пример в разделе 7.3.4). Кроме того, такая информация позволяет учесть при планировании ОМР возможную роль гидродисперсионного рассеяния, снижающего надежность анализа опытов на основе решения Ловерье (см. раздел 7.3.2).

Неизбежные погрешности планирования индикаторных опытов по вероятным значениям миграционных параметров делают целесообразным проведение эксперимента в трещиноватых породах при нескольких различающихся режимах (расходах нагнетания). С этой же точки зрения, опытный куст должен включать несколько наблюдательных скважин (не менее трех) на каждом луче. При дуплетном опробовании также желательно предусматривать запасные скважины, позволяющие привести опыт при различных размерах зон опробования.

Наконец, следует иметь в виду, что при опытах с химическими индикаторами необходамая надежность оценки параметров массопереноса в ряде случаев вообще не может быть достигнута, причем скорее всего такое положение может возникнуть в условиях трещиновато-пористых сред с низкими массообменными параметрами: за время опыта емкость блоков не успевает достаточно проявить себя. В этой ситуации в проектируемой схеме опыта должно быть предусмотрено применение теплового индикатора, так как при этом опыт выводится на существенно другие соотношения диффузионной (кондуктивной) и конвективной составляющих переноса (см. раздел 6.5). Интерпретация данных теплового воздействия на пласт, основанная на решениях задачи плоскорадиального теплопереноса в трещиновато-пористой среде (а их легко получить, пользуясь рассмотренной в разделе 6.5 аналогией между процессами массо- и теплопереноса), позволяет оценить один из важнейших параметров - удельную поверхность пористых блоков $S_б$.

В заключение подчеркнем, что планирование и реализация опытных схем при миграционном опробовании водоносных комплексов всегда предполагает исключение ряда нежелательных эффектов (только тогда возможна корректная интерпретация результатов), которые в прогнозных расчетах часто, наоборот, приобретают особое значение. К ним прежде всего отнесем плотностную конвекцию в пласте (см. раздел 6.1.3) и поперечную дисперсию (см. разделы 6.3 и 6.4). Тем самым круг экспериментально определяемых в полевых условиях параметров сознательно сужается до того минимального предела, которых в лучшем случае может служить основой лишь для простейших одномерных прогнозных моделей (да и то не всегда, так как за пределами возможностей локальных ОМР остаются асимптотические параметры макродисперсии, если говорить о пористых породах — см. раздел 7.3.1). Наряду с недостатком информации о миграционных параметрах обычно остается экспериментально недоизученной также степень гидродинамической и гидрохимической связи бассейнов промышленных стоков с подземными водами, так что неопределенность граничных условий становится еще одним препятствием для прогноза миграционных процессов. Наконец, прогнозные оценки нуждаются в достаточно подробной информации о поле скоростей фильтрации; в условиях реальной фильтрационной неоднородности и анизотропии водоносных пластов, а также отмеченной недоизученности граничных условий фильтрации это обычно требует информации, заметно превышающей возможности гидрогеологических изысканий. Отсюда ясны важная роль и задачи режимных наблюдений в период эксплуатации инженерных объектов с точки зрения изучения процессов загрязнения подземных вод (см. раздел 7.4).

7.3.4. Конкретные примеры

Рассмотрим пример миграционного опробования водоносного горизонта, приуроченного к трещиновато-пористым меловым породам (район одного из месторождений КМА). Оно проводилось по схеме кустового налива в центральную скважину с прослеживанием за движением индикатора в пласте по двум наблюдательным скважинам 1 и 2, удаленным от нее на расстояния 15 и 20 м соответственно. Предварительно во всех скважинах был проведен расходометрический каротаж, в результате которого была выделена верхняя, наиболее проницаемая зона мощностью 3 м, определившая практически всю гидравлическую проводимость пласта (его суммарная обводненная мощность около 20 м). Можно предположить поэтому, что в процессе опыта оценивались параметры именно этой зоны. Скорость фильтрации естественного потока v_o по данным резистивиметрии скважин составила 0,2 м/сут.

В качестве индикаторов использовали два химических соединения — слабо концентрированные растворы поваренной соли (наблюдения велись по хлор-иону) и высокомолекулярного соединения — полиакриламида (ПАА). Индикаторы вводили после достижения режима налива, близкого к стационарному, при расходе $Q_c = 225$ м^3/сут (удельный дебит налива $q = Q_c/m = 75$ м^2/сут). Полученные выходные кривые по скважинам 1 и 2, пересчитанные на относительные концентрации, приведены на рис. 7.4,а.

На индикаторных графиках для хлор-иона достаточно определенно (по их резкой асимметрии относительно точки средней относительной концентрации $\overline{c} = 0{,}5$) диагностируется проявление эффекта двойной пористости: по прошествии первых часов опыта на перенос индикатора заметно влияет процесс его молекулярной диффузии в пористые блоки. Этот процесс становится особенно ощутимым в сравнении с характером миграции ПАА, проникающая способность которого в поры блоков весьма низкая (он ведет себя подобно индикатору в чисто трещиноватой среде).

Обработка выходных кривых для хлор-иона осуществлялась путем линеаризации зависимости (7.14). Для этого опытные точки были нанесены на график в координатах $\xi^{-2} \div t$ (см. рис. 7.4,б), где видно, что кривые, полученные для усваиваемого блоками трассера, достаточно хорошо согласуются с теоретической зависимостью. Миграционные параметры, рассчитанные графоаналитическим методом с использованием значений t_p и tg φ (см. формулы (7.16) и (7.17)), приведены в таблице.

Таблица

Номер наблюдательной скважины	Расчетные параметры			
	$t_р$, ч	$tg\varphi$, $ч^{-1}$	n	$S_б^2 D_м n_0$, 10^4, сут
1	0,65	4,35	0,003	4,3
2	1,70	2,22	0,004	2,8

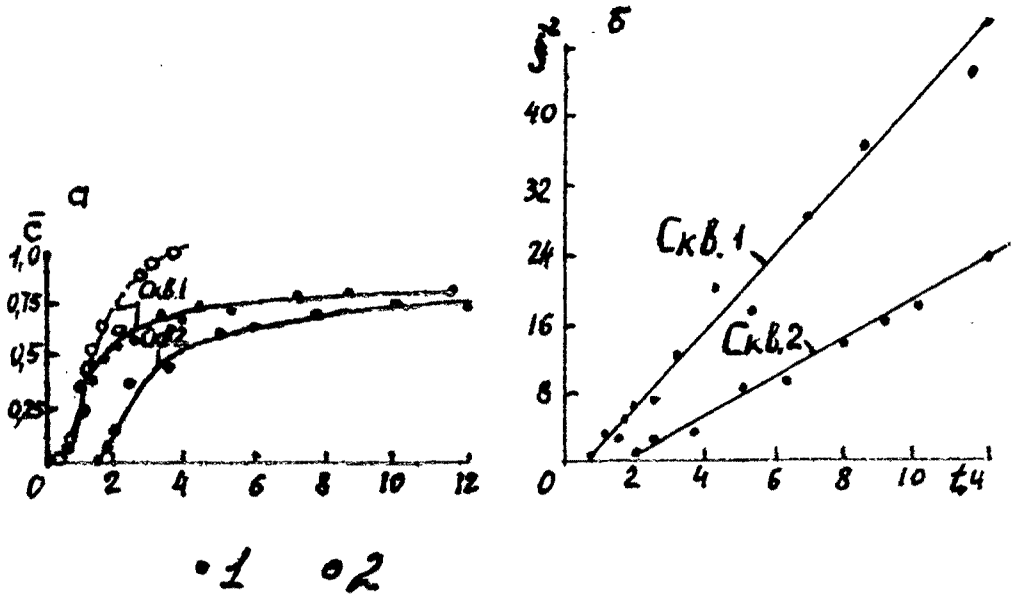


Рис. 7.4. Графики изменения относительных концентраций индикаторов в наблюдательных скважинах (а) и представление опытных данных при графоаналитическом способе их интерпретации (б):

1 - хлор-ион; 2 - ПАА

Лабораторными опытами были установлены коэффициенты молекулярной диффузии в блоках ($D_м = 5\ \ 10^{-5}$ м^2/сут) и пористость последних ($n_0 = 0{,}45$). Эти данные позволяют определить по известным значениям комплексного массообменного параметра $S_б^2 D_м n_0$ удельную поверхность блоков $S_б$, которая составила в среднем 4 м$^{-1}$, что в пересчете на средний размер блока изометрической формы отвечает $m_б = 6/S_б = 1{,}5$ м.

Кроме того, обработка выходной кривой для ПАА по схеме микродисперсии (см. раздел 7.3.2) дала расчетные значения активной трещиноватости $n = 0{,}005$ и параметра микродисперсии $\delta_1 = 1$ м. Как видно, значения параметров, определенные по различным индика-

торам, оказались сопоставимыми*, что является подтверждением вполне приемлемого качества опыта.

Приведем еще простой пример использования индикаторного запуска для фильтрационной дифференциации разреза — оценки изменчивости показателя послойной действительной скорости фильтрации $\chi = \frac{k_i}{n_i}$ в профильно-неоднородном пласте (k_i и n_i — коэффициент фильтрации и пористость пород i-го слоя). Индикаторный запуск NaCl в наблюдательную скважину был осуществлен на заключительном этапе откачек в процессе опробования водоносного горизонта, приуроченного к трещиноватым известнякам. Опытные характеристики были приняты следующими: расход откачки $Q_c = 51$ м^3/сут, расстояние между скважинами $r = 30$ м, общая мощность опробуемого интервала $m = 10$ м. Предшествующий опыту расходометрический каротаж эксплуатационной скважины позволил выделить две заметно различающиеся по проницаемости зоны; верхнюю, более проницаемую ($m_1 = 2$ м), и нижнюю ($m_2 = 8$ м), которая на расходометрических диаграммах трактовалась как менее проницаемая.

На графике временного прослеживания отчетливо выделялись два максимума концентрации индикатора ($t_{max1} \approx 10$ ч и $t_{max2} \approx 40$ ч), существенно сдвинутые один относительно другого. По всей вероятности, пики максимальной концентрации связаны со временем прихода индикаторной волны по различным зонам: первый отвечает миграции в верхней зоне, а второй — переносу вещества в нижней зоне.

Составляя очевидные балансовые уравнения, легко находим выражения для искомых показателей:

$$\chi_1 = \frac{\pi r^2 T}{Q_c t_{max1}}, \quad \chi_2 = \frac{\pi r^2 T}{Q_c t_{max2}},$$

где T — суммарная проводимость пласта (по данным откачки $T = 30$ м^2/сут).

Подставляя исхлодные значения, получаем $\chi_1 \approx 4 \cdot 10^3$ м/сут, $\chi_2 \approx 1 \cdot 10^3$ м/сут. Величины параметра χ далее могут непосредст-

* Напомним, что параметр δ_1 по своему физическому содержанию должен коррелировать со средним размером блоков $m_б$.

венно использоваться в расчетных оценках массопереноса, а после независимой оценки значений n_i^* они могут быть пересчитаны для представления коэффициентов фильтрации k_i в явном виде.

7.4. Постановка режимных наблюдений за процессами загрязнения подземных вод**

7.4.1. Общие положения

Этот вопрос мы рассмотрим главным образом применительно к миграции загрязнений от поверхностных бассейнов промышленных стоков. Будем считать для определенности, что такое загрязнение представляет угрозу водозаборным сооружениям хозяйственно-питьевого назначения. В этих условиях режимные наблюдения составляют основу управления ресурсами и качеством подземных вод в районе. Здесь мы займемся лишь теми аспектами наблюдений — гидрохимических и гидродинамических (геофильтрационных), которые непосредственно связаны с проблемой охраны подземных вод от загрязнения.

Режимные гидрохимические наблюдения на участках загрязнения подземных вод направлены на своевременное обнаружение неблагоприятных тенденций в изменениях их качественного состава и позволяют получить необходимую информацию для построения региональной прогнозной модели. Иначе говоря, с позиций задач охраны водоносных комплексов *гидрогеологические наблюдения выполняют две функции*: первую — контрольную, связанную с оперативным фиксированием загрязнения, и вторую — экспериментальную, сводящуюся к изучению расчетной модели миграции и миграционных параметров путем дальнейшего решения соответствующих обратных задач (см. раздел 5.1). Естественно, что анализ данных гидрохимических наблюдений не может проводиться без качественной геофильтрационной основы, получаемой в рамках режимных гидродинамических наблюдений.

Постановка наблюдений должна исходить из основных закономерностей формирования гидродинамических и гидрохимических полей на участках нарушенного режима подземных вод. Сложность этих закономерностей делает необходимым тщательное планирование соответственно ориентированных режимных наблюдений на базе принципа обратной связи (см. раздел 7.5), предполагающего всесторонний учет — при планировании наблюдательной сети — главных особенностей прогнозируемых миграционных процессов в период строительства и эксплуатации инженерных объектов. В основе тако-

* Например, в случае пористых пород для этого можно использовать параллельные лабораторные оценки пористости.

** Раздел написан при участии В.Г.Румынина.

го планирования лежит аппарат теории миграции подземных вод, с помощью которого проводятся разведочные (прогнозные) оценки возможных процессов загрязнения водоносных горизонтов. Исходными данными для подобных оценок служат преимущественно результаты опытно-фильтрационных и опытно-миграционных работ, а также режимных наблюдений, проведенных при разведке месторождений подземных вод. В дальнейшем эти данные, так же как и сами прогнозные оценки и запланированный по ним исходный вариант наблюдательной сети, корректируются по мере накопления результатов наблюдений. Таким образом, при постановке наблюдений должен использоваться гибкий адаптационный подход, который возможен лишь при поэтапной схематизации процессов загрязнения подземных вод, последовательном уточнении прогнозных оценок и, соответственно, стадийности в планировании, организации и проведении наблюдений.

Важно особо подчеркнуть, что возможный характер и закономерности изменений качества подземных вод определяются не только характеристиками водоносного комплекса, где происходит основное движение загрязненных вод, но в значительной степени и процессами, протекающими в пределах приграничной области, через которую осуществляется взаимодействие накапливаемых некондиционных вод с подземным потоком. Приграничная область — для типичных условий бассейнов промышленных стоков — приурочена обычно к глинистым или полимерным экранирующим покрытиям, на которые в процессе эксплуатации нередко намываются техногенные продукты (например, отходы обогащения полезного ископаемого), и в результате мощность и свойства донных отложений меняются во времени. К приграничной области следует отнести также непосредственно прилежащую к бассейну узкую (метры— первые десятки метров) зону природных коллекторов, заметно изменивших свои физические свойства в результате внешнего техногенного воздействия. Гидродинамические и гидрохимические условия в описанной области, примыкающей к контурам бассейнов промышленных стоков (как правило, несовершенных по характеру и степени вскрытия водоносного горизонта), являются особыми по ряду позиций: во-первых, это область с наиболее сильно деформированной структурой фильтрационного и миграционного потоков, где, в частности, обычно заметно проявляется вертикальная составляющая скорости фильтрации (см. раздел 2.5.1); во-вторых, на границе раздела между поверхностными и подземными водами (проходящей либо непосредственно по контакту с донными отложениями — при подпертом режиме фильтрации, либо в пределах зоны неполного водонасыщения под бассейном — при режиме свободной инфильтрации) наиболее интенсивно протекают процессы самоочищения воды физико-химического и биологического характера, которые в пределах основной площади области миграции обычно не столь выражены и чаще всего имеют

совершенно иную природу. С этих позиций можно утверждать, что в ряде случаев только контроль за качеством и количеством вод, инфильтрующихся через экранирующие отложения, дает возможность установить истинную концентрацию компонентов и их общий массовый поток на «входе» в водоносный горизонт (на участке его непосредственного загрязнения).

Отсюда понятно, что принципы организации режимных наблюдений и их методическая постановка должны быть во многом отличными для двух выделенных областей — приграничной и основной. Имея это в виду, рассмотрим особенности проведения режимных гидрогеологических наблюдений, которые по своей направленности подразделяются на геофильтрационные и гидрохимические.

7.4.2. Геофильтрационные наблюдения вблизи бассейнов промышленных стоков

Систематические наблюдения за гидродинамическим режимом подземных вод, являющиеся важной составной частью исследований на участке загрязнения, позволяют:

1 выделить вклады естественного (регионального) фильтрационного потока и утечек из бассейна промышленных стоков в общий объем фильтрационного расхода в пределах ореола загрязнения;

2 выявить места наиболее интенсивных утечек из водоема;

3 оценить распределение напоров и скоростей фильтрации в водоносном горизонте. Заметим, кстати, что решение первых двух вопросов на базе исходных данных, полученных наливами в шурфы в период изысканий, оказывается обычно весьма ненадежным (см. раздел 6.9.3).

Среди методов количественного определения утечек из бассейна промышленных стоков, наряду с общими балансовыми оценками, ведущее место должно отводиться изучению фильтрационных свойств донных отложений (в том числе искусственных экранов) путем организации специальных пунктов наблюдений. Так как фильтрация здесь носит существенно вертикальный характер*, то для определения напоров в породах экрана в качестве стационарной аппаратуры необходимо использовать этажно установленные «точечные» пьезометры (с короткими фильтрами) или датчики порового давления (см. раздел 5.4.5). Для прямого определения инфильтрационного расхода на отдельных участках бассейна используют переносные и стационарные инфильтрометры различных конструкций. Весьма эффективным экспресс-методом выявления очагов инфильтрации в прибрежной зоне является термозондирование [21], которое

* Обычно можно считать выполненными предпосылки перетекания (см. раздел 2.3.2).

позволяет оценить скорость вертикальной фильтрации по изменению температуры специального зонда, задавливаемого в донные отложения (в теоретическом плане, эта задача сходна с рассмотренной в разделе 6.5.2 задачей о термометрии скважин в разделяющих слоях).

Не останавливаясь подробно на общих принципах создания наблюдательной сети скважин в районе расположения хранилищ промышленных стоков, отметим лишь необходимость сгущения числа пьезометров вблизи береговой линии, что позволяет, используя замеры уровней по ним в период заполнения бассейна, определить средние значения фильтрационных сопротивлений донных отложений (см. раздел 3.4). В целом указанные наблюдения по режимной сети, после построения карты гидроизогипс, дают гидродинамическую картину, анализ которой позволяет достаточно надежно определить направление потока подземных вод и при известных фильтрационных параметрах — некоторые усредненные значения скорости фильтрации. Однако карты гидроизогипс лишь в очень сглаженном виде отражают плановую фильтрационную неоднородность пласта, так что по ним практически невозможно выявить распределение зон преимущественной фильтрации по площади и тем более в разрезе. В этой ситуации ценную дополнительную информацию о распределении поля скоростей фильтрации в пределах водоносного горизонта может дать комплекс гидрогеофизических методов.

Среди этих методов выделим два вида скважинного каротажа. Первый — резистивиметрический (см. раздел 6.1) позволяет в условиях профильно неоднородных толщ оценить послойные скорости фильтрации и тем самым выделить зоны наиболее интенсивного переноса. Второй — режимный термометрический каротаж - проводят для прослеживания сезонных температурных колебаний, по характеру которых выявляют места наиболее значимых утечек из хранилищ промстоков и оценивают скорости движения подземных вод (теоретические основы этого теплового метода рассматривались в разделе 6.5).

В целом от степени изученности поля скоростей фильтрации в решающей мере зависит качество интерпретации всех наблюдений за загрязнением подземных вод.

7.4.3. Наблюдения за качественным составом подземных вод

Как уже отмечалось, наиболее существенные изменения в химическом составе сточных вод происходят в пределах приграничной области, где степень их метаморфизации определяется повышенной дисперсностью, аэрируемостью, насыщенностью органическим веществом донных и примыкающих к ним приповерхностных отложе-

ний. С позиций оценки процессов самоочищения в придонном слое и в экранирующих отложениях целесообразно еще до заполнения бассейна установить в донной его части специальные стационарные пробоотборники. Этой же цели должна служить и группа специально оборудованных скважин, расположенных вблизи уреза бассейна. Таким образом, данные, полученные по этим элементам системы наблюдений, позволяют отдельно изучить гидрохимические процессы, не свойственные основной области миграции, и установить граничные условия на «входном» контуре загрязняющегося водоносного пласта. Подчеркнем, что пренебрежение этим требованием может привести к совершенно неверным выводам о динамике процессов переноса в подземных водах.

Теперь коротко остановимся на основных факторах, которые определяют наиболее рациональную схему размещения точек гидрогеохимических наблюдений в плане и в разрезе водоносного горизонта, а также временные критерии для частоты и последовательности гидрохимического опробования.

Прежде всего, характер наблюдений зависит от конкретных естественно-гидрогеологических условий и литолого-структурных особенностей строения региона, которые качественно устанавливаются уже при предварительной схематизации области фильтрации. При этом следует принимать во внимание профильную фильтрационную анизотропию и наличие в разрезе резко выраженных зон преимущественного гидравлического переноса. Необходимо особо учитывать высокие действительные скорости фильтрации и сильные дисперсионные эффекты рассеяния в трещиноватых породах (см. раздел 6.4). Наоборот, в пористых комплексах действительные скорости движения заметно ниже, рассеяние в пределах относительно однородных толщ выражено слабее, но существенную роль играют сорбционные эффекты, которые иногда приводят к изменению фильтрационных свойств пород. Соответственно масштаб области, охватываемой наблюдениями в трещиноватых средах, должен быть заметно шире, чем в пористых породах. Однако резко выраженный фронт переноса в последних и возможность отмеченных изменений фильтрационных свойств предполагают более детальное изучение перемещения фронта загрязнения во времени.

Принципы организации режимных наблюдений будут различаться и в зависимости от ожидаемого режима рассеяния загрязняющих компонентов в водоносных горизонтах, под которым понимаются пространственно-временные закономерности формирования и строения ореола с измененным качеством вод. Так, режим рассеяния загрязняющих стоков, близких по физическим свойствам к пластовым водам, во многом определяется степенью влияния утечек из бассейна-накопителя на общую структуру гидродинамического поля. Соответственно полезно рассматривать соотношение между удельными расходами фильтрационных потоков — регионального q_e

и инфильтрационного q_0^* — в качестве основополагающего для типизации наблюдаемых режимов миграции. Выделим по этому признаку два достаточно характерных предельных режима:

1 источник загрязнения является одновременно и мощным источником фильтрационного возмущения, т.е. поступление воды из него обеспечивает основную долю фильтрационного расхода потока в районе бассейна ($q_0 >> q_e$);

2 расход естественного фильтрационного потока (в данном случае потока-носителя) заметно превышает интенсивность инфильтрации из источника загрязнения ($q_0 << q_e$).

В сильно нарушенных гидродинамических условиях, которым отвечает режим рассеяния первого типа, основным показателем интенсивности внутрипластового переноса в относительно однородных пластах служит конвекция. Явления смешения некондиционных и пластовых вод происходят в основном в границах переходной зоны вблизи фронта вытеснения, а сам процесс резко нестационарен на всех этапах миграции и поэтому для изучения его показателей необходимо детальной временное прослеживание. При этом, даже если фронт загрязнения и не выражен достаточно четко, общая гидродинамическая ситуация и установленная по геофильтрационным наблюдениям структура сетки движения подземных вод позволяют обычно выделить наиболее важные ленты тока и сосредоточить на них основное количество наблюдательных скважин. Таким образом, скважины окажутся размещенными по лучам, отходящим от бассейна-накопителя и замыкающимся на охраняемых объектах.

В то же время подобная система наблюдений мало эффективна для условий, отвечающих второму режиму рассеяния. Для него характерно формирование объемных ореолов загрязнения, испытывающих сильное влияние плановой и профильной фильтрационной дисперсии (см. разделы 6.3 и 6.4), за счет которой происходит заметное разбавление мигрирующих стоков. Сам процесс рассеяния тяготеет к стационарности (квазистационарности), по крайней мере, в областях, прилежащих к бассейнам. В этих условиях первостепенное значение приобретает изучение пространственных закономерностей, обусловленных широким развитием процессов смешения. Наиболее надежно контролировать такое загрязнение будут площадные системы наблюдательных скважин, расположенные по линиям не только вдоль, но и вкрест направления основного переноса. Такой контроль будет оптимальным, так как он позволяет оценить:

1 обеспеченность мигрирующими солями различных расчетных сечений потока-носителя, что является обязательным элементом эпигнозных, а затем и прогнозных построений (проводимых, в

---

* Грубо говоря, за q_0 можно принять отношение фильтрационных потерь из бассейна к его размеру в направлении, перпендикулярном естественному потоку.

частности, для установления времени достижения ореолом своего квазистационарного положения);

2 роль эффектов поперечного рассеяния, т.е. масштабы загрязнения.

Специального подхода требует постановка наблюдений в условиях гравитационной дифференциации промышленных стоков в водоносных горизонтах, когда естественные гидродинамические границы пласта и структура фильтрационного течения (гидродинамическая сетка) слабо контролируют реальную геометрию ореола загрязненных вод, претерпевающего значительную деформацию под влиянием плотностной конвекции (см. раздел 6.1.2). Кроме того, предсказание действительной конфигурации ореала загрязнения усложняется и ввиду отсутствия в большинстве случаев данных о профильной фильтрационной анизотропии и неоднородности водоносных пород.

Все это делает весьма неопределенным планирование гидрохимических наблюдений за миграцией разноплотностных жидкостей. Полезно поэтому отметить достаточно типичные черты развития такого загрязнения, которые надо учитывать при выборе общей схемы гидрохимического контроля:

1 быструю стабилизацию границы раздела между разноплотностными жидкостями в центральной части ореола, прилежащей к бассейну, из-за чего наблюдения за положением этой границы почти ничего не говорят о возможных масштабах процесса за пределами данной области;

2 более активное продвижение тяжелых стоков по подошве пласта в сравнении с интенсивностью их миграции в верхней его части;

3 плотностную конвекцию, резко усиливающую интенсивность межслоевого обмена в профильно-неоднородных толщах, поэтому неоднородность в разрезе поля действительных скоростей фильтрации может заметно сглаживаться, что приводит и к выравниванию профильного положения концентрационны фронтов по отдельным слоям;

4 при весьма значительном превышении плотности сточных растворов над плотностью пластовых вод вблизи бассейна-накопителя и под его дном формируется интрузия рассолов, так что загрязнение водоносного горизонта может происходит в основном за счет сноса солей с ее поверхности огибающим естественным потоком подземных вод. При этом размеры самого тела концентрированных рассолов могут оставаться стабильными весьма длительное время. Для выявления контуров загрязнения в подобной ситуации могут, наряду с режимными наблюдениями по скважинам, с успехом использоваться площадные геофизические методы, которые достаточно хорошо

реагируют на изменение электропроводности пород, насыщающихся сильноминерализованными растворами.

В целом уже из самого общего анализа следует очевидный вывод о том, что всестороннее изучение процессов загрязнения подземных вод возможно только путем наблюдений концентрационных полей на достаточно большом расстоянии от бассейна: контроль по скважинам, расположенным вблизи источника загрязнения, которые очень быстро оказываются за фронтом переноса, не позволяет надежно установить характер миграции в пласте, поскольку для оценки физико-химических и дисперсионных эффектов основной интерес представляют точки наблюдения в пределах переходной зоны. Отсюда можно сделать вывод о том, что *требования к плотности и расположению скважин режимной сети с позиций гидродинамики, с одной стороны, и гидрохимии, с другой — существенно различаются.*

Особо следует остановиться на специфике **требований к размещению точек гидрохимического контроля по вертикали.** С учетом профильной фильтрационной неоднородности и анизотропии, а также важного фактора гравитационной дифференциации загрязненных и естественных вод основное загрязнение часто может идти лишь в пределах ограниченной по мощности зоны водоносного пласта. Поэтому пробы из скважин, фильтры которых расположены вне зоны преобладающего загрязнения или, наоборот, заметно превышают их мощность, оказываются здесь непредставительными. Отсюда вытекает необходимость детального опробования фильтрующей толщи по всей ее мощности, что не увязывается с существенно менее жесткими требованиями к гидродинамическим наблюдениям по пьезометрам в условиях плановой фильтрации*. Для вертикальной дифференциации проб воды, отбираемых на участке загрязнения, необходимо либо увеличение объемов бурения, либо применение пьезометров с секционными фильтрами, поинтервально изолируемыми перед прокачкой скважины и отбором пробы.

Одним из наиболее ответственных моментов в системе режимных наблюдений является **отбор представительных проб**, состав которых может быть искажен физико-химическими процессами, протекающими в скважинах. Поэтому отбору проб должна обязательно предшествовать прокачка скважин, причем обычно ее минимальный объем нельзя определить заранее. Наиболее надежными показателями необходимой интенсивности прокачки можно считать, по-видимому, параметры, непосредственно отражающие свойства воды. Сюда, например, следует отнести удельную электропроводность, *pH*, *Eh* и температуру. Стабилизация этих параметров при прокачке может служить критерием для допустимости отбора гидрохимической пробы на анализ. Если контроль перечисленных параметров по каким-

* Напомним, что при плановой фильтрации наблюдательная скважина правильно фиксирует напор вне зависимости от длины фильтра и интервала его установки в водоносном пласте.

либо причинам невозможен, то минимальный объем прокачки должен быть не менее пяти обводненных объемов скважины, причем пробы всегда желательно отбирать на уровне фильтра.

Пренебрежение требованиями, обеспечивающими качественный отбор проб из наблюдательных скважин, может привести на практике к совершенно неверным выводам о теиденциях изменения химического состава подземных вод во времени. Так, в результате предварительного анализа материалов гидрогеологических изысканий, проводившихся в одном из горнодобывающих районов КМА [21], было установлено, что минерализация подземных вод, отбираемых дренажными скважинами карьеров, в целом заметно выше минерализации вод тех же горизонтов, но охарактеризованных пробами из пьезометров региональной режимной сети. Такая ситуация ставила под сомнение возможность использования дренажных вод для питьевого водоснабжения, поскольку напрашивался вывод о прогрессирующем ухудшении качественных показателей воды в результате резкого нарушения общей гидрогеологической обстановки. На самом же деле, более детальные исследования указали на малую представительность гидрохимического опробования, проводившегося большей частью без предварительной прокачки пьезометров. Последнее и повлекло за собой повсеместное проявление процессов деминерализации воды в стволах наблюдательны скважин - эту тенденцию, в сущности, и отражали выполненные наблюдения. В то же время вода из эксплуатационных скважин, отвечавшая истинному составу подземных вод, практически не претерпела изменений в процессе дренажа месторождения и вполне соответствовала требованиям, предъявляемым к питьевым водам. Сказанное иллюстрируется данными опробования (рис. 7.5) гидрокарбонатно-кальциевых вод района, где уменьшение общей минерализации M в наблюдательных скважинах связано с выпадением из раствора карбоната кальция (содержание кальций-иона дается по оси ординат графика).

В целом гибкий и целенаправленный гидрогеологический контроль, основанный на глубоком понимании особенностей гидродинамических и миграционных процессов и всесторонне учитывающий информацию о фильтрационных и миграционных параметрах, полученную режимными наблюдениями (наряду с опытными работами), позволяет эффективно управлять ресурсами и качеством подземных вод.

7.5. Общие принципы гидрогеологической схематизации в связи с постановкой опытных работ и наблюдений

Под гидрогеологической схематизацией (ГГС) понимается совокупность операций, с помощью которых реальная гидрогеологиче-

ская обстановка на конкретном объекте упрощается до уровня некоторой расчетной модели. При этом упускаются малозначащие детали, но сохраняются принципиальные черты изучаемого процесса, определяющие условия функционирования природного и (или) инженерного объекта. Надежная схематизация подразумевает эффективное использование накопленной гидрогеологической информации. В частности, ГГС обеспечивает стыковку между общим гидрогеологическим анализом, проводимым на качественном уровне, и математической моделью процесса. Связывая геологическую основу с ее механическим описанием, ГГС является важнейшим звеном гидрогеологических прогнозов, во многом предопределяющим их точность и надежность.

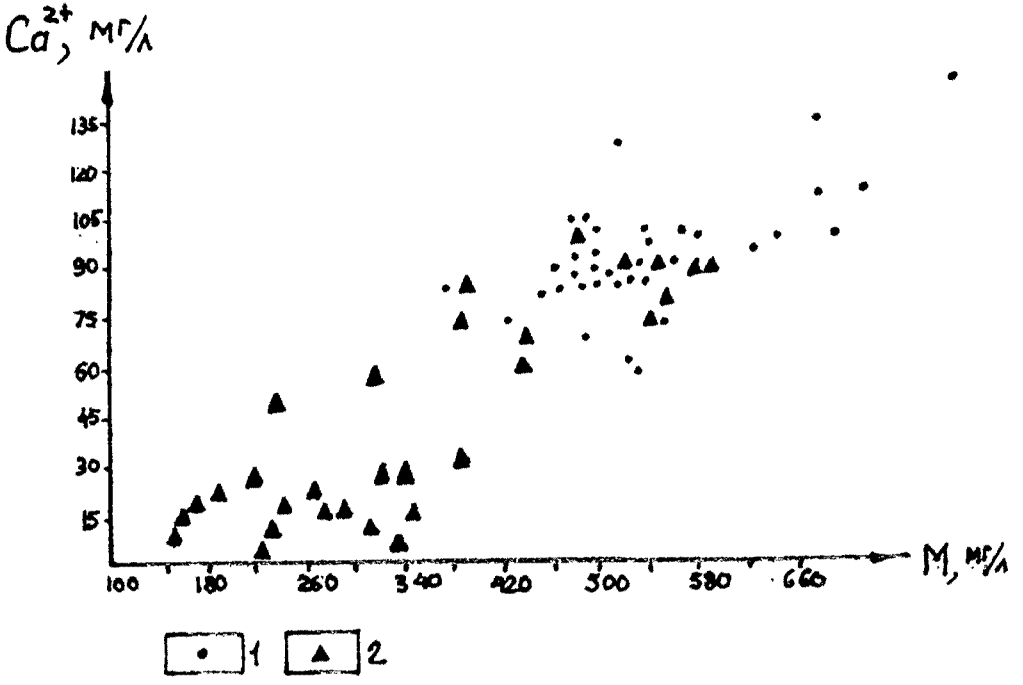


Рис. 7.5. Результаты химических анализов проб воды, отобранных из эксплуатационных (1) и наблюдательных скважин без прокачки (2)

Вместе с тем положение ГГС на стыке геологического и механического анализов делает ее сложнейшим элементом гидрогеологических исследований, и именно здесь наиболее полно проверяется компетентность специалиста-гидрогеолога, призванного представлять в одном лице и геолога, и инженера. А последнее, конечно, немыслимо без глубокого понимания теории ДПВ. Более того, только такое понимание создает объективную основу для практической реализации эффективных принципов ГГС, предопределяющих и методы схема-

тизации, и ее надежность, и связь ее с решением другой важной проблемы - обеспечением полноты и качества исходной гидрогеологической информации при проведении гидрогеологических изысканий: здесь имеются в виду принципы непрерывности, адаптации и обратной связи.

7.5.1. Принцип непрерывности ГГС

Это — наиболее очевидный из упомянутых принципов, предполагающий последовательное проведение схематизации на всех стадиях освоения объекта, на основе преемственности от первых до последних стадий разведки, далее — к проекту и, наконец, к гидрогеологическим наблюдениям при строительстве и эксплуатации инженерного сооружения. В соответствии с этим принципом ГГС рассматривается как непрерывный многоэтапный процесс построения гидрогеологической модели объекта, уровень точности и надежности которой возрастает от этапа к этапу. Необходимость принципа непрерывности не нуждается в аргументах: он прямо вытекает из принятой на практике последовательности гидрогеологических работ (в частности, разведки) и стадийности накопления информации. Здесь же уместно скорее поговорить о тех сложностях получения и интерпретации этой информации, которые делают непрерывный подход к ГГС единственно эффективным.

Прежде всего, в основе упомянутых сложностей лежит сильное проявление различных масштабных (пространственно-временных) эффектов, часто делающих невозможным определение достоверной информации по данным сравнительно мелкомасштабных экспериментов, обычно характерных для периода разведки месторождения. К тому же такие эксперименты нередко сильно искажены влиянием трудно учитываемхы технических факторов. Во избежание повторения достаточно сослаться на все рассмотренные в гл. 5 ограничения и недостатки опытно-фильтрационных работ, особенно одиночных откачек и экспресс-опробований. Наиболее типичным примером, где недостатки такого рода проявляются особенно резко, могут служить месторождения, приуроченные к массивам закарстованных карбонатных пород.

Добавим к этому возможность коренных изменений в гидрогеологической ситуации при строительстве и эксплуатации инженерного объекта, трудно учитываемых или вообще не прогнозируемых по данным разведки. Упомянем в этой связи инверсию поверхностных водотоков, которые из областей разгрузки часто превращаются в контура питания; резкое усиление взаимосвязи пластов в результате перетекания или поступления воды из разделяющих слоев; интенсивное питание и загрязнение подземных вод за счет вновь возникающих технических водоемов, причем характер граничных условий на контуре такого водоема, часто зависящий от наличия в его ложе

слабопроницаемых техногенных грунтов, остается неопределенным; техногенные изменения проницаемости в результате деформаций горных пород над подземными выработками (см. раздел 8.1.4).

Отсюда следует, что в довольно широком круге условий гидрогеологические изыскания практически неспособны выявлять с необходимой полнотой и достоверностью исходные данные, требуемые для построения расчетной модели объекта. В подобных ситуациях схематизация результатов разведки на первых этапах должна быть направлена на *обоснование самого факта существования неизученных параметров и на их выявление*, на доказательство их важности для конечной расчетной модели изучаемого объекта. На базе анализа фактического материала схематизация должна констатировать принципиальную невозможность оценки этих параметров применяемыми методами, вовремя ограничить наращивание объемов соответствующих (с этой точки зрения — бесполезных) видов изысканий и дать доказательную основу для составления программы последующего изучения упомянутых параметров путем более крупномасштабных экспериментов или (что чаще) посредством гидрогеологических наблюдений.

Роль наблюдений в обеспечении непрерывности и преемственности схематизации трудно переоценить. Во-первых, в их результатах обычно исключается или сводится к минимуму влияние масштабного фактора. Во-вторых, значения наблюдаемых возмущений (понижений напоров, изменений концентрации вещества и т.п.), как правило, имеют один порядок с ожидаемыми при эксплуатации сооружения, что позволяет избежать серьезных погрешностей прогноза, связанных с недоучетом возможной нелинейности процессов (например, в проявлении емкостных свойств пород - см. раздел 5.3). В-третьих, в результатах наблюдений находит отражение влияние техногенных факторов, в том числе и тех из них, которые практически не могут быть учтены по результатам предварительных изысканий. Мощным методом схематизации, базирующимся на результатах наблюдений, является решение обратных задач, направленное на определение и корректировку исходных параметров фильтрации (см. раздел 7.2) или миграции (см. раздел 7.4).

В непрерывности схематизации заложены предпосылки для реализации следующих двух принципов.

7.5.2. Принцип адаптации

Этот пренцип предполагает тесную взаимосвязь схематизации с ростом объема и качества гидрогеоогической информации, причем важнейшим в таком определении является именно взаимный характер этой связи. С одной стороны, в процессе непрерывной схематизации проводится постоянное обновление и перестраивание расчетной модели объекта в соответствии с новой инофрмацией, поступающей

на каждой стадии изыскании и наблюдений. С другой стороны, *схематизация управляет процессом наращивания информации при гидрогеологических изысканиях и наблюдениях,* которые, в свою очередь, приспосабливаются к требованиям модели, «самообучаются» через посредство модели. Короче говоря, модель помогает получить новую информацию, через нее осуществляется руководство разведочным процессом, его оптимизация. Уровень такой взаимной адаптации постепенно повышается по мере проведения изысканий и наблюдений. Проследим это на примере опытно-фильтрационных исследований.

На первом этапе схематизация обычно позволяет включить изучаемый водоносный комплекс в типовые классификационные рамки (см. раздел 5.2). На следующем этапе этот первый вариант расчетной модели используют уже для уточнения целесообразных видов опытных опробований и методики их проведения (см. подробнее гл. 5 и раздел 7.1), причем главный упор пока делают на сравнительно недорогие мелкомасштабные и кратковременные опробования (например, пробные и одиночные откачки). Оценка данных первой серии таких опробований (в частности, по сопоставлению с единичными контрольными экспериментами более крупного масштаба) позволяет охарактеризовать их достоверность и наметить их целесообразные объемы. Для этого используют различные статистические оценки, отражающие изменение совокупности расчетных параметров (например, среднеквадратичного отклонения) по мере роста числа однотипных опробований*. Новый этап опытных работ характеризуется гораздо более широким привлечением крупномасштабных и более длительных опробований (кустовых откачек), причем и выбор участков их проведения, и планы этих экспериментов отталкиваются от расчетных моделей, обоснованных предшествующими опробованиями. Дальнейшая адаптация проводится непосредственно по ходцу экспериментов с использованием текущих индикаторных графиков (более подробно см. раздел 7.1).

Понятно, что подобное оперативное планирование стратегии изысканий требует от специалиста достаточно ясного понимания теоретических основ фильтрационных процессов при опытных опробованиях: проводя схематизацию, он должен все время ориентироваться на возможную в данных условиях расчетную модель процесса. И, наоборот, адаптация расчетной модели проводится наиболее эффективно при привлечении к анализу различного рода аналогий, базирующихся прежде всего на личном опыте специалиста, на его умении комплексно оценить и увязать в единой модели разнородную информацию.

Наконец, высший уровень адаптации отвечает проектированию и проведению гидрогеологических наблюдений в соответствии с тре-

* Отметим, впрочем, что проблемы обоснования целесообразных объемов опытных работ пока весьма слабо разработаны [23].

бованиями расчетной модели, полученной на последних этапах изысканий. В таком варианте реализация принципа адаптации особенно тесно связана с необходимостью соблюдения принципа обратной связи, хотя и во многих рассмотренных примерах эта связь также предполагалась.

7.5.3. Принцип обратной связи

Этот принцип определяет важнейшую позицию схематизации как связующего звена между гидрогеологическими изысканиями и наблюдениями, с одной стороны, и характером работы инженерного сооружения — с другой. Из него следует, что эффективность гидрогеологической разведки решающим образом зависит от степени учета (при ее постановке и проведении) требований, вытекающих из предполагаемого гидродинамического и гидрохимического режима подземных вод в процессе возведения в эксплуатации инженерного сооружения. Так, при разведке месторождения вблизи крупной реки основная задача опытных опробований сводится к определению проводимости на участке между рекой и будущей горной выработкой: ввиду предполагаемой быстрой стабилизации режима фильтрации определению емкостных свойств пласта может отводиться подчиненная роль. Наоборот, при разведке пластового месторождения, приуроченного к закрытой мульдообразной структуре, надежность оценки именно емкостных свойств пород должна иметь решающее значение для прогноза динамики водопритоков в горные выработки (см. раздел 8.1).

Другой пример относится к угольному месторождению, где ниже пласта угля под мощным пластом водоупорных аргиллитов залегает слой песчаников с напорными водами. Если месторождение будут разрабатывать подземным способом, то опытно-фильтрационные исследования в песчаниках можно вообще не проводить, так как этот водоносный горизонт не будет влиять ни на водопритоки в шахту, ни на устойчивость горных выработок. Наоборот, при разработке карьером именно этот водоносный горизонт, способный вызвать крупные оползни (см. раздел 8.2), будет нуждаться в проектировании специальных дренажных мероприятий и, следовательно, разведка должна обеспечить определение его фильтрационных параметров.

На этих примерах мы проиллюстрировали значение схематизации, учитывающей условия работы сооружения, для постановки изысканий. Еще более ясно, что и сама схематизация не может быть эффективной, если она не учитывает эти условия: грубо говоря, *схематизация «вообще», схематизация геологического объекта как такового, в инженерной гидрогеологии во многом лишена смысла.*

Важнейшим аппаратом для реализации принципа обратной связи является анализ чувствительности. В простейшем варианте он

сводится к сопоставительной оценке условий работы сооружения при независимых вариациях расчетных параметров. Например, если, согласно предварительной схематизации, основные притоки к карьеру определяются наличием ограниченной по простиранию зоны высокопроницаемых карбонатных пород, то проводят серию «прикидочных» расчетов по средним значениям параметров этой зоны (найденных к данному моменту изысканий) и их усредненным отклонениям в неблагоприятную сторону. По различиям в результирующих значениях водопритока оценивают полноту и качество исходной информации. Так, благодаря анализу чувствительности расчетной модели выделяются участки, на которых необходимо первоочередное наращивание информации, причем ясно указывается, какие именно расчетные параметры нуждаются в серьезном уточнении, а какие являются малозначащими. И здесь мы приходим к идее самообучения гидрогеологических изысканий и наблюдений, реализация которой имеет решающее значение для их оптимизации. Последнее особенно справедливо для гидрогеологических наблюдений, когда принцип «двигаясь, учись» оказывается обязательным условием эффективного инженерного решения.

На рис. 7.6 представлен схематический разрез водоносных комплексов, которые могут принимать участие в обводнении горных выработок при добыче железной руды на одном из месторождений КМА. Верхний комплекс, представленный горизонтально залегающими карбонатными породами, является наиболее водообильным, проводимость его составляет около 100 $м^2$/сут. Нижний комплекс крутопадающих руднокристаллических пород имеет относительно высокую проницаемость только в пределах рудной полосы шириной около 400 м — здесь его проводимость достигает 70 $м^2$/сут. Водоносные комплексы отделены друг от друга толщей относительно водоупорных пород, которая, однако, практически выклинивается в пределах рудной полосы.

При разработке месторождения карьером оба водоносных горизонта будут вскрыты горной выработкой, и фильтрация к ней будет носить преимущественно плановый характер (см. рис. 7.6,а). Поэтому опытно-фильтрационные исследования могли бы, как обычно, ограничиться оценкой горизонтальной проницаемости водоносных комплексов*, которая и отражена в приведенных выше значениях проводимости. Однако при подземной разработке добычные горные выработки будут вскрывать лишь руднокристаллическую толщу, так что карбонатный комплекс будет обводнять их не непосредственно, а за счет вертикального перетока — в основном в пределах рудной полосы (см. рис. 7.6,б). Оценить этот процесс можно лишь при наличии данных о вертикальной проницаемости разделяющих, а также руднокристаллических пород, определение которых по результатам ОФР весьма затруднительно. По крайней мере на рассматриваемом

* Наряду с емкостными свойствами.

месторождении эти данные отсутствовали. Оценим возможные отрицательные последствия, связанные с отмеченной неполнотой информации; при этом будем ориентироваться на проектный вариант дренажа, согласно которому по карбонатной толще проходятся дренажные штреки — для предотвращения поступления воды из нее в добычные выработки в руде (согласно схеме на рис. 7.6,в).

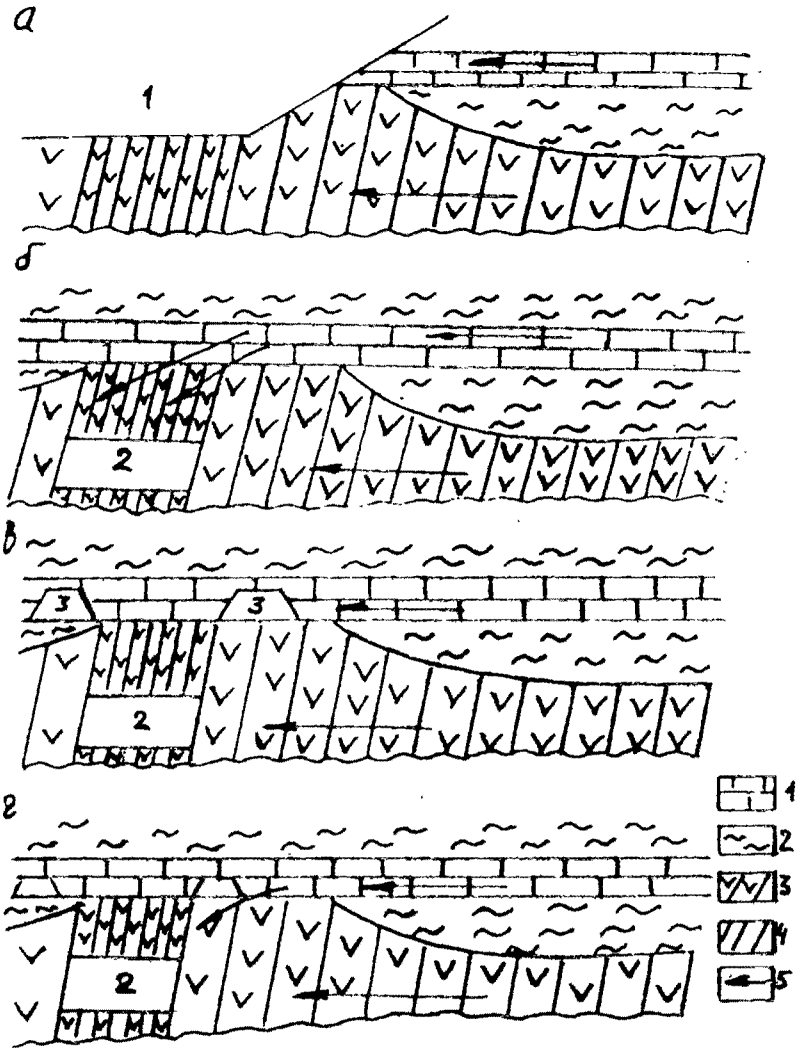


Рис. 7.6. Схемы фильтрационных потоков к горным выработкам:
а - при вскрытии месторождения карьером; б-г - при подземной выемке руды; 1 - карбонатный водоносный комплекс; 2 - относительно водоупорные породы; 3 - руднокристаллический водоносный комплекс; 4 - породы рудной полосы; 5 - преобладающие направления движения подземных вод. цифрами на рисунке обозначены: 1 - карьер; 2 - подземные добычные выработки; 3 - дренажные штреки

Если параметры вертикальной проницаемости окажутся низкими, то профильная структура потока, действительно, будет соответствовать проектным представлениям. В противном же случае горные выработки, пройденные в руднокристаллической толще, кардинально изменят эту структуру — за счет интенсивного вертикального перетока (см. рис. 7.6,г); тогда выработки в карбонатной толще окажутся практически бесполезными.

Следовательно, в создавшейся ситуации проект не может считаться окончательным без дополнительной информации о параметрах вертикальной проницаемости. Так как эту информацию могут принести лишь дорогие (крупномасштабные и длительные) эксперименты*, то разумно ориентироваться на специальное водопонижение, придав ему одновременно и опытные, и эксплуатационные (т.е. целесообразные по условиям отработки месторождения) функции. Например, проводя откачку из руды группой эксплуатационных скважин, можно с их помощью добиться необходимого снижения напоров на участке первоочередного вскрытия рудного тела. Если же при этом будет должным образом оборудована также дополнительная группа наблюдательных скважин, то такое водопонижение одновременно выполнит роль эксперимента, направленного на оценку искомых параметров вертикальной проницаемости. Обработав результаты опытно-эксплуатационного водопонижения, можно будет принять окончательные проектные решения относительно схемы дренажа месторождения.

В целом последовательная реализация трех рассмотренных здесь принципов схематизации позволяет подойти к проведению изысканий и наблюдений как к элементам единого процесса моделирования гидрогеологических условий изучаемого объекта. Роль собственно схематизации в этом процессе весьма многогранна. В частности, важно, что она позволяет увязать разнородную информацию в рамках единой расчетной модели, оценить полноту и качество информации, достоверность модели в целом (точнее — возможность модельного представления объекта на требуемом уровне адекватности). Наконец, ясно, что именно посредством последовательной схематизации, поэтапного построения расчетной модели осуществляется управление разведочным процессом.

Можно надеяться, что простейшие примеры этого раздела помогли вам убедиться в том, насколько большое значения для эффективности гидрогеологической схематизации имеет компетенция гидрогеолога в сфере динамики подземных вод. Обратим внимание, что примеры эти были выбраны из области гидрогеологических исследований на месторождениях полезных ископаемых, благодаря чему содержание данного раздела позволяет теснее связать эту главу с последующей.

---

* Имея в виду большие глубины залегания водоносных пород (более 400 м).

ГЛАВА 8 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ РЕШЕНИИ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ТВЕРДЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Продолжая начатое в гл. 7 ознакомление с возможными эффективными приложениями теории ДПВ, мы рассмотрим ряд достаточно сложных инженерных задач, возникающих при гидрогеологическом и инженерно-геологическом анализе условий разработки месторождений твердых полезных ископаемых. Такой выбор объясняется как исключительной практической и, в частности, экономической важностью этого направления гидрогеологических и инженерно-геологических исследований [9, 26], так и сложностью и большим разнообразием решаемых задач. В первых двух разделах рассматриваются задачи смешанного — гидрогеомеханического — характера, имеющие прямое отношение и к гидрогеологическим, и к инженерно-геологическим исследованиям (впрочем, то же можно сказать и о последнем разделе гл. 7). В заключительных двух разделах разобраны методы прогноза гидродинамического и гидрохимического режима подземных вод, поэтому раздел 8.3 полезно прочитать сразу после гл. 4, а раздел 8.4 — после 6.4.

Остается еще заметить, что, за редкими исключениями, анализируемые здесь задачи представляют интерес не только для горного дела, но и для многих других отраслей народного хозяйства, применительно к которым ведутся гидрогеологические и инженерно-геологические исследования.

8.1. Анализ деформаций и устойчивости пород при горных разработках

Из инженерной практики хорошо известно, что решение многих задач, традиционно относимых к категории инженерно-геологических, немыслимо без внимательного учета гидрогеологической обстановки. При этом возникает необходимость рассмотрения массива горных пород и фильтрующихся в нем подземных вод как единой механической системы, что возможно лишь при комплексном гидрогеомеханическом подходе, базирующемся на принципах и методах как механики горных пород (механики грунтов), так и динамики подземных вод [22]. Необходимость такого подхода к исследованию

задач фильтрации уже неоднократно иллюстрировалась нами в предшествующих главах (приведите примеры).

Особенно яркое подтверждение важности гидрогеомеханических построений дают инженерные задачи, связанные с анализом деформаций и устойчивости пород при горных разработках. При этом подземные воды проявляют себя в трех различных аспектах:

а) как силовой фактор, меняющий напряженное состояние пород;

б) как фактор, вызывающий деформации горных пород вследствие процессов механического выноса и растворения;

в) как фактор, непосредственно изменяющий прочность горных пород.

В данной книге уместно уделить основное внимание первому и, в какой-то мере, второму аспектам. Кроме того, интересно попутно рассмотреть возможности использования подземных вод как индикатора напряженного состояния и деформаций горных пород. Перейдем к конкретным инженерно-геологическим задачам, играющим важную роль в практике освоения месторождений твердых полезных ископаемых.

8.1.1. Осадка толщ горных пород при глубоком водопонижении

Эксплуатация глубоких шахтных стволов, пройденных через водоносные толщи с установкой сплошной водонепроницаемой крепи, нередко сопровождается деформациями крепи с последующими прорывами шахтных вод в ствол. И, как это не покажется парадоксальным на первый взгляд, такие деформации нередко возникают по мере того, как на шахтном поле проводится снижение напоров в водоносных слоях, призванное обеспечить нормальные условия функционирования горных выработок. Между тем причина этих деформаций становится вполне очевидной, если мы вспомним основной принцип подземной гидростатики (см. раздел 1.3). Согласно ему, снижение напоров подземных вод приводит к росту эффективных напряжений и к сжатию толщи горных пород, которое, кстати, хорошо фиксируется по оседанию земной поверхности в зоне влияния водопонижения. Жесткая же крепь ствола оказывается неспособной выдержать большие деформации продольного сжатия без разрушения.

Для прогноза деформаций оседания и для разработки специальных видов (неразрушающейся) крепи необходимо, согласно изложенному в разделе 1.3, знать коэффициенты сжимаемости горных пород и приращения эффективных напряжений. Последние эквиваленты изменениям напора в тех или иных точках области влияния водопонижения. При этом необходимо учитывать, что снижение на-

поров распространяется не только по тому водоносному комплексу, из которого ведется откачка воды, но и по смежным с ним относительно слабопроницаемым пластам*; повышенная же сжимаемость пород этих пластов может приводить к тому, что именно они будут давать основную долю осадки. По этой же причине существенная часть откачиваемой воды может поступать не из самого водоносного пласта, а из относительных водоупоров.

Обратимся к примеру Южно-Белозерского железорудного месторождения [9] (см. рис. 1.20). Здесь снижение напоров в песчаном пласте (мощность m = 15 м, коэффициент сжимаемости a_c = 0,0045 мПа$^{-1}$) составило около 200 м, что привело к осадке поверхности почти на 3 м. Основную долю в осадке дало сжатие относительно водоупорной толщи органогенных известняков (m = 30 м, a_c = 0,03 мПа$^{-1}$), подстилающей пески. Соответственно, упругая водоотдача пласта известняков оказалась здесь на порядок выше, чем у песков; следовательно, из 2-3 тыс. м^3 воды, ежечасно откачиваемой на месторождении, большая доля приходится на относительно водоупорные породы.

Таким образом, основным исходным элементом для прогноза процесса оседания должна являться модель (аналоговая или численная) водоносной системы с перетеканием, на которой определяются понижения как и водоносных слоях, так и в относительно водоупорных. При этом необходимо учитывать, что снижение напоров в последних идет только при градиентах, превышающих начальные $I_н$ (см. раздел 1.5). Так, если снижение напоров в водоносном пласте равно S, то в водоупорном пласте оно отмечается лишь в прилежащей зоне мощностью $m_в = S/I_н$. Например, на Южно-Белозерском месторождении водоносные пески перекрыты мощной пачкой глин (около 30-40 м); однако деформации сжатия в глинах отмечаются лишь в зоне мощностью в несколько метров, что объясняется высоким значением начального градиента — примерно 70 ($m_в = 200 : 70 \approx 3$ м).

Полезно еще отметить, что рассмотренная задача об оседании толщи горных пород открывает интересные возможности для определения параметров сжимаемости пород с помощью специального опытного водопонижения: наблюдая за деформациями сжатия отдельных слоев по глубинным реперам и зная понижения напоров, т.е. дополнительные нагрузки на породы этих слоев, легко найти их коэффициенты сжимаемости. Точность такого определения оказывается несравненно выше, чем при лабораторных опытах, в частности, вследствие устранения масштабных эффектов.

---

* Проведите аналогию с рассмотренной в разделе 5.3 схемой откачки в условиях пласта с перетеканием (схема П-1).

8.1.2. Оползни бортов карьеров, вызванные напорными водами

Многие крупные оползни на карьерах вызваны силовым воздействием подземных вод: на каждый единичный объем горной породы влияют сила гидростатического взвешивания, направленная вертикально вверх (см. раздел 1.3), и гидродинамические силы, направленные вдоль линий тока фильтрационного потока и имеющие равнодействующую $\Phi_0 = \gamma_0 I$ (см. раздел 1.5, формулу (1.71)).

Рассмотрим наклонный борт карьера, на котором располагаются внутренние отвалы (рис. 8.1). В основании борта под толщей аргиллитов лежит напорный пласт известняков с напором на кровлю H_0. Под влиянием перепада напоров через аргиллиты идет восходящая фильтрация воды, приводящая к уменьшению эффективных напряжений на скелет глинистых пород. Учитывая, что сила гидродинамического давления направлена по нормали к пласту, причем $I = (H_0 - H_в)/m$, эффективное нормальное напряжение по площадке АА нетрудно определить по формуле

$$\sigma_{AA} = \gamma_0 (m - y) \cos\alpha - \gamma_0 (m - y) \frac{H_0 - H_в}{m}, \qquad (8.1)$$

где γ_0 — объемный вес пород с учетом взвешивания (см. раздел 1.3).

Отсюда видно, что при больших напорах гидродинамические силы Φ, выражаемые формулой

$$\Phi = \gamma_0 (m - y) \frac{H_0 - H_в}{m}, \qquad (8.2)$$

могут существенно снижать эффективные напряжения на скелет глинистых пород, вплоть до нулевых или отрицательных значений, что приводит к резкому уменьшению сил трения и интенсивному набуханию пород. В результате падает сопротивление массива сдвиговым деформациям и происходит оползень борта и внутренних отвалов, поверхность скольжения которого в нижней части обычно приурочена к контакту аргиллитов с водоносным пластом.

Уже из этого примера видно, что решающее влияние на устойчивость откоса оказывает соотношение проницаемостей отдельных слоев, определяющее и направление гидродинамических сил, и их величину (градиент фильтрации). Отсюда следует, что для правильного прогноза устойчивости и разработки защитных мероприятий необходимо иметь ясное представление о профильной структуре фильтрационного потока в прибортовом массиве. В простейших случаях для этого можно использовать аналитические зависимости, а в

более сложных — ориентироваться на математические профильные модели. Для учета в этих моделях плановой структуры фильтрационного потока вблизи карьера предварительно следует построить сетку планового потока и полученные на ней ленты тока привести к плоским (см. раздел 8.3.3).

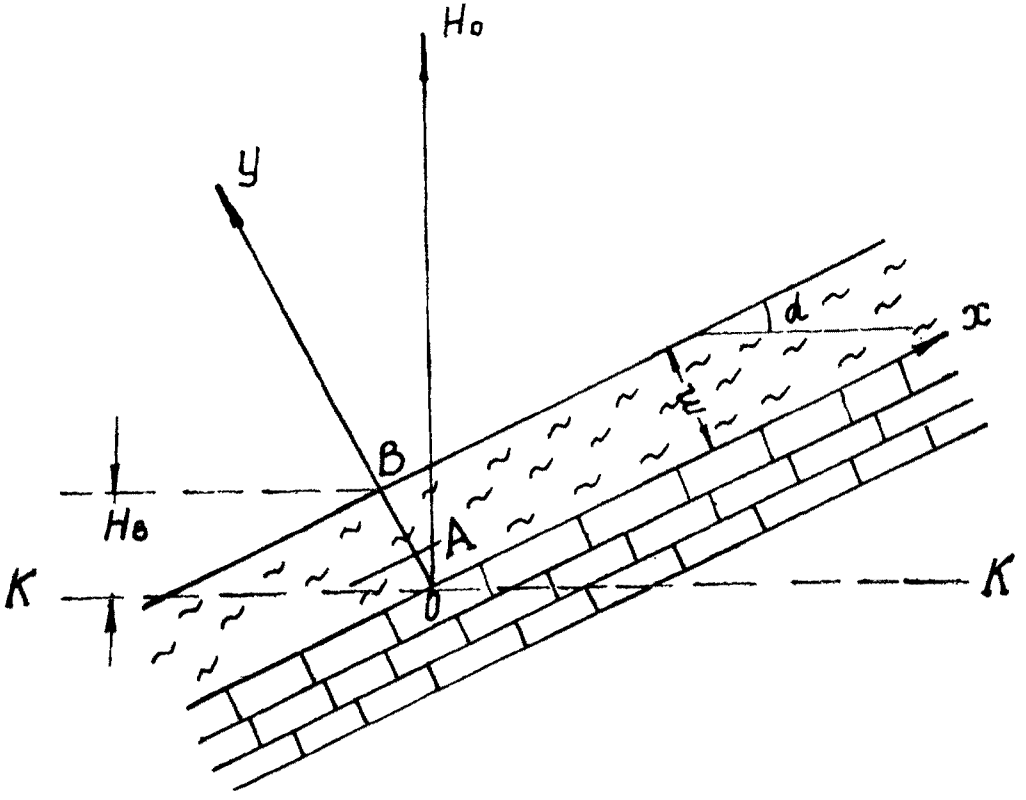


Рис. 8.1. Схема расчета эффективных напряжений вблизи откоса

8.1.3. Фильтрационные деформации пород вблизи горных выработок

Гидродинамическое давление является причиной механического выноса отдельных фракций раздельнозернистых грунтов или нарушения их структуры в целом. Соответствующие деформации массива горных пород принято называть фильтрационными [22]. Нередко они приводят к нарушению устойчивости горных выработок.

Рассмотрим простейшую задачу о равновесии элементарного объема несвязного грунта на поверхности затопленного фильтрующего откоса (рис. 8.2). Составим уравнение действующих сил — веса G, силы взвешивания $F_в$, силы трения $F_{тр}$ и гидродинамического

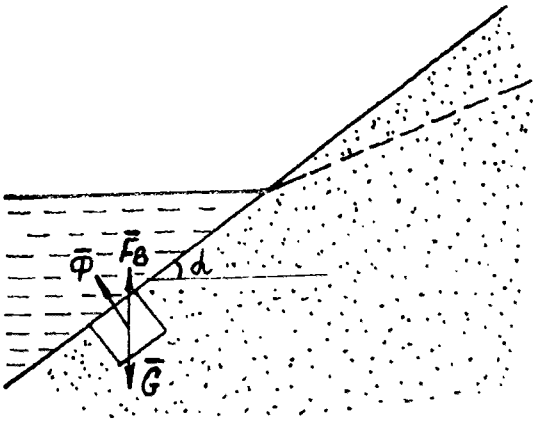


Рис. 8.2. Схема оценки подводного выпора грунта

давления Φ; учитывая, что последнее направлено в данном случае перпендикулярно откосу (кстати, почему?) и стремится, таким образом, к выпору грунта, получаем следующее условие предельного равновесия:

$$(\bar{G}_n - \bar{F}_{в_n} - \bar{\Phi})\, tg\rho = \bar{G}_\tau - \bar{F}_{в_\tau} \qquad (8.3)$$

где ρ — угол трения; знаками n и τ обозначены составляющиесил, нормальные и касательные к откосу.

Помня, что для единичного объема грунта $|\bar{G} - \bar{F}_в| = \gamma_в$, а $|\bar{\Phi}| = \gamma_0 I$, приходим к равенству

$$(\gamma_в \cos\alpha_n - \gamma_0 I)\, tg\rho = \gamma_в \sin\alpha_n, \qquad (8.4)$$

где α_n — предельный угол откоса, устойчивого на выпор.

Таким образом, для определения предельного угла α_n необходимо знать градиент фильтрации вблизи откоса, который можно предварительно получить на профильной бумажной модели.

Более сложный характер приобретают фильтрационные деформации на незатопленном откосе (рис. 8.3). Здесь, наряду с выпором, развивается процесс сноса частиц грунта с поверхности откоса подземными водами, вытекающими на эту поверхность. Процесс этот называемый оплыванием откоса, в конечном счете и определяет его устойчивый профиль, в частности, предельную длину языка оплывания $l_{опл}$. Теорией доказано [22], что величина $l_{опл}$ для данного грунта однозначно определяется удельным притоком к откосу q_0, который и является, таким образом, основным исходным параметром для прогноза деформаций.

Для подземных горных выработок одну из наиболее опасных фильтрационных деформаций представляет собой прорыв подземных вод через водоупорный защитный слой. Например, для горизонтального штрека (рис. 8.4) предельное условие равновесия для призмы $ABCD$ имеет вид

$$\bar{G} + \bar{F}_{тр} = \bar{\Gamma}, \qquad (8.5)$$

где $\overline{G}$ — масса призмы $ABCD$;
$\overline{F_{тр}}$ — силы трения по боковым граням AC и BD;
$\overline{\Gamma}$ — равнодействующая сил гидростатического давления по грани CD.

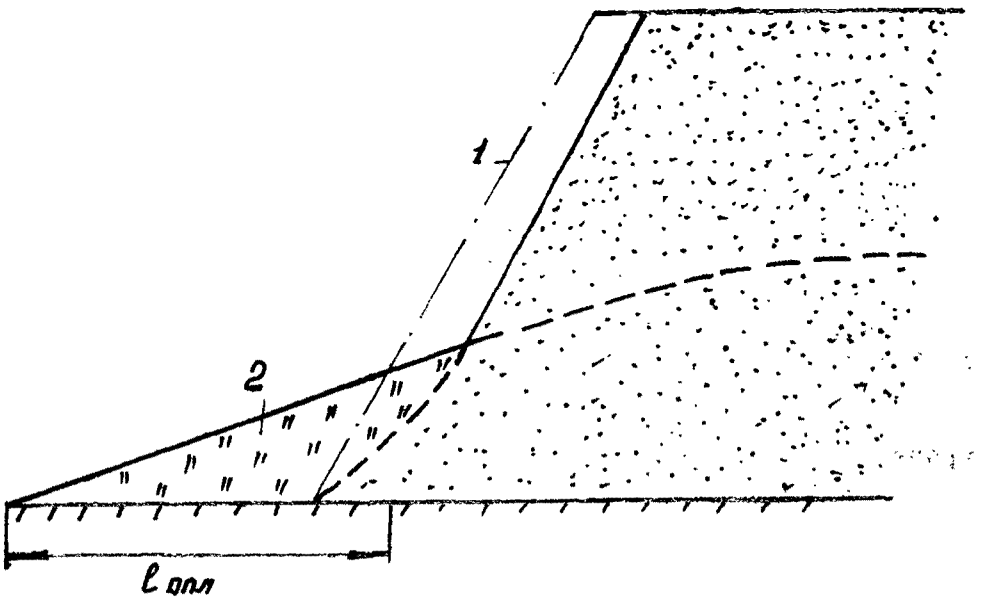


Рис. 8.3. Схема оплывающего откоса:
1 - первоначальное положение откоса; 2 - оплывающий песок

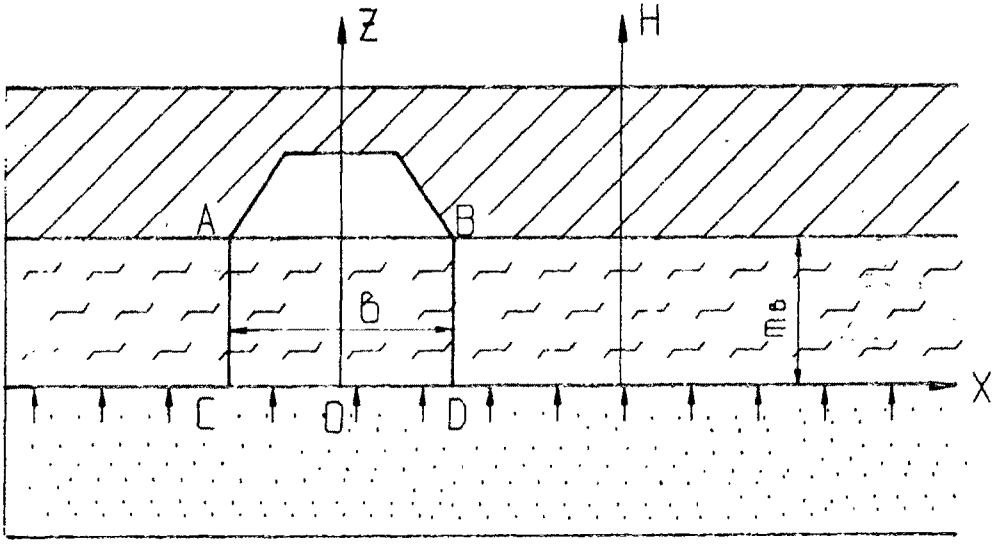


Рис. 8.4. Схема оценки возможности прорыва подземных вод в штрек

Отсюда получаем предельное значение напора, отвечающее условию начала прорыва:

$$H_{пр} = \frac{m_в}{\gamma_0}\left(\gamma_п + \frac{2\tau_c}{в}\right), \qquad (8.6)$$

где τ_c — удельное сопротивление породы сдвигу;

$\gamma_п$ — объемный вес водоупорных пород, имеющих мощность $m_в$.

Итак, для оценки возможности прорыва необходимо знать ожидаемый напоры по трассе штрека.

8.1.4. Изучение деформаций горных пород над выработанным пространством

При сплошной выемке полезного ископаемого без последующей закладки вышележащие горные породы смещаются в сторону выработанного пространства (рис. 8.5). Ближайшие к нему слои (зона а) обрушаются в беспорядке, выше — толща прогибается плавно и сохраняет слоистое строение, но в нижней ее части образуются трещины как вертикальные (секущие), так и расслоения, идущие вдоль напластования (зона *б* на рис. 8.5). Проницаемость пород здесь резко увеличивается по сравнению с естественной, что требует всестороннего учета при выемке полезного ископаемого под реками и водоемами, способными обеспечить катастрофические водопритоки в шахту через вертикальные техногенные трещины. Выше располагается зона (*в*) пород, практически не изменяющих своей вертикальной проницаемости.

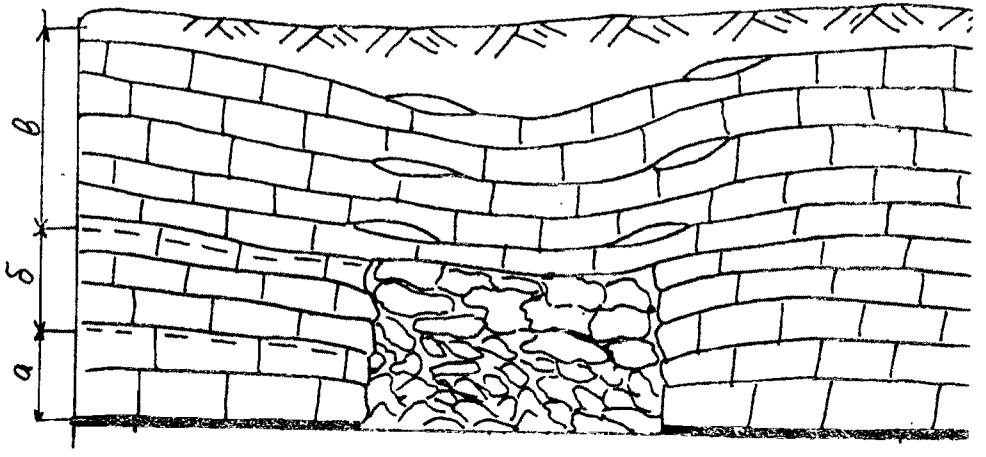


Рис. 8.5. Схематический разрез подработанной толщи горных пород

Для угольных месторождений, например, где характерно частое чередование водоносных и водоупорных слоев, в подработанной толще можно выделить две основные зоны: верхнюю, где образуются лишь трещины расслоения и гидравлическая связь с выработанным пространством практически отсутствует*, и нижнюю, где образуются также водопроводящие трещины, пересекающие подоупоры и обеспечивающие прямую связь водоносных слоев с горными выработками. Понятно, что определение в натуре верхней границы зоны водопроводящих трещин (ЗВТ) имеет большое практическое значение - прежде всего для установления безопасной глубины ведения горных работ под рекой или водоемом. Опыт показывает, что с наибольшим эффектом здесь могут использоваться специальные гидрогеологические исследования; остановимся на некоторых из них [9].

1 Метод наблюдений за напорами основан на том, что в пределах ЗВТ водоносные слои, дренируясь в выработанное пространство, снижают свои напоры, в то время как выше ЗВТ напоры остаются практически неизменными. Таким образом, имея ряд пьезометров, оборудованных на различные слои, можно определить верхнюю границу ЗВТ. Метод, однако, пригоден лишь при достаточно частом переслаивании водоносных и водоупорных пород, важно также, что он требует большого объема буровых работ.

2 Метод сравнения удельных водопоглощений** основан на сопоставлении данных опробования (нагнетаниями) отдельных изолированных интервалов скважины до и после выемки полезного ископаемого. За верхнюю границу ЗВТ принимается тот интервал, где в обоих случаях получены близкие результаты. В отличие от предыдущего метода данный подход может быть использован и в «сухих» слоистых толщах. Однако у этого метода есть серьезный недостаток: разница в значениях удельного водопоглощения может вызываться не только вертикальными трещинами, но и трещинами расслоения; поэтому установленная высота ЗВТ может оказаться резко завышенной.

3 Метод расходометрического каротажа выявляет зоны притока и оттока воды в скважинах и позволяет зафиксировать даже очень тонкие трещины, сообщающиеся с выработанным пространством и встреченные скважиной непосредственно или через трещины расслоения. Характерная расходограмма для скважины, пересекающей верхнюю границу ЗВТ, показана на рис. 8.6 [9] в виде графика изменения расхода в стволе скважины Q по глубине z.

---

* Если пренебречь процессами перетекания через разделяющие слои.

** Расход скважины на 1 м интервала опробования при единичном избыточном напоре.

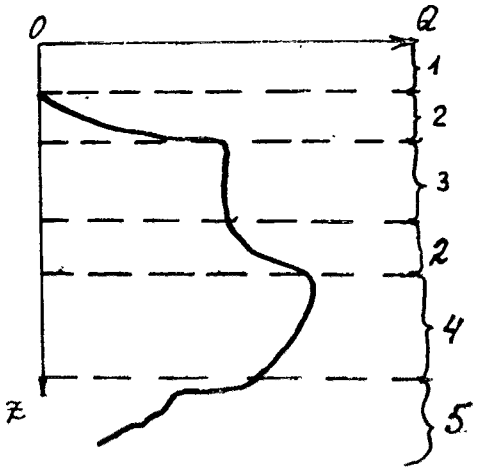


Рис. 8.6. Характерный график расходометрического каротажа, скважины в подработанном массиве.
Участки: 1 - «сухой»; 2 - притока воды; 3 - непроницаемый; 4 - оттока воды; 5 - зона водопроводящих трещин

4 Метод наблюдений за поровым давлением в породах слабопроницаемых слоев базируется в общем на том же принципе, что и первый метод. Однако наблюдения ведутся не по открытым пьезометрам, которые оказываются здесь излишне инерционными, а по датчикам порового давления (см. раздел 5.4), устанавливаемым в отдельные изолированные интервалы одной и той же скважины вдоль мощности слабопроницаемого пласта. Этот метод наиболее эффективен для оценки защитных свойств мощных водоупорных пластов, тем более что он позволяет зафиксировать и восстановление этих свойств в результате повторного уплотнения глинистых пород после деформаций.

В целом рассмотренная задача может служить хорошей пллюстрацией эффективного использования подземных вод как индикатора деформационных процессов.

8.2. Обоснование дренажа как метода борьбы с деформациями пород при горных разработках

Горный дренаж справедливо рассматривается как эффективное средство борьбы с деформациями пород. Поэтому естественно, что его проектирование часто сводится к решению типично гидрогеомеханических задач, где фильтрационные расчеты взаимно увязываются с оценками устойчивости горных пород.

8.2.1. Влияние дренажа на напряженное состояние пород в откосах

Проводя оценки устойчивости откоса с учетом гидростатических и гидродинамических сил (см. раздел 8.1.2) и без учета их, можно составить представление о предельно возможной эффективности и о целесообразности дренажа, устраняющего влияние этих сил. Затем ведется расчет конктерных дренажных систем, которые чаще всего представлены контурами скважин, параллельными простиранию откоса. Выделяя на плановой модели характерные ленты тока (см.

раздел 8.3.3), нетрудно свести такой расчет к простейшей одномерной задаче о бесконечной цепочке скважин. Для этого используется метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. раздел 3.4). Так как обеспечение максимального технико-экономического эффекта в период эксплуатации карьера достигается при максимальных понижениях напора, уровень в скважинах обычно задается отвечающим отметке нижнего водоупора (рис. 8.7,б и в) или отметке самоизлива (рис. 8.7,а), т.е. на скважинах выполняется условие первого рода. Рассчитав согласно изложенному в разделе 3.4 (формула (3.62)) средний уровень на линии ряда скважин, можно без труда построить депрессионные (пьезометрические) кривые для различных расстояний между скважинами, а затем оценить предельно допустимые углы откоса для различных расчетных положений уровня подземных вод вблизи выработки. Оптимальные параметры дренажного ряда окончательно выбираются путем экономического сопоставления возможного выигрыша в объемах земляных работ (за счет увеличения угла борта) с затратами на дренаж.

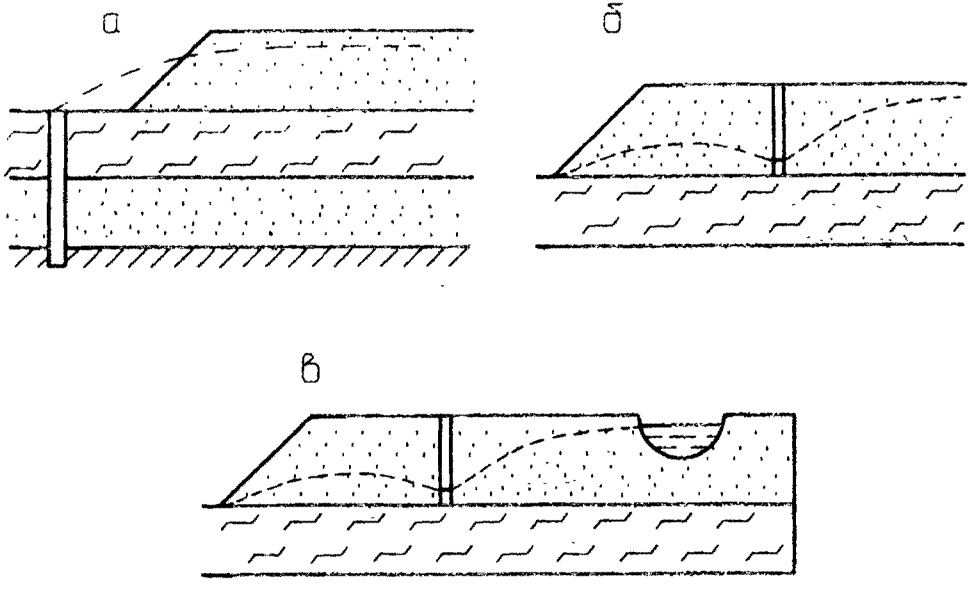


Рис. 8.7. Схемы расположения дренажных скважин для различных типов пласта:
а - неограниченного; б - полуограниченного; в - ограниченного («полосового»)

Расчеты, проведенные для широкого круга гидрогеологических условий [9], свидетельствуют о том, что улучшение общей устойчивости откоса (увеличение его допустимого генерального угла) путем дренажных работ наиболее целесообразно при наличии вблизи откоса или непосредственно в подошве его напорных горизонтов, не дре-

нируемых самим откосом (см. раздел 8.1.2). В этих условиях (см. рис. 8.7,а) дренаж самоизливающими или водопонижающими скважинами не только обеспечивает более благоприятное для устойчивости напряженное состояние пород, но и способствует предотвращению или ограничению процессов набухания глинистых пород (см. раздел 8.1.2). Известны случаи, когда снятие напоров вблизи выработки позволяло увеличить допустимый угол откоса почти в два раза, что, например, при глубине искусственных выемок (карьеров) примерно 100-150 м давало возможность сократить объемы земляных работ на десятки миллионов кубометров.

Вместе с тем при горизонтальном залегании водоносных пластов, дренируемых непосредственно откосом (см. рис. 8.6,б и в), дополнительный дренаж скважинами обычно мало влияет на напряженное состояние пород вблизи откоса и практически не сказывается на их прочностных характеристиках.

Отсюда следует, что целесообразные пределы дренажа должны в каждом конкретном случае очень внимательно обосновываться параллельными расчетами устойчивости — во избежание «бросовых» или неоправданно дорогостоящих дренажных мероприятий. Более подробно этот вопрос рассмотрен в работе [9].

8.2.2. Дренаж как метод борьбы с фильтрационными деформациями откосов

Дренаж скважинами является действенным средством устранения или ограничения фильтрационных деформаций пород (см. раздел 8.1.3). Посредством дренажа уменьшаются расходы, напоры и градиенты потока вблизи откоса, а иногда высачивание воды на откос вообще может быть устранено.

Для рабочего борта карьера (где работают экскаваторы) наиболее характерным требованием к дренажу является ограничение деформаций оплывания некоторыми пределами, допустимыми по принятой схеме горных работ [9]. В этом случае, зная допустимую длину языка оплывания $l_{опл}$, можно, согласно скважанному в разделе 8.1.3, определить предельно допустимый расход высачивания на единицу длины откоса q^o. Проводя далее расчет контурной установки скважин (см. рис. 8.7,б или в), так же как и в разделе 8.2.1, можно найти требуемое расстояние между скважинами, при котором удельные расходы высачивания не превосходят q^o.

Возьмем для примера случай дренажного ряда, расположенного между рекой и карьером (см. рис. 8.7,в). Заменяя ряд скважин условной дренажной траншеей с уровнем воды в ней H_c (см. раздел 3.4) и удельным расходом $q_c = Q_c/\sigma$, запишем балансовое соотношение $q_1 = q_c + q_2$ в виде

$$T\frac{H_p - H_\phi}{l_1} = \frac{Q_c}{\sigma} + T\frac{H_\phi}{l_2}, \qquad (8.7)$$

где q_1 — удельный расход потока со стороны реки;
q_2 — удельный приток в карьер;
l_1 и l_2 — расстояния от ряда скважин соответственно до реки и карьера;
H_p — напор на контуре реки (напор на контуре карьера $H_к = 0$).

Добавляя сюда полученное ранее выражение для H_ϕ (3.62) и полагая $q_2 = q^0$ (q^0— удельный расход, отвечающий предельно допустимой длине языка оплывания), получаем уравнение для определения требуемого расстояния между скважинами:

$$\frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sigma}{\pi d_c} = \frac{l_1 l_2}{T H_p/q^0 - L}, \qquad (8.8)$$

где L — расстояние от карьера до реки.

Полученную формулу можно использовать и при иной конфигурации потока — после построения лент тока и приведения их к плоским (см. раздел 8.3.3).

В общем случае расчет контурных систем скважин проводят чаще просто подбором на модели. Для определения оптимальной расстановки скважин в пределах дренажного контура, окружающего совершенный котлован, моделирование рекомендуется выполнять в следующем порядке:

1 строится сетка движения для области между контуром скважин и карьером; выделенные ленты тока приводятся к плоским (см. раздел 8.3.3);

2 исходя из допустимых с точки зрения фильтрационных деформаций притоков к борту определяется допустимый напор на линии ряда скважин для всех выделенных лент (по формулам для плоского одномерного потока);

3 каждый из выделенных участков контура моделируется шиной с переменным сопротивлением R_{k_i}, на вершину которого подается потенциал, отвечающий уровням на скважинах участка. Величину R_{k_i} изменяют до тех пор, пока потенциалы на шинах не будут соответствовать подсчитанным значениям; ориентировочная максимальная величина $R_{k_i} = \frac{\rho\sigma_i}{B_i}$ — удельное сопротивление бумаги; B_i — длина участка контура; σ_i — ориентировочное максимальное расстояние между скважинами участка);

4 определяется суммарный дебит в пределах участках, исходя из полученных значений сопротивлений R_{k_i}:

$$Q_{y_i} = \frac{H_1 - H_2}{\alpha_\phi R_{k_i}},$$

где H_1 и H_2 — напор на границах участка;
α_ϕ — масштаб сопротивлений;

5 расстояния между скважинами σ_i определяются из выражения для R_{k_i}:

$$R_{k_i} = \frac{\sigma_i \rho}{2\pi B_i} \ln \frac{\sigma_i}{\pi d_c}, \tag{8.9}$$

непосредственно вытекающего из формулы (3.62) и общего определения фильтрационного сопротивления (3.54).

Особые сложности возникают в связи с необходимостью смены граничных условий на водопонижающих контурах в зависимости от понижения уровней. Условия II рода (расход (Q_c = const) задаются на участках контура до тех пор, пока выполняется неравенство (см. формулу (3.62))

$$H_\phi > \frac{Q_c}{2\pi T} \ln \frac{\sigma}{\pi d_c}. \tag{8.10}$$

Как только неравенство (8.10) перестает выполняться, скважины переводят на режим работы с постоянным уровнем.

Своеобразные условия дренажа возникают на тех участках фильтрующих откосов, где падение слоев направлено в сторону массива (рис. 8.8). В этом случае появляется возможность полного устранения высачивания на откосе при работе дренажных скважин. В частности, пользуясь методом фильтрационных сопротивлений, нетрудно показать, что для случая $H_c = 0$ такая возможность реализуется при выполнении требования:

$$\frac{1}{2\pi} \sigma \ln \frac{\sigma}{\pi d_c} \le i \frac{l_1 l_2}{\Delta H_k}, \tag{8.11}$$

где $i = \sin \alpha$, σ — расстояние между скважинами; остальные обозначения см. на рис. 8.8.

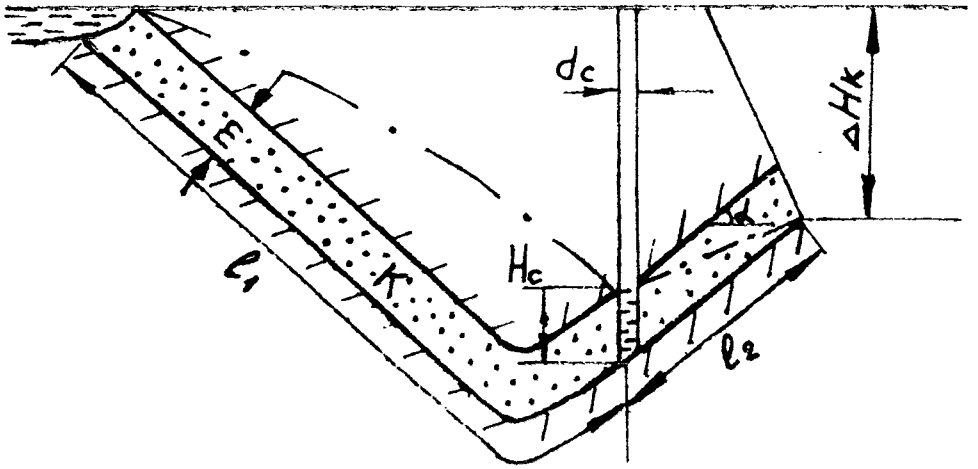


Рис. 8.8. Схема фильтрации к карьеру в условиях наклонного залегания водоносного пласта

Отсюда следует, что требуемое число скважин в данном случае примерно обратно пропорционально углу падения слоев*.

ЗАДАНИЕ. Выведите формулу (8.11) самостоятельно, воспользовавшись методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений.

8.2.3. Водопонижение при проходке шахтного ствола

Для предотвращения прорыва воды в ствол, вскрывающий напорный водоносный горизонт, обычно проводят предварительное водопонижение круговой системой скважин, оборудованных погружными насосами. В таком случае заданными являются расходы скважин, отвечающие номинальной производительности насоса (т.е. на скважинах задано граничное условие II рода), а также требуемое по условиям предотвращения прорыва понижение напора на оси ствола S_0. Используя формулу Тейса (см. раздел 4.1) и принцип сложения течений (см. раздел 3.3), получаем:

$$S_0(t) = -\frac{Q_c n}{4\pi T} E_i\left(-\frac{r_0^2}{4a^* t}\right), \qquad (8.12)$$

где r_0 — радиус круговой установки скважин;
n — число скважин.

По формуле (8.12) нетрудно подобрать требуемый водоотлив и число скважин— в зависимости от заданного времени водопонижения t. Необходимо только помнить, что выведенная формула спра-

* При предположении, что расходы скважин не лимитируются их водозахватной способностью или производительностью насосов.

ведлива лишь до тех пор, пока обеспечивается принятый расчетный приток к скважинам, т.е. пока уровень воды в них не упадет до отметки нижнего водоупора. Следовательно, расчет по формуле (8.12) должен сопровождаться дополнительной оценкой понижений в самих скважинах $S_c (S_c \leq S_{np})$:

$$S_c(t) = -\frac{Q_c}{4\pi T}\left[E_i\left(-\frac{r_c^2}{4a^* t}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} E_i\left(-\frac{r_i^2}{4a^* t}\right)\right], \qquad (8.13)$$

где S_{np} — предельное понижение уровня в скважине (отвечающее отметке водоупора);
r_c — радиус скважины;
r_i — расстояние от выбранной расчетной скважины до скважины с номером i.

Если, начиная с некоторого времени t_{np}, оценка по формуле (8.13) дает $S_c(t) \geq S_{np}$, то при $t > t_{np}$ скважины переходят на режим работы с постоянным уровнем (граничное условие I рода). Такой режим приствolового водопонижения, ориентированного на предотвращение прорыва через вскрываемый стволом водоупор, обычно следует считать нецелесообразным: он свидетельствует о том, что либо расход насосов, либо число скважин выбраны неудачно.

8.3. Прогноз водопритоков к открытым горным выработкам*

8.3.1. Общая характеристика прогнозной ситуации

Прогноз водопритоков к открытым выработкам — карьерам, траншеям, котлованам — имеет целью оценку условий их проходки (в частности, оценку влияния подземных вод на устойчивость фильтрующих откосов — см. раздел 8.1), определение необходимости и целесообразных объемов дренажных работ (см. раздел 8.2), а также обоснование мероприятий по охране подземных вод района от истощения и загрязнения (см. раздел 8.4).

Вскрытие карьерами или траншеями водоносных горизонтов сопровождается, как правило, существенными нарушениями естественного гидродинамического режима вследствие изменений условий разгрузки подземных вод. В то же время усиленное дренирование водоносных горизонтов горными выработками приводит к интенсификации их связи со смежными горизонтами, поверхностными водоемами и водотоками, т.е. к изменению условий питания подземных вод. К тому же при строительстве и эксплуатации крупных карьеров нередко создаются разнообразные гидротехнические сооружения (водохранилища, каналы, а также гидроотвалы, хвостохранилища и

* Раздел написан при участии Ю.А.Норватова.

другие бассейны промышленных стоков), которые могут являться источниками дополнительного питания. Все это обычно приводит к резким нарушениям гидродинамического режима, к развитию нестационарных процессов фильтрации на площадях, измеряемых подчас сотнями, а то и тысячами квадратных километров. Характерно, что из-за больших (сотни метров) понижений напоров на контурах карьеров часто отмечается интенсивное истощение водоносных структур — постепенное сокращение их обводненной мощности или (при наклонном водоупоре) площади. Это обычно делает фильтрационный процесс сильно нелинейным (см. раздел 2.3). Поэтому при прогнозе водопритоков к открытым горным выработкам должны быть тщательно учтены не только природные, но и технологические факторы, в частности:

1 изменения условий питания и разгрузки водоносных горизонтов, связанные с проходкой горных и дренажных выработок и созданием сопутствующих гидротехнических сооружений;

2 технология ведения горных и гидротехнических работ, в том числе порядок вскрытия водоносных горизонтов, изменение положения контура горных работ в плане, режим строительства и эксплуатации гидротехнических сооружений, распространение и характер техногенных отложений в пределах бассейнов промышленных стоков.

Если основной объем информации о природных факторах, определяющих притоки в горные выработки, может быть получен уже на стадии гидрогеологической разведки, то многие из упомянутых изменений в условиях питания и разгрузки, обусловленных техногенными факторами, оцениваются на этой стадии лишь весьма приближенно (на основе аналогии с подобными объектами). Между тем именно этими изменениями определяются граничные условия фильтрации, и поэтому они обязательно должны изучаться дополнительно в период проходки открытой горной выработки - путем постановки и интерпретации режимных наблюдений на базе решения обратных задач (см. раздел 7.2) с последующей корректировкой первоначальных прогнозных оценок.

Прогнозируемые величины водопритоков оцениваются с позиций их влияния на условия эксплуатации горнотранспортного оборудования и на устойчивость откосов карьера (см. раздел 8.1). Если водопритоки превышают допустимые значения, то необходимы дренажные мероприятия, обеспечивающие проходку и устойчивость бортов горной выработки (см. раздел 8.2).

8.3.2. Схематизация условий фильтрации

Прогнозу водопритоков предшествует обоснование исходной расчетной гидродинамической схемы, охарактеризованной количе-

ственно фильтрационными параметрами водоносных горизонтов, условиями на их внешних и внутренних границах, интенсивностью инфильтрационного питания и параметрами перетекания, а также параметрами горных работ. Непосредственный расчет водопритоков к горной выработке производится либо по аналитическим зависимостям — для сравнительно простых (типовых) расчетных схем, либо с привлечением математического моделирования — для сложных схем. В этой связи полезно указать следующие признаки типовых схем, которые и предполагались нами в предшествующих главах при выводе аналитических зависимостей:

1 простейшая конфигурация области фильтрации в плане (как правило, это схемы неограниченного и полуограниченного пластов или пласт-полоса между двумя параллельными границами);

2 однородиость и изотропность водоносной толщи или, в некоторых частных вариантах, ее упорядоченное (слоистое) строение;

3 отсутствие дополнительного (по сравнению с естественным) питания рассматриваемого водоносного горизонта по площади, что позволяет не учитывать площадное питание в явном виде (см. раздел 3.3);

4 совершенство гидродинамических границ области фильтрации;

5 простейшие типовые условия на этих границах (обычно - постоянные условия первого или второго родов);

6 горизонтальное залегание водоупоров, подстилающих безнапорные потоки (в противном случае требуются узко специальные аналитические решения — см. раздел 3.1.7);

7 линейность процессов фильтрации.

Переход от реальных гидрогеологических условий к типовой или сложной расчетной схеме (геофильтрационная схематизация) является наиболее важным этапом, от которого во многом зависит качество всех последующих прогнозных оценок. Схематизацию целесообразно проводить по отдельным аспектам расчетной схемы, что дает возможность использовать определенные критерии, контролирующие правомерность замены сложной схемы более простой (в частности, допустимость перехода к типовым расчетным условиям). Остановимся на основных элементах такой схематизации.

1 Фильтрация к открытым горным выработкам, пройденным в удалении от границ обеспеченного питания, обычно является резко нестационарным процессом, однако в области, прилегающей к выработке, реальное нестационарное движение может быть сведено к квазистационарной расчетной схеме. При оценке притока к одиноч-

ной выработке со стабильными условиями на ее контуре эта цель достигается введением расчетного радиуса зоны квазистационарного режима, который для каждого момента определяется формулой (4.29). При наличии границы обеспеченного питания, удаленной от центра горной выработки на расстояние R^*, водоприток к выработке с приведенным радиусом r_0 может рассчитываться по формулам стационарной фильтрации по истечении времени $t \geq (r^* - r_0)^2/\pi a^*$ (см. формулу 4.38).

2 При прогнозе водопритоков к горной выработке контур последней рассматривается как граница дренажа всех вскрываемых ею водоносных горизонтов; на этой границе задаются условия первого рода — напоры здесь отвечают отметке нижнего водоупора водоносного пласта, вскрытого карьером. Если водоносный горизонт залегает в подошве горной выработки и отделен от нее слоем слабопроницаемых пород, то по площади выработки следует задавать условие третьего рода (см. раздел 2.4), — исходя из предпосылок перетекания (см. раздел 2.3.2); впрочем, его можно также трансформировать в условие первого рода, пользуясь принципом эквивалентных фильтрационных сопротивлений (см. разделы 3.4 и 3.5).

3 Для аналитических оценок водопритоков чаще всего необходимо привести реальные условия к схеме однородного водоносного горизонта, полностью вскрытого горной выработкой, что допустимо лишь при выполнении определенных требований, уже отраженных в предшествующих главах. Так, при вскрытии слоистых водоносных толщ, характеризующихся малым соотношением проводимостей отдельных слоев (в пределах порядка), движение в них может рассматриваться как плановое (см. раздел 3.1); поэтому переход к схеме однородного пласта возможен путем суммирования проводимостей - при напорном режиме, или введением функции Гиринского — для безнапорной фильтрации в горизонтально залегающих слоях (см. раздел 3.1). При больших соотношениях проводимостей отдельных слоев используются предпосылки перетекания (см. раздел 2.3.2); для двухслойных безнапорных толщ в последнем варианте расчет водопритоков к горной выработке можно вести исходя из проводимости нижнего (относительно проницаемого) слоя и водоотдачи, соответствующей емкостным характеристикам верхнего слоя (см. раздел 2.5). Наконец, профильно-анизотропные пласты сводятся к изотропным простым преобразованиям координат (см. раздел 2.5).

4 Максимальные отклонения структуры потока от одномерной (в разрезе) наблюдаются вблизи несовершенных горных выработок. Схематизация структуры потока в этом случае осуществляется с применением локальных профильных математических моделей (см. разделы 3.4 и 3.5) и сводится к определению дополнительного фильтрационного сопротивления, одновременно учитывающего деформацию потока вблизи выработки и профильную неоднородность

фильтрующей толщи. Для однородных пластов и некоторых типов слоистых толщ получены аналитические выражения для расчета дополнительных фильтрационных сопротивлений [34], которые могут быть учтены при рассмотрении планового потока в целом или выделенных лент тока.

Принцип эквивалентных фильтрационных сопротивлений или аналогичный ему принцип виртуальных длин (см. раздел 3.1.6) используется и для приведения неоднородных в плане пластов к однородным.

8.3.3. Прогнозы водопритоков на базе аналитических методов

Если схематизация позволяет привести реальные условия к типовой расчетной схеме, то, как уже отмечалось, прогнозные оценки базируются преимущественно на аналитических зависимостях, а моделирование играет лишь вспомогательную роль.

При очертаниях внешних границ обеспеченного питания, соответствующих типовым схемам (пласт ограничен прямолинейной границей, пласт-полоса, круговой пласт), определение водопритоков в стационарном режиме проводится по формуле «большого колодца» (3.50), в которой фигурируют соответствующий приведенный радиус области фильтрации R и приведенный радиус карьера r_0 (см. пояснения к формуле (3.50)). Наоборот, при существенно удаленных границах, пока определяемый согласно формуле (4.38) расчетный радиус влияния $R(t) < R^*$ (R^* — расстояние до ближайшей границы), притоки в карьер можно определять как для «большого колодца» по формуле (4.36). При этом величина r_c в упомянутых формулах заменяется на приведенный радиус выработки r_0.

В общем случае, при сложной структуре потока в плане, расчет водопритоков к горной выработке целесообразно вести по выделенным фрагментам (лентам тока). Боковыми границами фрагментов являются линии тока, построенные между внешними контурами пласта и контурами горной выработки. Линии тока можно строить на моделях либо непосредственно, либо графически. В последнем варианте каждую линию тока проводят от горной выработки в сторону внешних границ обеспеченного питания ортогонально ко всем линиям равных напоров (гидроизогипсам).

Стационарный фильтрационный расход рассчитывают независимо по каждой ленте — по формулам для одномерного плоскопараллельного потока (см. раздел 3.1) — после вычисления расчетной длины плоской ленты шириной $B_к$ (рис. 8.9):

$$L_p = n \frac{B_k}{(B_i/l_i)_{ср}}, \qquad (8.14)$$

где n — число отсеков между контуром выработки и внешней границей - контуром питания;

B_k — ширина расчетной ленты на контуре горной выработки

$(B_i/l_i)_{ср}$ — среднее отношение ширины выделенных отсеков ленты к их длине.

ЗАДАНИЕ. Обоснуйте формулу (8.14) исходя из идеи эквивалентности фильтрационных сопротивлений (см. разделы 3.4 и 3.5) начальной ленты тока и расчетной плоской ленты.

Расчет по лентам тока можно применять и в условиях неустановившейся фильтрации, пользуясь принципом недеформируемости линий тока (см. раздел 4.1.3), согласно которому их конфигурация мало меняется во времени и определяется взаимным расположением границ питания и дренажа. Расчет в этом случае проводится по следующей схеме:

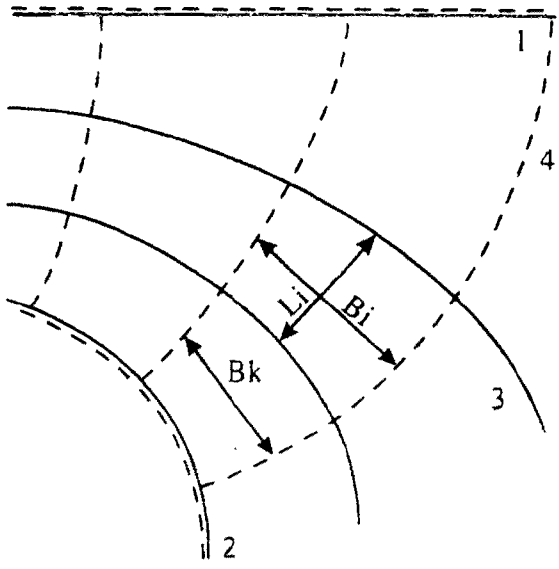


Рис. 8.9. Схема определения расчетной длины ленты тока:
1 - контур питания; 2 - контур горной выработки; 3 - линия равных напоров; 4 - линия тока

1 для первых этапов неустановившегося режима (внешние границы пласта не влияют на характер потока) приток может быть определен по формуле «большого колодца» при расчете радиуса влияния по формуле (4.36);

2 при $t > R^{*2}/(\pi a^*)$ расчет притоков проводится по каждой из лент тока, построенных на модели, или графически с учетом условий на внешних границах пласта. Для этого, согласно изложенному в разделе 4.1 (см. также рис. 4.6), в пределах каждой из лент определяют положение условного контура питания на несколько расчетных моментов времени, затем для участков ленты, ограниченных этим контуром, находят фильтрационные сопротивления (на модели) или их приведенную длину (по формуле (8.14)) и, наконец, проводят расчет фильтрационного расхода на соответствующие мо-

менты времени, — исходя из схемы квазистационарного плоскопараллельного потока, по формуле (4.40) или (3.4).

8.3.4. Особенности прогноза в условиях сложных расчетных схем

Сложность расчетной схемы при оценке водопритоков к открытым выработкам может определяться взаимодействием последних, перемещением фронта горных работ, дополнительным питанием дренируемых горизонтов на локальных участках по площади, нелинейностью процесса фильтрации. Эти сложности в общем могут быть учтены лишь путем математического моделирования фильтрационного процесса, хотя в частных случаях рассмотрение упомянутых факторов можно вести также в рамках типовых схем, переход к которым осуществляется с привлечением простейших моделей.

Так, исходя из принципа сложения течений (см. раздел 3.3), учет взаимодействия нескольких горных выработок при определении водопритоков к ним в условиях стационарного режима возможен путем приведения каждой выработки к схеме «большого колодца» (соответствующей типовым граничным условиям — см. раздел 8.3.3) с последующим решением системы уравнений вида (3.50), согласно замечаниям в конце раздела 3.3. Определение притоков по отдельным участкам контуров выработок приходится вести по выделенным лентам тока или получать из на плановых моделях непосредственно. Учет взаимодействия выработок в условиях нестационарного режима, как правило, требует применения моделирования в двумерной постановке (см. раздел 4.3): прямое использование принципа сложения течений здесь осложняется из-за задания на контурах выработок граничных условий I рода (см. раздел 3.3).

Перемещение контура горных выработок в плане может существенно определять закономерности нестационарного режима фильтрации. При большой скорости перемещения этот фактор может вызывать рост водопритоков на десятки, а иногда - и на сотни процентов [9]. Движение контура горных выработок учитывают моделированием на сеточных моделях, где отдельные сопротивления отключаются в соответствии с перемещением границы дренажа. Приближенный учет этого фактора возможен с применением моделирования по отдельным лентам тока, опираясь на принцип их недеформируемости (см. раздел 8.3.3).

Водоемы и водотоки (естественные и техногенные), подстилаемые даже слабопроницаемыми отложениями, могут быть источником дополнительного питания водоносных горизонтов, усиленно дренируемых за счет проходки горных выработок*. Для учета этого

* В частности, это нередко относится к естественным водотокам, претерпевающим после проходки карьера инверсию: из областей стока они превращаются в области питания.

фактора, в общем случае, требуется применение двухмерных сеточных моделей. Впрочем, принцип дополнительных фильтрационных сопротивлений позволяет учесть граничные условия в контурах водоема или водотока и на простейших моделях из электропроводной бумаги. Аналогичный подход может быть принят при анализе перетекания по площади дренируемого водоносного горизонта, не вскрытого горной выработкой.

Специального рассмотрения заслуживает прогнозные оценки водопритоков в условиях нелинейных фильтрационных процессов, весьма характерных для осушения многих карьерных полей. В первую очередь, это все задачи, связанные с прогнозом постепенного истощения отдельных участков водоносных комплексов. Такие условия возникают, например, при осушении безнапорных горизонтов дренажными траншеями, отделяющими рассматриваемый участок горизонта от области питания. Процесс нелинейной неустановившейся фильтрации описывается при этом уравнением Буссинеска (2.32), причем линеализацию этого уравнения (см. раздел 2.3.3) можно проводить лишь с большими оговорками, так как трудно подобрать усредненные значения проводимости или мощности, удовлетворяющие всему расчетному периоду. В этом случае наиболее надежно моделирование по схеме Либмана (см. раздел 4.3.2) или по численным неявным схемам (см. раздел 4.3.3), когда в процессе моделирования изменения проводимости (мощности) безнапорного потока учитывается путем изменения сопротивлений $R_{(x,y)}$ между узловыми точками. Так, по схеме Либмана моделирование ведется при стабильной величине «временных» сопротивлений (для случая постоянной водоотдачи осушаемого горизонта), а пересчет сопротивлений R_x и R_y производят от шага к шагу по формулам, обобщающим приведенные ранее зависимости (3.77) и (3.78):

$$R_{x_i} = \frac{\Delta x_i}{k_i \Delta y_i h_i^{cp} \alpha_\phi}, \tag{8.15}$$

$$R_{y_i} = \frac{\Delta y_i}{k_i \Delta x_i h_i^{cp} \alpha_\phi}, \tag{8.16}$$

где k_i — коэффициент фильтрации в i-ой точке;
h_i — средняя глубина потока между i-ой точкой и соседними с нею в расчетный момент времени.

Подбор сопротивлений R_x и R_y на каждом шаге по времени осуществляется до тех пор, пока потенциалы в узловых точках не будут соответствовать значениям мощности потока h_i.

Приведем более сложный пример определения водопритоков, формирующихся за счет сработки гравитационных запасов подзем-

ных вод в планово-ограниченных безнапорных пластах с наклонным водоупором. Вообще говоря, решение задач такого типа должно проводиться с применением двумерных сеточных моделей: сведение к одномерным задачам с помощью принципа недеформируемых лент тока может иметь здесь лишь ограниченное применение, поскольку в подобных условиях положение линии тока обычно сильно меняется во времени. Однако для простоты мы ограничимся рассмотрением одномерного варианта задачи о вскрытии и постепенном истощении безнапорного пласта с наклонным водоупором, когда необходимо учитывать сразу два фактора нелинейности — изменение мощности пласта и перемещение его контура обводненности в плане (рис. 8.10). Моделирование процесса сработки гравитационных запасов было проведено [9] по схеме Либмана с изменением сопротивлений R_{xi} пропорционально глубине потока h_i от шага к шагу во времени (см. формулу (8.15)). Учет движения границы обводненности осуществлялся изменением пограничных сопротивлений - «временного» R_{tr} и пространственого R_{xz} — пропорционально изменению длины пограничного блока Δx_z. Для этого использовались общие расчетные зависимости: (4.70) и (4.71) при $\omega = 1 \cdot \Delta x_z$ и (8.15) при $\Delta y_i = 1$, $\Delta x_i = \Delta x_z$ и $h_i^{cp} = h_z^{cp}$ (h_z^{cp}— средняя мощность потока в пограничном блоке); по мере движения контура обводненности граничные сопротивления постепенно отключались (На рис. 8.10 граничному блоку на текущий момент t отвечает точка 7). По результатам моделирования построены графики в безразмерных координатах, позволяющие проводить оценку изменения напоров потока и перемещения его внешней границы (см. рис. 8.10).

Из последнего примера видно, что моделирование позволяет не только решить конкретные сложные задачи фильтрации, но и найти для них обобщенные оценки, аналогичные получаемым в рамках аналитических решений.

8.4. Прогноз процессов загрязнения подземных вод в горнодобывающих районах

Применение математических методов теории массопереноса в гидрогеологических исследованиях можно достаточно полно проиллюстрировать на примере прогнозных задач, связанных с загрязнением подземных вод из поверхностных водоемов и водотоков (сопутствующих, в частности, горному производству).

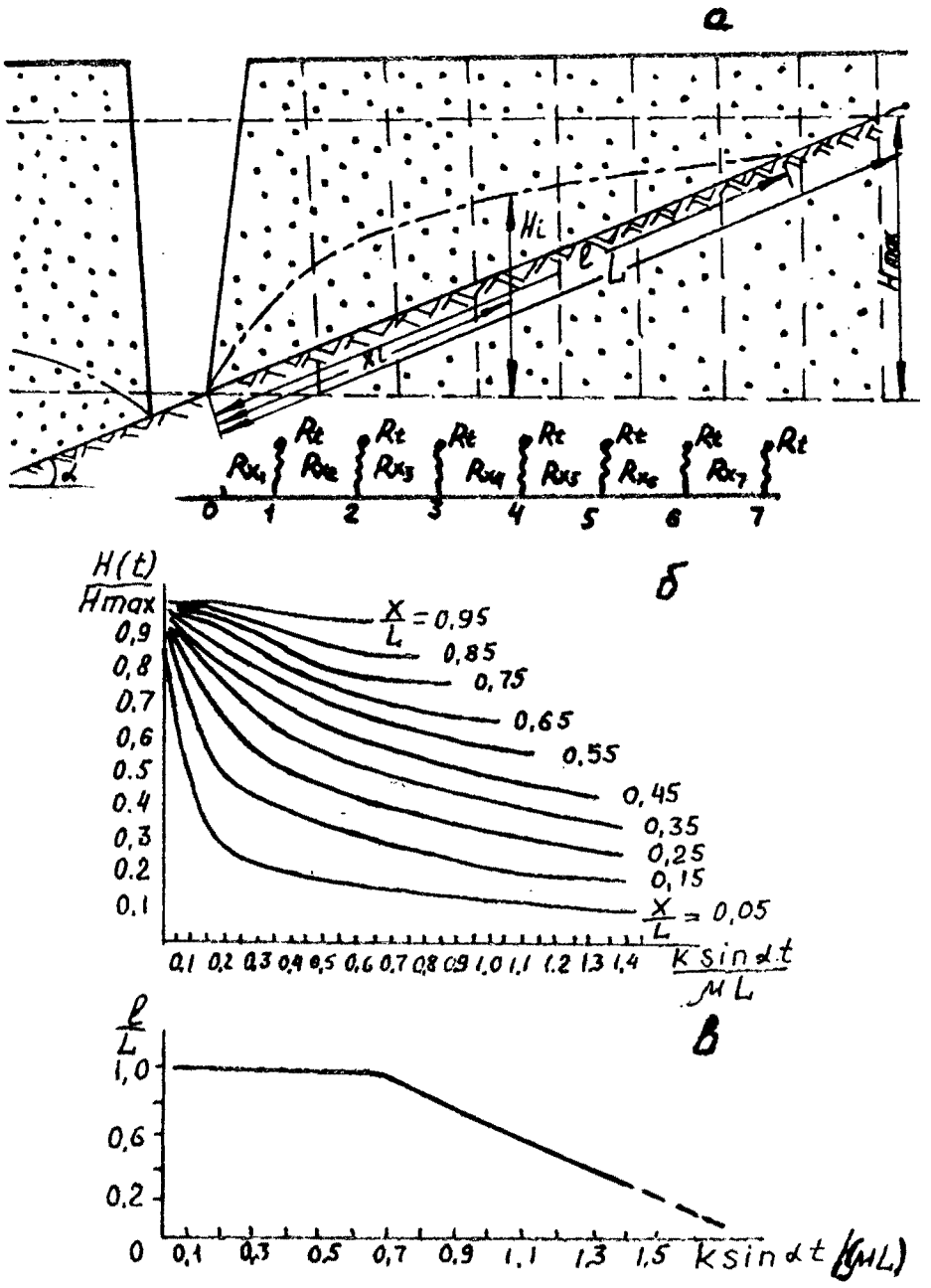


Рис. 8.10. Схема и результаты моделирования фильтрации в безнапорном пласте на наклонном водоупоре, вскрываемом горной выработкой:

а - физическая и модельная схемы; б - графики приведенных напоров; в - график для оценки перемещения контура обводненности

8.4.1. Цели прогноза и элементы предварительной схематизации

Прогнозные оценки изменения качества подземных вод должны:

1 выявить возможность появления какого-либо компонента в поверхностных водоемах или в подземных коллекторах в недопустимых концентрациях;

2 определить возможные направления и скорости переноса этого компонента в водоносных комплексах и предсказать продолжительность движения фронта загрязнения до близайших водозаборов;

3 дать расчетное обоснование границ зоны санитарной охраны этих водозаборов и рациональных мероприятий по охране подземных вод района от загрязнения.

Мы ограничимся в основном рассмотрением круга вопросов, связанных со вторым из упомянутых направлений, имея в виду, что результаты такого рассмотрения являются отправными и для обоснования мероприятий по охране подземных вод.

При исследовании возможностей загрязнения водоносных горизонтов параллельно, а чаще — последовательно решается ряд связанных друг с другом задач:

1 определяется характер фильтрационных течений в районе расположения источника загрязнения, в частности, оцениваются области влияния водозаборных сооружений и в их пределах рассчитывается распределение поля скоростей фильтрации;

2 по выделенным характерным лентам тока, в рамках схемы поршневого вытеснения (см. раздел 6.1), определяется время продвижения фронта сточных вод в пласте (с учетом их самоочищения и разбавления) к водозаборам, расположенным в различных направлениях от источника загрязнения; при этом под фронтом загрязнения мы условимся далее для упрощения понимать изолинию относительной 50%-ной концентрации, отвечающую расчетному положению условной границы «поршневого вытеснения»;

3 оценивается значимостью гидродисперсионных эффектов (см. раздел 6.2), обусловливающих опережение фронта фильтрующимися водами с относительной концентрацией компонента менее 50%;

4 оценивается возможное перераспределение загрязнений в результате поперечной диффузии как профильной, так и плановой, а также в результате плотностной конвекции (см. раздел 6.1); если эти оценки выявляют существенную роль упомянутых факторов, то проводятся уточняющие расчеты переноса в рамках двумерных моделей.

В такой последовательности анализа есть своя логика, вытекающая из принципов схематизации условий массопереноса. При рассмотрении этих принципов будем далее, для конкретности, предполагать, что в районе имеется фиксированный источник загрязнения подземных вод — бассейн промышленных стоков, где концентрация некоторых компонентов превышает нормы, допустимые для вод хозяйственно-питьевого назначения. Момент достижения в бассейне предельно допустимой концентрации считается в дальнейшем начальным для прогнозного анализа, причем в целях устранения из анализа второстепенных деталей предполагается, что в этот момент концентрация мгновенно достигает некоторого постоянного значения по всей мощности водоносного комплекса в пределах контура бассейна. Анализ ведется относительно некоторого условного несорбируемого компонента. Переход к стокам конкретного состава, с учетом их сорбционного взаимодействия с водовмещающими породами, не меняет существа расчетной методики (в предположении, что сорбционные процессы не влияют на фильтрационные свойства пород, а кинетикой сорбции можно пренебречь — см. раздел 6.1). Наконец, исходя из практически допустимых погрешностей прогноза, для слабоминерализованных стоков изменения вязкости и плотности подземных вод в процессе загрязнения не учитываются*.

Нетрудно показать (см., например, [10]), что процессы массопереноса развиваются весьма медленно в сравнении с фильтрационными возмущениями и поэтому, *как правило, допустимо рассматривать миграцию компонентов на фоне стационарного* (точнее — квазистационарного) *фильтрационного поля*, характеристики которого считаются известными из гидродинамического анализа: иначе говоря, фильтрационная задача решается предварительно — независимо от задачи массопереноса. При этом будем считать, что источник загрязнения является одновременно и мощным источником фильтрационного возмущения, обеспечивающим основную долю расхода потока в районе бассейнов промышленных стоков, и линии тока, вдоль которых осуществляется перенос загрязнений, замыкаются на контуре бассейна.

Важным аспектом последующей схематизации является отказ от рассмотрения трехмерной модели переноса: там, где это необходимо, такая модель может быть с успехом заменена параллельным анализом взаимно соответствующих профильной и плановой двумерных моделей. Более того, в условиях, когда расстояние переноса измеряется километрами, а характерное время процесса — годами, вполне удовлетворительные результаты часто (но не всегда!) дает прогноз в рамках одномерной модели конвективно-дисперсионного переноса (см. раздел 6.3) вдоль фиксированных линий (лент) тока. В этом варианте считается, что определяющим фактором внутри-

* Как уже отмечено в гл. 6, это очень важное допущение: без него раздельное рассмотрение фильтрационной и миграционной задач оказалось бы неправомочным.

пластового переноса является конвекция, ей отвечает положение фронта загрязнения, определяемое по схеме поршневого вытеснения, а дисперсионные эффекты вблизи фронта и, соответственно, ширина переходной зоны оцениваются из одномерных решений в рамках схемы микродисперсии (см. раздел 6.3) или асимптотических одномерных решений макродисперсии (см. раздел 6.4); плановая неоднородность при этом учитывается как в величинах скоростей фильтрации, так и в расчетных параметрах макродисперсии. Понятно, что такой подход предполагает:

1 допустимость пренебрежения плановой поперечной дисперсией — для поставленной выше миграционно-фильтрационной задачи это обычно достаточно обоснованно;

2 большие значения характерных чисел Пекле (см. раздел 6.3), и это отвечает реальности, когда речь идет о переносе на большие расстояния в пределах достаточно проницаемых водоносных комплексов;

3 полное проявление процессов молекулярной диффузии и поперечной (профильной) гидродисперсии вдоль мощности водоносного пласта — в пределах области, охваченной расчетным положением фронта загрязнения (точнее, емкость пласта за фронтом поршневого вытеснения считается — при оценке его положения — исчерпанной).

Последнее предположение, даже для условий длительного переноса, может рассматриваться как достаточно обоснованное лишь при мощностях отдельных проницаемых прослоев водоносного пласта порядка метров и при мощностях прослоев слабопроницаемых пород (размерах пористых блоков) - порядка десятков сантиметров. В противном случае использование одномерных моделей переноса остается справедливым только при раздельном рассмотрении водоносных пластов, отделенных друг от друга выдержанными и достаточно мощными (метры - десятки метров) слабопроницаемыми слоями; однако при этом, в отличие от только что изложенного подхода, продвижение фронта загрязнения рассчитывается с учетом интенсивности диффузионного оттока вещества из водоносного пласта в слабопроницаемые слои (или из трещин в слабопроницаемые блоки) - согласно асимптотическим расчетым схемам макродисперсии (см. раздел 6.4).

Во всех прочих ситуациях, кроме перечисленных выше, приходится ориентироваться на профильно-двумерные модели переноса (они остаются единственно возможными и для большинства случаев, когда необходимо учитывать плотностную конвекцию). В связи с этими моделями полезно отметить неприменимость к ним в общем случае некоторых принципов схематизации, традиционных для геофильтрационных задач. Прежде всего это касается принципов усреднения переменных и параметров процесса по мощности водоносного

пласта: *даже в условиях, отвечающих предпосылкам плановой фильтрации, подобное усреднение* (функции концентрации, скорости фильтрации или миграционных параметров) *может оказаться во многих случаях недопустимым.*

Далее, резко (подчас на один-два порядка) меняются — в сторону уменьшения — характерные масштабы неоднородности профильных моделей и характерное время перехода от одного уровня гетерогенной модели к другому. Так, уже при мощностях разделяющих слоев порядка первых метров обычно требуются дифференцированные прогнозы по отдельным элементам комплекса. При всем этом приходится, конечно, постоянно сталкиваться и с резким ростом дефицита исходной информации, необходимой для обоснованного учета отмеченных специфических аспектов схематизации процессов массопереноса (в сравнении с информацией, необходимой для геофильтрационной схематизации).

Наконец, в специальном рассмотрении нуждаются те прогнозные задачи, в которых заметное значение имеет поперечная плановая дисперсия, также требующие анализа на уровне двумерных моделей. Необходимость в этом возникает, в первую очередь, во всех случаях, когда величина фильтрационного расхода источника загрязнения сравнительно невелика и доминирующую роль в фильтрационной картине вблизи участка загрязнения играет естественный фильтрационный поток (см. раздел 7.4.3).

8.4.2. Прогнозные оценки процессов загрязнения подземных вод аналитическими методами

Наиболее гибким является приближенный подход, основанный на аналитических расчетах по выделенным лентам тока (плановая фильтрационная модель), в пределах которых осуществляется дополнительный анализ профильных моделей массопереноса. Такой подход обычно вполне приемлем для условий миграции загрязнений от крупных хвостохранилищ с характерным для них развитием значительных по площади полей квазистационарной фильтрации, что обусловливает минимальное искривление линий тока в плане, примерно стационарное их положение в области переноса и плавные изменения средних скоростей переноса между соседними лентами тока. Последнее обстоятельство (наряду с доминирующей ролью фильтрационных потерь из бассейнов промышленных стоков в общей фильтрационной картине на участках возможного загрязнения) позволяет пренебречь поперечным дисперсионным переносом между лентами или учесть его простейшими приближенными приемами. Кроме того, при значительном удалении расчетной точки от источника загрязнения можно пренебречь изменением скорости фильтрации вдоль ленты тока, ведя расчет по среднему значению гидравлического градиента. В этом варианте могут быть использованы анали-

тические решения для одномерного массопереноса (см. разделы 6.3 и 6.4), причем расчетная схема выбирается в зависимости от строения разреза фильтрующей толщи и времени переноса.

В качестве примера такого подхода рассмотрим прогноз условий загрязнения водоносных горизонтов вблизи хвостохранилища Лебединского месторождения КМА [21]. Схематический разрез участка показан на рис. 8.11; здесь верхняя часть безнапорного комплекса представлена трещиновато-пористыми мелами, а нижняя — средне зернистыми песками. Проводя расчетные оценки для условного инертного (несорбируемого) загрязнителя, мы одновременно уясним специфику процессов массопереноса в условиях данного района, что полезно и для рассмотрения роли возможных источников загрязнения подземных вод, и для разработки вероятных мероприятий по их охране.

Для конкретности далее рассматривается некоторая усредненная схема миграции (см. рис. 8.11), примерно соответствующая направлению фильтрации от хвостохранилища к Стойленскому карьеру. Принимается, что фильтрационный режим на участке близок к стационарному, уклон потока $I = 0{,}02$, средняя обводненная мощность меловых пород $m_м = 10$ м, песков $m_п = 35$ м, средние коэффициенты фильтрации: для меловых пород $k_м = 2{,}5$ м/сут, для песков $k_п = 15$ м/сут.

Для упрощения расчетных оценок будем считать далее, что хвостохранилище является совершенным по степени вскрытия и в нем поддерживается постоянная концентрация загрязняющего компонента (граничное условие первого рода: $\bar{c}\,(0,t) = 1$). Применительно к рассматриваемой схеме, в которой расстояния до ближайших пунктов отбора воды измеряются километрами (до дренажной системы Стойленского карьера 3 км), основную роль в перемещении фронта загрязнения играют:

[1] конвективный перенос со скоростью, отвечающей средней действительной скорости фильтрационного потока;

[2] процессы макродисперсии, обусловленные фильтрационной неоднородностью разруза и гетерогенным строением водоносных меловых пород.

Если на первых порах исходить из значения активной пористости песков ($n_п = 0{,}4$) и степени трещиноватости меловых пород ($n_м = 0{,}005$), полученных опытно-фильтрационными работами, то средние действительные скорости фильтрации в меловых породах $v_{д_м}$ примерно на порядок больше, чем в песках $v_{д_п}$. Следовательно, в первые моменты фронт загрязнения будет перемещаться с большой скоростью (порядка десятков метров в сутки) по верхней части водоносного горизонта — по трещинам в меловых породах, а фронт по пескам будет отставать (см. рис. 8.11,а). Однако высокие скорости конвек-

тивного переноса будут отмечаться в мелах лишь в самые первые моменты, не представляющие практического интереса для прогнозов. Уже через короткое время меловые породы начинают проявлять себя как среда с двойной пористостью, и под влиянием перепада концентраций загрязняющий компонент интенсивно усваивается пористыми блоками мелов — в ходе процесса молекулярной диффузии. Соответственно распространение загрязнения в мелах по трещинам резко замедляется.

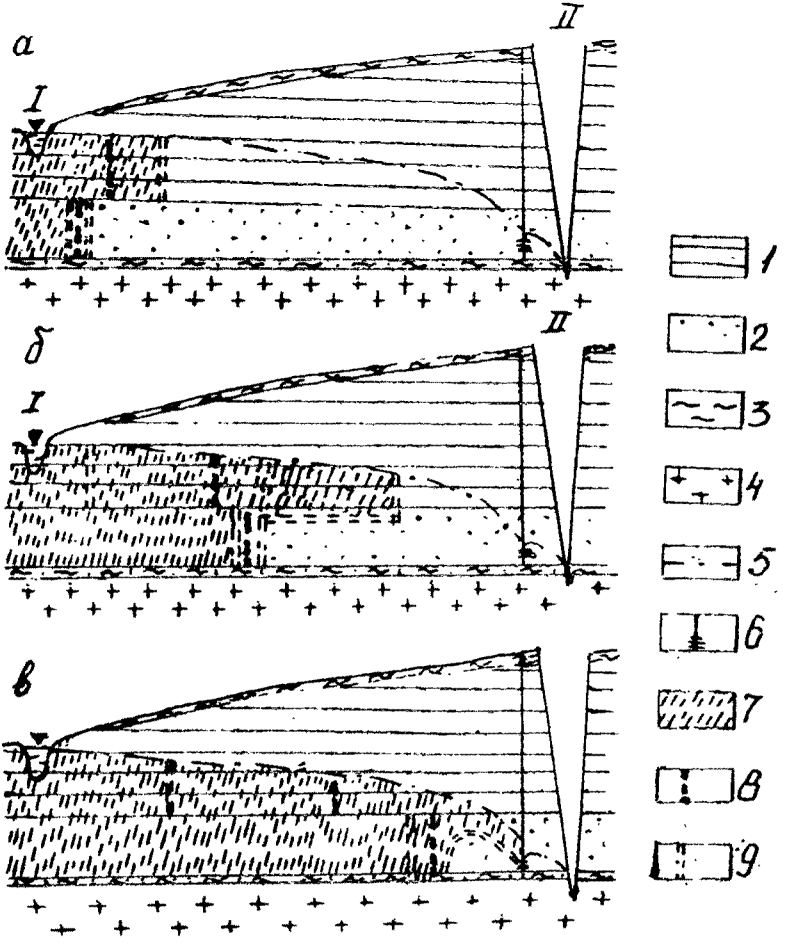


Рис. 8.11. Схемы прогнозной оценки загрязнения подземных вод на участке хвостохранилище (I) - карьер (II) на начальные (а), промежуточные (б) и конечные (в) моменты времени:

1 - трещиноватые мело-мергельные отложения; 2 - песчаные отложения; 3 - глинистые породы; 4 - рудокристаллические породы; 5 - динамический уровень подземных вод; 6 - водопонижающая скважина; 7 - загрязненные подземные воды; 8 - положение фронта вытеснения с относительной концентрацией $\overline{c} = 0{,}5$; 9 - границы переходной зоны

Период времени, в течение которого можно не учитывать ограниченность размеров меловых блоков, оценим по формуле (6.48). Подставив характерные для мело-мергельных отложений значения параметров ($m_б$=0,5-2 м; $n_{б_м}$=0,45; $D_м$= 5 10^{-5} м^2/сут), получаем, что в зависимости от размеров блоков верхний предел применимости для расчетной схемы неограниченной емкости (решение Ловерье (6.47)) может измеряться сотнями суток.

Доминирующая роль молекулярно-диффузионных процессов в мелах определяет на этом этапе и общий характер массопереноса - его «диффузионность», когда заметное падение концентрации по направлению потока отмечается уже вблизи источника загрязнения, а скорость переноса резко замедляется. Например, через 100 сут контрольная относительная концентрация $\overline{c}$ = 0,5 будет финксироваться на расстоянии примерно первых десятков метров.

Движение фронта загрязнения с концентрацией $\overline{c}$ = 0,5 в нижележащих песках будет определяться их общей пористостью $n_п$ = 0,4; соответственно средняя его скорость по пескам составит около 1 м/сут ($v_{дп} = k_п I/n_п = 15 \cdot 0{,}02/0{,}4 \approx 0{,}75$ м/сут). Примерно через 100 сут фронт загрязнения $\overline{c}$ = 0,5 по пескам сравняется с фронтом по мелам. В дальнейшем распространение фронта по пескам будет идти с опережением по отношению к мелам (см. рис. 8.11,б и в). При большом времени переноса (порядка сотен-тысяч суток), когда начинает сказываться ограниченная приемная способность пористых блоков, перенос по меловым породам будет все боле приближаться к предельной расчетной схеме макродисперсии (см. раздел 6.4.3), согласно которой скорость переноса определяется в основном пористостью блоков, т.е. расчетная величина действительной скорости перемещения фронта загрязнения по мелам $v_{д_м}$ будет составлять около 0,1 м/сут ($v_{д_м} = k_м I/n_{б_м} = 2{,}5 \cdot 0{,}02/0{,}45 \approx 0{,}11$ м/сут). Напомним, что такая оценка справедлива для достаточно большого времени, которое ориентировочно определяется из первого критерия (6.51); оно измеряется примерно сотнями - тысячами суток*.

Учитывая, что пески играют основную роль в общем расходе подземного потока: $q_п/q_м \approx k_п m_п/(k_м m_м) = (15 \cdot 35)/(2{,}5 \cdot 10) \approx 20$, для долговременных оценок, когда время измеряется сотнями-тысячами суток, можно принять основную расчетную формулу в виде $v^0 = k_п I/n_п$, где v^0— средняя скорость движения фронта вытеснения (на котором относительная концентрация $\overline{c}$ = 0,5). Принимая

* Мы не учитываем здесь поперечную (профильную) дисперсию между меловыми породами и песками, обусловленную вертикальным градиентом концентрации в передовых зонах загрязнения (см. раздел 6.2.1) и всегда направленную на выравнивание положения концентрационных фронтов в мелах и песках. Кроме того, определенную роль играет и вертикальная конвекция из мелов в пески, обусловленная реально существующей вертикальной компонентой скорости фильтрации (см. раздел 2.5.1).

с запасом $n_n = 0{,}35$, т.е. считая, что некоторая доля пор в песке не будет участвовать в процессе конвективного переноса, получим для нашего примера $x_n^o = k_n I\, t/n_n = 15 \cdot 0{,}02\, t/0{,}35 \approx 0{,}8\, t$, где x_n^o — продвижение фронта (в метрах) за время t (в сутках), причем время в этой оценке должно измеряться, как минимум, сотнями суток. Следовательно, ориентировочная средняя скорость перемещения фронта загрязнения составляет около 300 м/год. Эта величина содержит, несомненно, солидный запас применительно к сорбируемым компонентам: сорбция на песках будет увеличивать расчетное значение пористости (см. формулу (6.11)), что приведет к соответствующему уменьшению длины переноса x_n^o.

При самом неблагоприятном варианте влияние хвостохранилища на качество откачиваемых вод начнет сказываться не ранее чем через 10 лет.

Расчетные оценки средней скорости конвективного переноса должны быть дополнены рассмотрением дисперсионных эффектов. Для песков значение этих эффектов становится пренебрежимо малым уже через сравнительно короткое время (см. раздел 6.3). Гораздо заметнее дисперсия в мелах; согласно изложенному в разделе 6.4.3, коэффициент макродисперсии $D_м^* = v^2/(D_м S_б^2) = (2{,}5 \cdot 0{,}102)^2 \cdot m_б^2 : (36 \cdot 5 \cdot 10^{-5}) \approx 1{,}4\, m_б^2$ (м^2/сут); отсюда получаем, что при $m_б = 2$ м размер переходной зоны определяется, согласно формуле (6.29), выражением: $2\Delta x_n = 4\sqrt{1{,}4 \cdot 4\, t/0{,}45} \approx 14\sqrt{t}$, где Δx_n измеряется в метрах, а t — в сутках. Например, для $t = 1600$ сут получаем $\Delta x_n = 560$ м, что соизмеримо с областью переноса. Иначе говоря, перед расчетным фронтом вытеснения, отвечающим средней концентрации $\bar{c} = 0{,}5$, по мелам будет распространяться зона загрязнения длиной в несколько сот метров, в которой концентрация постепенно падает от $\bar{c} = 0{,}5$ до сотых долей (см. рис. 8.11). Особенно велико значение переходной зоны на первых этапах загрязнения, измеряемых сутками - первыми десятками суток. Например, расчет по решению Ловерье (6.47) показывает, что через 10 сут после начала загрязнения расчетная концентрация $\bar{c} = 0{,}01$ отмечается на расстоянии примерно 50 м и более, хотя фронт с концентрацией $\bar{c} = 0{,}5$ подвигается за это время не более чем на 15 м.

При высоких значениях градиентов фильтрации на участке загрязнения размеры зоны макродисперсии в мелах реально могут измеряться — для тех же временных интервалов - первыми сотнями метров. Поэтому, в частности, локальные сбросы загрязненных вод непосредственно на поверхность меловых пород (на участках, где зона аэрации отсутствует или имеет малую мощность) могут приводить к быстрой фиксации загрязняющих компонентов на значительных расстояниях (сотни метров) от очага загрязнения, в первую

очередь по наблюдательным или водозаборным скважинам, пройденным на меловую толщу. В скважинах на пески загрязняющий компонент будет фиксироваться с большим отставанием и в концентрациях, существенно меньших: соответствующий коэффициент разбавления равен отношению фильтрационного расхода мелового пласта к общему фильтрационному расходу (в нашем примере коэффициент разбавления $k_p = (2{,}5 \cdot 10) / (15 \cdot 35) = 0{,}05$). Более того, кратковременные «всплески» загрязнения в мелах могут практически полностью «размываться» за счет сорбции и гидродисперсии в песчаных породах.

Итак, основными факторами, определяющими перенос, оказались конвекция в песках и продольная гидродисперсия в мелах. Следовательно, главное значение для точности прогнозных оценок имеют (наряду с коэффициентами фильтрации) активная пористость песков и параметры меловых блоков $m_б$ (или $S_б$); за исключением параметра $m_б$ (или $S_б$), все они определяются с достаточно высокой надежностью, и поэтому основные погрешности долговременного прогноза (в оценке дисперсионных эффектов) связаны с погрешностями определения удельной поверхности трещин в меловых породах при опытно-миграционных работах (конечно, наряду с неточностями фильтрационной схемы).

Рассмотренные прогнозные оценки дают необходимые сведения для обоснования зон санитарной охраны водозаборов, откачивающих подземную воду для хозяйственно-питьевыз целей*. В стандартном варианте соответствующие расчеты выполняются для определения размеров третьего пояса зоны санитарной охраны — так называемой зоны ограничений, в пределах которой не допускается сооружение объектов, вызывающих опасность загрязнения откачиваемых подземных вод. Очевидно, эти размеры отвечают возможным расстояниям переноса загрязняющих компонентов за время существования водозабора (этот период рекомендуется выбирать в пределах 20-25 лет). В таком понимании, согласно только что проведенным прогнозам, зона ограничений включает территорию в радиусе около 6 км от водозабора. Однако эта цифра отвечает максимальным скоростям переноса при среднем гидравлическом градиенте $I = 0{,}02$; в более благоприятных условиях ($I < 0{,}01$) размер упомянутой зоны не превышает 2-3 км.

На основе детального анализа миграционной схемы в ряде случаев могут разрабатываться и более узкие рекомендации по оптимальной организации систем питьевого водоснабжения, позволяющие наиболее полно учесть требования их санитарной охраны для условий конкретных районов. Для пояснения последнего положения особо подчеркнем, в частности, важность учета при обосновании санитарной защищенности водозаборов эффектов «профильного раз-

* Как показано в работе [21], к таким водозаборам могут относиться и дренажные системы карьеров.

бавления» загрязняющих компонентов (особенно при их кратковременном поступлении в водоносные пласты, например, с осадками) в условиях разреза, существенно неоднородного по фильтрационным свойствам.

В рассмотренном примере роль такого рода эффектов понятна уже из выполненных прогнозных оценок. Действительно, попадание загрязняющих веществ на поверхность грунтового водоносного горизонта, приуроченного к трещиноватым меловым породам, приводит к достаточно быстрому (имеются в виду начальные моменты времени) их переносу в направлении водозаборных систем. Однако, если в дальнейшем имеет место поступление тех же веществ в ниже расположенный песчаный водоносный горизонт, то происходит из разбавление (по крайней мере, на порядок) при одновременном резком уменьшении скорости переноса. Поэтому важнейшие требования эффективной санитарной охраны для водозаборов района сводятся к следующему:

1 откачку воды для хозяйственно-питьевого водоснабжения надо вести скважинами, фильтры которых оборудованы только на песчаную толщу;

2 на водозаборе необходимо создавать такие понижения, при которых граница пересечения депрессионной поверхности с подошвой мелов расположится от водозабора на удалении (как минимум) нескольких десятков метров.

Дополнительной гарантией санитарной охраны могут служить режимные гидрохимические наблюдения за качеством подземных вод в песках и меловых породах. Основные рекомендации по организации такого рода наблюдений рассматривались в разделе 7.4.3. Понятно, что первоочередной объем наблюдательных скважин должен быть сконцентрирован на меловом водоносном горизонте, так как предвестниками начавшегося загрязнения будут малые концентрации вещества, переносимого по трещинам в мелах и намного опережающего основной фронт загрязнения.

Если считать в рассматриваемом примере, что бассейн промышленных стоков является мощным источником фильтрационного возмущения ($q_o >> q_e$ — см. раздел 7.4.3), то преобладающее движение загрязнителей будет происходить по фиксированным лентам тока при минимальном поперечном рассеянии, и тогда наблюдательные скважины целесообразно располагать по нескольким лучам, направленным от бассейна к водозабору. При появлении признаков загрязнения в меловом водоносном горизонте, необходимо резко увеличить частоту отбора контрольных проб откачиваемых вод (дифференцированно — по каждой эксплуатируемой скважине), и, если это потребуется для более детального прослеживания фронта переноса, — пробурить дополнительные наблюдательные скважины на песчаный водоносный горизонт поблизости от водозабора.

Из приведенного примера видно, что приближенные аналитические оценки в рамках одномерных моделей переноса действительно позволяют выявить многие принципиальные особенности миграционного процесса и дать его ориентировочную количественную характеристику. Для более надежных прогнозов обычно приходится обращаться к аналоговому или численному моделированию миграционных процессов [20, 21].

8.4.3. Основные представления о математическом моделировании процессов загрязнения подземных вод*

Возможности аналитических методов расчета процессов массопереноса весьма ограничены и поэтому при решении многих инженерных задач необходимо обращение к математическому моделированию. В частности, возможно эффективное применение моделирования в следующих основных направлениях:

1 анализ и обоснование физических моделей массопереноса;

2 обоснование расчетной схемы массопереноса (миграционная схематизация);

3 планирование и интерпретация опытно-миграционных работ и режимных наблюдений гидрогеохимической направленности;

4 прогноз распространения загрязнения в подземных водах и обоснование зон санитарной охраны.

Первоначально моделирование массопереноса в подземных водах осуществлялось на основе апробированных ранее методов аналогового моделирования задач геофильтрации (см. раздел 4.3.2). Это дало хорошую основу для быстрого внедрения математического моделирования в рассматриваемую область исследования [20], но в то же время привело к применению методов моделирования, недостаточно эффективных при изучении задач массопереноса.

Так, использованию аналогового моделирования для решения задач данного класса препятствует недостаточная приспособленность разработанных аналоговых схем и приборов для имитации конвективной составляющей переноса. Чтобы пояснить это положение на примере схемы Либмана (см. раздел 4.3.2), попытаемся преобразовать уравнение переноса (6.21) к конечно-разностному виду, аналогичному уравнению (4.69) для узловой точки сетки электрических сопротивлений. После несложных операций, подобных приведенным в разделе 4.3.2, получим, что упомянутые уравнения будут формально тождественными, если в каждую i-ую узловую точку

---

* Данный раздел, написанный при участии Е.А.Ломакина, ориентирован преимущественно на студентов, ведущих научную работу в области моделирования гидрогеологических процессов.

модели массопереноса подать дополнительный ток I_i^{k+1}, пропорциональный конвективному члену на k+1-ом временном шаге:

$$I_i^{k+1} \sim \left(v\frac{\partial c}{\partial x}\right)_i^{k+1} \sim v_i \frac{c_{i-1}^{k+1} - c_i^{k+1}}{\Delta x} \qquad (8.17)$$

(структура последнего выражения будет дополнительно обоснована несколько позднее). Важно, что в формулу (8.17) входят неизвестные (искомые) значения c_{i-1}^{k+1} и c_i^{k+1} функции концентрации*, а это, в отличие от схемы Либмана для задач фильтрации, не позволяет автоматизировать процесс решения разностной задачи при переходе от момента времени $t^k = k\Delta t$ к моменту $t^{k+1} = (k+1)\Delta t$. Между тем именно данное свойство схемы Либмана (практически мгновенное нахождение сеточного решения на каждом из фиксированных временных шагов) сделало аналоговые модели конкурентоспособными при исследовании геофильтрационных задач. Наоборот, при моделировании задач конвективно-диффузионного переноса необходимость проведения на каждом временном шаге итерационных процедур, связанных с подбором токов требуемой силы I_i^{k+1} в каждом из расчетных узлов, делает аналоговые модели неэффективными.

Отсюда понятно обращение к численному моделированию задач массопереноса. Как уже ясно из только что рассмотренного примера, основной особенностью этих задач, во многом определяющей выбор метода их решения на моделях, является наличие конвективной составляющей переноса, которая к тому же по абсолютной величине нередко значительно превосходит диффузионную компоненту (см. раздел 6.3). Последнее обстоятельство, кстати, существенно различает между собой задачи тепло- и массопереноса (см. раздел 6.5): если в прогнозах теплопереноса, благодаря «сильной диффузионности» процесса (т.е. большой роли кондуктивной составляющей), практически возможно непосредственное использование схем численного моделирования, применяемых для исследования геофильтрации, то задачи массопереноса обычно требуют внесения качественных изменений в методику моделирования.

Для уяснения сказанного проанализируем основные моменты построения неявной конечно-разностной схемы (см. раздел 4.3.3), аппроксимирующей на равномерной сетке ($\Delta x_i = \text{const} = \Delta x$) одномерное уравнение конвективно-диффузионного переноса (6.21). Не сужая сущности выводов, можно, кроме того, положить, что параметры массопереноса n и D, а также скорость фильтрации v постоянны во времени и в пространстве.

---

* Напомним, что схема Либмана относится к неявным; в ней пространственные производные выражаются через искомые значения сеточной функции.

Рассуждая так же, как и в разделе 4.3 (см., например, уравнение (4.75) и рис. 4.7), получаем следующие конечно-разностные представления для емкостного и диффузионного членов уравнения (6.21):

$$\left(n\frac{\partial c}{\partial t}\right)_i^{k+1} \approx n\frac{c_i^{k+1}-c_i^k}{\Delta t}, \tag{8.18}$$

$$\left(D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_i^{k+1} \approx D\frac{c_{i+1}^{k+1}-2c_i^{k+1}+c_{i-1}^{k+1}}{(\Delta x)^2}, \tag{8.19}$$

где c — функция концентрации;
k — номер расчетного временного слоя;
i — номер расчетного узла.

Особо рассмотрим представление конвективного члена, который может аппроксимироваться тремя путями

$$\left(v\frac{\partial c}{\partial x}\right)_i^{k+1} \approx v\frac{c_{i+1}^{k+1}-c_i^{k+1}}{\Delta x} \approx v\frac{c_i^{k+1}-c_{i-1}^{k+1}}{\Delta x} \approx v\frac{c_{i+1}^{k+1}-c_{i-1}^{k+1}}{2\Delta x}. \tag{8.20}$$

Первый способ ведет к неустойчивой схеме (представления об устойчивости численных схем даны в разделе 4.3.3); последняя аппроксимация способна приводить к заметным «выбросам» (осцилляциям) численного решения, особенно для точек, прилежащих к фронту переноса. Поэтому обычно предпочитают аппроксимировать конвективный член по второму способу (так называемая «левая» разность). Исходя из этого, с учетом выражений (8.18) и (8.19), уравнение конвективно-диффузионного переноса (6.21) записывается в неявном виде следующим образом:

$$c_i^{k+1}-c_i^{k+1} = \frac{D\Delta t}{n(\Delta x)^2}(c_{i-1}^{k+1}-2c_i^{k+1}+c_{i+1}^{k+1}) + \frac{v\Delta t}{n\Delta x}(c_{i-1}^{k+1}-c_i^{k+1}) \tag{8.21}$$

Для нахождения погрешности аппроксимации (8.21) разложим искомую сеточную функцию концентрации в ряд Тейлора:

$$c_i = c_i^k + \left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_i^k \Delta t + \left(\frac{\partial^2 c}{\partial t^2}\right)_i^k \frac{(\Delta t)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 c}{\partial t^3}\right)_i^k \frac{(\Delta t)^3}{6} + \ldots; \tag{8.22}$$

$$c_{i+1}^{k+1} = c_i^k + \left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_i^k \Delta t + \left(\frac{\partial^2 c}{\partial t^2}\right)_i^k \frac{(\Delta t)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 c}{\partial t^3}\right)_i^k \frac{(\Delta t)^3}{6} + \ldots \pm$$

$$\pm \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_i^k \Delta x + \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_i^k \frac{(\Delta x)^2}{2} \pm \left(\frac{\partial^3 c}{\partial x^3}\right)_i^k \frac{(\Delta x)^3}{6} \pm \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x \partial t}\right)_i^k \frac{\Delta x \Delta t}{2} +$$

$$+ \left(\frac{\partial^3 c}{\partial x^2 \partial t}\right)_i^k \frac{(\Delta x)^2 \Delta t}{6} \pm \left(\frac{\partial^3 c}{\partial x \partial t^2}\right)_i^k \frac{(\Delta t)^2 \Delta x}{6} + \ldots \qquad (8.23)$$

Отбрасывая члены малого порядка, найдем искомую погрешность:

$$\varepsilon \approx \frac{1}{n}\left(D + \frac{v\Delta x}{2} + \frac{v^2 \Delta t}{2n}\right)\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_i^k. \qquad (8.24)$$

Следовательно, при использовании леворазностной аппроксимации конвективного члена фактически моделируется задача массопереноса с коэффициентом диффузии D_p, равным:

$$D_p = D + \frac{v\Delta x}{2}\left(1 + \frac{v\Delta t}{n\Delta x}\right), \qquad (8.25)$$

т.е. значение D_p больше, чем действительный коэффициент диффузии D; подчас эти величины различаются на порядок*.

Из соотношения (8.25) следует, что в случае **схемы поршневого вытеснения** ($D = 0$) фронт переноса будет «размазан» за счет численных эффектов (так называемая численная диффузия). Количественно влияние этого фактора можно оценить на примере фундаментальной задачи о распространении загрязнения при мгновенном изменении концентрации на одной из границ области (см. раздел 7.3). На рис. 8.12, отвечающем расчетным значениям $n = 0{,}3$ и $v x_n^o / D = 50$, показана зависимость относительной погрешности сеточного решения $(\Delta c(x, t))$ от числа пространственных ($M = x_n^o/\Delta x$, где x_n^o — расчетная координата фронта) и временных (N) шагов для сечения, расположенного поблизости от фронта поршневого вытеснения ($x/x_n^o \approx 0{,}95$). Видно, что при реальных условиях моделирования погрешность численного решения может достигать десятков процентов. Важно, что в отличие от задач фильтрации, для

* В задачах теплопереноса, где преобладают большие значения $Д$, эта разница обычно не столь заметра.

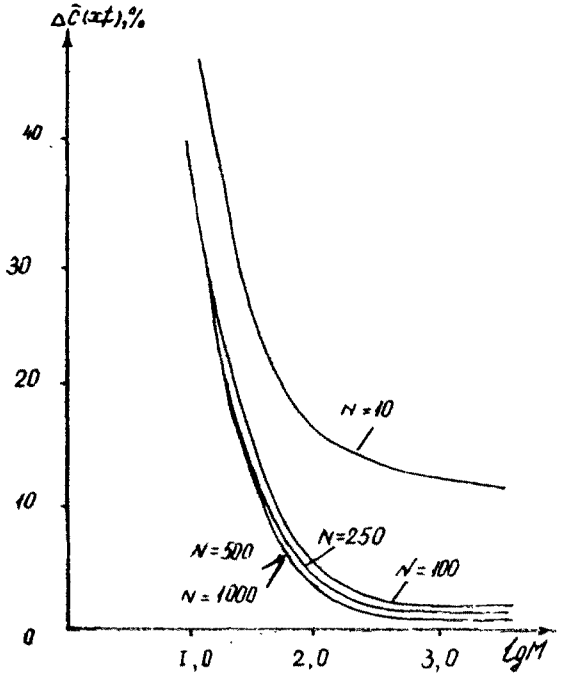


Рис. 8.12. График зависимости относительной погрешности сеточного решения $\Delta\bar{c}(x,t)$ задачи конвективно-диффузионного переноса от дробности пространственной разбивки

которых при $M > 5$-10 (в данном случае $M = L/\Delta x$, где L — область влияния моделируемого возмущения) дальнейшая дискретизация кусочно-однородных областей не ведет к заметному уменьшению погрешности, при моделировании уравнений переноса дробность разбивки по пространству обычно имеет решающее значение в гораздо более широком диапазоне (см. рис. 8.12). Используя аналитические оценки и опираясь на результаты численного моделирования при больших $N(N > 50$+$100)$, можно получить следующую оценку для выбора шага по пространству:

$$\Delta x \le (0{,}1 \div 0{,}2)\sqrt{\frac{D x_n^o}{v}}. \qquad (8.26)$$

Для сравнительно больших скоростей фильтрации, когда $D \approx \delta_1 v$, получаем условие:

$$\Delta x \le (0{,}1 \div 0{,}2)\sqrt{\delta_1 x_n^o}. \qquad (8.27)$$

Следовательно, при реальных значениях параметров массопереноса шаг разбивки по пространству должен быть соизмеримым с константой гидродисперсии δ_1. Нетрудно видеть, что это условие является чрезвычайно жестким: реально количество расчетных блоков измеряется многими сотнями или тысячами.

Рассуждая теоретически, ситуацию, казалось бы, можно улучшить обращением к явным разностным схемам (см. раздел 4.3.3) при соблюдении необходимого условия устойчивости [21]:

$$\frac{v\Delta t}{n\Delta x} \le 1. \qquad (8.28)$$

Нетрудно показать, что в этом случае погрешность аппроксимации равна:

$$\varepsilon = \frac{1}{n}\left(D + \frac{v\Delta x}{2} - \frac{v^2 \Delta t}{2n}\right)\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \qquad (8.29)$$

т.е. меньше, чем у неявной схемы (см. формулу (8.25)). Более того, при выполнении условия

$$\frac{v\Delta t}{n\Delta x} = 1 \qquad (8.30)$$

эффекты «численной диффузии» вообще исчезают. К сожалению, однако использование явных или явно-неявных схем приводит к численным эффектам иного характера: вблизи фронта вытеснения возникают ошибки — осцилляции численного решения (рис. 8.13).

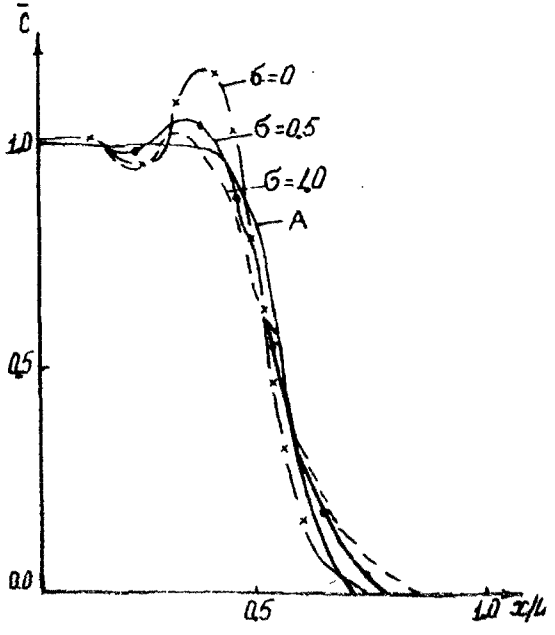


Рис. 8.13. Влияние эффекта осцилляций на точность численного решения для различных схем.
Схемы: σ = 0 - явная; σ = 0,5 - явно-неявная; σ = 1 - неявная; кривая А - точное решение (D = 0,01 м²/сут; v = 0,1 м/сут; n = 0,1; t = 10 сут; Δx = 1 м; Δt = 0,25 сут)

Таким образом, при решении задач массопереноса в подземных водах приходится ориентироваться на существенно менее точные, чем при моделировании задач фильтрации, конечно-разностные схемы, требующие для своей реализации непрактично (с точки зрения затрат машинного времени) высокой дробности разбивки области массопереноса (см. формулу (8.27)). Это зачастую делает целесообразным дополнительное упрощение математической модели миграции подземных вод (миграционную схематизацию), а также подразумевает проведение дополнительных исследований, направленных на обоснование эффективных методов и схем решения таких задач.

Заключение

Заканчивая курс, автор надеется, что у читателя, проработавшего эту книгу, сложилось достаточно полное представление и о главных принципах, лежащих в основе науки о движении подземных вод, и о методах решения конкретных задач. Вместе с тем хотелось бы, чтобы все прочитанное не создало впечатления полной завершенности или «закоснелости» изложенной теории, чтобы читатель сумел увидеть ее слабые места, побуждающие к дальнейшему творческому анализу и самостоятельным исследованиям.

Для большей убедительности приведем краткий обзор возможных (но, конечно, не всех) точек приложения научных устремлений будущих инженеров-гидрогеологов в сфере ДПВ и сопряженных с нею направлений исследований.

Прежде всего, чтобы результаты наших исследований были эффективными, главные усилия следует сконцентрировать на коренном улучшении исходной гидрогеологической **информации** — основе для решения любой инженерной задачи. И хотя необходимость устранения, а точнее снижения информационного барьера — основная проблема современной гидрогеологии в целом, ведущее место в ее разрешении принадлежит принципам и методам ДПВ*. Наиболее четко этот тезис подтверждается на примере гидрогеологических изысканий и наблюдений, т.е. тех видов работ, которые и призваны в первую очередь получать исходную гидрогеологическую информацию: здесь гидродинамические принципы определяют как методику проведения и интерпретации этих видов работ, так и саму их постановку (распределение ассигнований по отдельным видам работ, размещение работ по площади и во времени, целесообразные объемы работ и т.д.). Поэтому идеи ДПВ лежат в основе многих поисковых исследо-

* Не следует забывать и о важности технического перевооружения гидрогеологии в соответствии с требованиями, поставленными этой проблемой.

ваний в области оптимизации гидрогеологических работ, направленных на повышение полноты и качества получаемой информации.

Если иметь в виду другую важную сторону нашей работы — гидрогеологические прогнозы, то здесь, помимо проблемы исходных данных, наименее изученными остаются вопросы, связанные с прогнозными оценками взаимодействия подземных вод с поверхностными или, более широко, — с прогнозными оценками условий питания и разгрузки подземных вод. Очевидно, что по мере улучшения необходимой исходной информации потребуется разработка теории, позволяющей проводить такие оценки на общей научно-методической основе, объединяющей движение (миграцию) подземных вод, влагоперенос (солеперенос) через зону аэрации и динамику поверхностных режимообразующих факторов. Более близкая задача, решение которой возможно уже на достигнутом к настоящему времени научно-методическом уровне, - превращение гидрогеологических прогнозов в основу регионального управления ресурсами и качеством подземных вод; в частности, с этой целью в последнее время все шире внедряются постоянно действующие модели регионов (пока главным образом геофильтрационные). При этом очень важно добиваться тесной связи гидрогеологических прогнозов с оптимизацией гидрогеологических изысканий и наблюдений на основе принципов обратной связи и адаптации (см. раздел 7.5): прогнозная модель, управляя разведочным процессом, в то же время постепенно «самообучается» благодаря поступлению новых данных изысканий (наблюдений).

Далее, широкие перспективы открывает тесная связь принципов и методов ДПВ с другими направлениями гидрогеологии (что уже было подтверждено автором выше на примере комплексного - гидрогеомеханического - подхода к задачам инженерной гидрогеологии). Наиболее остро эта проблема стоит сейчас применительно к гидрогеохимии, где даже изложенные выше простейшие элементы теории миграции подземных вод используются крайне слабо. В результате этого многие гидрогеохимические ис-

следования ведутся, по существу, в отрыве от анализа движения подземных вод, что весьма отрицательно сказывается, например, на такой важной области исследований, как охрана подземных вод. Очень слабо пока внедряются идеи ДПВ и в региональную гидрогеологию, из-за чего многие исследования здесь завершаются лишь на уровне общих рассуждений качественного характера. Наконец, недостаточно освоены пока гидрогеологами геофизические методы гидрогеологической направленности, а традиционное проведение этих работ геофизиками, недостаточно знающими теорию ДПВ, часто сводит эффективность гидрогеофизических работ к минимуму. К этому следует добавить, что во всех упомянутых сферах гидрогеологических исследований речь должна идти не только о внедрении последних достижений, но и о дальнейшей разработке теории ДПВ с учетом специфики соответствующих задач.

В целом затронутые здесь проблемы ни в коем случае не исчерпывают список недостаточно разработанных или вообще нерешенных задач гидрогеологии, тесно контактирующих с теорией ДПВ*, однако даже на их базе можно понять, в каких направлениях должны развиваться в первую очередь основы этой теории.

Перечислим главные направления, требующие активных поисковых исследований.

В области физико-механических основ ДПВ:

1 изучение движения жидкостей через породы разделяющих слоев с привлечением не только гидродинамических, но и гидрогеохимических и гидрогеофизических методов;

2 анализ закономерностей пространственной фильтрационной изменчивости водоносных и водоупорных комплексов, а также профильной фильтрационной анизотропии;

3 изучение физической специфики фильтрационных процессов при опытных опробованиях, в том числе:

---

* К этим и другим задачам такого рода читатель неизбежно вернется как при изучении других специальных курсов, так и при последующей практической деятельности.

а) особенностей проявления емкостных свойств с учетом упругогравитационных эффектов, растянутости водоотдачи в капиллярной кайме и т.п.,

б) специфики проницаемости трещиноватых пород при масштабах опробования, существенно меньших элементарного репрезентативного объема;

4 исследование миграции (в частности, макродисперсии) в гетерогенных водоносных комплексах с учетом различных массообменных процессов (сорбции, ионного обмена и пр.);

5 изучение влаго- и солепереноса в породах зоны аэрации с учетом их реальной гетерогенности и неоднородности;

6 физический анализ динамики влажности в пределах капиллярной каймы, т.е. на контакте зоны насыщения и зоны аэрации.

В области математических основ ДПВ и методов математического моделирования:

1 дальнейшая разработка математической модели совместного движения влаги в зоне аэрации и зоне насыщения;

2 развитие расчетных моделей миграции в гетерогенных водоносных комплексах с учетом сложного пространственного характера миграционного процесса, обусловленного поперечной дисперсией, плотностной конвекцией и трехмерным характером фильтрационного поля;

3 разработка эффективных методов численного моделирования фильтрационных и миграционных процессов — существенно ориентированных на персональные компьютеры;

4 исследование фильтрационных и миграционных процессов со стохастически распределенными входными данными, отражающими пространственную фильтрационную изменчивость водоносных комплексов, случайные колебания уровней подземных вод и другие факторы, имеющие вероятностный характер;

5 дальнейшая разработка эффективных методов решения на АВМ и ЭВМ обратных задач, ориентирован-

ных на интерпретацию данных гидрогеологических наблюдений;

6 разработка методов исследования на имитационных моделях задач оптимизации гидрогеологических изысканий и исследований.

Последнее направление требует пояснений. Здесь под имитационной моделью понимается модель некоторого гидрогеологического объекта (реального или «придуманного» исследователем), все параметры которой считаются априорно заданными — в детерминированном или стохастическом виде. На такой модели с помощью ЭВМ имитируется комплекс изысканий или наблюдений (например, имитируются опытные откачки), по которому определяются расчетные параметры. Далее осуществляется сопоставление эффекта работы того или иного инженерного сооружения (также имитируемого на модели) в двух вариантах - при первоначально заданных параметрах модели («истинный» эффект) и при расчетных ее параметрах (расчетный эффект). Благодаря подобной имитации появляется возможность оценить достоверность результатов разведки, а также влияние погрешностей изысканий на достоверность прогноза. Отсюда следующий шаг — к оценке целесообразных объемов изысканий, обеспечивающих требуемую достоверность прогнозов.

Здесь рассмотрен лишь частный пример исследования оптимизационной задачи с помощью имитационного моделирования, однако уже он достаточно убедительно показывает, что численное моделирование на ЭВМ следует рассматривать не только как «метод быстрого счета», но и как мощный инструмент исследования многих нерешенных проблем гидрогеологии.

В целом же результативность исследований по перечисленным слабо разработанным проблемам ДПВ, как и эффективность от практического приложения принципов и методов ДПВ в различных отраслях гидрогеологии, будут определяться в большой степени профессиональной компетенцией гидрогеологов, их способностью представлять в одном лице и геолога, и инженера.

Ответы на задачи и вопросы

К СТР. 31

Размерность величины μ — $\left[\frac{M}{L \cdot T}\right]$, где M — масса, L — длина, T — время (например, г/(см·с).

К СТР. 32

Давление воды на дно корабля и на морское дно $p = \gamma_0 z$, где z — глубина. Давление корабля на морское дно $p_э = \frac{G - \gamma_0 V}{\omega}$, где ω — площадь дна корабля.

К СТР. 55

В первом случае поршень останется неподвижным, во втором — временно переместится вверх.

К СТР. 87

В первом случае образец будет сжиматься, во втором — деформаций практически не будет. Упомянутое сжатие образца объясняется возникновением гидродинамического (эффективного) давления с фильтрацией воды из нижней камеры в верхнюю.

К СТР. 104

Именно напор являетс энергетической характеристикой подземной воды.

К СТР. 134

Пусть депрессионная кривая — не линия тока. Тогда через произвольную точку A на ней проходит линия тока — под некоторым углом к депрессионной кривой. Следовательно, от точки A идет отток жидкости вниз, никак не компенсируемый притоком сверху, и депрессионная кривая должна снижаться, что противоречит предпосылке о стационарности движения. Таким образом, исходное предположение — неверно.

К СТР. 137

По условию неразрывности $v_{n_1} = v_{n_2}$, или $\frac{v_{\tau_1}}{tg\theta_1} = \frac{v_{\tau_2}}{tg\theta_2}$, где v_n, v_τ — нормальная и касательная к поверхности раздела составляющие скорости фильтрации. Следовательно, $\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2} = \frac{v_{\tau_1}}{v_{\tau_2}} = \frac{k_1}{k_2}$; в последнем переходе учтено, что из-за равенства напоров ($H_1 = H_2$) по обе стороны от границы равны и значения касательных составляющих вектора-градиента $\left(\frac{\partial H}{\partial \tau}\right)$.

К СТР. 137

а) вся область распространения водоносного пласта справа от реки; б) область распространения пласта от реки до карьера.

К СТР. 150 (К ВОПРОСУ 9)

При жестком режиме перетекания градиент постоянен вдоль мощности разделяющего пласта: напор меняется линейно в интервале от H — на границе основного пласта до H' — на границе взаимодействующего пласта (см. также выражение (2.46)). При упругом режиме перетекания изменение напора в разделяющем пласте замедляется за счет его емкости и эпюра напоров в нем — криволинейная: вблизи контакта с основным пластом градиенты перетекания больше, чем вдали от него. Соответственно, при жестком режиме скорость перетекания не меняется вдоль мощности однородного пласта, а при упругом режиме она убывает с удалением от контакта основного и разделяющего пластов.

К СТР. 150 (К ВОПРОСУ 10)

а) зависит, б) не зависит, в) зависит. В случае ГУ II рода: а) не зависит, б) зависит.

К СТР. 150 (К ВОПРОСУ 12)

а) зависит, б) зависит, в) зависит.

К СТР. 155

1) расход постоянен по условию неразрывности; 2) следовательно, при постоянной мощности градиент потока является неизменной величиной.

К СТР. 173

Тем, что отбор воды здесь компенсируется поступлением воды в пласт извне (из другого пласта).

К СТР. 179

Влияние непроницаемой границы имитируется скважиной - стоком. Режим фильтрации — нестационарный.

К СТР. 212

Если сравнить два сечения $x = x_1$ и $x = x_2$, то расходы через них различаются на величину интенсивности изменения емкостных запасов пласта в интервале $|x_1 - x_2|$.

К СТР. 214

Надежность определения параметры ΔL прямо зависит от качества оценки другого параметра — уровнепроводности.

К СТР. 245 (К ВОПРОСУ 6)

В условии (2.45) вместо Q_c должно состоять выражение $Q_c \omega_m \frac{\partial S_c}{\partial t}$, где S_c — понижение в скважине, имеющей свободный уровень в пределах части ее ствола с поперечным сечением ω_m.

К СТР. 258

Интенсивность перетекания (ε_n) в данном варианте определяется зависимостью (2.26). Если напор во взаимодействующем пласте (H') не меняется, то величина ε_n растет с уменьшением H, асимптотически приближаясь к стационарному значению (2.26) — при достижении условия $H = \text{const}$. Перетекание из взаимодействующего пласта начинается, когда возмущение, вызванное откачкой, распространится до него через разделяющий пласт; так как расчетная область влияния возмущения определяется формулой (4.18), то можно исходить из ориентированного условия: $\sqrt{\pi a^*_{pz} t} = m_p$, где время t отсчитывается от начального момента понижения напора H в данном сечении основного пласта, a^*_{pz} — коэффициент вертикальной пьезопроводности разделяющего пласта мощностью m_p.

К СТР. 286

$$\Phi_k = \frac{S_c - S_k}{Q_c} = \frac{S_c}{Q_c}\Delta\overline{S} = \frac{S_c}{Q_c}\left[1 + \frac{T_k}{T}\cdot\frac{\ln(R/r_k)}{\ln(r_k/r_c)}\right]^{-1};$$

$$\Phi_k = \frac{\Phi_k}{\Phi + \Phi_k} = \frac{S_c - S_k}{S_o} = \Delta\overline{S}.$$

Если формула (5.13) верна, то согласно формуле (3.32), $Q_c = \frac{2\pi T S_c}{\ln(R/r_{c\text{э}})}$, т.е. общее фильтрационное сопротивление равно:

$$\frac{S_c}{Q_c} = \frac{1}{2\pi T}\ln\left[\frac{R}{r_k}\left(\frac{r_k}{r_c}\right)^{T/T_k}\right] = \frac{1}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_k} + \frac{1}{2\pi T}\ln\frac{r_k}{r_c} \equiv \Phi + \Phi_k$$

К СТР. 287

С ростом длины фильтра инерционность убывает, т.к. уменьшается общее сопротивление прискважинной зоны и облегчается отток воды из пьезометра.

К СТР. 295

Разность понижений в формуле (5.16) зависит прежде всего от проводимости между расчетными наблюдательными скважинами. Скорость понижения (или уклон временного индикаторного графика) определяется преимущественно проводящими свойствами пласта за пределами зоны квазистационарного движения, где формируется основная доля откачиваемого водопритока.

К СТР. 297 (ВОПРОС 2).

Из-за влияния несовершенства фильтрация здесь — неплановая (см. разд. 2.5.1 и рис. 2.15,а). Поэтому вблизи такого контура стока напор обычно возрастает с глубиной залегания слоев, т.е. он меняется вдоль вертикали, несмотря на возможную достаточно тесную гидравлическую связь между слоями.

К СТР. 298

Приведем только некоторые из этих объяснений: а) кривая 2 — типична для однородного безнапорного пласта или может отражать проявление «жесткости» кровли водоносного пласта; б) кривая 3 — то же, при отсутствии замеров на первом этапе или результат откачки из трещиновато-пористого пласта (в аналогичном случае); в) кривая 4 — типична для скважин с сильным проявлением скин-эф-

фекта и емкости, для несовершенных скважин, а также для условий двухслойного безнапорного пласта — при прекращении откачки до наступления конечного асимптотического режима (см. разд. 5.3.3).

К СТР. 301 (ВОПРОС 8)

а) при отсутствии емкости разделяющего слоя — прямая линия, при наличии — кривая, обращенная выпуклой частью в сторону от основного пласта; б) замеры уровней во взаимодействующем пласте представляют основной интерес для диагностики процесса перетекания, а также для расчета суммарной проводимости ($T_{сум}$) по прямолинейному асимптотическому участку (участок 3*б* на рис. 5.6); для оценки суммарных параметров по последнему асимптотическому участку могут использоваться скважины, вскрывающие оба пласта.

К СТР. 303 (ВОПРОС 19).

Наиболее частые причины случайных, незакономерных погрешностей — ошибки замеров, колебания расхода откачки, периодические «фоновые» колебания уровней* и «хаотическая» неоднородность пласта по проницаемости; закономерные погрешности связаны с недоучетом гетерогенности и анизотропии пласта, несовершенства, скин-эффекта и инерционности скважин, направленных изменений естественных уровней и т.д.

К СТР. 303 (ВОПРОС 21)

Если оба пьезометра охвачены зоной квазистационарного режима, то разность понижений по ним слабо зависит от профильной неоднородности и гетерогенности (в отличие от данных временного прослеживания).

К СТР. 310

Примем плоскость отсчета напоров, совпадающей с уровнем океана. Тогда, аналогично предыдущему, при $z_p = -h_c$ получаем: $P^p_{пр} = P^p_c$, или $(H^p_{пр} + h_c)\rho_{пр} = (H^p_c + h_c)\rho_c$. Но так как $H^p_c = H_o = 0$, а $H^p_{пр}(x) = H_{пр}(x) = h_{пр}(x)$, то $h_c \Delta p = h_{пр}$. Гидростатическая интерпретация этой формулы отражена на рис. 6.2,б.

К СТР. 310

Меняется расход подземного потока пресных вод.

---

* Они могут вызываться, в частности, колебаниями атмосферного давления (см. разд. 1.4).

К СТР. 313

Исходный перепад напоров между водоносными горизонтами ($H = 0,2$ м) создает восходящий вертикальный градиент $I_z^o = -0,2/5 = -0,04$. Плотностная (нисходящая) конвекция имеет градиент $I_z^\rho = \Delta\bar{\rho} = \frac{\lambda c}{\rho_{пр}}$ (см. формулу (6.4)), т.е. $I_z^\rho \approx +0,14$. Следовательно, имеет место результирующая нисходящая конвекция через глины с градиентом $I_z \approx 0,1$.

При опытных откачках оценивался коэффициент фильтрации глин по пресной воде. По отношению к рассолам величина его будет, вероятнее всего, значительно большей.

К СТР. 315

Решение уравнения имеет вид:

$$N(t) = k_г C (1 - e^{-\alpha t / k_г})$$

К СТР. 317

$\Delta t_c = \frac{200\text{м}}{4\ \text{м/сут}} \cdot 20 = 1000$ сут; $k_г = \frac{L \Delta t_c}{\nu}$, где L — расстояние от солехранилища до озера.

К СТР. 330

Согласно формуле (6.7), плотностная конвекция отвечает нисходящей компоненте расхода вещества (через единицу площади разделяющего пласта): $q_{ср} = \frac{1}{2} k_z \Delta\bar{\rho} c$, где множитель $1/2$ приближенно учитывает изменение концентрации в пределах области восходящей диффузии вещества через слабопроницаемых пласт; расход последней равен $q_{D_м} = \frac{D_м (c - c_o)}{m_в} \approx \frac{D_м}{m_в} c$. Так как при заданных условиях $q_{D_м} \approx \frac{10^{-5}\ \text{м}^2/\text{сут}}{100\text{м}} \cdot (c) < q_{ср} \approx \frac{1}{2} 10^{-5}\ \text{м/сут} \cdot 0,03(c)$, то поступление соленой воды в верхний пласт практически исключается.

К СТР. 346

Из формулы (6.39) при $\bar{c} = 0{,}5$ получаем (с помощью таблицы функции $erfc\,\lambda$: $\lambda = \frac{x}{m\nu}\sqrt{\frac{n_o D_м}{t - t_o}} \approx 0{,}48 \approx 0{,}5$ (для двустороннего оттока коэффициент 2 в величине λ опущен). Отсюда

$$\frac{4x^2 n_o D_м}{m^2 \nu^2} = t_n - t_o = \varepsilon t_o = \frac{\varepsilon x n}{\nu};\quad \frac{4 n_o D_м}{m^2 n^2}\cdot\frac{x n}{\nu} = \varepsilon;$$

$$\frac{t_o}{\varepsilon} = \frac{m^2 n^2}{4 n_o D_м};\quad t_n = (1+\varepsilon)\varepsilon\frac{m^2 n^2}{4 n_o D_м} \approx \varepsilon\frac{m^2 n^2}{4 n_o D_м}$$

К СТР. 347

Так как все точки фронта перемещаются с одинаковой скоростью параллельно напластованию, то скорость перемещения определится как отношение расхода воды в пласте ($q = \nu_1 m_1 + \nu_2 m_2$) к поперечному сечению последнего, открытому для движения воды ($\omega_n = m_1 n_1 + m_2 n_2$).

К СТР. 359

Отток вещества от входного сечения ($x = 0$) обусловлен совместным действием конвекции (со скоростью ν) и диффузии (под влиянием градиента концентрации $\frac{\partial c}{\partial x}$).

К СТР. 366

Ширина меченного индикатором потока, проходящего через скважину, равна ξd_c (см. раздел 6.1.4), где для незакольматированных скважин $\xi = 2$. Так как ширина фильтрационного потока, движущегося к скважине, равна $2\pi r$, то коэффициент разбавления равен $\frac{\pi r}{d_c}$.

К СТР. 371

Влага будет перемещаться из песка (имеющего меньшее всасывающее давление) в глину.

К СТР. 381

Считается, что в зоне колебания уровня изменение влажности пород полностью определяется вертикальным влагопереносом.

К СТР. 386

Расход вертикального просачивания пропорционален квадрату радиуса (площади налива), а расход бокового растекания — его первой степени (периметру).

К СТР. 386

1) Так как расход налива постепенно падает до асимптотического значения, которое отвечает предельному радиусу растекания R ($Q_c = \pi R^2 k_c$), то можно предположить наличие зависимости: $R \sim \frac{1}{\sqrt{k_c}}$. 2) Чтобы сохранилось условие неразрывности расхода при переходе от песков к суглинкам, гридиент напоров в последних должен быть большим. 3) Так как влажность верхних песков окажется большей, то скорость влагопереноса в них окажется выше. 4) $k_c \frac{h_{ш.min} + m_c}{m_c} = k_n$ (без учета бокового растекания).

К СТР. 388

Градиент уменьшается.

К СТР. 402

Около 8 сут.

К СТР. 423

Это простейшая балансовая формула, отражающая равенство объемов жидкости, закачанной в пласт и принятой пластом.

К СТР. 429

Так как $S = \frac{Q_c}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25\, a^* t}{r^2}$, то скорость наведенного потока $v = -k \frac{\partial S}{\partial r} = \frac{q}{2\pi r_{max}}$. Отсюда $\frac{v_o}{v} = \frac{2\pi r v_o}{q} = 2\pi\varepsilon$.

К СТР. 465

Согласно схеме на рис. 8.8, средний напор на линии скважин ($H_ф$) отвечает отметке вскрытия карьером подошвы водоносного горизонта, $H_ф = i\, l_2$. С учетом формулы (3.62) при $H_c = 0$, и очевидного балансового равенства $T \frac{\Delta H_k}{l_1} = \frac{Q}{\sigma}$ легко получаем формулу (8.11).

К СТР. 471

Согласно формуле (3.54), $\Phi_p = \dfrac{L_p}{T B_k}$ — расчетное сопротивление плоской ленты тока шириной $B_к$. Сопротивление исходной ленты $\Phi = \sum_1^n \dfrac{l_i}{T B_i} = \dfrac{n}{T}\left(\dfrac{l_i}{B_i}\right)_{ср}$, где l_i/B_i, теоретически говоря, должно быть постоянным для всех отсеков ленты, так как через них проходит один и тот же расход жидкости $q_i = \text{const} = T\dfrac{\Delta H_i}{l_i} B_i$ (ΔH_i — постоянная разница напоров между соседними гидроизогипсами).

Список литературы

1. Аравин В.И., Нумеров С.Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформированных пористых средах. М., Гостехтеориздат, 1953.

2. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., Недра, 1972.

3. Боревский Б.В., Сасонов Б.Г., Язвин Л.С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М., Недра, 1973.

4. Бондаренко Н.Ф. Физика движения поземных вод. Л., Гидрометеоиздат, 1973.

5. Бочевер Ф.М., Орадовская А.Е. Гидрогеологическое обоснование защиты подземных вод и водозаборов от загрязнений. М., Недра, 1972.

6. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М., Мир, 1971.

7. Гавич И.К. Гидрогеодинамика. М., Недра, 1988.

8. Герсеванов Н.М., Польшин Д.Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. М., Стройиздат, 1948.

9. Гидрогеологические исследования в горном деле / Под ред. В.А.Мироненко / М., Недра, 1976.

10. Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород / Н.Н.Веригин, С.В.Васильев, В.С.Саркисян, Б.С.Шержуков / М., Недра, 1977.

11. Гольдберг В.М. Гидрогеологические прогнозы качества подземных вод на водозаборах. М., Недра, 1976.

12. Гуревич А.Е., Капченко А.Н., Кругликов Н.М. Теоретические основы нефтяной гидрогеологии. Л., Недра, 1972.

13. Де Уист Р. Гидрогеология с основами гидрологии суши. М., Мир, 1969.

14. Жернов И.Е., Шестаков В.М. Моделирование подземных вод. М., Недра, 1970.

15. Каменский Г.Н. Основы динамики подземных вод, 2-ое изд. М.-Л., Госгеолтехиздат, 1943.

16. Корн Г., Корн К. Справочник по математике. М., Наука, 1978.

17. Кочин Н.А., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 2. М., Физматиз, 1963.

18. Кульчицкий Л.И. Роль воды в формировании свойства глинистых пород. М., Недра, 1975.

19. Ломакин Е.А., Мироненко В.А., Шестаков В.М. Численное моделирование геофильтрации. М., Недра, 1988.

20. Лялько В.И. Методы расчета тепло- и массопереноса в земной коре. К., Наукова думка, 1974.

21. Мироненко В.А., Мольский Е.В., Румынин В.Г. Изучение загрязнения подземных вод в горнодобывающих районах. Л., Недра, 1988.

22. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. М., Недра, 1974.

23. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Теория и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ. М., Недра, 1978.

24. Нерпин С.В., Чудновский А.Ф. Физика почвы, М., Наука, 1967.

25. Пашковский И.С. Методы определения инфильтрационного питания по расчетам влагопереноса в зоне аэрации М., изд-во МГУ, 1973.

26. Плотников Н.И. Поиски и разведка пресных подземных вод. М., Недра, 1985.

27. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехтеориздат, 1952.

28. Ромм Е.С. Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. М., Недра, 1966.

29. Терцаги К. Теория механики грунтов. М., Госстройиздат, 1961.

30. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндз М. Фейнмановские лекции по физике. М., Мир, 1976, вып. 1.

31. Фрид Ж. Загрязнение подземных вод. М., Недра, 1981.

32. Чарный И.А. Основы подземной гидравлики. М., Гостоптехиздат, 1956.

33. Шейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М., Гостоптехиздат, 1960.

34. Шестаков В.М. Динамика подземных вод. М., изд-во МГУ, 1979.

35. Шестаков В.М., Кравченко И.П., Пашковский И.С. Практикум по динамике подземных вод: 2-е изд. М., изд-во МГУ, 1975.

36. Щелкачев В.Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.

37. Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. N. Y., 1972.

38. Beavers G.S., Sparrow E.M., Rodenz D.E. Influence of bead size on the flow characteristics. — Trans. ASME, 1973, E 40, N 3, p. 655-660

39.Bredehoeft J.D., Papadopulos I.S. Rates of vertical groundwater movement estimated from the earth's thermal profile. — Water Resources Res, 1965, vol, 1, N 2, p. 325-328.

40. Domenico P.A. Concepts and models in groundwater hydrology. N.Y., 1972.

41. Freeze R.A., Cherry J.A. Groundwater. Ottawa, New York, 1970.

42. Hantush M.S. Hydraulics of Wells. — Advances in Hydroscience, 1964, vol. 1, p. 201-291.

43. Jacob C.E. On the Flow of Matter in Elastic Artesian Aquifer. — Trans. Amer. Geophys. Union, 1940, pt. II, p. 574-586.

44. Lofgren B.F. Land Subsidence Due to Groundwater Withdrawal, Arvin-Maricopa area. — Geol. Surv. Prof. Paper 437-D, 1975.

45. Louis C. Etude des ecoulements d'eau dans les roches fissures et de leurs influences sur stabilite des massif rocheux. — Bull. Direction Etudes et Recherches, Ser. A, 1968, N 3, p. 5-131.

46. Stark K.P. Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations. — The Use of Analog and Digital Computers. AIHS Publ., 81, v. 2, 1968, p. 53-78.

47. Theis Ch. V. The relation between the lowering of the piezometric surface. — Trans. Amer. Geophys. Union, 1935, vol. 16. pt. 2, p. 519-524.

48. Walton W. Groundwater resources evaluation. McGraw-Hill Co, 1970.

Приложения

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Значения функции $erfc\,\lambda$

λ	$erfc\,\lambda$	λ	$erfc\,\lambda$	λ	$erfc\,\lambda$	λ	$erfc\,\lambda$	λ	$erfc\,\lambda$
0,00	1,000	0,25	0,724	0,50	0,480	0,75	0,289	1,00	1,157
0,01	0,989	0,26	0,713	0,51	0,471	0,76	0,282	1,05	0,138
0,02	0,977	0,27	0,703	0,52	0,462	0,77	0,276	1,10	0,120
0,03	0,966	0,28	0,692	0,53	0,453	0,78	0,270	1,15	0,104
0,04	0,955	0,29	0,682	0,54	0,445	0,79	0,264	1,20	0,090
0,05	0,944	0,30	0,671	0,55	0,437	0,80	0,258	1,25	0,088
0,06	0,933	0,31	0,661	0,56	0,428	0,81	0,252	1,30	0,066
0,07	0,921	0,32	0,651	0,57	0,420	0,82	0,246	1,35	0,056
0,08	0,910	0,33	0,641	0,58	0,412	0,83	0,240	1,40	0,048
0,09	0,899	0,34	0,631	0,59	0,404	0,84	0,235	1,45	0,040
0,10	0,887	0,35	0,621	0,60	0,396	0,85	0,229	1,50	0,036
0,11	0,876	0,36	0,611	0,61	0,388	0,86	0,224	1,60	0,024
0,12	0,865	0,37	0,601	0,62	0,381	0,87	0,219	1,70	0,016
0,13	0,854	0,38	0,591	0,63	0,373	0,88	0,213	1,80	0,011
0,14	0,843	0,39	0,581	0,64	0,365	0,89	0,208	1,90	0,007
0,15	0,832	0,40	0,572	0,65	0,358	0,90	0,203	2,00	0,005
0,16	0,829	0,41	0,562	0,66	0,351	0,91	0,198	2,10	0,003
0,17	0,810	0,42	0,552	0,67	0,343	0,92	0,193	2,20	0,002
0,18	0,799	0,43	0,543	0,68	0,336	0,93	0,188	2,30	0,001
0,19	0,789	0,44	0,534	0,69	0,329	0,94	0,184	2,40	0,001
0,20	0,777	0,45	0,524	0,70	0,322	0,95	0,179		0,000
0,21	0,766	0,46	0,515	0,71	0,315	0,96	0,175		
0,22	0,756	0,47	0,506	0,72	0,309	0,97	0,170		
0,23	0,745	0,48	0,497	0,73	0,302	0,98	0,166		
0,24	0,734	0,49	0,488	0,74	0,295	0,99	0,161		

Значение функции $-E_i(-u)$

u	$-E_i(-u)$	u	$-E_i(-u)$	u	$-E_i(-u)$
0,001	6,332	0,095	1,870	0,35	0,794
0,002	5,639	0,10	1,823	0,36	0,775
0,003	5,235	0,11	1,737	0,37	0,755
0,004	4,958	0,12	1,660	0,38	0,737
0,005	4,726	0,13	1,589	0,39	0,719
0,006	4,544	0,14	1,524	0,40	0,702
0,007	4,392	0,15	1,465	0,41	0,686
0,008	4,259	0,16	1,409	0,42	0,670
0,009	4,142	0,17	1,358	0,43	0,640
0,01	4,038	0,18	1,310	0,44	0,635
0,015	3,637	0,19	1,265	0,45	0,625
0,02	3,355	0,20	1,223	0,46	0,611
0,025	3,137	0,21	1,183	0,47	0,598
0,03	2,959	0,22	1,145	0,48	0,585
0,035	2,810	0,23	1,110	0,49	0,572
0,04	2,681	0,24	1,076	0,50	0,560
0,045	2,568	0,25	1,044	0,51	0,548
0,05	2,468	0,26	1,014	0,52	0,536
0,055	2,378	0,27	0,985	0,53	0,525
0,06	2,295	0,28	0,957	0,54	0,514
0,065	2,220	0,29	0,931	0,55	0,503
0,07	2,151	0,30	0,906	0,56	0,493
0,075	2,087	0,31	0,882	0,57	0,483
0,08	2,027	0,32	0,858	0,58	0,473
0,085	1,971	0,33	0,836	0,59	0,464
0,09	1,919	0,34	0,815	0,60	0,454

u	$-E_i(-u)$	u	$-E_i(-u)$	u	$-E_i(-u)$
0,61	0,445	0,89	0,265	5,5	$6{,}4 \cdot 10^{-4}$
0,62	0,437	0,90	0,260	6,0	$3{,}4 \cdot 10^{-4}$
0,63	0,428	0,91	0,256		
0,64	0,420	0,92	0,251		
0,65	0,412	0,93	0,247		
0,66	0,404	0,94	0,243		
0,67	0,396	0,95	0,239		
0,68	0,388	0,96	0,235		
0,69	0,381	0,97	0,231		
0,70	0,374	0,98	0,227		
0,71	0,367	0,99	0,223		
0,72	0,360	1,00	0,219		
0,73	0,353	1,1	0,189		
0,74	0,347	1,2	0,158		
0,75	0,340	1,3	0,135		
0,76	0,334	1,4	0,116		
0,77	0,328	1,5	0,100		
0,78	0,322	1,6	0,086		
0,79	0,316	1,7	0,075		
0,80	0,311	1,8	0,065		
0,81	0,305	1,9	0,056		
0,82	0,300	2,0	0,049		
0,83	0,294	2,5	0,025		
0,84	0,289	3,0	0,013		
0,85	0,284	3,5	0,007		
0,86	0,279	4,0	0,0038		
0,87	0,274	4,5	0,0021		
0,88	0,269	5,0	0,0011		

Основные условные обозначения

a — коэффициент уровнепроводности
a_c — коэффициент сжимаемости
a^* — коэффициент пьезопроводности
a_p^* — коэффициент пьезопроводности разделяющего слоя
B — параметр (фактор) перетекания
C — электрическая емкость
c — концентрация
$\overline{c}$ — относительная концентрация
D — коэффициент микродисперсии
$D_м$ — коэффициент молекулярной диффузии
D^* — коэффициент макродисперсии
$E_в$ — модуль Юнга для воды
g — ускорение свободного падения
H — напор (гидростатический)
h — мощность безнапорного потока
$h_к$ — высота капиллярного поднятия
I — градиент
$I_н$ — начальный градиент
k — коэффициент фильтрации; коэффициент влагопереноса
k_o — коэффициент проницаемости; коэффициент фильтрации покровных отложений
k_p — коэффициент фильтрации пород разделяющего пласта
L, l — длина пути фильтрации (переноса)
m — мощность водоносного пласта (напорного)
$m_б$ — характерный размер пористых блоков
m_p — мощность разделяющего слоя
N — сорбционная емкость
n — пористость, активная пористость
$n_э$ — эффективная пористость
P_e — параметр Пекле
p — гидростатическое давление

Q — расход потока

Q_c — расход скважины

q_o — удельный расход потока

R — электрическое сопротивление; радиус питания или влияния (расчетный); радиус кругового пласта

R_t — «временное» электрическое сопротивление

R_x, R_y — «пространственные» электрические сопротивления

Re — число Рейнольдса

r — радиальная координата

r_c — радиус скважины

$S_б$ — удельная поверхность пористых блоков

S — понижение уровня

S_c — то же, в центральной скважине

$\overline{S}$ — интегральное изображение функции по Лапласу-Карсону

T — водопроводимость (коэффициент водопроводимости)

t — время

t_p — параметр преобразования Лапласа-Карсона

U — потенциал электрического тока

u — скорость

V — объем

v — скорость фильтрации

$v_д$ — действительная скорость (средняя)

W — влажность

$\overline{W}$ — относительная влажность (коэффициент, степень насыщения)

x, y, z — декартовы координаты

α — масштабный коэффициент

$\gamma_o = \rho g$ — вес единицы объема воды

δ_1 — геометрический параметр микродисперсии

ε — коэффициент пористости; удельная инфильтрация

η^* — коэффициент упругоемкости породы

θ — температура

$\overline{\theta}$ — относительная температура

λ — коэффициент теплопроводности

μ — коэффициент гравитационной емкости (водоотдачи) пласта; вязкость воды

μ^* — коэффициент упругой емкости (водоотдачи) водоносного пласта

μ_p^* — коэффициент упругой емкости (водоотдачи) разделяющего пласта

ρ — плотность воды

σ — расстояние между скважинами; напряжение

$\sigma_н$ — нейтральное напряжение

$\sigma_п$ — полное напряжение

$\sigma_э$ — эффективное напряжение

Φ — фильтрационное сопротивление

Ψ — всасывающее давление (в метрах водяного столба — высота всасывания)

Предметный указатель

А

Анализ чувствительности 294
Аналогия вязкожидкостная 99
— гидравлическая 99
— электродинамическая (ЭГДА) 99

В

Влагоемкость максимальная молекулярная 49
— полевая 379
— полная 49
Влагоперенос 91, 368
Влажность относительная 374
Вода гравитационная 50
— капиллярная 50
— иммобилизованная 51
— связанная 48
Водоупор абсолютный 107
— относительный 107
Время запаздывания 270
Высота всасывания 370
Высота геометрическая 33
— пьезометрическая 33
— скоростная 36
Вязкость 29

Г

Гидропрослушивание пласта 278
Гидроразрыв пласта 277
Гидрорасчленение пласта 276
Горизонт безнапорный 107
— водоносный 106
Градиент напора 39
Градиент начальный 42
— фильтрации 83
Граница гидродинамическая 132
— закрытая 133
— обеспеченного питания 134
— раздела 93
Графики индикаторные 249
Грубая сетка 244

Д

Давление всасывающее 370
— гидродинамическое 87
— капиллярное 311
— полное 57
Дебит налива удельный 422
Декомпрессия горной породы 68
Депрессионная поверхность 108
Диагностика процесса 288
Дисперсия механическая 325
Дифференциация гравитационная 440
Диффузивность капиллярная 377
Диффузия молекулярная 324
— фильтрационная 325

Е

Емкость сорбционная 314

Ж

Жидкость идеальная 34

З

Задача обратная 248
— прямая 248

Закон вязкопластичного течения 41
— Гука 29
— Дарси 74
— Кирхгофа 236
— Паскаля 28
— Фика 324
Зона аэрации 105
— переходная 325
— насыщения 105
— (область) эффективного влияния 254

И

Идентификация параметров 247
Изменчивость фильтрационная 109
Изображение 224
Изотерма Генри 314
— сорбции 314
Инерционность гидрохимическая 425
Интегральное преобразование Лапласа 224
— Лапласа-Карсона 224
Инфильтрация удельная 128
Испарение 380

К

Калибрация модели 417
Капиллярная диффузионность 377
— кайма 50
Кинетическая энергия жидкости 36
Компрессионная кривая 65
Компрессионный гистерезис 69
Конвекция плотностная 313
Кондукция 350
Константа скорости массообмена 315
Концентрация относительная 329
Коэффициент влагопереноса 374
— влагопроводности 377
— влажностной емкости 377
— водопроводимости 124
— вязкости жидкости 31
— гравитационной емкости 62
— дисперсии 326
— макродисперсии 343
— механической дисперсии 325
— молекулярной диффузии 324
— недостатка насыщения 63
— пористости 47
— проницаемости 76
— пьезопроводности 121
— распределения 314
— сжимаемости 65
— теплопроводности 352
— турбулентной вязкости 44
— упругоемкости горной породы 6(
— упругой водоотдачи пласта 67
— уровнепроводности 131
— фильтрации 77

Л

Ламинарный режим движения 43
Лента тока 470
Линеаризация уравнения 129
Логарифмическая аппроксимация (формулы Тейса) 220

М

Макродисперсия 338
Математическая некорректность 248
Метод итеративный 410
— конечных разностей 232
— круга Чарного 413
— недеформируемых линий тока 222
— операционный 224
— отражения 179
— сравнения удельных водопоглощений 459
— фрагментов 163
— эквивалентных фильтрационных сопротивлений 182
Миграция 304
Микродисперсия 338
Модели сеточные 202
Моделирование аналоговое 97
— математическое 97
— физическое 97
— численное 98
Модуль Юнга 29

Н

Напор гидродинамический 36
— гидростатический 33
Напряжение касательное 41
— нейтральное 56
— полное 57
— эффективное 55
Натяжение поверхностное 28

О

Область фильтрации 132
Объем репрезентативный минимальный 53
Оригинал 224
Осмотический процесс 330
Основная закономерность подземной гидростатики 58
Откачки кустовые 395
— одиночные 394

П

Параметр механической дисперсии, геометрический 326
— Пекле 335
— (фактор) перетекания 127
— массообмена, комплексный 424
Параметры миграционные 355
— фильтрационные 246
Перенос конвективный 306
— кондуктивный 350
Перетекание 92, 125
Питание инфильтрационное 91
Пласт неограниченный 214
— неупорядоченного строения 337
— разделяющий 109
Плотность жидкости 31
Поверхность пьезометрическая 108
— удельная 48
Полная энергия жидкости 36
Пористость активная 306
— общая 46
— эффективная 317
Поршневое вытеснение 307
Потенциал Гиринского 147
— капиллярно-сорбционный 369
Поток подземных вод (геофильтрационный) 88
— плоскопараллельный 110
— плоскорадиальный 110
Принцип сложения течений 175
— суперпозиции 174
Промежуток высачивания 159
Проницаемость 77
Прослеживание временное 249
— комбинированное 289
— площадное 289

Р

Радиус влияния, расчетный 221
— питания 180
— скважины, эффективный 286
Расход скважины 135
— удельный 144
Режим квазистационарный 218
Решение автомодельное 205
— Ловерье 340
— Тейса 217

С

Сетка движения 113
— Либмана 237
— пространственно-временная 233
Силы взвешивания 56
— вязкого трения 30
— инерции 83
Системы напорные гетерогенные 257
Скин-эффект 256
Скорость фильтрации 73
— действительная 73
Сопротивление временное 236
— «операторное» 415
Сопротивление фильтрационное 182
— эквивалентное фильтрационное 190
Состав гранулометрический 47
Сплошная среда 52

Способ прямой линии 250
— совмещения кривых прослеживания 291
— точечный 291
— эталонной кривой 289
Степень водонасыщения 105
Схема опробования, дуплетная 367
Схема расчетная, конечно-разностная 240
— Либмана 237
— макродисперсии, предельная 343
— неограниченной емкости 338
— типовая 468
Схема пласта равномернослоистого 261
— слоистого 260, 267
Схема (численная) консервативная 244
— неустойчивая 242
— неявная 241
— устойчивая 242
— явная 240
— явно-неявная 243
Схематизация 95, 442

Т

Течение многофазное 305
Течение параллельноструйное 30
Трассер 30
Трещиноватость 47
Турбулентный режим движения 43

У

Угол трения 456
Узел расчетный 234
Уклон водоупора обратный 167
— прямой 167
Уравнение Бернулли 36
— Бесселя 172
— Буссинеска 129
— движения 114
— кинетики сорбции 315
— Лапласа 118
— нелинейное 129
— Навье-Стокса 72
— неразрывности 114
— состояния 114
Условия граничные 132
— краевые 132
— начальные 132

Ф

Фильтрация 71
— плановая 110
— профильная двухмерная 110
Формула «большого колодца» 180
— Гагена-Пуазейля 40
— Дюпюи 157
— Лапласа 32
— Тейса 218
— Форхгеймера 179
Функции Бесселя 172

Ч

Число Рейнольдса 45
Чувствительность (к параметру) 248

Э

Эксперимент «самообручающийся» 418
Эффективность барометрическая 70