В45619



В. М. ШЕСТАКОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ ПОДПОРА, ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ДРЕНАЖА

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

1965

В. М. ШЕСТАКОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ ПОДПОРА, ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ДРЕНАЖА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1965

УДК 551.49

В. М. Шестаков, доктор технических наук, специалист в области динамики подземных вод и методов гидрогеологических исследований, имеет 50 научных работ, опубликованных в различных научных журналах и сборниках, 3 книги.

В данной монографии излагаются современные теоретические основы гидрогеологических расчетов и практические рекомендации по их методике применительно к задачам прогноза режима подземных вод при устройстве водохранилищ, каналов, разработке месторождений полезных ископаемых, мелиораций сельскохозяйственных территорий и т. п. Большое внимание уделяется, в частности, вопросам гидрогеологической схематизации природных условий, определению исходных гидрогеологических параметров, методам математического моделирования подземных вод и развитию упрощенных методов гидродинамических расчетов. Значительная часть работы имеет оригинальный характер.

Издание рассчитано на широкий круг гидрогеологов и научных работников, занимающихся вопросами динамики подземных вод; ряд разделов написан на уровне учебного пособия и может быть использован студентами при прохождении курса «Динамика подземных вод».

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Московского университета

ВВЕДЕНИЕ

В связи с общим развитием народного хозяйства за последнее время значительно увеличились масштабы воздействия инженерных сооружений на режим подземных вод.

Создание целого ряда крупных водохранилищ как в европейской, так и в азиатской частях СССР обострило вопросы, связанные с изучением подтопления прилегающих к ним территорий и защиты их от затопления и подтопления.

Следует отметить резкое увеличение объемов дренажных работ при разработке месторождений полезных ископаемых, особенно при устройстве открытых карьеров и разработке крупных рудных полей с обрушением их кровли. Достаточно указать на огромные по своему масштабу дренажные работы на Лебединском, Михайловском карьерах и Яковлевском месторождении КМА, на Соколово-Сарбайском карьере и на целом ряде других месторождений. Заметный качественный скачок произошел при водопонижении в гидротехническом строительстве в связи с сооружением таких гидроузлов, как Куйбышевский, Каховский, Волгоградский, канала Волго-Дон и др. Немалую роль в развитии способов дренажа и водопонижения играет необходимость сокращения сроков строительства и разработки месторождений.

Для обозначения искусственного понижения уровня подземных вод применяют различные термины: водопонижение, дренаж (дренирование), осушение и водоотлив, не всегда имеющие достаточно ясное разграничение. В дальнейшем искусственное понижение уровней подземных вод будем, как правило, называть дренажем; термин же «водопонижение» сохраним лишь применительно к сравнительно небольшим по объемам и кратковременным водопонизительным работам.

Несколько особое положение занимает мелиоративный дренаж, при расчетах которого возникают своеобразные и пока еще далеко не решенные вопросы гидрогеологической схематизации. Заметим, что многие задачи, рассматриваемые в настоящей работе в основном применительно к условиям промышленного водопонижения и дренажа, остаются актуальными и для условий мелиоративного дренажа.

Новые требования, предъявляемые практикой, естественно, вызвали соответствующее развитие теоретических исследований, и в частности методики гидрогеологических расчетов подпора и искусственного понижения уровня подземных вод. Более подробными становятся расчеты понижения уровня воды на защищаемых территориях, причем *за последнее время намечается развитие методики и техники моделирования подпора и искусственного понижения уровней подземных вод, прежде всего с применением моделей ЭГДА и интеграторов,* что дает возможность наиболее полно учесть основные особенности гидрогеологических условий. *Бо́льшую роль теперь стали играть расчеты неустановившегося режима фильтрации,* поскольку увеличение масштабов работ повлекло за собой необходимость изучения режима подземных вод на значительных территориях, когда неустановившийся режим подземных вод может уже иметь не только важное, но и решающее значение.

Наиболее сложной задачей при любых гидрогеологических расчетах является определение расчетных гидрогеологических параметров. *В настоящее время, как правило, приходится сталкиваться с таким положением, когда методы расчетов далеко обгоняют возможности определения закладываемых в них параметров. Эти «ножницы» особенно резко проявляются при прогнозе фильтрационного режима на больших территориях, поскольку обычно опытно-фильтрационные работы могут характеризовать фильтрационные свойства водоносных горизонтов на сравнительно небольших территориях. В связи с этим большое значение приобретают методы определения гидрогеологических параметров по данным режимных наблюдений,* которые дают не только более достоверные, но и обобщенные по площади значения параметров. Эти методы должны применяться во всех случаях, когда удается «расшифровать» (т. е. выявить и оценить) основные факторы, которые определяют режим подземных вод в рассматриваемый период времени.

Настоящая работа имеет своей целью обобщение и дальнейшее развитие методики расчетов подпора и дренажа подземных вод, причем особое внимание уделяется развитию физических основ гидрогеологических расчетов, вопросам неустановившейся фильтрации, моделированию и оценке гидрогеологических параметров.

Ограниченность объема книги не позволила дать описание всех основных теоретических положений, связанных с изучением подпора и дренажа подземных вод. Так, не рассматривались известные рекомендации по расчетам локального мелиоративного дренажа, разработанные и обобщенные С. Ф. Аверьяновым; слабо отражены специфические условия дренажа промышленных площадок, разобранные, например, в работах С. К. Абрамова; не приведена методика расчета комбинированного водоотлива (сочетающего открытый водоотлив с водопонижением), достаточно подробно разобранная автором ранее и т. п.

Глава I

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СХЕМАТИЗАЦИЯ И ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ПОДПОРА И ИСКУССТВЕННОГО ПОНИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

§ 1. ВОПРОСЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СХЕМАТИЗАЦИИ

Анализ влияния основных гидрогеологических факторов и вопросов гидрогеологической схематизации достаточно подробно рассмотрен применительно к задачам подпора грунтовых вод Г. Н. Каменским, И. К. Гавич, Н. А. Мясниковой, С. М. Семеновой [27], Н. Н. Биндеманом и Ф. М. Бочевером [2], применительно к условиям работы защитных дренажей — С. К. Абрамовым [1], применительно к условиям водопонижения в гидротехническом строительстве — автором [17], применительно к условиям дренажа и осушения месторождений полезных ископаемых — С. В. Троянским, М. В. Сыроватко [44, 52], М. И. Чельцовым и О. Б. Скиргелло [3] и др. Не повторяя этого анализа, остановимся только на некоторых вопросах гидродинамической схематизации, имеющей своей целью непосредственное выявление условий, необходимых для проведения гидрогеологических расчетов.

При оценке подпора и искусственного понижения уровней подземных вод следует прежде всего рассмотреть условия питания и стока подземных вод в районе как в естественной обстановке, так и в процессе изменения уровня подземных вод.

Питание грунтовых вод осуществляется обычно за счет инфильтрации атмосферных осадков и фильтрации из поверхностных водоемов (рек, водохранилищ, каналов).

Изучение абсолютной величины инфильтрации как балансового фактора представляет интерес, например, для оценки водопритоков в горные выработки, особенно в сложных гидрогеологических условиях (например, в карстовых районах). С точки же зрения расчетов подпора или понижения уровней грунтовых вод обычно

имеет значение не абсолютная величина инфильтрации, а лишь ее изменение в процессе колебания уровней грунтовых вод. Такого рода изменение величины инфильтрации резко проявляется, например, в засушливых областях, где значительную роль играет испарение, интенсивность которого зависит от глубины стояния грунтовых вод. Вопрос о характере этой зависимости рассматривался, в частности, С. Ф. Аверьяновым [30] и П. Я. Полубариновой-Кочиной [46], которые на основании опытных данных М. М. Крылова [31] предложили применять для расчетов зависимость интенсивности инфильтрации w от глубины стояния грунтовых вод z вида:

$$w = w_0\left(1 - \frac{z}{z_к}\right)^n, \qquad (I, 1)$$

где w_0 — интенсивность инфильтрации у поверхности земли (при $z=0$); $z_к$ — критическая глубина стояния грунтовых вод, ниже которой уровень грунтовых вод уже не влияет на величину инфильтрации. Очевидно, что формула (I,1) применима при $z<z_к$.

Исследования связи между w и z в различных условиях, несомненно, следует развивать как для проверки универсальности зависимости (I, 1), так и для определения величин w_0 и $z_к$ в различных климатических и гидрогеологических условиях. Особое значение этот вопрос имеет при гидрогеологических расчетах мелиоративного дренажа.

Условия формирования грунтовых вод в значительной степени зависят от характера неоднородности пластов в разрезе. С этой точки зрения следует особо выделить схему двухслойного пласта, которая имеет широкое распространение и характерна для условий, когда основной водоносный горизонт (обычно песчаный) перекрывается супесчаным или суглинистым покровом. Такого рода условия встречаются, например, в берегах рек Волги [18, 43], Днепра [41, 50] и в целом ряде других районов.

При водопонижении в напорных горизонтах сравнительно небольших размеров в плане заметную роль может также играть осушение их краевых зон [12].

При изучении подпора и искусственного понижения уровней грунтовых вод довольно часто приходится встречаться со слоистым в разрезе сложением водоносных горизонтов.

Разнообразие и сложность условий залегания слоев не дают возможности предложить жесткие правила их схематизации. В строгой постановке здесь приходится иметь дело с пространственным потоком, рассмотрение которого обычно бывает чрезвычайно сложным. *Однако в большинстве случаев, имея в виду значительные размеры потока в плане по сравнению с его мощностью, можно применять приближенные приемы учета неоднородности и схематизации фильтрационного потока, позволяющие приводить его к плоскому в плане (планово-плоскому).*

При слоистом сложении потока его непосредственно можно приводить к однородному в тех случаях, когда соотношение про-

ницаемостей отдельных слоев невелико (порядка 10—20). Вблизи водопонизительной или дренажной систем (особенно, если они включают несовершенные скважины или дрены) приведение потока к однородному должно производиться с бо́льшей осторожностью. В тех случаях, когда перетекание между слоями не имеет существенного значения, приведение потока к однородному можно делать при весьма больших соотношениях проницаемости отдельных слоев (§ 3, гл. II).

Для схематизации гидродинамических условий на контурах пласта в плане с точки зрения гидрогеологических расчетов разделим их на типовые и сложные, причем под типовыми будем подразумевать условия, в которых могут быть получены приемлемые аналитические решения во всей рассматриваемой области фильтрации. Условия же, не подходящие под характеристику типовых, выделим в сложные. В настоящее время к типовым можно отнести следующие схемы контуров водоносных пластов в плане (рис. 1): I — неограниченный [1], II — полуограниченный, III — угловой, IV — полосовой, V — круговой [2]; причем контуры пластов могут быть образованы границами равного напора и непроницаемыми границами.

При расчетах подпора грунтовых вод в основном приходится встречаться со схемами II*а*, III*а*, IV*а*, *б*; при расчетах защитного дренажа — со схемами II*а*, IV*а*, *б*; при расчетах водопонижения в гидротехническом строительстве — со схемами IV*а*, *б*, V; при расчетах горного дренажа — со схемами I, II*а*, *б*, III*а*, *б*, IV*б*, *в*.

§ 2. АНАЛИЗ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ПЛАНОВО-ПЛОСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Основное уравнение планово-плоского грунтового потока, как известно [5, 6, 46], имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H}{\partial y}\right)+w=\mu\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (I,2)$$

где $H(x, y, t)$ — напор (уровень) воды в сечении x, y; $T(x, y, H)$ — проводимость пласта, определяемая как произведение среднего коэффициента фильтрации $k_{ср}$ на глубину (мощность) потока m; $w(x, y, t, H)$ — суммарная величина интенсивности площадного питания грунтовых вод за счет инфильтрации и подпитывания из нижележащих водоносных горизонтов; μ при подпоре $\left(\frac{\partial H}{\partial t}>0\right)$ соответствует коэффициенту недостатка насыщения $\mu_н$, а при спаде $\left(\frac{\partial H}{\partial t}<0\right)$ — коэффициенту водоотдачи $\mu_в$.

Уравнение (I,2) в общем своем виде является нелинейным, поскольку величины T, μ и w зависят от положения уровня воды H.

[1] На рис. 1 эта схема не приведена.
[2] Тоже.

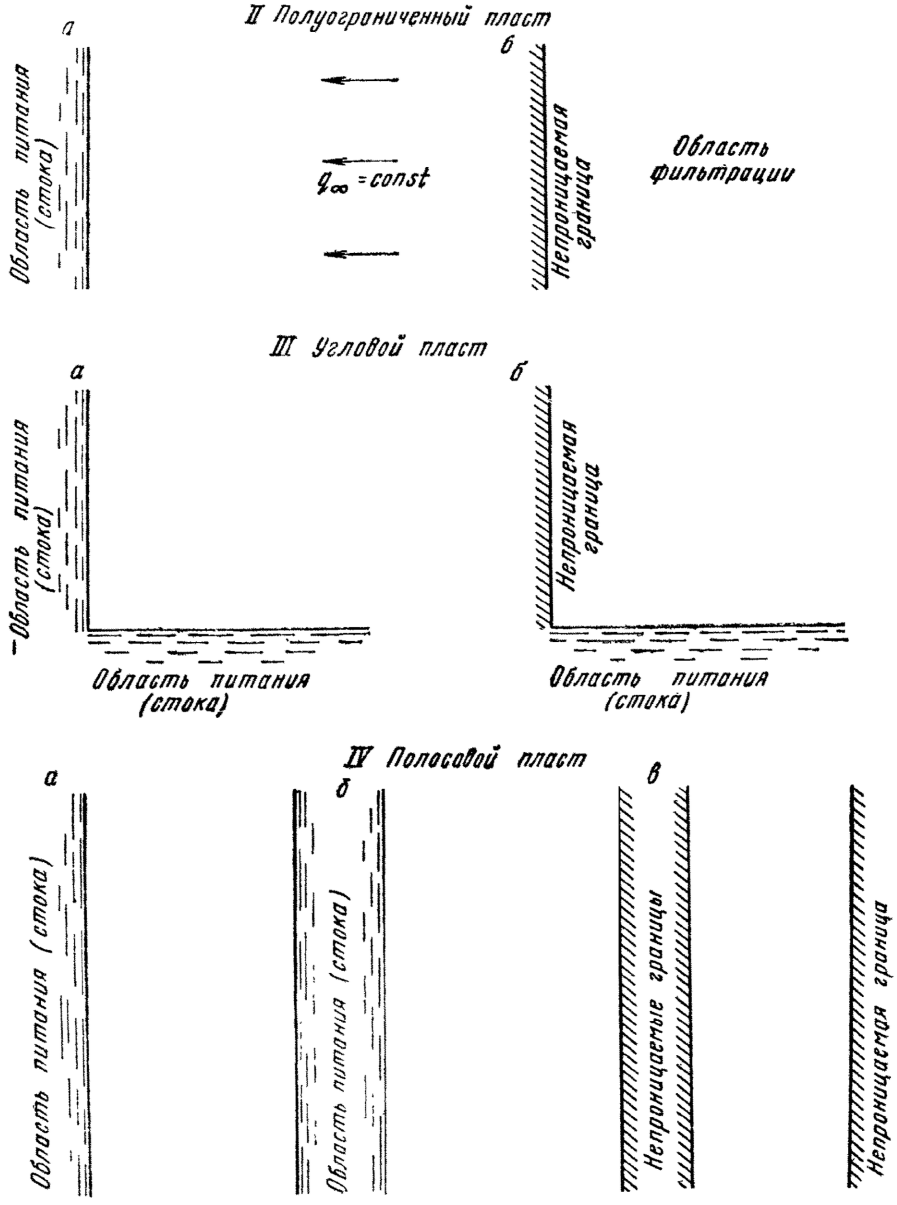


Рис. 1. Схемы контуров водоносных пластов

Решения уравнения (I,2) с учетом его нелинейности рассмотрены для случая однородного по вертикали пласта на горизонтальном водоупоре, когда $T=kh$, и можно задать $H=h$. Тогда уравнение (I,2) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)+\frac{w}{k}=\frac{\mu}{k}\cdot\frac{\partial h}{\partial t}. \qquad \text{(I, 3)}$$

Для уравнения (I,3) получен ряд строгих автомодельных решений при $w=0$ [7, 46] для простейших граничных условий. Кроме того, разработаны приближенные способы его решения, из которых прежде всего следует отметить метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС); метод «осреднения $\partial h/\partial t$», предложенный Ю. Д. Соколовым [51] и развитый для расчетов водозаборных скважин И. Е. Жерновым [25]; метод «интегральных соотношений», предложенный Г. И. Баренблаттом [8, 32], и ряд других расчетных приемов [67, 71, 72, 73].

Вместе с тем, как показывает практика исследований и расчетов, *наиболее эффективные решения задач неустановившейся фильтрации получают после линеаризации уравнения* (I,2), которую можно осуществить с применением различных способов.

Первый наиболее простой способ линеаризации уравнения (I,2) сводится к осреднению значений проводимости пласта T как в пространстве, так и во времени. Тогда уравнение (I,2) может быть представлено в виде:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{w}{T}=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad \text{(I, 4)}$$

причем величина a, определяющая скорость изменения уровня потока во времени, может быть названа коэффициентом уровнепроводности[1].

Для однородного потока такой способ линеаризации был предложен Буссинеском (Boussinesq, [66]).

Другой способ, предложенный Н. А. Багровым [46] и Н. Н. Веригиным [15], представляет интерес для водоносного пласта на горизонтальном водоупоре и однородного по вертикали, когда можно воспользоваться уравнением (I,3), представив его предварительно в виде:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2}\right)+\frac{w}{k}=\frac{\mu}{k}\cdot\frac{\partial h}{\partial t}. \qquad \text{(I, 4а)}$$

Сделаем в уравнении (I,4а) преобразование:

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{1}{2h}\cdot\frac{\partial h^2}{\partial t}, \qquad \text{(I, 4б)}$$

---

[1] Это название было предложено автором в 1953 г. в кандидатской диссертации, затем было принято Н. Н. Биндеманом [2] и вошло в учебную литературу [48].

и введем далее функцию $U=0{,}5h^2$. Тогда уравнение (I,4а) примет вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{w}{k}=\frac{\mu}{kh}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}. \qquad \text{(I, 4в)}$$

Осредняя далее величину h в правой части уравнения (I,4в), получим линейное уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{w}{k}=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial U}{\partial t},\quad a=\frac{kh_{\text{ср}}}{\mu}, \qquad \text{(I, 5)}$$

где $h_{\text{ср}}$ — осредненная глубина потока.

Близкий к этому способ предложен И. А. Чарным [59].

Обобщение такого способа для горизонтально-слоистого пласта, когда в уравнении (I,2)

$$T\frac{\partial H}{\partial x}=\int_0^h k\frac{\partial h}{\partial x}\,dz;\quad T\frac{\partial H}{\partial y}=\int_0^h k\frac{\partial h}{\partial y}\,dz, \qquad \text{(I, 6)}$$

можно, как это показано С. Н. Нумеровым [6], произвести, вводя потенциал Гиринского:

$$\varphi=\int_0^h k(z)(h-z)\,dz. \qquad \text{(I, 7)}$$

Поскольку

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\int_0^h k\frac{\partial h}{\partial x}\,dz,\quad \frac{\partial\varphi}{\partial y}=\int_0^h k\frac{\partial h}{\partial y}\,dz,$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\frac{\partial h}{\partial t}\int_0^h k\,dz=k_{\text{ср}}h\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad \text{(I, 8)}$$

где $k_{\text{ср}}$ — средневзвешенное значение коэффициента фильтрации, то, подставляя (I,8) в (I,2) с учетом (I,6) и заменяя $k_{\text{ср}}h$ осредненным значением проводимости T, получим уравнение

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+w=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial t}, \qquad \text{(I, 9)}$$

которое является линейным относительно функции φ.

Приведенные выше способы нетрудно распространить на случай, когда проводимость пласта T может быть принята в виде некоторой заданной функции от времени:

$$T=T_0\tau(t), \qquad \text{(I, 10)}$$

где T_0 — начальная проводимость пласта; $\tau(t)$ — закон изменения проводимости пласта во времени.

В этом случае вместо времени t следует ввести переменную θ, определяемую интегралом:

$$\theta = \int_0^t \tau(t)\,dt, \qquad \text{(I, 11)}$$

и уравнения будут иметь постоянный коэффициент уровнепроводности, соответствующий проводимости T_0 [33].

В некоторых случаях могут быть подобраны особые способы линеаризации, как это, например, сделано для однородного потока на наклонном водоупоре [60].

Важным методическим вопросом является установление применимости того или иного способа линеаризации в реальных гидрогеологических условиях. Анализируя гидрогеологические условия прежде всего для прибрежных территорий, представляющих наибольший интерес при решении вопросов подтопления, можно достаточно уверенно утверждать, что однородные водоносные пласты по всей высоте встречаются очень редко, и при составлении методики расчетов их следует рассматривать как исключительные. Вместе с тем гораздо более реальной оказывается предпосылка о постоянстве проводимости водоносного пласта. Эта предпосылка почти безупречно выполняется при двухслойном строении пласта. В этом случае любые колебания уровней грунтовых вод в пределах слабопроницаемого покровного слоя практически не влияют на величину проводимости пласта.

Это положение усиливается еще и тем, что проницаемость аллювиальных пластов увеличивается с глубиной, причем в основании пластов зачастую залегает песчано-гравелистый слой с заметно большей проницаемостью.

Рассмотрим в качестве примера левобережье Волгоградского водохранилища, где имеются данные по изменению характеристик аллювиальных песков в зависимости от глубины их залегания (рис. 2, *а*). Построим, например, для современных ($al\,Q_{IV}$) и верхнечетвертичных ($al\,Q^1_{III}$) отложений кривые депрессии в потоке, на границах которого устанавливаются глубины потока $h_1=10$ *м* и $h_2=20$ *м*, считая постоянной проводимость пласта (кривая депрессии — прямая линия), или, считая поток однородным (кривая депрессии — парабола Дюпюи). В действительности же залегание пласта горизонтально-слоистое, и, следовательно, строгим решением будет кривая депрессии, построенная с помощью функции Гиринского по уравнению

$$\varphi = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1)\frac{x}{L}, \qquad \text{(I, 12)}$$

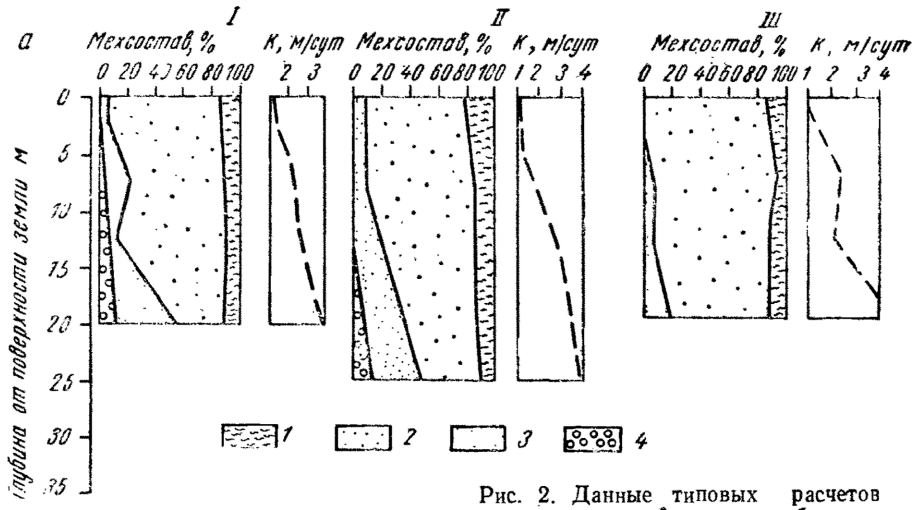
где φ_1, φ_2 и φ — значения функции Гиринского на границах $x=0$ и $x=L$ и в точке x.

Для построения кривой депрессии по уравнению (I, 12) целесообразно прежде всего построить зависимость $\varphi(h)$, где h — глубина фильтрационного потока. Эта зависимость определяется интегралом (I, 7), который можно вычислять, разбив рассматриваемый пласт на несколько частей высотой Δz, в каждой из кото-

рых можно считать коэффициент фильтрации постоянным (равным среднему значению k_i). Тогда при разбивке на n участков

$$\varphi = k_1\left(h - \frac{z_1}{2}\right)\Delta z_1 + k_2\left(h - \frac{z_2}{2}\right)\Delta z_2 + \ldots + k_n\left(h - \frac{z_n}{2}\right)\Delta z_n, \quad (I, 13)$$

где z_n — расстояние от центра n-ного слоя до водоупора. Вычисляя далее величину φ в отдельных точках по уравнению (I,12), можно, пользуясь графиком



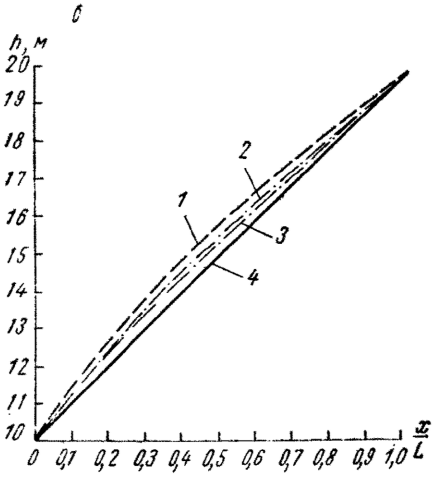


Рис. 2. Данные типовых расчетов кривых депрессий для левобережья Волгоградского водохранилища [43].
а — Диаграммы среднего гранулометрического состава и коэффициентов фильтрации аллювиальных песков [43]: *I* — современные отложения (al_2Q_{IV}), II — верхнечетвертичные отложения (alQ^2_{III}), III — верхнечетвертичные отложения (alQ^1_{III}); *1* — сумма фракций менее 0,05 *мм*; *2* — фракция 0,05—0,25 *мм*; *3* — фракция 0,25—0,5 *мм*; *4* — фракция крупнее 0,5 *мм*.
б — Кривые депрессии, построенные для потока длиной L между сечениями с глубинами потока $h_1 = 10$ *м* и $h_2 = 20$ *м*: *1* — по параболе Дюпюи; *2* — по функции Гиринского для отложений Q_{IV}, *3* — то же для отложений Q^1_{III}, *4* — по прямой линии (постоянная проводимость пласта)

связи $\varphi(h)$, найти значения h в этих точках. Кривые депрессии, построенные таким образом, а также по закону прямой линии и по параболе Дюпюи приведены на рис. 2, *б*. Как видно, даже при отсутствии покровного слоя расчеты при постоянной проводимости дают примерно такое же расхождение с действительными данными, как и обычно применяемые в таких случаях расчеты для однород-

ного потока. Еще ближе к прямой линии располагаются кривые депрессии, построенные для среднечетвертичных ($al\ Q^2_{III}$) отложений, поскольку в этом случае изменение коэффициента фильтрации с глубиной происходит еще более резко.

Довольно часто приходится также встречаться с условиями, когда водоносные пласты обладают пестрой и нередко недостаточно изученной неоднородностью, а водоупор резко меняет свои отметки. В качестве примеров можно указать на территории, прилегающие к Волго-Донскому каналу им. Ленина [18]. В такого рода условиях, по-видимому, также более предпочтительно вводить предпосылку о постоянной проводимости пласта, поскольку это позволяет упростить технику расчетов и обычно обеспечивает некоторый запас при расчетах подпора грунтовых вод.

При пестром и слоистом залегании пластов существенно может меняться и величина μ в зависимости от того, в какой слой попадает кривая депрессии. Этот фактор обычно не учитывается при гидрогеологических расчетах.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что *при линеаризации уравнения планово-плоского потока, как правило, целесообразно применять способ, исходящий из условия постоянства проводимости пласта, и лишь в редких случаях, когда можно обосновать схему однородного или горизонтально-слоистого пласта, следует применять для расчета функцию* $U=0{,}5\,h^2$ *или функцию Гиринского* φ.

Анализ природных условий показывает также, что при расчетах режима грунтовых вод на подтопляемых территориях влияние нелинейности исходного дифференциального уравнения (I,2) не имеет серьезного значения, поскольку влияние колебаний уровней на проводимость оказывается значительно меньшим, чем влияние неоднородности пласта и на проводимость, и на коэффициент уровнепроводности.

Это положение в полной мере справедливо и применительно к расчетам скважин, где, как это показано Г. И. Баренблаттом [7, 9], несмотря на значительные колебания уровней грунтовых вод, обычно линеаризация уравнения (I,3) дает хорошие результаты.

Исходя из этого общего положения, можно сделать важный методический вывод о том, что *основные расчетные зависимости следует прежде всего составлять для условий постоянной проводимости пласта*. Вместе с тем все полученные таким образом зависимости нетрудно распространить и на условия однородного и горизонтально-слоистого пластов, заменяя в зависимостях, построенных для случая постоянной проводимости, величины напоров H на соответствующие значения величин $h^2/2m$ — для однородного безнапорного потока или величин φ/T — для горизонтально-слоистого потока. Если же в основные зависимости не входит мощность потока m, то можно заменять напоры H на соответствующие значения величин h^2 или φ. При рассмотрении же плановых задач фильтрации с применением метода ЭГДА в качестве

потенциальных функций выбирают: для потока постоянной проводимости — напоры H, для однородного безнапорного потока — величины h^2 и для горизонтально-слоистого потока — значения функции φ.

§ 3. УРАВНЕНИЕ УПРУГОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ

Упругий режим фильтрации возникает при изменении нагрузки на водоносный пласт и особенно резко проявляется в напорных горизонтах. Основы теории упругого режима были заложены Джекобом (Jacob, [69]), а в дальнейшем обстоятельно разобраны в трудах В. Н. Щелкачева [64, 65] применительно к задачам нефтяной подземной гидравлики, причем обычно рассматриваются задачи, в которых эффективная нагрузка на пласт изменяется только в зависимости от изменения давления жидкости в пласте. Вместе с тем и теоретический и практический интерес представляет изучение процессов упругого режима фильтрации при изменении или перераспределении внешних нагрузок по кровле водоносного пласта.

Рассмотрим вывод планового уравнения упругого режима фильтрации в напорном пласте с учетом изменения давлений (напряжений) $p_к$ на кровле пласта.

Увеличение веса жидкости W в элементе пласта единичной длины определяется уравнением:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\gamma \cdot \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} m\right), \qquad \text{(I, 14)}$$

где ε — коэффициент пористости грунта; m — мощность пласта; γ — объемный вес жидкости. Поскольку в рассматриваемом элементе величина $\frac{m}{1+\varepsilon}$ представляет собой объем скелета грунта, который считается неизменным, то эту величину можно вывести за знак дифференцирования и записать уравнение (I,14) в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{m}{1+\varepsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\gamma\varepsilon). \qquad \text{(I, 15)}$$

Свяжем далее изменение объемного веса жидкости γ и коэффициента пористости ε с изменениями давления жидкости. Согласно закону Гука для воды

$$E\frac{d\gamma}{\gamma} = dp, \qquad \text{(I, 16)}$$

где p — давление в жидкости; E — модуль упругости жидкости. Закон компрессии грунта запишем в виде, принятом в механике грунтов [53, 58]

$$d\varepsilon = -a_v\, dp_c, \qquad \text{(I, 17)}$$

где p_c — давление, передаваемое на скелет грунта; a_v — коэффициент сжимаемости (уплотнения) грунта.

Заметим теперь, что

$$dp = \gamma\, dH,\ dp_c = -\gamma\, dH + dp_k, \qquad \text{(I, 18)}$$

где H — напор воды в рассматриваемом элементе.

Используя приведенные выше соотношения, получим следующее выражение для $\frac{\partial W}{\partial t}$:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{m}{1+\varepsilon}\left(\varepsilon\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \gamma\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right) =$$

$$= \frac{m}{1+\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon\gamma^2}{E}\cdot\frac{\partial H}{\partial t} + \gamma^2 a_v\frac{\partial H}{\partial t} - \gamma a_v\frac{\partial p_к}{\partial t}\right) =$$

$$= \frac{m\gamma^2}{1+\varepsilon}\left[\left(\frac{\varepsilon}{E} + a_v\right)\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{a_v}{\gamma}\cdot\frac{\partial p_к}{\partial t}\right]. \qquad \text{(I, 19)}$$

Уравнение баланса воды в данном случае будет иметь вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\gamma q_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\gamma q_y), \qquad \text{(I,20)}$$

где q_x и q_y — компоненты расхода фильтрационного потока, связанные с напором формулой Дюпюи:

$$q_x = -km\frac{\partial H}{\partial x},\ q_y = -km\frac{\partial H}{\partial y}. \qquad \text{(I, 20а)}$$

Величина коэффициента фильтрации k в общем виде является функцией ε, но для песчаных грунтов этой зависимостью обычно можно пренебречь и считать величину k постоянной [1].

Имея также в виду уравнение (I,16), найдем

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\gamma q_x) = -\gamma\frac{\partial q_x}{\partial x} - q_x\frac{\partial \gamma}{\partial x} = km\gamma\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + km\frac{\gamma^2}{E}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2. \qquad \text{(I, 21)}$$

Считая неизменным значение проводимости пласта $km = T$ и пренебрегая последним членом выражения (I,21) в силу его малости, запишем уравнение (I,20) в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \gamma T\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right). \qquad \text{(I, 22)}$$

Приравнивая правые части уравнений (I,19) и (I,22), получим следующее уравнение упругого режима фильтрации:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right) + \frac{\alpha}{\gamma}\cdot\frac{\partial p_к}{\partial t}, \qquad \text{(I, 23)}$$

[1] В работе [39] рассматривается методика учета изменения k за счет изменения нагрузки на пласт.

где коэффициент пьезопроводности a и параметр α определяются выражениями [1]:

$$a = \frac{k(1+\varepsilon)}{\gamma\left(\frac{\varepsilon}{E} + a_v\right)}, \quad \alpha = \frac{a_v}{\frac{\varepsilon}{E} + a_v}. \qquad \text{(I, 24)}$$

Для решения ряда задач удобно, следуя Ф. М. Бочеверу, представить коэффициент пьезопроводности в такой же форме, как и коэффициент уровнепроводности:

$$a = \frac{T}{\mu_{\text{упр}}}, \qquad \text{(I, 25)}$$

где $\mu_{\text{упр}}$ — коэффициент упругой отдачи пласта, который определяет изменение количества жидкости в единице объема пласта при изменении давления на 1 *м* столба жидкости [12]. Величина $\mu_{\text{упр}}$ может зависеть от знака изменения давления, на что обратили внимание Г. И. Баренблатт и А. П. Крылов [10].

Аналогичное уравнение можно получить для случая, когда имеет место взаимодействие рассматриваемого водоносного пласта с соседними через разделяющие их относительно водоупорные слои (рис. 3):

$$\mu_{\text{упр}} \frac{\partial H}{\partial t} = T\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right) + \frac{m a_v}{1+\varepsilon}\frac{\partial p_{\text{к}}}{\partial t} + k'\left.\frac{\partial H'}{\partial z}\right|_{z=m} - k''\left.\frac{\partial H''}{\partial z}\right|_{z=0}, \qquad \text{(I, 26)}$$

где H' и H'' — напоры в верхнем и нижнем раздельных слоях. В общем случае эти напоры определяются с учетом упругого режима фильтрации в раздельных слоях [63, 70], а если же этим фактором пренебречь, то приходим к схеме Гиринского—Мятиева [19, 37], когда можно считать

$$k'\left.\frac{\partial H'}{\partial z}\right|_{z=m} = k'\frac{H_1 - H}{m'}, \quad -k''\left.\frac{\partial H''}{\partial z}\right|_{z=0} = k''\frac{H_2 - H}{m''}. \qquad \text{(I, 27)}$$

Тогда уравнение (I,27) примет вид:

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\alpha}{\gamma a}\cdot\frac{\partial p_{\text{к}}}{\partial t} + b_1^2(H_1 - H) + b_2^2(H_2 - H), \qquad \text{(I, 28)}$$

---

[1] В. Н. Щелкачев [65] приводит несколько иное выражение для коэффициента пьезопроводности, в котором вместо коэффициента сжимаемости вводится коэффициент упругой сжимаемости.

где

$$b_1 = \sqrt{\frac{k'}{kmm'}}, \quad b_2 = \sqrt{\frac{k''}{kmm''}}. \qquad \text{(I, 28а)}$$

Анализ влияния изменения давления на кровлю пласта под действием некоторых внешних факторов будет дан применительно к решению отдельных практических задач в гл. VII, § 5. Остановимся только на влиянии жесткости вышележащего комплекса пород на характер упругого режима фильтрации, поскольку этот фактор в общей теории упругого режима рассматривается лишь весьма бегло.

В теории упругого режима предполагается, что изменение давления фильтрующейся жидкости в каком-либо сечении пласта вызывает по величине точно такое же изменение давления на кровлю пласта от вышележащих пород. При этом предполагается, что весь вышележащий комплекс пород является как бы абсолютно податливым, т. е. не сопротивляющимся деформациям сдвига. В действительности же изменение давления на кровле горизонта обязательно вызовет перераспределение напряжений в покрывающих его пластах, что в свою очередь будет влиять на их деформацию и передачу давлений на кровлю рассматриваемого напорного пласта.

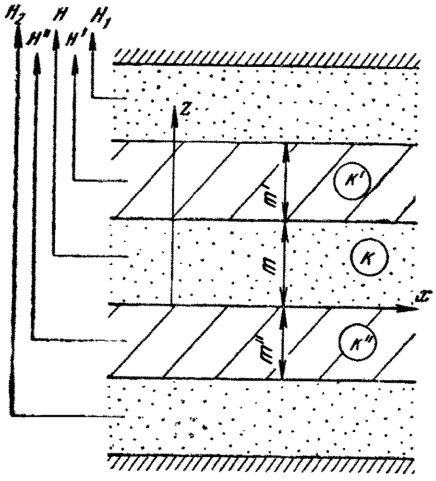


Рис. 3. Схема к гидродинамическому анализу взаимодействующих пластов

Это перераспределение напряжений вызовет изменение давления $p_к$ на кровлю пласта, так что величина $dp_к/dt$ будет уже отличной от нуля. Для ее выражения в зависимости от упругих свойств покровных пластов следует далее воспользоваться связью между напряжениями $p_к$ и деформациями этих пластов. Рассматривая покровные пласты как бы в виде балки, лежащей на упругом основании, можно составить следующее уравнение:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = f(E_п, G_п, m_п, p_к, x, y, t), \qquad \text{(I, 29)}$$

где $E_п$ и $G_п$ — модули упругости и сдвига покровных грунтов; $m_п$ — мощность покровного слоя.

Имея в виду, что $\frac{1+\varepsilon}{m} \cdot \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$, и учитывая уравнения (I,17) и (I,18), представим зависимость (I,29) в виде:

$$\frac{\partial p_к}{\partial t} = \gamma \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{1+\varepsilon}{m} f(E_п, G_п, m_п, p_к, x, y, t). \qquad (I, 30)$$

Уравнения (I,24 и I,30) составляют замкнутую систему, решение которой может дать ответ на поставленную задачу.

В частности, при абсолютно жестком покровном слое баланс воды в пласте площадью ω будет:

$$\gamma_0 Q = \gamma \frac{\partial m}{\partial t} \omega + \int_{(\omega)} \frac{\partial \gamma}{\partial t} m \, d\omega, \qquad (I, 31)$$

где Q — общий расход воды, подаваемой в пласт с объемным весом γ_0. Если в (I,31) пренебречь последним членом, то

$$\frac{\partial \varepsilon}{dt} = \frac{1+\varepsilon}{m} \cdot \frac{\gamma_0 Q}{\gamma \omega}, \qquad (I, 32)$$

и уравнение (I,24) принимает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a' \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) - \alpha', \qquad (I, 33)$$

$$a' = \frac{kE}{\gamma \varepsilon} (1 + \varepsilon), \quad \alpha' = \frac{QE(1+\varepsilon)}{\gamma m \omega \varepsilon}. \qquad (I, 33а)$$

Обоснование условий, в которых можно пренебрегать жесткостью покровных слоев, требует специального анализа. Пока что, по-видимому, можно считать приемлемым допущение об абсолютной податливости покровного слоя в тех случаях, когда размеры зоны возмущения при упругом режиме фильтрации по крайней мере в несколько раз больше мощности покровных пластов, причем лучше, конечно, когда изменения напоров происходят сравнительно плавно.

§ 4. УЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛОЖА РЕК, ВОДОХРАНИЛИЩ И КАНАЛОВ

Как указывалось выше, на условия формирования фильтрационного потока вблизи водоемов (рек, водохранилищ, каналов и т. п.) значительное влияние может оказывать фильтрационное сопротивление ложа водоема, причем особенно резко это влияние сказывается на характере развития подпора грунтовых вод во времени и на величине притока к скважинам, котлованам или дренам, закладываемым вблизи рек [1].

При анализе влияния сопротивления ложа водоема следует разделять случаи наличия или разрыва гидравлической связи

[1] Важность этого фактора отмечается, например, В. М Григорьевым [21, 22], А. Г. Лыкошиным и М. П Семеновым [47].

между водоемом и фильтрационным потоком. При отсутствии гидравлической связи водоем будет как бы зоной инфильтрации, интенсивность которой зависит от проницаемости ложа водоема. Этот случай характерен для небольших водоемов и экранированных каналов при глубоком залегании уровней грунтовых вод. Для крупных рек и водохранилищ характерным является наличие гидравлической связи между водоемом и фильтрационным потоком. В этом случае удобным способом учета влияния сопротивления ложа реки является смещение уреза воды на величину ΔL, которая определяется из условия, что поток длиной ΔL и проводимостью $T = km$ будет эквивалентным в фильтрационном отношении ложу реки.

Величина ΔL в основном зависит от характера неоднородности ложа реки и по существу может рассматриваться как гидрогеологический параметр, который должен определяться по данным специальных изысканий.

Для простейших схем строения ложа реки можно привести аналитические зависимости для определения величины ΔL. Так, при однородном строении ложа реки величина ΔL составляет примерно половину мощности пласта и чаще всего ею можно пренебречь при расчетах.

Наибольший интерес представляет обычно двухслойное сложение ложа реки (рис. 4,*а*), когда основной водоносный пласт отделяется от реки малопроницаемым слоем. Выражение для расхода q, вытекающего из реки, для этой схемы имеет вид [21, 23]

$$q = \frac{km\Delta H + \frac{A}{\operatorname{ch}\alpha} q_0}{L + A}, \qquad \text{(I, 34)}$$

$$A = \sqrt{\frac{kmm_1}{k_1}} \operatorname{cth}\alpha, \quad \alpha = B\sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}. \qquad \text{(I, 34а)}$$

Заменяя же сопротивление ложа реки величиной ΔL, выразим расход в виде:

$$q = \frac{km\Delta H}{L + \Delta L}. \qquad \text{(I, 35)}$$

Решая совместно (I,34 и I,35), найдем выражение для ΔL:

$$\Delta L = A\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\alpha} \cdot \frac{q_0}{q}\right). \qquad \text{(I, 36)}$$

Как видно, величина ΔL в общем случае зависит не только от фильтрационных и геометрических характеристик пласта, но и от соотношения расходов, фильтрующихся в берегах реки. Так, например, при одностороннем движении потока ($q_0 = 0$)

$$\Delta L = \sqrt{\frac{kmm_1}{k_1}} \operatorname{cth}\left(B\sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}\right). \qquad \text{(I, 37)}$$

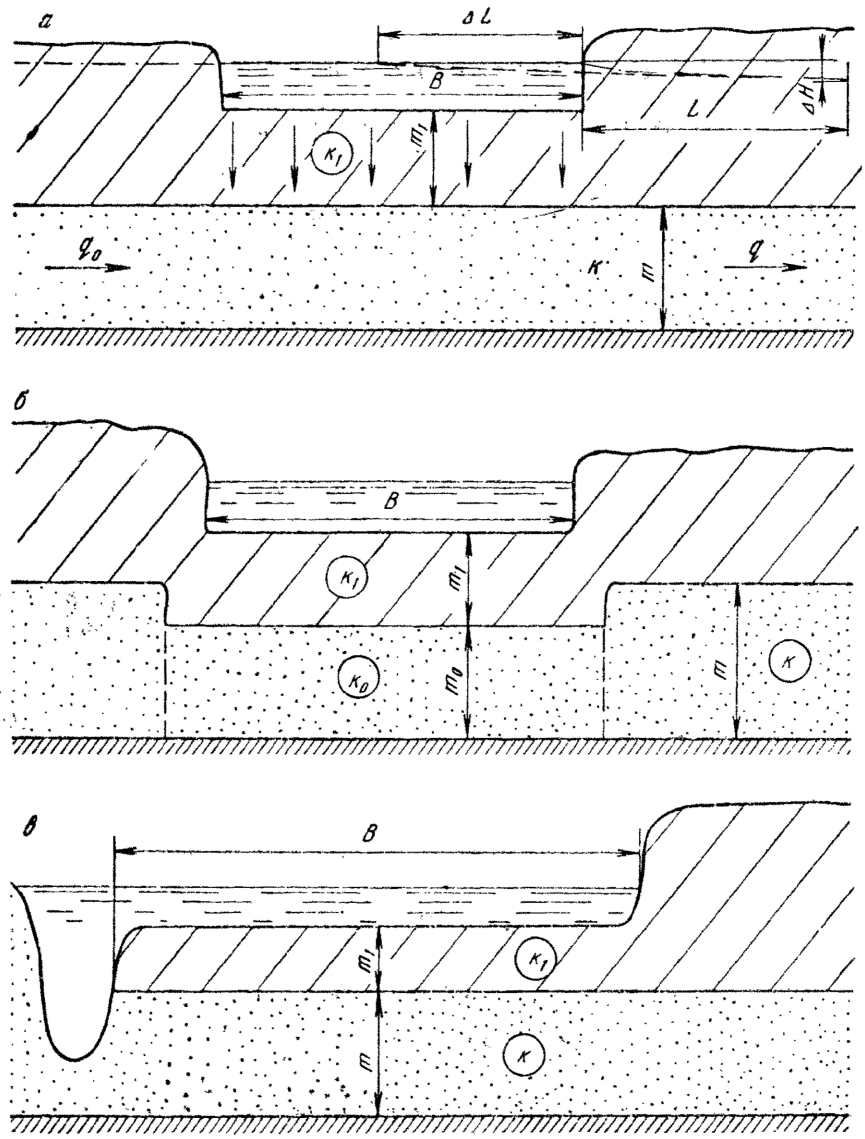


Рис. 4. Схема формирования потока при двухслойном строении ложа реки (к определению ΔL)

При симметричном движении потока ($q_0 = -q$)

$$\Delta L = \sqrt{\frac{kmm_1}{k_1}} \operatorname{cth}\left(\frac{B}{2}\sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}\right). \qquad \text{(I, 37а)}$$

Однако для крупных рек влияние соотношения q_0/q обычно невелико. Так, при $\alpha > 3$ можно считать во всех случаях

$$\Delta L = \sqrt{\frac{kmm_1}{k_1}}. \qquad \text{(I, 37б)}$$

Нередко встречаются также условия, когда проводимость пласта под водоемом оказывается меньше, чем в остальной части водоносного пласта. В этом случае (рис. 4,*б*) при одностороннем движении потока

$$\Delta L = km\sqrt{\frac{m_1}{k_1 k_0 m_0}} \cdot \operatorname{cth}\left(B\sqrt{\frac{k_1}{k_0 m_0 m_1}}\right), \qquad \text{(I, 38)}$$

при симметричном двухстороннем движении

$$\Delta L = km\sqrt{\frac{m_1}{k_1 k_0 m_0}} \cdot \operatorname{cth}\left(\frac{B}{2}\sqrt{\frac{k_1}{k_0 m_0 m_1}}\right), \qquad \text{(I, 38а)}$$

а для больших водоемов ($\alpha > 3$)

$$\Delta L = km\sqrt{\frac{m_1}{k_0 m_0 k_1}}. \qquad \text{(I, 38б)}$$

Для схемы, изображенной на рис. 4,*в* (эта схема имеет место, например, в том случае, когда на затопляемой пойме имеется покровный слой, а в пределах русла его нет, и река прорезает основной водоносный пласт),

$$\Delta L = \sqrt{\frac{kmm_1}{k_1}} \cdot \operatorname{th}\left(B\sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}\right). \qquad \text{(I, 38в)}$$

В заключение еще раз отметим, что сложность строения ложа рек (водоемов) и недостаточность данных гидрогеологических изысканий далеко не всегда позволяют четко установить фильтрационную схему ложа реки и определить величину ΔL теоретическим путем. В связи с этим наиболее надежным следует признать способ непосредственного определения величины ΔL по данным режимных наблюдений (этот вопрос рассмотрен в гл. III).

§ 5. О МОДЕЛИРОВАНИИ ПЛАНОВОЙ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Для моделирования плановой неустановившейся фильтрации обычно используется гидравлический интегратор В. С. Лукьянова [14, 35]; в последнее время все большее применение находят электроинтеграторы с сетками R и R—C [16, 24, 38, 68].

В сеточных интеграторах сплошной фильтрационный поток разбивается на отдельные блоки и моделируется сеткой сопротивлений, пропорциональных фильтрационным сопротивлениям между отдельными блоками, и емкостей, пропорциональных емкостям блоков (вернее, изменения емкостей на моделях должны быть пропорциональны изменениям соответствующих емкостей блоков).

Фильтрационное сопротивление Φ какого-либо участка имеет общее выражение:

$$\Phi = \frac{\Delta H}{Q}, \qquad \text{(I, 39)}$$

где ΔH — потеря напора, необходимая для пропускания на этом участке расхода Q.

Поскольку для планово-плоского потока расход Q между центрами двух блоков можно записать в виде:

$$Q = T\frac{\Delta H}{l}b, \qquad \text{(I, 40)}$$

где l и b — расстояние и средняя ширина потока между центрами блоков; T — средняя проводимость пласта в этом же промежутке, то в этом случае согласно (1,39)

$$\Phi = \frac{l}{Tb}. \qquad \text{(I, 41)}$$

Для одномерного в плане потока $b=1$ *м*, $l=\Delta x$ (Δx — расстояние между центрами блоков) и

$$\Phi = \frac{\Delta x}{T}. \qquad \text{(I, 42)}$$

Для радиального потока (рис. 5) величина сопротивления более точно определяется формулой:

$$\Phi_{i,i-1} = \frac{1}{2\pi T}\ln\frac{r_i}{r_{i-1}}. \qquad \text{(I, 43)}$$

При $\frac{r_i - r_{i-1}}{r_{i-1}} < 1$ с точностью до 5% и при $\frac{r_i - r_{i-1}}{r_{i-1}} < 0{,}5$ с точностью до 1% можно пользоваться формулой (1,41) и для радиального потока.

Под емкостью блока C подразумевается количество воды, которое поступает в блок или вытекает из блока при изменении уровня воды в нем на 1 *м*.

Таким образом,

$$C = \mu F_{бл}, \qquad \text{(I, 44)}$$

где $F_{бл}$ — площадь блока.

При составлении схемы гидромодели для моделирования на гидроинтеграторе величины гидравлических сопротивлений ρ и емкостей ω определяются из условия:

$$\rho = \alpha_\rho \Phi, \quad \omega = \alpha_\omega C, \tag{I,45}$$

где α_ρ и α_ω — масштабы сопротивлений и емкостей.

Величины α_ρ и α_ω задают из условия, что получающиеся величины ρ и ω укладываются в диапазоне их возможных значений на гидроинтеграторе. При использовании обычных трубок сопротивлений величины ρ следует задавать в диапазоне 0,1—1 *мин/см²* (в крайнем случае доводить значения ρ до 0,05 *мин/см²*; при меньших значениях ρ расчеты вести не рекомендуется из-за возрастающих погрешностей моделирования), а величины ω устанавливаются в пределах от 0,5 до 36 *см²* (увеличить ω можно подключением дополнительных емкостей).

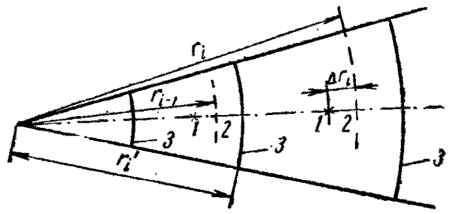


Рис. 5. Блок радиального потока

Кроме того, значения α_ρ и α_ω уточняются из условия получения удобного масштаба времени α_t, который представляет собой отношение времени в натуре ко времени на модели. Для этого следует воспользоваться формулой

$$\alpha_t = \frac{1}{\alpha_\rho \alpha_\omega}. \tag{I, 46}$$

Для учета изменения проводимости при колебаниях уровня воды в блоке должна быть составлена зависимость проводимости T от напора (уровня воды) в блоке H. При этом гидромодель предварительно рассчитывается на начальное положение кривой депрессии, когда проводимостям T_0 соответствуют сопротивления ρ_0. При изменении напора в блоке определяют соответствующее значение проводимости T и устанавливают новое сопротивление ρ из условия:

$$\rho = \frac{T_0}{T} \rho_0. \tag{I, 47}$$

Если поток по вертикали может считаться однородным, то $T_0 = kh_0$, $T = kh$ и

$$\rho = \frac{h_0}{h} \rho_0. \tag{I, 47а}$$

Для однородного по вертикали потока на горизонтальном водоупоре удобно в качестве расчетной (моделируемой) функции вы-

брать $^1/_2 h^2$. В этом случае фильтрационное сопротивление участка определяется по формуле:

$$\Phi = \frac{\Delta h^2}{2Q}, \qquad \text{(I, 48)}$$

где Δh^2 — разница величин h^2 на границах участка при прохождении через него расхода Q. В этом случае для определения Φ можно пользоваться в частности формулами (I,41—I,43), заменяя только в них проводимость T на коэффициент фильтрации в рассматриваемом сечении k. В том случае, если поток близок к однородному (но однородным все же принят быть не может), а водоупор близок к горизонтальному, может оказаться целесообразным введение функции H^2, причем плоскость сравнения напоров приурочивается к среднему положению водоупора. При этом уравнение плановой установившейся фильтрации приводится к виду:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{k}\frac{\partial H^2}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{k}\frac{\partial H^2}{\partial y}\right)+2w=0, \qquad \text{(I, 49)}$$

$$\tilde{k}=\frac{T}{H},$$

где k — осредненное значение коэффициента фильтрации, которое при заданных выше условиях должно сравнительно слабо зависеть от положения уровня воды.

В такой постановке решение задачи тоже приходится искать подбором, но подбор облегчается слабой зависимостью $\tilde{k}$ от H. Величина фильтрационного сопротивления определяется здесь так же, как для однородного потока на горизонтальном водоупоре, но в качестве коэффициента фильтрации принимают величину $\tilde{k}$, для которой полезно составить график зависимости от напора H.

В условиях неустановившейся фильтрации дифференциальное уравнение (I,2) аналогичным путем приводится к виду:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{k}\frac{\partial H^2}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{k}\frac{\partial H^2}{\partial y}\right)+2w=\frac{\mu}{H}\cdot\frac{\partial H^2}{\partial t}. \qquad \text{(I, 49а)}$$

Решая это уравнение относительно функций H^2, следует, определяя сопротивления потока так же, как и для условий установившейся фильтрации, емкость блока вычислять по формуле

$$C=\frac{\mu F_{бл}}{H}. \qquad \text{(I, 50)}$$

В этом случае емкости уже будут переменными во времени, и при моделировании их надо постепенно переключать.

Для расчетов плановых задач неустановившейся фильтрации на электроинтеграторе типа ЭИ-12 или МСМ-1 можно воспользоваться схемой сетки Либмана [28, 29, 34]. Для этого уравнение пла-

новой неустановившейся фильтрации заменим следующим конечноразностным уравнением:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{H_i - H_t}{\Phi_i} = \mu F_{бл} \frac{H_t - H_{t-\Delta t}}{\Delta t}, \qquad \text{(I, 51)}$$

где H_i — напоры в четырех соседних блоках в расчетный период времени; Φ_i — фильтрационные сопротивления между соответствующими блоками; H_t и $H_{t-\Delta t}$ — напоры в центральном блоке в расчетный момент времени t и в некоторый предыдущий момент времени $t-\Delta t$.

Уравнение (I,48) моделируется сеткой сопротивлений, представленной на рис. 6, где к обычной сетке сопротивлений $R_i(R_1, R_2, R_3, R_4)$ добавляется «временно́е» сопротивление R_t.

Баланс тока для этой сетки определяется уравнением

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{U_i - U}{R_i} = \frac{U - U'}{R_t}. \qquad \text{(I, 52)}$$

Если в уравнении (I,49) положить

$$R_i = \alpha_R \Phi_i \text{ и } R_t = \alpha_R \frac{\Delta t}{\mu F_{бл}}, \qquad \text{(I, 53)}$$

где α_R — масштаб сопротивлений на электроинтеграторе и, задав далее масштаб потенциалов α_U

$$U = \alpha_U H_t,\ U_i = \alpha_U H_i,\ U' = \alpha_U H_{t-\Delta t}, \qquad \text{(I, 54)}$$

обнаружим, что уравнения (I,51 и I,52) окажутся тождественными.

Таким образом, если собрать сетку сопротивлений по схеме Либмана и задать на концах «временны́х» сопротивлений значения потенциалов, соответствующие их распределению на известный предыдущий момент времени, то в узлах сопротивлений получаются значения потенциалов на расчетный момент времени, отличающийся от предыдущего на промежуток времени Δt.

Следовательно, при расчетах неустановившейся фильтрации по схеме Либмана следует после составления соответствующей сетки разбить расчетный период времени на несколько промежутков времени Δt и затем последовательно для каждого промежутка времени на концах «временны́х» сопротивлений задать значения потенциалов на предыдущий мо-

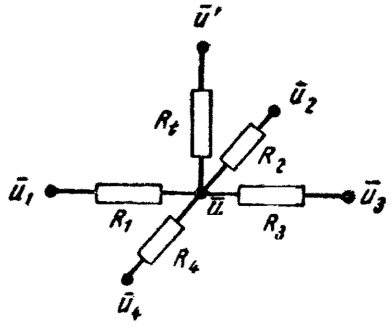


Рис. 6. Схема сетки Либмана

мент времени, а на границах — значения потенциалов на расчетный момент времени; при этом в узлах получатся значения потенциалов на расчетный момент времени (через Δt).

Величину Δt при неизменных (мгновенно изменяющихся) граничных условиях можно задавать равной $t/3$, т. е. достаточно весь период времени разбить на три промежутка; при переменных граничных условиях задание величины Δt следует устанавливать так, чтобы граничные условия были отображены на модели достаточно подробно (в пределах одного Δt графики изменения граничных условий должны достаточно точно заменяться прямой линией).

Сопоставление расчетов по схеме Либмана со строгими решениями для линейной и радиальных задач показало, что, если между границами помещать не менее четырех блоков, то при рекомендованном выше задании Δt обеспечивается точность расчетов порядка 5%.

Расчеты по схеме Либмана могут осуществляться не только на сеточном интеграторе, но и на сплошных моделях ЭГДА, причем в этом случае сопротивления могут изготавливаться из электропроводной бумаги (при изготовлении сопротивлений из бумаги следует только строго проверять ее электрическую однородность, стабильность сопротивлений в процессе моделирования и надежность контактов между отдельными листами).

Для решения плановых задач неустановившейся фильтрации на моделях ЭГДА из электропроводной бумаги аналогичная методика независимо от Либмана была предложена С. Н. Нумеровым [40]; применительно к электролитическим моделям ЭГДА она рассматривалась И. М. Тетельбаумом и Я. А. Ельметадом [55].

Развивая эти предложения, разработаем методику моделирования плановой неустановившейся фильтрации на бумажных моделях ЭГДА с подключением временных сопротивлений по сетке с шагом Δx через электроды радиуса r_c [1].

Для оценки погрешности, связанной с дискретным заданием временных сопротивлений на сплошной модели, сопоставим изменения уровня в неограниченном потоке при сплошном и дискретном задании временной производной $\frac{\partial H}{\partial t}$ в пределах одного шага Δt, считая неизменным суммарный баланс потока (при дискретном задании $\frac{\partial H}{\partial t}$ соответствующий ей расход Q_t подается по равномерной сетке с шагом Δx).

В силу всесторонней симметрии вместо сетки электродов в неограниченном потоке рассмотрим один электрод в квадрате размером Δx, окруженным непроницаемой границей. В этом случае повышение уровня H на расстоянии r от центра можно опреде-

[1] С. Н. Нумеров рекомендует задавать временные сопротивления наклеиванием на модель еще одного листа бумаги, но эта схема технически несовершенна.

лить, как для «бочки» радиусом $r_к = \frac{\Delta x}{\sqrt{\pi}} = 0{,}56\Delta x$, воспользовавшись решением Маскета [36], согласно которому при $\frac{at}{r_к^2} > 0{,}1$

$$H_r = \frac{Q_t}{2\pi T}\left[2\frac{at}{r_k^2} + \ln\frac{r_к}{r} - 0{,}75 + 0{,}5\left(\frac{r}{r_к}\right)^2\right]. \qquad \text{(I, 55)}$$

Но из условия неизменности общего баланса при сплошном и дискретном задании $\partial H/\partial t$

$$Q_t = \mu\frac{\Delta H}{\Delta t}\Delta x^2,$$

где ΔH — подъем уровня за время Δt при сплошном задании $\partial H/\partial t$. Тогда

$$H_r = H + \frac{\Delta H \Delta x^2}{2\pi a \Delta t}\left[\ln\frac{r_к}{r} - 0{,}75 + 0{,}5\left(\frac{r}{r_к}\right)^2\right], \qquad \text{(I, 55а)}$$

где H — средний напор в пределах блока.

Очевидно, что относительную разницу δ можно при этом оценить по формуле:

$$\delta = \frac{H_r - H}{\Delta H} = \frac{\Delta x^2}{a\Delta t} f(\bar{r});\ \bar{r} = \frac{r}{r_к}, \qquad \text{(I, 56)}$$

$$f(\bar{r}) = 0{,}366\lg\frac{1}{\bar{r}} - 0{,}12 + 0{,}08\bar{r}^2. \qquad \text{(I, 56а)}$$

Значения $f(\bar{r})$ можно найти по следующим данным:

$\bar{r}$	0,1	0,2	0,33	0,4	0,6	1,0
$f(\bar{r})$	0,25	0,14	0,06	0,04	—0,01	—0,04

Если исключить из замеров область вблизи скважины в радиусе $^1/_5\,\Delta x$, то максимальная ошибка $\delta_{макс}$ составит:

$$\delta_{макс} = 0{,}04\frac{\Delta x^2}{a\Delta t}.$$

Таким образом, если задавать

$$\frac{\Delta x^2}{a\Delta t} < 1 \div 2{,}5 \text{ или } \Delta x < (1 \div 1{,}5)\sqrt{a\Delta t}, \qquad \text{(I, 57)}$$

то ошибка за счет дискретности задания dH/dt не будет превосходить 5—10% от изменения уровня в данном блоке.

Специфичным в таком моделировании является то, что напоры в узловых точках не соответствуют среднему напору в пределах относящейся к ней площадки модели. Дополнительное фильтра-

ционное сопротивление $\Delta\Phi_c$, вызывающее такое несоответствие, определится согласно (I,55а):

$$\Delta\Phi_c = \frac{H_c - H}{Q_t} = \frac{1}{T} f_c, \qquad \text{(I, 58)}$$

$$f_c = 0{,}366 \lg \frac{r_к}{r_c} - 0{,}12, \quad r_к = 0{,}56\Delta x, \qquad \text{(I, 58а)}$$

где H_c — напор, соответствующий потенциалу на электроде, r_c — радиус электрода (разумеется, Δx и r_c при расчетах следует задавать в одном масштабе).

Значения f_c для характерных $\Delta x/r_c$ приведены ниже:

$\frac{\Delta x}{r_c}$	10	20	30	40
f_c	0,14	0,26	0,33	0,37

Поэтому, если фильтрационное временное сопротивление

$$\Phi_t = \frac{\Delta t}{\mu \Delta x^2},$$

то на модели его следует задавать меньшим на величину $\Delta\Phi_c$, т. е.

$$\Phi_{tm} = \Phi_t - \Delta\Phi_c = \frac{\Delta t}{\mu \Delta x^2} - \frac{1}{T} f_c. \qquad \text{(I, 59)}$$

Поскольку для планового потока масштаб сопротивлений на модели ЭГДА

$$\alpha_R = \frac{R}{\Phi} = \rho T,$$

где ρ — удельное сопротивление модели, то временное электрическое сопротивление R_t определяется по формуле:

$$R_t = \rho f_t, \quad f_t = \frac{a\Delta t}{\Delta x^2} - f_c. \qquad \text{(I, 59а)}$$

Если кроме того учесть сопротивление контакта электрода с моделью $\Delta\Phi_к = \frac{1}{T} \Delta f_к$, то выражение для f_t примет вид:

$$f_t = \frac{a\Delta t}{\Delta x^2} - f_c - \Delta f_к, \qquad \text{(I, 59б)}$$

причем в соответствии с опытными данными $\Delta f_к = 0{,}02$ при $r_c = 5$ *мм*, $\Delta f_к = 0{,}04$ при $r_c = 2{,}5$ *мм* и $\Delta f_к = 0{,}07$ при $r_c = 1{,}5$ *мм*.

Значение среднего потенциала в пределах блока U можно найти из следующих соотношений: согласно (I,54)

$$U = U_c - I_t \cdot \alpha_R \cdot \Delta\Phi_c = U_c - I_t \rho f_c, \qquad \text{(I, 60)}$$

где I_t — сила тока в блоке, соответствующая расходу Q_t, а рассматривая поток через временное сопротивление R_t, имеем:

$$I = \frac{U' - U_c}{R_t}, \qquad \text{(I, 60а)}$$

где U' — потенциал, задаваемый на конце временного сопротивления.

Подставляя I_t из (I,60а) в (I,60), найдем

$$\bar{U} = \bar{U}_c + (\bar{U}_c - \bar{U}')\frac{f_c}{f_t}. \qquad \text{(I, 61)}$$

При моделировании инфильтрации интенсивностью w к определяемой таким образом величине $\bar{U}$ следует добавлять величину $\Delta\bar{U}_w$, причем

$$\Delta\bar{U}_w = \alpha_U \frac{w}{\mu}\Delta t, \quad \alpha_U = \frac{\Delta\bar{U}}{\Delta H} \qquad \text{(I, 62)}$$

(α_U — масштаб относительных потенциалов).

Рекомендуется следующий порядок моделирования: а) выбирается шаг по времени Δt (из тех же соображений, которые сформулированы применительно к расчетам на сеточном интеграторе); б) определяется шаг временных сопротивлений Δx согласно (I,57); в) при выбранном диаметре электрода (лучше задавать $r_c = 0{,}3$—$0{,}5$ *см*) определяются временные электрические сопротивления; г) после устройства модели (оно проводится обычным путем) и подключения временных сопротивлений R_t на концах этих сопротивлений при расчете на первое Δt задаются потенциалы, соответствующие начальным напорам в этих блоках, и замеряются потенциалы $\bar{U}_c$ на электродах; д) по формуле (I,61) находятся средние потенциалы в пределах каждого блока, которые и задаются на концах временных сопротивлений для расчетов на следующие Δt и т. д.

Замеры потенциалов могут осуществляться в любой момент времени обычным путем; следует только помнить, что из замеров исключается зона вокруг электродов на расстоянии $^1/_5\,\Delta x$ — здесь потенциалы находятся интерполяцией.

Проведенная серия опытов показала, что ошибка при расчетах по рекомендуемой методике, как правило, не выходит за пределы 3—5%.

Глава II

МЕТОДИКА ПРОГНОЗА ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД НА ПРИБРЕЖНЫХ ТЕРРИТОРИЯХ

Результаты исследований по вопросам гидрогеологических расчетов подпора грунтовых вод, проведенных в основном советскими учеными, сведены в работах [1, 4, 17, 20, 23, 31]. Развивая эти исследования, возможно уже перейти к разработке достаточно простой и ясной методики прогноза подпора грунтовых вод, учитывающей основные достижения теоретических исследований.

§ 1. ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ РАСЧЕТОВ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД

В гидрологической литературе существуют довольно подробно разработанная методика расчетов установившегося подпора грунтовых вод для сравнительно несложных гидрогеологических условий (см., например, [31]). Вместе с тем в настоящее время все чаще и чаще изучение подпора приходится ставить как региональную задачу плановой фильтрации, когда подпор грунтовых вод захватывает большие территории с разнообразными гидрогеологическими условиями. При этом совершенно естественное применение и развитие для решения задач установившегося подпора приобретает метод ЭГДА (см., например, [4, 6, 26]), который является наиболее эффективным средством решения задач установившейся фильтрации [1].

При расчетах подпора сложные методические вопросы возникают обычно при учете внутренних источников питания водоносного горизонта и его неоднородности.

К внутренним источникам питания в данном случае относятся инфильтрация и подпитывание из подстилающих горизонтов через малопроницаемые слои. Сложность учета этих факторов определяется не только затруднениями в технике моделирования (а такие

[1] Применение метода конечных разностей и метода гидравлических аналогий для определения установившегося подпора, как правило, нерационально.

затруднения оказываются достаточно серьезными), но и неопределенностью количественной оценки инфильтрации и подпитывания. В связи с этим несомненный интерес представляет применение для расчетов подпора грунтовых вод метода сложения течения [6, 14], согласно которому результирующий поток, возникающий после подпора, получается наложением дополнительного потока (подпора), вызываемого изменениями уровней в реках (водоемах) по границам пласта, на естественный поток грунтовых вод. При этом дополнительный поток определяется уже без учета внутренних источников питания.

Этот прием является принципиально правильным в том случае, когда после создания подпора внутреннее питание грунтовых вод качественно и количественно не изменяется или когда его изменением практически можно пренебречь. В связи с этим рассмотрим расчетное уравнение плановой установившейся фильтрации (I,3), которое для напоров H_e естественного (установившегося) потока будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 H_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_e}{\partial y^2} + \frac{w}{T} = 0. \qquad \text{(II, 1)}$$

Если вычесть уравнение (II,1) из уравнения (I,4), то получим уравнение

$$\frac{\partial^2 (H - H_e)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (H - H_e)}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial (H - H_e)}{\partial t}, \qquad \text{(II, 2)}$$

в котором расчетной функцией является величина подпора $\Delta H = H - H_e$ относительно естественного потока и отсутствует инфильтрация.

Если же площадное питание в процессе подпора изменяется, то при определении подпора, пользуясь методом сложения течений, в расчет следует вводить разность питания после и до подпора.

Вместе с тем применение метода сложения течений принципиально не исключает необходимости учета фильтрационной неоднородности водоносного пласта в плане, хотя в некоторых случаях и смягчает ее влияние. Это положение можно проиллюстрировать на двух примерах определения подпора в напорном пласте.

В первом примере (рис. 7, *а*) на верховой границе пласта будем считать заданным постоянный расход фильтрационного потока. В этом случае величина подпора и для однородного, и для неоднородного пласта будет постоянной по всей его длине, так что в этих условиях дополнительный поток может определяться без учета фильтрационной неоднородности пласта.

Во втором примере (рис. 7,*б*) на верховой границе пласта будем считать заданным постоянный напор. В этом случае величина подпора для однородного пласта будет меняться вдоль потока по линейному закону от предельной величины до нуля. Если этот подпор (дополнительный поток) наложить на начальный поток,

то результирующий поток окажется неверным, причем полученная ошибка может носить даже качественный характер (рис. 7,*б*). В тех случаях, когда неоднородность потока может повлиять на величину подпора грунтовых вод, необходимо учитывать ее при моделировании дополнительного потока. Это обстоятельство требует более осторожного применения метода наложения течений для учета естественного потока; в каждом случае его применения следует внимательно проанализировать возможное влияние неоднородности потока, особенно если она недостаточно изучена и не может быть непосредственно учтена в расчетах.

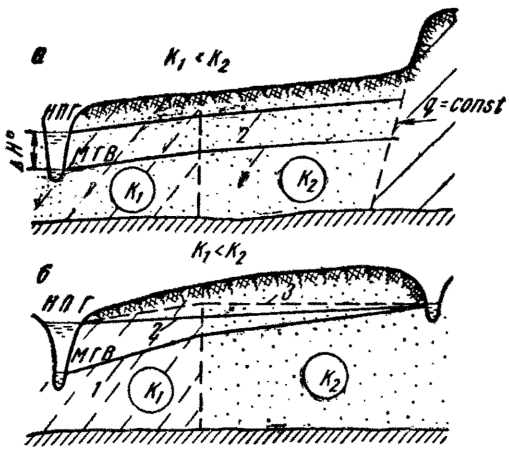


Рис. 7. Характер подпора грунтовых вод:
а — при постоянном расходе на верховой границе; *б* — при постоянном напоре на верховой границе; *1* — кривая депрессии до подпора; *2* — действительная кривая депрессии после подпора; *3* — кривая депрессии, подсчитанная по методу сложения течений без учета неоднородности пласта

§ 2. ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ РАСЧЕТОВ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД

Вопросам расчетов развития подпора грунтовых вод во времени уделено значительное внимание в отечественной и частично в зарубежной литературе. Так, например, рассмотрены общие положения расчетов неустановившегося подпора [1, 27, 32], разработаны эффективные приемы расчетов подпора аналитическими методами [1, 20, 32, 33], с помощью конечноразностных уравнений [1, 17], на гидравлическом интеграторе [7, 18, 21, 23, 30] и щелевом лотке [3, 19, 20].

При расчетах неустановившегося подпора грунтовых вод следует прежде всего иметь в виду, что характер развития подпора во времени, как правило, определяется с гораздо меньшей точностью, чем величина установившегося подпора, ибо время формирования подпора находится соответственно в прямой и обратной зависимости от коэффициента недостатка насыщения и коэффициента фильтрации, практическая точность определения которых (особенно на больших территориях) сравнительно невелика.

При расчетах неустановившегося подпора в большей степени, чем при расчетах установившегося подпора, справедлив сделанный выше (§ 2, гл. I) *вывод о выборе в качестве расчетной функции напора H, что соответствует линеаризации уравнения неустановившейся фильтрации по первому способу* (§ 2, гл. I). Аналогичный

вывод для такого рода задач сделан С. Ф. Аверьяновым [20]. Такая же постановка принимается обычно и в зарубежных работах [36, 37, 38].

Рассмотрим прежде всего решения для определения подпора в одномерном потоке с постоянной проводимостью пласта, когда дифференциальное уравнение подпора ΔH имеет вид:

$$a\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2}=\frac{\partial(\Delta H)}{\partial t}. \qquad (II,3)$$

Наибольший интерес с точки зрения определения подпора грунтовых вод имеют решения уравнения (II,3) при мгновенном и линейном изменениях уровня на границах пласта.

При мгновенном изменении уровня воды на границе $x=0$ в момент времени $t=0$ на величину ΔH^0 общее выражение для подпора можно представить в виде:

$$\Delta H=\Delta H^0F(x,t). \qquad (II,4)$$

При линейном изменении уровня воды на границе $x=0$ со скоростью v общее выражение для подпора можно представить в виде:

$$\Delta H=vtF_v(x,t). \qquad (II,5)$$

Вид функций $F(x, t)$ и $F_v(x, t)$ определяется характером границ пласта и для типовых условий приведен в табл. 1, где приведены также выражения для градиента напора I_0 в сечении $x=0$ для случая мгновенного изменения уровня на границе $x=0$ (I_e — уклон естественного потока при $x=0$). При составлении табл. 1 широко использовались материалы исследований Н. Н. Веригина [1].

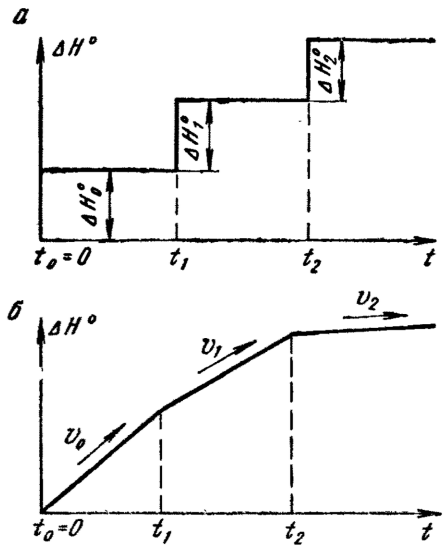


Рис. 8. Графики изменения уровня на границе:
а — ступенчатый, *б* — ломаный

Пользуясь принципом сложения течений, можно получить достаточно общие решения для ступенчатого (рис. 8,*а*) и ломаного (рис. 8,*б*) графиков изменения уровня на границе $x=0$[1]. Так, для ступенчатого графика в пределах n-ной ступеньки ($t_{n-1}\leqslant t\leqslant t_n$)

$$\Delta H=\sum_{i=0}^{n-1}\Delta H_i^0F(x,t-t_i), \qquad (II,6)$$

[1] Такого рода методика для расчетов подпора грунтовых вод впервые была применена Н. Н. Веригиным [1, 9].

Выражение для функции $F(x, t)$; $F_v(x, t)$; относительного

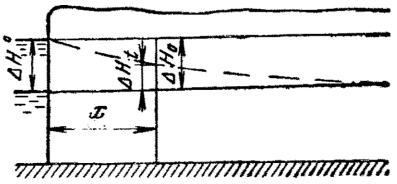
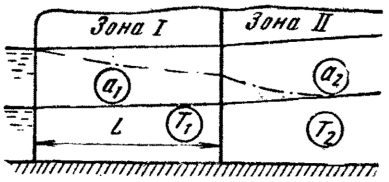
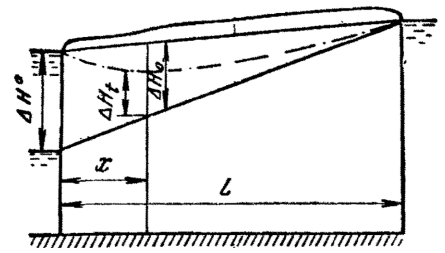
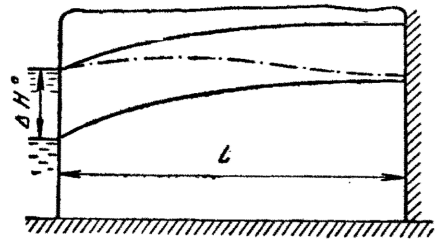
Схемы потоков	$F(x, t)$
	Полуограниченный поток, $\operatorname{erfc}\lambda = 1 - \Phi(\lambda);\ \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}};$ $\Phi(\lambda)$ — интеграл ошибок. Значения $\operatorname{erfc}\lambda$ определяют по таблице, приведенной в прилож. 1 [1, 13, 28]
	Полуограниченный поток, В зоне I $\operatorname{erfc}\lambda + \frac{1-\chi}{1+\chi}\Delta F;$ $\chi = \frac{k_1}{k_2}\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$ Значения ΔF определяют по графику (рис. 9) В зоне II $\frac{2\chi}{1+\chi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\frac{1-\chi}{1+\chi}\right)^{n-1}\operatorname{erfc}\lambda_n\right]$ $\lambda_n = \frac{x-L}{2\sqrt{a_2 t}} + \frac{(2n-1)L}{2\sqrt{a_1 t}}$

Таблица 1

подпора ε_t и градиента потока I_0 (в сечении $x = 0$)

$F_v(x, t)$	ε_t	I_0
однородный по длине $R(\lambda) = (1 + 2\lambda^2)\operatorname{erfc}\lambda - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\lambda e^{-\lambda^2}$ Значения $R(\lambda)$ определяют по таблице, приведенной в прилож. 2 [1, 9]	$F(x, t)$	$I_e - \frac{\Delta H^0}{\sqrt{\pi a t}}$
неоднородный по длине В зоне I $R(\lambda) + \frac{1-\chi}{1+\chi}\Delta R'$ $\Delta R' = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-\chi}{1+\chi}\right)^{n-1}[R(\lambda_n') - R(\lambda_n'')]$, $\lambda_n' = \frac{2nL + x}{2\sqrt{a_1 t}}$; $\lambda_n'' = \frac{2nL - x}{2\sqrt{a_1 t}}$ В зоне II $\Delta R'' = \frac{2\chi}{1+\chi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-\chi}{1+\chi}\right)^{n-1} R(\lambda_n)$	$F(x, t)$	

Схемы потоков	$F(x, t)$
	Ограниченный поток с постоянным $F_0\left(\frac{x}{L};\ \tau\right) = 1 - \frac{x}{L} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}e^{-\pi^2 n^2 \tau}\sin\frac{n\pi x}{L},$ $\tau = \frac{at}{L^2}$ Значения F_0 определяют по графику (рис. 10)
	Ограниченный поток с непроницае $F_0'\left(\frac{x}{L};\ \tau\right) = F_0\left(\frac{x}{2L};\ \frac{\tau}{4}\right) + F_0\left(1 - \frac{x}{2L};\ \frac{\tau}{4}\right)$ Значения $F_0'(\bar{x};\ \tau) = \varepsilon_t(\bar{x};\ \lambda)$ определяют по графику (рис. 12, *б*)

а для ломаного графика в пределах n-ного участка $(t_{n-1} \leqslant t \leqslant t_n)$

$$\Delta H = \sum_{i=0}^{n-1} (v - v_i)(t - t_i) F_v(x, t - t_i). \qquad \text{(II, 7)}$$

Для ограниченного потока с меняющимися уровнями воды на низовой и верховой границах следует подсчитать подпор от изменения уровня воды на каждой границе в отдельности и сложить полученные значения.

Более сложные решения получаются, естественно, для планового потока, когда уравнение подпора имеет вид:

$$\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \Delta H}{\partial t}. \qquad \text{(II, 8)}$$

Продолжение табл. 1

$F_v(x, t)$	ε_t	I_e
уровнем на верховой границе $R_0\left(\frac{x}{L};\ \tau\right) =$ $= \frac{L-x}{L}\left(1 - \frac{2\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2}}{6\tau}\right) +$ $+ \frac{1}{\pi^3\tau}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^3}\sin\frac{n\pi x}{L}\,e^{n^2\pi^2\tau}$ Значения $R_0\left(\frac{x}{L};\tau\right)$ определяют по графику (рис. 11)	$\frac{L}{L-x}F_0\left(\frac{x}{L};\ \tau\right)$ Для определения величины ε_t можно пользоваться графиком (рис. 12)	При $\tau < 0{,}15$ $I_e - \frac{\Delta H^0}{\sqrt{\pi a t}}$ При $\tau > 0{,}15$ $I_e - \frac{\Delta H^0}{L}(1+e^{-\frac{\pi^2\tau}{4}})$
мой верховой границей $R_0'\left(\frac{x}{L};\ \tau\right) =$ $= R_0\left(\frac{x}{2L};\ \frac{\tau}{4}\right) +$ $+ R_0\left(1 - \frac{x}{2L};\ \frac{\tau}{4}\right)$	$F(x, t)$	При $\tau < 0{,}2$ $I_e - \frac{\Delta H^0}{\sqrt{\pi a t}}$ При $\tau > 0{,}2$ $I_e - 2\frac{\Delta H^0}{L}e^{-\frac{\pi^2\tau}{4}}$

Для уравнения (II,8) известен небольшой класс решений.

Так, для угловой области фильтрации (см. схему III,*а*, рис. 1) при мгновенном изменении уровня на границах $x=0$ и $y=0$ на величину ΔH^0 подпор на расстоянии x и y от границ пласта, как это показано Н. Н. Кочиной, будет

$$\Delta H = \Delta H^0[1 - \Phi(\lambda_x)\cdot\Phi(\lambda_y)];\ \lambda_x = \frac{x}{2\sqrt{at}},\ \lambda_y = \frac{y}{2\sqrt{at}}, \quad \text{(II, 9)}$$

где $\Phi(\lambda)$ — интеграл ошибок.

Аналогичным образом можно составить решение для прямоугольника со сторонами L_x по оси x и L_y по оси y, причем на сторонах, расположенных по осям x и y, уровень в момент времени t мгновенно меняется на величину ΔH^0, а две другие стороны остаются непроницаемыми. В этом случае:

$$\Delta H = \Delta H^0 \{1 - [1 - \varepsilon_t(\bar{x}, \lambda_x)][1 - \varepsilon_t(\bar{y}, \lambda_y)]\}, \qquad \text{(II, 10)}$$

где $\bar{x} = \frac{x}{L_x}$; $\bar{y} = \frac{y}{L_y}$; $\lambda_x = \frac{x}{2\sqrt{at}}$; $\lambda_y = \frac{y}{2\sqrt{at}}$, (II, 10а)

а $\varepsilon_t = F_0'$ определяется по графику рис. 12,*б*.

Решение для обходного фильтрационного потока (рис. 13,*а*), когда на верховой границе $y=0$ и $x>0$ уровень воды мгновенно изменяется на величину ΔH^0, а на границе $y=0$ и $x<0$ уровень

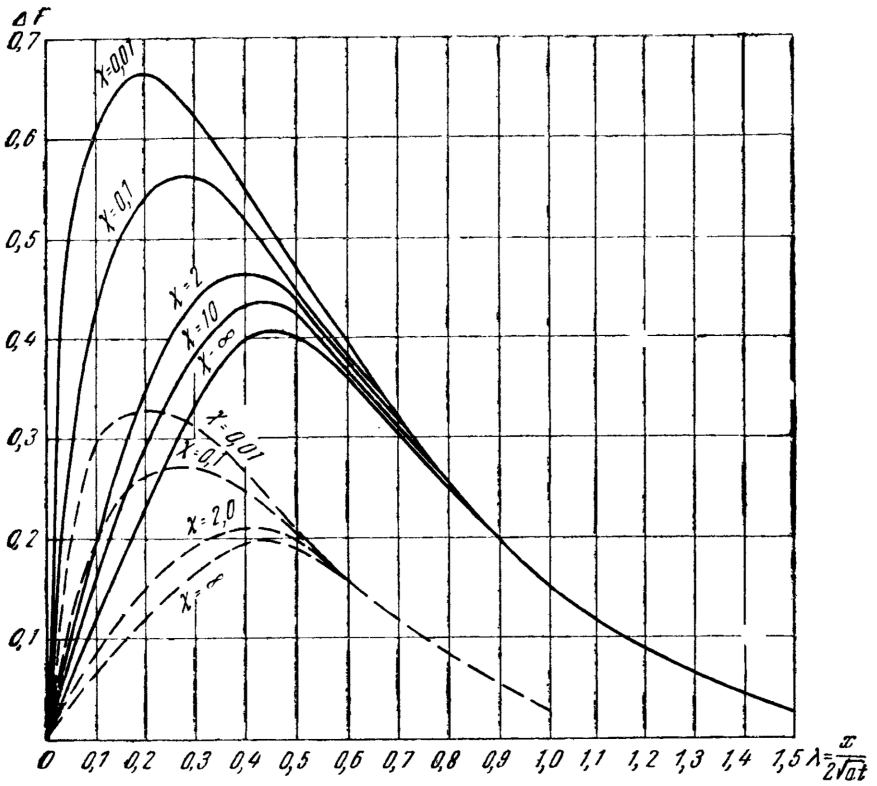


Рис. 9. График функции ΔF: сплошные линии при $x=L$, пунктирные при $x=0{,}5\ L$ [34]

остается неизменным ($\Delta H^0=0$), рассмотрено Н. Н. Веригиным [11]. Согласно этому решению

$$\Delta H = 0{,}5\Delta H^0 [1 - \Phi(\lambda) + B(\lambda, \theta)]. \qquad \text{(II, 11)}$$

График функции $B(\lambda, \theta)$ приведен на рис. 13,*б*.

Н. Н. Веригиным [11] проанализированы и несколько более сложные схемы обходного потока, которые непосредственно полу-

чаются из приведенной простейшей схемы методом сложения течений.

Для рассмотренных плановых задач методом сложения течений можно получить решения и при ступенчатом и ломаном графиках изменения уровней на границах аналогично тому, как это

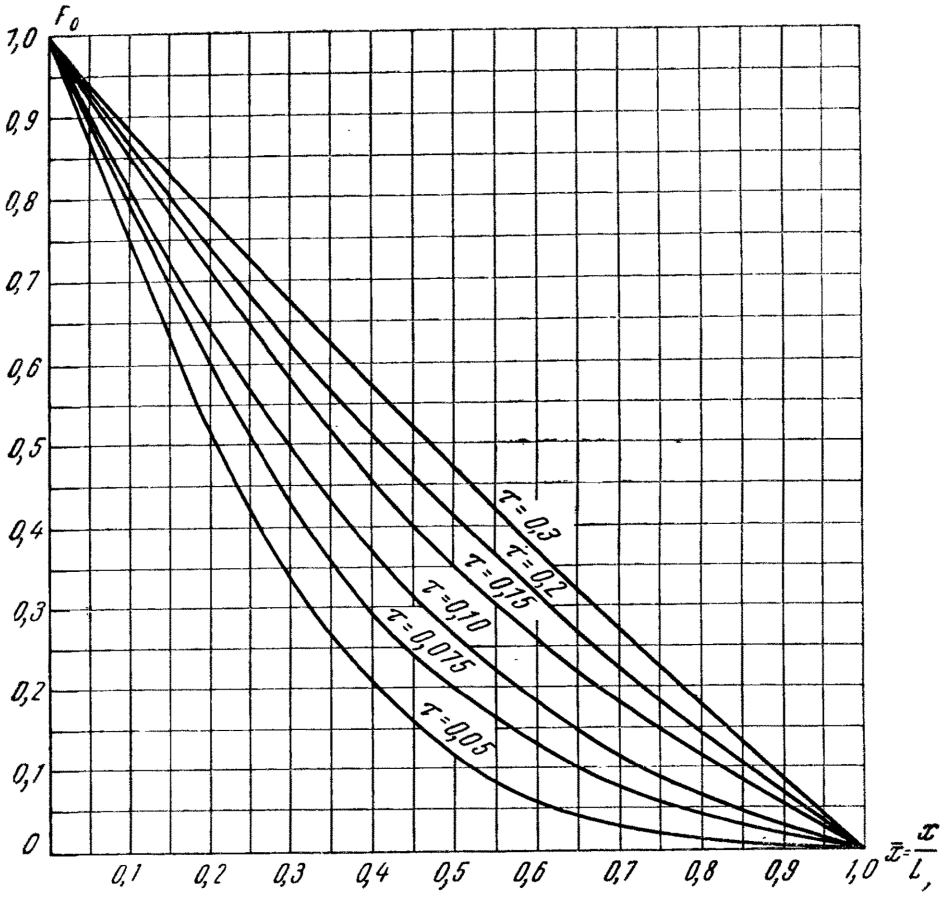


Рис. 10. График функции F_0 $(\bar{x}, \tau)$ [13]

было сделано выше применительно к решению линейных в плане задач.

Имея в виду, что потребная и возможная точность оценки изменения уровня подземных вод во времени существенно ниже точности определения установившегося подпора, целесообразно при сравнительно сложных граничных условиях расчет неустановившегося подпора ΔH_t производить по формуле:

$$\Delta H_t = \varepsilon_t \cdot \Delta H, \qquad \text{(II, 12)}$$

где ΔH — установившийся подпор, определяемый по данным моделирования методом ЭГДА; ε_t — величина относительного (во времени) подпора, которую можно определять при сравнительно грубой схематизации, приводя поток к ограниченному одномерно-

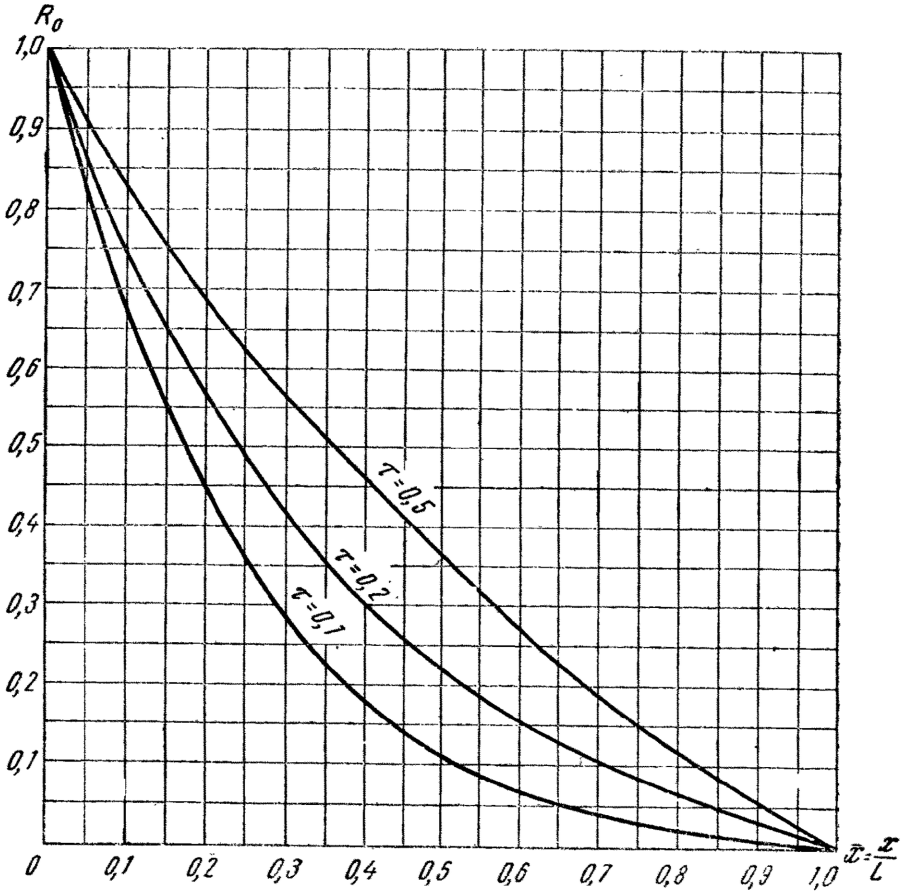


Рис. 11. График функции R_0 (x, τ)

му (при этом можно воспользоваться методом «недеформируемых линий тока») и используя рекомендации табл. 1 и графики рис. 12. Поскольку развитие подпора представляет интерес для сравнительно больших периодов времени, то эти рекомендации приведены для случая мгновенного изменения уровня на границе.

Несложно найти также значения относительного подпора при

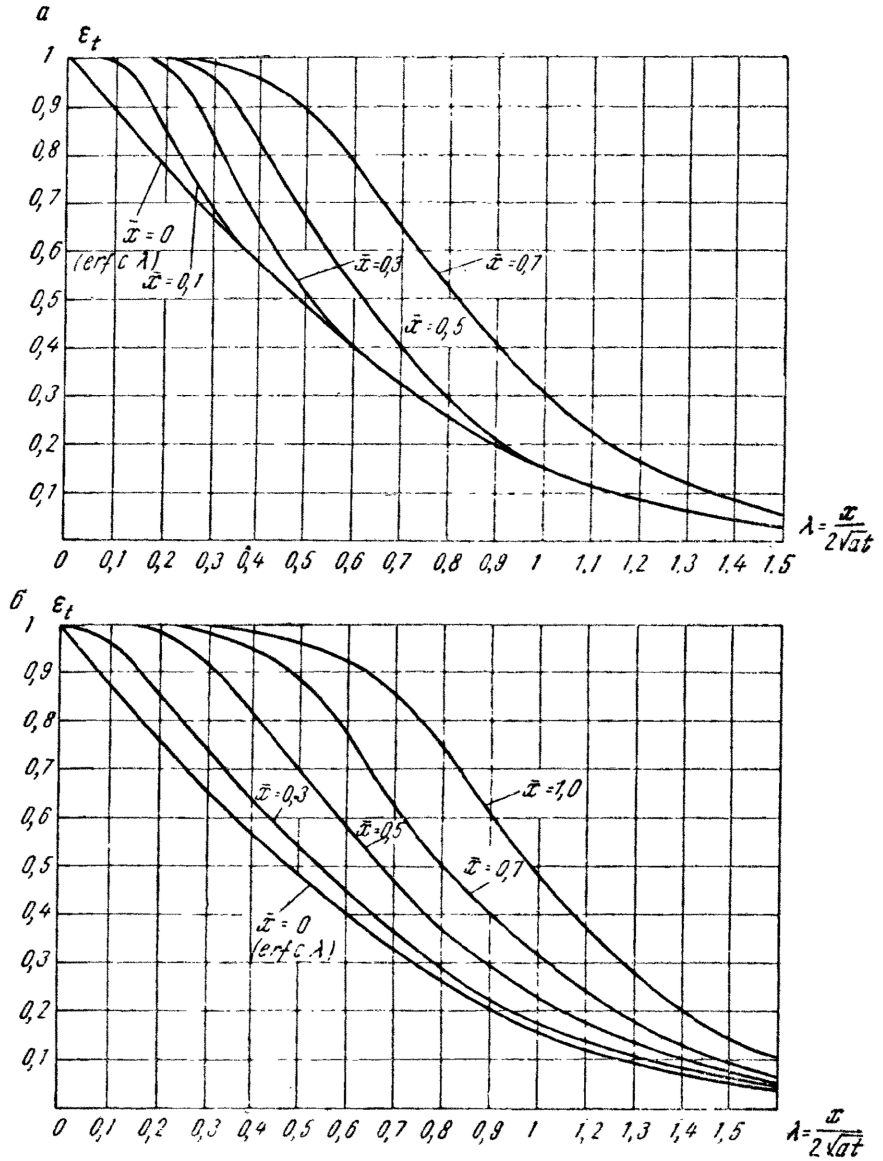


Рис. 12. Графики относительного подпора грунтовых вод ε_t:
а — в потоке с постоянным напором на верховой границе, *б* — в потоке с непроницаемой верховой границей [14] при $\bar{x}=x/L$

ступенчатом изменении уровней на границах, определив ΔH_t по уравнениям (II,6) и (II,7). Для ограниченного потока при изменении уровней на границах $x=0$ (ΔH^0) и $x=L$ ($\Delta H'$) можно считать

$$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_t^0 \Delta H_x^0 + \varepsilon_t' \Delta H_x'}{\Delta H_x^0 + \Delta H_x'}, \quad \Delta H_x^0 = \Delta H^0 (1 - \bar{x}), \quad \Delta H_x' = \Delta H' \cdot \bar{x},$$

$$\Delta H = \Delta H^0 \left(1 - \bar{x}\right) + \Delta H' \bar{x}, \; \bar{x} = \frac{x}{L}, \qquad \text{(II, 13)}$$

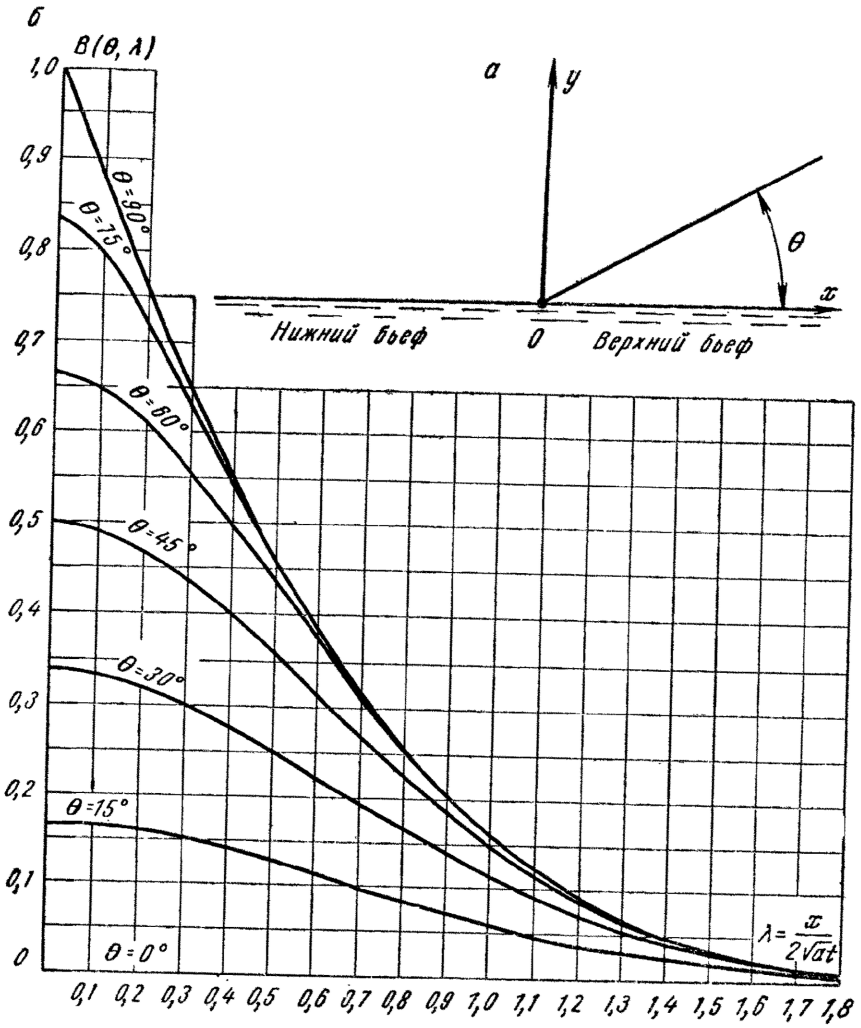


Рис. 13. К расчету обходного потока на плоскости при точечном примыкании сооружения:
а — область обходного потока, *б* — график функции

где ε_t^0 и ε_t' определяются по графику рис. 12,*а*, причем при расчете ε_t' заменяется x на $L-x$ и $\bar{x}$ — на $1-x$.

Для зоны обходной фильтрации относительный подпор ε_t можно подсчитать как для линейной задачи, принимая в качестве расстояния x кратчайшее расстояние от области подпора x_0. В частности, для полуограниченного потока (см. рис. 13)

$$\varepsilon_t = \operatorname{erfc}\left(\frac{x_0}{2\sqrt{at}}\right), \qquad \text{(II, 14)}$$

причем в зоне верхнего бьефа $x_0=x$, а в зоне нижнего бьефа $x_0=\sqrt{x^2+y^2}$.

Для обоснования этого приема было проведено его численное сопоставление с решением Н. Н. Веригина для трех лучей верхового ($\theta=45°$), среднего ($\theta=90°$) и низового ($\theta=135°$), имея в виду, что в условиях установившейся фильтрации и подпор на этих лучах будет равен соответственно $^3/_4$, $^1/_2$ и $^1/_4$ от подпора в реке.

Для верхового луча

	$\frac{x}{2\sqrt{at}}$	0	0,1	0,25	0,5	0,7	1,0
ε_t	По Н. Н. Веригину	1,0	0,92	0,76	0,56	0,39	0,20
	По формуле (II, 14)	1,0	0,89	0,72	0,48	0,32	0,16

Для среднего луча расчеты по формуле (II,14) строго соответствуют решению Н. Н. Веригина.

Для низового луча

	$\frac{x}{2\sqrt{at}}$	0	0,1	0,25	0,5	0,7	1,0
ε_t	По Н. Н. Веригину	1,0	0,79	0,52	0,23	0,10	0,025
	По формуле (II, 14)	1,0	0,84	0,62	0,32	0,16	0,045

Результаты сопоставления свидетельствуют об удовлетворительной точности предлагаемого приема, при пользовании которым предельная ошибка оказывается 8—10%.

При неоднородном сложении ложа реки (водохранилища) на величину подпора и особенно на характер его развития во времени значительное влияние может оказывать сопротивление ложа реки (водохранилища), которое, как это показано выше (§ 4, гл. I), удобно оценивать удлинением потока на величину ΔL. В условиях неустановившейся фильтрации величина ΔL зависит от времени, хотя зависимость эта заметно проявляется лишь в начальный период развития подпора, когда поток следует удлинять

на величину ΔL_t, зависящую от параметра $\gamma=\frac{\sqrt{at}}{\Delta L}$ (ΔL — значение, соответствующее установившейся фильтрации, а ΔL_t — неустановившейся фильтрации). Для определения ΔL_t можно пользоваться графиком (рис. 14), построенным для случаев мгновенного и параболического изменений уровня на границе полуограниченного потока; при $\gamma>1{,}5$ можно считать $\Delta L_t=\Delta L$.

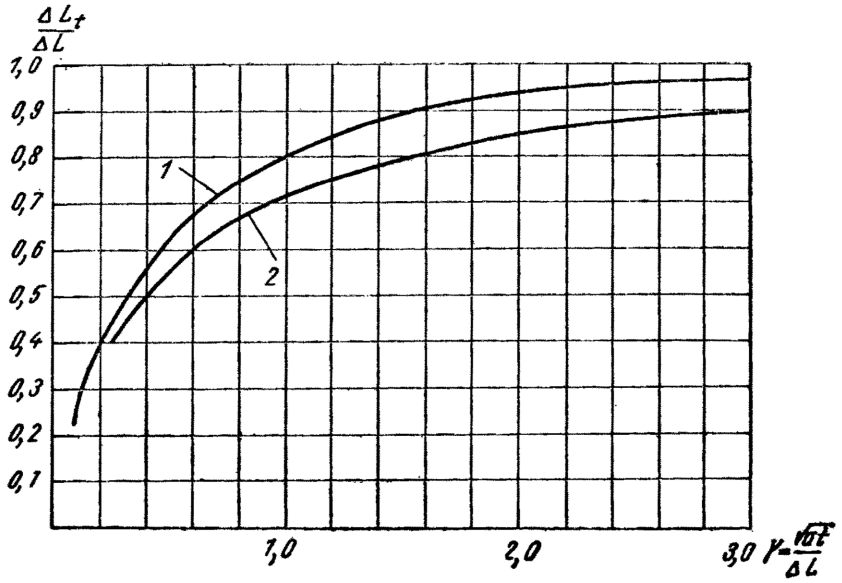


Рис. 14. График для оценки зависимости величины ΔL от времени:
1 — при мгновенном изменении уровня на границе, *2* — при параболическом изменении уровня на границе ($\Delta H^0=\alpha\sqrt{t}$)

Для оценки применимости предлагаемого приема проведем сопоставление аналитических расчетов с расчетами на гидравлическом интеграторе В. С. Лукьянова, выполненными М. А. Вевноровской, для неустановившегося подпора при фильтрации из водоема, расположенного на однородном ложе (рис. 15), когда величина ΔL определяется [33] формулой:

$$\Delta L = 0{,}44\, m + 0{,}08\,\frac{B^2}{m}. \qquad \text{(II, 15)}$$

Расчеты производились при $k=4$ *м/сут*, $\mu_0=0{,}1$, $m=200$ *м*, $B=200$ *м*, причем до начала подпора имел место естественный поток к водоему с погонным расходом $q_0=3{,}05$ *м²/сут*, а в момент $t=0$ произошло мгновенное изменение уровня в водоеме от $h_1=205$ *м* до $h_2=215$ *м*.

Согласно (II,15)

$$\Delta L = 0{,}44\cdot 200 + 0{,}08\,\frac{200^2}{200} = 104 \text{ м}.$$

Расчет подпора производился по формуле:

$$h^2 = h_0^2 + (h_2^2 - h_1^2)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{x + \Delta L_t}{2\sqrt{at}}\right),$$

где

$$a = \frac{k(h_1 + h_2)}{2\mu},$$

причём величина ΔL_t определялась по графику (см. рис. 14) при $\Delta L = 104$ *м*.

В табл. 2 приведены данные расчетов уровней воды аналитическим путем и на гидравлическом интеграторе на начальный момент времени ($t = 0$) на два характерных момента неустановившегося подпора, на расстояниях x от уреза водохранилища, причем за нуль отсчета уровней воды принималась отметка дна водоема.

Таблица 2

Сопоставление уровней потока, рассчитанных аналитическими методами и на гидроинтеграторе

Способ расчета	t, *сут*	Расстояние от водоема до расчетной точки x, *м*				
		75	125	175	300	500
Аналитический	0	5,6	5,8	6,0	6,4	7,2
На гидроинтеграторе	0	5,6	5,8	6,0	6,5	7,2
Аналитический	10	12,4	11,8	11,2	9,9	8,7
На гидроинтеграторе	10	12,6	11,7	11,0	9,6	8,8
Аналитический	100	14,6	14,4	14,3	14,0	13,7
На гидроинтеграторе	100	14,6	14,4	14,3	14,1	13,7

Как видно, сопоставление дает положительные результаты.

В сложных гидрогеологических условиях, когда требуется повышенная точность, целесообразно применять для расчетов развития подпора во времени конечно-разностные уравнения и гидравлический интегратор В. С. Лукьянова.

Методика расчетов подпора грунтовых вод с применением конечно-разностных уравнений обстоятельно изложена Н. Н. Биндеманом [1]. К этому следует добавить только конечно-разностное уравнение для первого блока, расположенного вблизи водоема (реки, водохранилища), где следует учесть сопротивление ложа водоема удлинением потока на величину ΔL. В этом случае изменение уровня ΔH_1 в первом блоке, центр

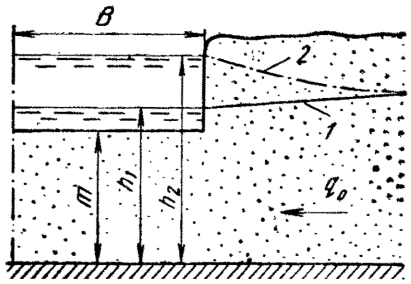


Рис. 15. Схема неполной врезки водоема при однородном строении ложа:
1 — начальная кривая депрессии; *2* — кривая депрессии в расчетный момент времени t

которого располагается на расстоянии Δx_1 от уреза водохранилища, определяется уравнением:

$$\Delta H_1 = \frac{a\Delta t}{2\Delta x_1}\left(\frac{H_0 - H_1}{\Delta x_1 + \Delta L} - \frac{H_1 - H_2}{\Delta x_2}\right) + \frac{w}{\mu}\Delta t, \qquad \text{(II, 16)}$$

где Δx_1 — расстояние от уреза воды в водоеме до центра первого блока; Δx_2 — расстояние между центрами первого и второго блоков; H_0, H_1 и H_2 — уровни воды соответственно в водоеме, в центрах первого и второго блоков.

При равномерной разбивке $\Delta x_1 = 0{,}5\,\Delta x$, $\Delta x_2 = \Delta x$ и

$$\Delta H_1 = \frac{a\Delta t}{\Delta x^2}\left(\frac{H_0 - H_1}{0{,}5 + \frac{\Delta L}{\Delta x}} + H_2 - H_1\right) + \frac{w}{\mu}\Delta t. \qquad \text{(II, 16а)}$$

Методика расчетов подпора грунтовых вод на гидравлическом интеграторе достаточно подробно разобрана в ряде работ [7, 18, 21, 23, 25].

Заметим только, что при определении фильтрационного сопротивления между водоемом и примыкающим к нему блоком следует учитывать сопротивление ложа водоема, добавляя к расстоянию от уреза воды в водоеме до центра блока величину ΔL.

§ 3. ВЛИЯНИЕ ИНФИЛЬТРАЦИИ ИЛИ ИСПАРЕНИЯ НА ПОДПОР ГРУНТОВЫХ ВОД

При изучении режима грунтовых вод в естественных условиях и особенно при решении мелиоративных задач возникает необходимость оценки подпора грунтовых вод при возникновении или интенсификации инфильтрационного питания.

Методика составления расчетных зависимостей для такого рода задач наиболее подробно разобрана П. Я. Полубариновой-Кочиной [28, 29] и С. Ф. Аверьяновым [20].

Для схем неограниченного и полуограниченного потока общую зависимость для определения подпора ΔH, возникающего через время t после наложения инфильтрации, можно представить в следующем виде:

$$\Delta H = \frac{wt}{\mu} F_w\left(\tau \cdot \frac{x}{B}\right), \quad \tau = \frac{at}{B^2}. \qquad \text{(II, 17)}$$

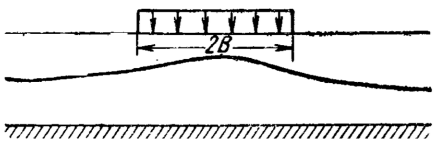
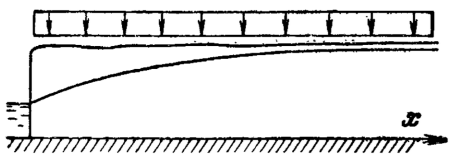
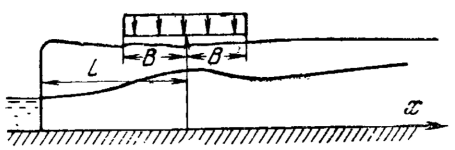
Выражения для безразмерной функции инфильтрационного подпора F_w для некоторых случаев представлены в табл. 3.

При выводе зависимостей для инфильтрационного подпора при наличии сплошной зоны инфильтрации может быть использовано следующее преобразование линеаризированного уравнения неустановившейся фильтрации (I,4), которое для этих задач впервые применено Аверьяновым [20]. Введем функцию U, связанную с H формулой:

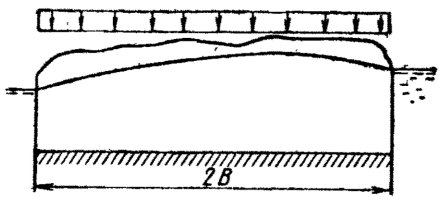
$$U = H - \frac{w}{\mu}t. \qquad \text{(II, 18)}$$

Таблица 3

Расчетные зависимости для определения подпора при инфильтрации

Схема потоков	Выражение для функции F_w
	Неограниченный поток (полосовая инфильтрация) В середине полосы инфильтрации $F_w = F_{w0}(\tau) = \Phi\left(\frac{1}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} e^{-\frac{1}{4\tau}} - \frac{1}{2\tau}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\tau}}\right)$; $\tau = \frac{at}{B^2}$ (таблица функции F_{w0} приведена в работе [20] и прилож. 3). В любой точке на расстоянии x от середины полосы инфильтрации при $x < B$ $F_w = F_{wx} = F_{w0}(\tau'_x) + F_{w0}(\tau''_x)$; $\tau'_x = \frac{at}{(B+x)^2}$, $\tau''_x = \frac{at}{(B-x)^2}$, при $x > B$ $F_w = F_{wx} = F_{w0}(\tau'_x) - F_{w0}(\tau''_x)$.
	Полуограниченный поток (сплошная инфильтрация) $F_w = R_w(\lambda) = 1 - R(\lambda)$; $\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}$. Функция $R(\lambda)$ определяется по таблице в прилож. 2 (начало координат принято на границе пласта)
	Полуограниченный поток (полосовая инфильтрация) $F_w = F_{wx}\left(\tau, \frac{x}{B}\right) - F_{wx}\left(\tau, \frac{2L-x}{B}\right)$ (начало координат принято в середине зоны инфильтрации)

Продолжение табл. 3

Схема потоков	Выражение для функции F_w
	Ограниченный поток — (сплошная зона инфильтрации) $F_w = \frac{1-\bar{x}^2}{2\tau} - \frac{4}{\pi^3\tau} \times \times \sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3} \times \times \cos\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1) \times \times \exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\tau\right]; \quad \bar{x} = \frac{x}{B}$

Тогда уравнение (I,4) примет вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial U}{\partial t}, \qquad \text{(II, 19)}$$

соответствующий случаю отсутствия инфильтрации. Таким образом, при наличии сплошной зоны постоянной инфильтрации, введя функцию U, можно свести задачу к случаю отсутствия инфильтрации, причем граничные условия для функции U определятся соотношением (II,18).

Для ограниченного потока при наличии сплошной зоны инфильтрации величины инфильтрационного подпора удобнее определять следующими зависимостями:

в середине потока (по С. Ф. Аверьянову, [20]):

$$\Delta H = \frac{wB^2}{2T}[1 - \varphi_w(\tau)], \quad \tau = \frac{at}{B^2}, \qquad \text{(II, 20)}$$

где φ_w — функция, определяемая по таблице, приведенной в прилож. 4; в любой точке на расстоянии x от середины пласта приближенно можно считать:

$$\Delta H = \frac{wB^2}{2T}\left(1 - \bar{x}^2 - \varphi_w \cos\frac{\pi\bar{x}}{2}\right). \qquad \text{(II, 21)}$$

При переменной во времени инфильтрации можно заменить действительный график инфильтрации ступенчатым и воспользоваться далее методом сложения течений. Если, например, в тече-

нии времени t_1 была интенсивность инфильтрации w, а затем она мгновенно изменилась до величины w_1, то при $t>t_1$

$$\Delta H = \frac{wt}{\mu} F_w\left(\tau_w, \frac{x}{B}\right) + \frac{w_1 - w}{\mu}(t - t_1) \cdot F_w\left(\tau_w - \tau'_w, \frac{x}{B}\right),$$

$$\tau'_w = \frac{at_1}{B^2}, \qquad \text{(II, 22)}$$

т. е. действие добавочной инфильтрации w_1—w накладывается на действие предыдущей инфильтрации с запаздыванием на время t_1. Зависимости для третьей и дальнейших ступеней можно построить по аналогии с построением зависимости (II,22).

Если подпор происходит и за счет наложения инфильтрации и за счет колебаний уровней на границах, то следует подсчитать величины подпора от действия каждого из факторов в отдельности, а затем сложить полученные значения со своими знаками.

При наличии испарения задачи решаются так же, как и при инфильтрации (с изменением знака w), если испарение принимается не зависящим от глубины потока z. При учете этой зависимости дифференциальное уравнение несколько усложняется. В частности, для линейного в плане установившегося потока с постоянной проводимостью оно принимает вид:

$$T\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = w(z), \qquad \text{(II, 23)}$$

где z — глубина потока от поверхности земли, в каждой точке линейно связанная с H. С. Ф. Аверьянов получил решение уравнения (II,23) при степенной зависимости w от z вида (I,1) для полуограниченного пласта и поверхности земли, совпадающей с уровнем воды в канале. В этом случае глубина потока z на расстоянии x от канала определяется уравнениями:

при $n=1$

$$z = z_к(1 - e^{-\bar{x}}), \quad \bar{x} = x\sqrt{\frac{w_0}{Tz_к}}; \qquad \text{(а)}$$

при $n=2$

$$z = z_к\left[1 - \frac{1}{(1 + 0{,}41\bar{x})^2}\right]; \qquad \text{(б) (II, 24)}$$

при $n=3$

$$z = \frac{z_к}{1 + \frac{\sqrt{2}}{\bar{x}}}. \qquad \text{(в)}.$$

Удельный расход потока q_0 при $x=0$ будет

$$q_0 = \alpha\sqrt{Tw_0z_к}, \qquad \text{(II, 25)}$$

где $\alpha=1$ при $n=1$; $\alpha=0{,}812$ при $n=2$ и $\alpha=0{,}707$ при $n=3$.

Действительные зависимости w от $\bar{z}$, конечно, отличаются от параболической. Пример реальной зависимости $\bar{w}$ от $\bar{z}$, по М. М. Крылову [22], приведен на рис. 16,*а* для хлопкового поля на июнь, а на рис. 16,*б* построена зависимость $\lg w$ от $\lg(1-\bar{z})$. Если бы эта зависимость была параболической, то все точки должны были лечь на одну прямую, угол наклона которой к оси $\lg(1-\bar{z})$ определит величину n. В действительности же расчетные точки заметно отклоняются от средней прямой линии, соответствующей примерно величине $n=2$.

При необходимости уточнения расчетов, особенно при сложном рельефе поверхности, целесообразно проводить расчеты кривой депрессии при заданной зависимости w от z на электроинтеграторе. Особенно эффективен такого рода расчет, когда зависимость испарения от глубины грунтовых вод является линейной ($n=1$). В этом случае на интеграторе моделируется уравнение (II,23) в его конечноразностном виде:

$$\frac{H_{i-1}-H_i}{\Phi_{i-1,i}} - \frac{H_i-H_{i+1}}{\Phi_{i,i+1}} = w_0\left(1-\frac{z}{z_к}\right)\Delta x, \qquad \text{(II, 26)}$$

где $\Phi_{i-1,i}$ и $\Phi_{i,i+1}$ — фильтрационные сопротивления между соответствующими сечениями, а остальные обозначения приведены на рис. 17,*а*.

Поскольку $z=z_0-H$, где z_0 — отметка поверхности земли относительно плоскости сравнения напоров, то уравнение (II,26) приводится к виду:

$$\frac{H_{i-1}-H_i}{\Phi_{i-1,i}} - \frac{H_i-H_{i+1}}{\Phi_{i,i+1}} = \frac{w_0}{z_к}\Delta x(H-z_0+z_к). \qquad \text{(II, 26а)}$$

Уравнение (II,21а) моделируется сеткой сопротивлений, представленной на рис. 17,*б*, для которой балансовое уравнение будет:

$$\frac{U_{i-1}-U_i}{R_{i-1,i}} - \frac{U_i-U_{i+1}}{R_{i,i+1}} = \frac{U_i-U_w}{R_{wi}}. \qquad \text{(II, 26б)}$$

Сравнивая уравнения (II,26а) и (II,26б), нетрудно убедиться, что они тождественны, если

$$R_{i-1,i}=\alpha_R\Phi_{i-1,i},\ R_{i,i+1}=\alpha_R\Phi_{i,i+1},$$

$$R_{wi}=\alpha_R\frac{z_к}{w_0\Delta x}, \qquad \text{(II, 27)}$$

а потенциалы U_w задают соответствующими напорам $z_0-z_к$. В этом случае потенциалы U_i будут соответствовать напорам H_i.

Если же зависимость $w(z)$ нелинейна, то сопротивление R_{wi} определяется по формуле:

$$R_{wi}=\alpha_R\frac{z_к}{\Delta x\cdot w_0\cdot\tilde{w}};\quad \tilde{w}=\frac{w}{w_0(1-z)};\quad \bar{z}=\frac{z}{z_к}. \qquad \text{(II, 27а)}$$

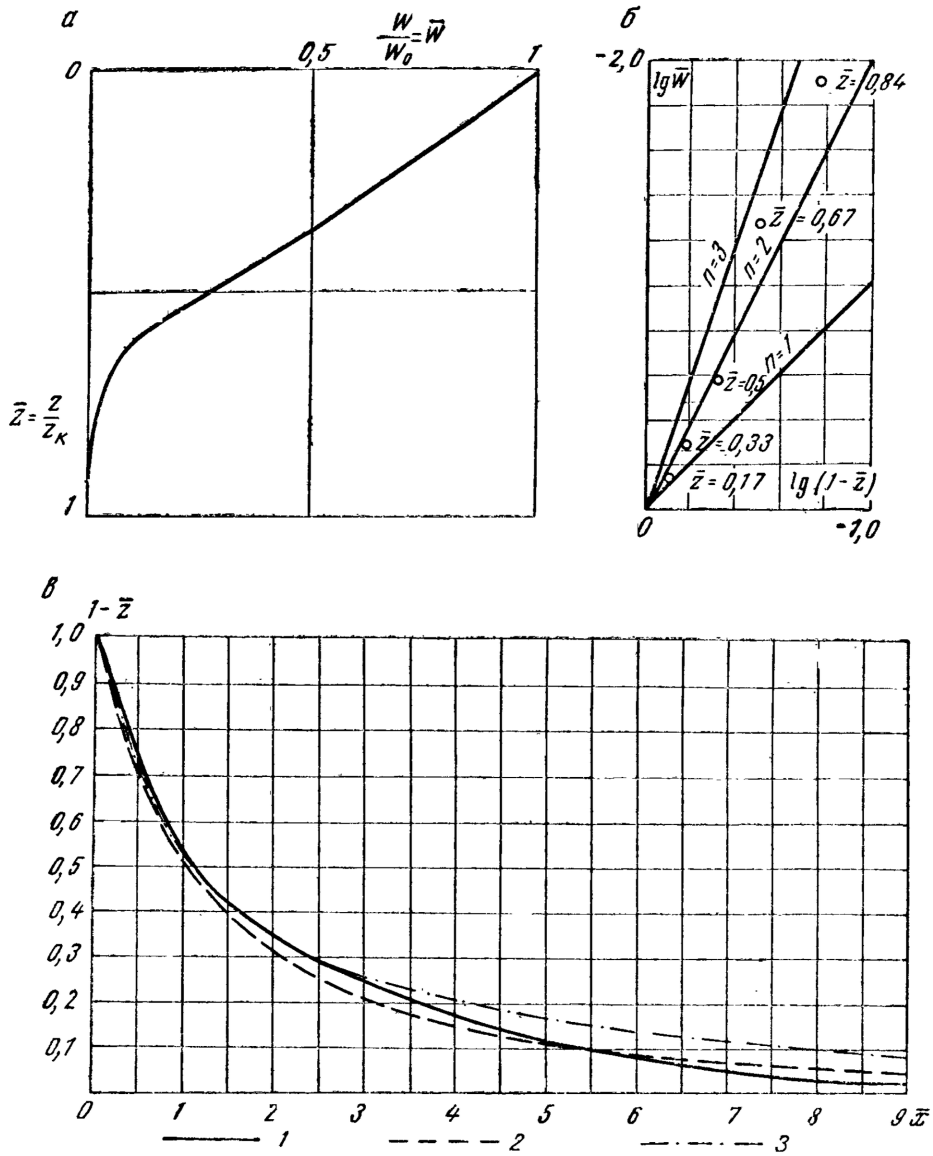


Рис. 16. Данные примера расчета фильтрационного потока с испарением, зависящим от глубины грунтовых вод:

а — кривая зависимость $\bar{w}=w/w_0$ от $\bar{z}=z/z_к$, *б* — логарифмическая зависимость $\bar{w}$ от $1-\bar{z}$, *в* — кривые зависимости величины $1-\bar{z}$ от $\bar{x}=x\sqrt{\frac{w_0}{z_к T}}$:

1 — кривая, рассчитанная на машине ИПТ-5; *2* — кривая, рассчитанная по уравнению (II, 19); *3* — кривая, рассчитанная на электроинтеграторе

Поскольку в этом случае $\bar{w}$, а следовательно, и R_{wi} зависят от z, то задача решается последовательными приближениями.

На рис. 16,*в* приведены безразмерные ординаты кривой депрессии, полученные решением уравнения (II,23) при $\bar{w}(\bar{z})$, заданным кривой рис. 16,*а*, на сеточном интеграторе ЭИ-12, а также на электронных счетных машинах ИПТ-5 и «Стрела»[1], причем кривая по данным расчетов на «Стреле» практически совпала с кривой, полученной на ЭИ-12, так что на рис. 16,*б* она не показана. Сопоставление этих расчетов убеждает в высокой эффективности предлагаемой методики расчетов на ЭИ-12: их точность не уступает точности расчетов на «Стреле» и превосходит точность расчетов на ИПТ-5. Кривые, построенные на машинах, удовлетворительно согласуются также с кривой, построенной по уравнению (II, 24б), так что в первом приближении можно проводить такие расчеты, заменяя действительную кривую зависимости $\bar{w}$ от $\bar{z}$ параболической и определяя величину n по формуле:

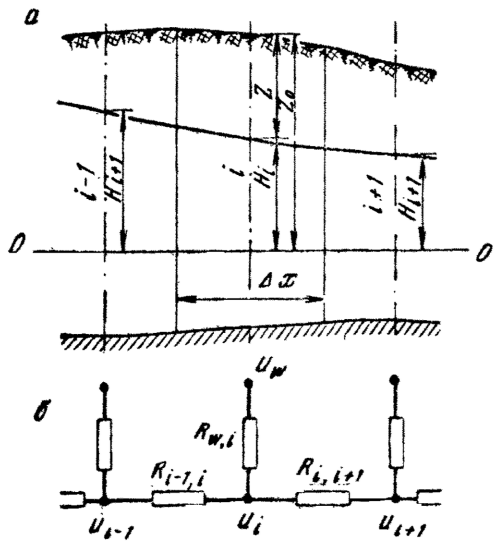


Рис. 17. К моделированию потока с испарением, линейно зависящим от глубины грунтовых вод на сеточном электроинтеграторе:
а — фильтрационная схема (*О — О* — плоскость сравнения); *б* — схема сопротивлений

$$n = 3{,}3 \lg \frac{1}{\bar{w}_{0{,}5}},$$

где $\bar{w}_{0,5}$ — величина $\bar{w}$ при $\bar{z}=0{,}5$. При значении n, существенно отличающемся от целого, кривую депрессии можно получить интерполяцией между кривыми, построенными при ближайших целых n.

---

[1] Расчеты на электронных машинах проводились на кафедре мерзлотоведения В. Г. Меламедом, а на ЭИ-12 — на кафедре гидрогеологии И. П. Кравченко и Ю. О. Зеегофером.

§ 4. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТОВ ПОДПОРА В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

Подпор грунтовых вод в двухслойной среде (рис. 18) для одномерной в плане задачи описывается следующей системой уравнений [13]:

$$km\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = k_в\frac{H-h}{h}, \qquad \text{(II, 28)}$$

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t} = k_в\frac{H-h}{h} + w. \qquad \text{(II, 29)}$$

Совместное преобразование уравнений (II,28) и (II,29) приводит к уравнению:

$$a\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\left(1-\frac{w}{k_в}\right)+\frac{\mu}{2k_в}\frac{\partial^3 h^2}{\partial x^2\,\partial t}\right]=\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{w}{\mu},\quad a=\frac{km}{\mu}, \qquad \text{(II, 30)}$$

причем уровень на границе $h=h^0$ связывается с напором на границе H^0 зависимостью:

$$\mu\frac{\partial h^0}{\partial t} = k_в\frac{H^0-h^0}{h^0} + w, \qquad \text{(II, 31)}$$

а величина μ определяется для верхнего слоя.

В работе [1,13] были показаны некоторые способы решения уравнения (II,30) для случая мгновенного изменения напора на границе. Однако они оказались все-таки достаточно сложными и дающими приемлемое решение только для случая мгновенного изменения граничного напора.

Значительно более эффективным путем представляется линеаризация уравнений (II, 28) и (II, 29), когда в знаменателе их правой части величина h заменяется осредненной величиной $h_{ср}$. Тогда уравнение (II, 30) принимает вид:

$$a\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{1}{\alpha_в}\cdot\frac{\partial^2 h}{\partial x^2\,\partial t}\right]=\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{w}{\mu}, \qquad \text{(II, 32)}$$

$$\alpha_в=\frac{k_в}{\mu h_{ср}}, \qquad \text{(II, 32а)}$$

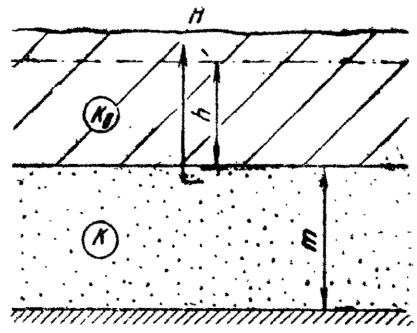


Рис. 18. Схема двухслойной среды

а уравнение (II,29) представляется линейным уравнением первого порядка

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\alpha_в h=\alpha_в H+\frac{w}{\mu}. \qquad \text{(II, 33)}$$

Решение уравнения (II, 33) определяет общий вид граничного условия для изменения уровня $\Delta h\,(0,\ t)=\Delta h^0$ при изменении граничного напора на величину $\Delta H\,(0,\ t)=\Delta H^0$

$$\Delta h^0 = e^{-\alpha_в t}\int_0^t \left(\alpha_в \Delta H^0 + \frac{w}{\mu}\right) e^{\alpha_в t}\,dt, \qquad \text{(II, 34)}$$

Рассмотрим фундаментальное решение уравнения (II,32) при $w=0$ для случая мгновенного изменения напора на границе $x=0$ полуограниченного потока, т. е. когда $\Delta H^0 = \text{const}$.

Тогда из (II,27) находим

$$\Delta h^0 = \Delta H^0 (1 - e^{-\alpha_в t}). \qquad \text{(II, 35)}$$

Решение уравнения (II,32) в такой постановке рассмотрено в работе [5], причем в принятых выше обозначениях оно имеет вид:

$$\Delta h = h - h_0 = \Delta H^0 F(\lambda, \theta), \qquad \text{(II, 36)}$$

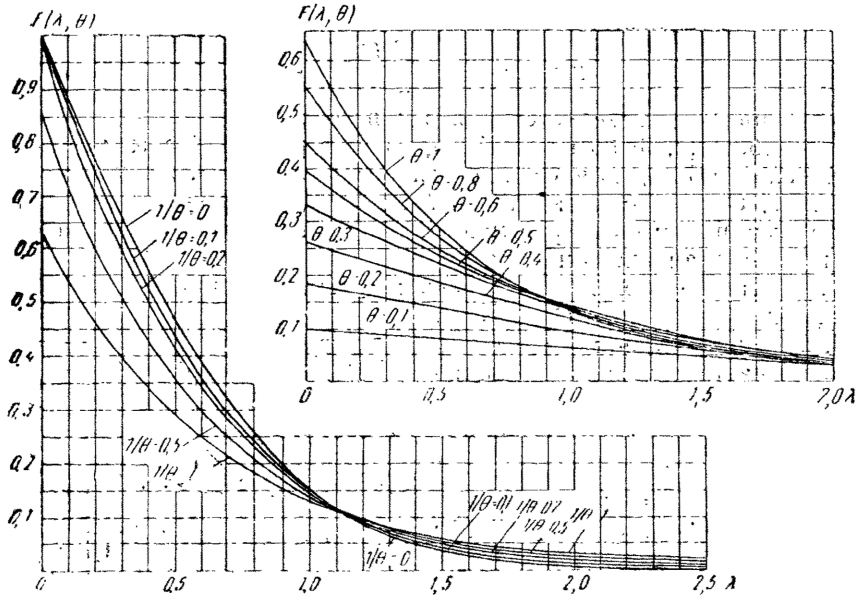


Рис. 19. График функции F (λ, θ)

где h и h_0 — ординаты уровней воды в расчетный момент времени t и при $t=0$

$$F(\lambda, \theta) = 1 - e^{-\theta} - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\beta\lambda}{\beta}\left[\exp\left(-\frac{\beta^2}{4+\frac{\beta^2}{\theta}}\right) - \exp(-\theta)\right] d\beta, \qquad \text{(II, 37)}$$

$$\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}; \quad \theta = \frac{k_в t}{\mu h_{ср}}. \qquad \text{(II, 37а)}$$

График функции $F(\lambda; \theta)$, полученный численным путем [5, 35], приведен на рис. 19. Дополнительный анализ этого решения проведен в работе [35].

Для определения напора в нижнем слое можно воспользоваться уравнением (II,33), разрешая его относительно H:

$$H = \frac{1}{\alpha_в} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + h - \frac{w}{k_в} \cdot h_{ср}, \qquad \text{(II, 38)}$$

а при $w=0$

$$H = h + \frac{1}{\alpha_в} \frac{\partial h}{\partial t} = h + \frac{\partial h}{\partial \theta}. \qquad \text{(II, 38а)}$$

Применяя метод зеркальных отображений, можно далее получить аналогичные решения для ограниченного по длине потока.

Так, для потока длиной L с заданным уровнем (напором) на границе $x=L$ при мгновенном изменении уровня на границе $x=0$ на величину ΔH^0 подпор Δh в верхнем слое определится уравнением:

$$\overline{\Delta h} = \frac{\Delta h}{\Delta H^0} = F_0(\lambda, \theta) = F(\lambda, \theta) - \sum_{n=1}^{\infty} [F(\lambda_n', \theta) - F(\lambda_n'', \theta)], \qquad \text{(II, 39)}$$

$$\lambda_n' = \frac{2nL - x}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda_n'' = \frac{2nL + x}{2\sqrt{at}}, \qquad \text{(II, 39а)}$$

причем для начального периода подпора $\left(\text{при } t < \frac{L^2}{2a}\right)$, когда двухслойность потока сказывается наиболее существенным образом, можно считать:

$$\overline{\Delta h} = F(\lambda, \theta) - F(\lambda_1', \theta) + F(\lambda_1'', \theta), \qquad \text{(II, 40)}$$

где

$$\lambda_1' = \frac{2L - x}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda_1'' = \frac{2L + x}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(II, 40а)}$$

В дальнейшем же расчет обычно можно вести, не учитывая двухслойность пласта, и определять величину подпора по данным табл. 1.

Для ограниченного потока с непроницаемой границей при $x=L$

$$\overline{\Delta h} = F(\lambda, \theta) + \sum_{n=1}^{\infty} [F(\lambda_n', \theta) - F(\lambda_n'', \theta)], \qquad \text{(II, 41)}$$

$$\lambda_n' = \frac{2nL + (-1)^n x}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda_n'' = \frac{2nL - (-1)^n x}{2\sqrt{at}},$$

причем для начального периода подпора $\left(\text{при } t < \frac{L^2}{2a}\right)$ можно

считать

$$\Delta\bar{h} = F(\lambda, \theta) + F(\lambda_1', \theta) - F(\lambda_1'', \theta), \qquad \text{(II, 41а)}$$

где λ, λ_1' и λ_2' определяются из (II,37а) и (II,40а). Осредненное значение мощности покровного слоя $h_{ср}$ можно обычно задавать ориентировочно в соответствии с точностью определения коэффициента уровнепроводности верхнего слоя $k_в/\mu$, которая, как правило, бывает сравнительно невысокой.

При необходимости ее уточнения можно воспользоваться положениями, выработанными при изучении способов линеаризации уравнения Буссинеска. Так, эффективным оказался способ, при котором среднее значение мощности пласта принимается равным глубине потока в сечении с максимальной в данный момент скоростью изменения уровня воды. Применяя этот принцип к рассматриваемой задаче о мгновенном подъеме уровня воды на границе двухслойного пласта, заметим, что в период заметного влияния сопротивления верхнего слоя наиболее интенсивное изменение уровня воды в верхнем слое происходит на границе потока ($x=0$). В связи с этим используем такой способ линеаризации, при котором

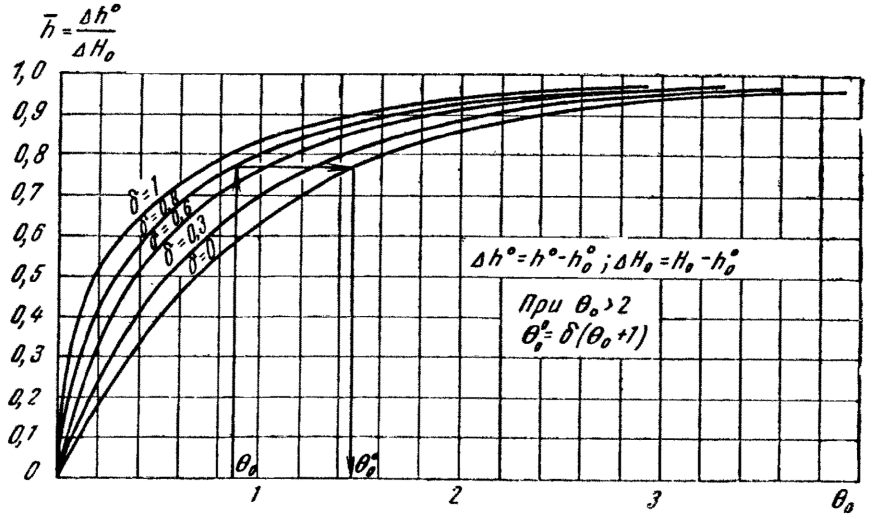


Рис. 20. График для определения расчетного параметра θ

значения уровня на границе потока в строгой и линеаризированной постановке оказывались бы одинаковыми. Для упрощения техники расчета по этому способу удобно воспользоваться графиком связи между относительным уровнем на границе и безразмерным временем θ_0 (рис. 20), построенным по уравнению (II,31) при H^0=const, когда оно допускает разделение переменных и после интегрирования при $h^0(0) = h^0_0$ принимает вид:

$$-\bar{h} - \frac{1}{\delta}\ln(1 - \bar{h}) = \theta_0, \qquad \text{(II, 42)}$$

где

$$\bar{h} = \frac{h^0 - h_0^0}{H^0 - h_0^0}; \quad \delta = \frac{H^0 - h_0^0}{H^0}; \quad \theta = \frac{k_в t}{\mu(H^0 - h_0^0)}, \qquad \text{(II, 42а)}$$

причем кривая при $\delta = \frac{1}{\overline{H^0}} = 0$ (при подпоре бесконечно малом по сравнению с мощностью пласта) соответствует линеаризированному решению. Для определения значения θ следует, рассчитав предварительно θ_0 согласно (II, 42а), по кривой, построенной для данного значения $\overline{H^0}$, найти $\overline{h}$, далее по кривой $\delta=0$ найти соответствующее значение θ_0^0, а затем и $\theta=\delta\theta_0^0$.

Для оценки предлагаемых расчетных зависимостей было проведено сопоставление результатов аналитических расчетов с данными расчетов на гидравлическом интеграторе В. С. Лукьянова для мгновенного подъема уровня на границе ($x=0$) полуограниченного потока [13, 35]. Сопоставление кривых показывает, что результаты расчетов по предлагаемой методике хорошо согласуются с результатами расчетов на гидроинтеграторе. Таким образом, подтверждается соображение о том, что практически в уравнении (II, 30) можно пренебречь членом, содержащим производную третьего порядка, либо учесть его приближенно.

Полученное решение распространяется и на случай, когда уровни на границах пласта меняются по ступенчатому закону. В этом случае можно воспользоваться общей зависимостью (II,6), положив только в ней для полуограниченного пласта

$$F(x, t) = F(\lambda, \theta), \qquad \text{(II, 43)}$$

а для ограниченного пласта при изменении уровня на границе

$$F(x, t) = F_0(\lambda, \theta). \qquad \text{(II, 44)}$$

При этом в качестве осредненной мощности верхнего слоя можно брать ее значение, соответствующее среднему положению уровня воды на границе.

Полученные решения позволяют оценить, в каких случаях влияние двухслойности среды (сопротивления верхнего слоя) будет проявляться существенно, а в каких случаях им можно пренебречь. Анализ показывает, что это влияние в основном зависит от значения θ и в меньшей степени от значения λ. Так, из графика функции $F(\lambda, \theta)$, определяющей относительный подпор уровня воды в верхнем слое, видно, что при

$$\theta = \frac{k_в t}{\mu h_{ср}} > 5 \div 10 \qquad \text{(II, 45)}$$

величины относительного подпора, подсчитанные в условиях двухслойной среды и для однородного потока, практически совпадают (с точностью 2—3%). Таким образом, можно считать, что если выполняется условие (II,45), то можно пренебрегать влиянием покровного слоя и проводить расчеты как для однородного потока с постоянной проводимостью km и коэффициентом недостатка насыщения (водоотдачи) — μ. К тому же результату можно прийти, анализируя другие решения для двухслойной среды, например, при линейном изменении уровня на границе полуограниченного потока (уравнение III,42). Следовательно, при любых соотношениях $k_в/k$, начиная с момента времени, определяемого неравенст-

вом (II,45), влияние двухслойности среды оказывается несущественным и им можно пренебречь.

И это вывод и критерий (II,45) существенно расходятся с критерием, предложенным М. А. Вевиоровской [1, 25], которая считает, что двухслойность потока следует учитывать, если выполняется неравенство:

$$\frac{kmI_e}{k_в} \geqslant 20, \qquad \text{(II, 46)}$$

где I_e — уклон естественного потока.

В этом критерии явно преувеличена роль уклона естественного потока. В частности, для условий бассейна ($I_e=0$) применение критерия (II,46) вовсе теряет смысл.

В условиях двухслойной среды большое значение может иметь влияние капиллярной зоны на формирование фильтрационного потока во времени.

Учитывая неполное насыщение капиллярной зоны введением эффективной капиллярной высоты $h_{кап}$, в пределах которой принимается условие полного насыщения, представим уравнение баланса потока (II,29) в верхнем слое в виде:

$$\mu \frac{\partial (h + h_{кап})}{\partial t} = k_в \frac{H - h}{h} + w. \qquad \text{(II, 47)}$$

К этому уравнению присоединяется уравнение баланса потоков в гравитационной и капиллярной зонах верхнего слоя:

$$k_в \frac{H - h}{h} = k_к \frac{h^0_{кап} - h_{кап}}{h_{кап}}, \qquad \text{(II, 48)}$$

где $k_к$ — эффективный коэффициент фильтрации капиллярной зоны, $h^0_{кап}$ — максимальная эффективная капиллярная высота. По предварительным данным [13, 20] можно, по-видимому, принимать $k_к = \frac{1}{3} k_в$ и $h^0_{кап}$ равной $^2/_3$ от полной высоты капиллярного поднятия.

Совместное решение уравнений (II,47; II,48 и II,28) при $w=0$ приводит к сложному нелинейному уравнению:

$$\frac{\mu km}{k_в} \cdot \frac{\partial^2 \left(h \frac{\partial y}{\partial t} \right)}{\partial x^2} + km \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial y}{\partial t}, \qquad \text{(II, 49)}$$

где

$$y = h + h_{кап} = \chi h, \quad \chi = 1 + \frac{k_к h^0_{кап}}{k_в (H - h) + k_к h}. \qquad \text{(II, 49а)}$$

Уравнение (II,49а) можно линеаризировать, как и уравнение (II,30), прежде всего осредняя величину h, стоящую в первом

члене уравнения перед производной $\frac{\partial y}{\partial t}$, а затем, осредняя величину χ. Тогда уравнение (II,49) приводится к уравнению (II,32), в котором только вместо μ следует задать величину $\chi_{ср}\mu$, где $\chi_{ср}$ — осредненное значение χ.

Следовательно, для расчетов неустановившейся фильтрации в двухслойном пласте с учетом капиллярных сил можно пользоваться всеми приведенными выше зависимостями, заменяя только в них μ на величину $\chi_{ср}\mu$. При монотонном изменении уровней значение $\chi_{ср}$ приближенно можно определить для каждого сечения в данный момент времени по формуле:

$$\chi_{ср} = 1 + \frac{h^0_{кап}}{3\frac{\Delta h}{a_в t} + h_{ср}}, \qquad \text{(II, 49б)}$$

где Δh — подъем уровня в данном сечении за расчетный период времени t.

Глава III

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ДАННЫМ РЕЖИМНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Выбор гидрогеологических параметров решающим образом влияет на достоверность прогнозов режима грунтовых вод и потому определение параметров должно составлять неотъемлемую часть гидрогеологического расчета.

На больших территориях зачастую не удается найти параметры по данным опытно-фильтрационных работ и в этих условиях для определения гидрогеологических параметров с успехом могут быть использованы наблюдения за уровнями подземных вод при установившемся и неустановившемся режимах фильтрации.

При установившемся режиме фильтрации эффективно оцениваются фильтрационная неоднородность по длине потока, сопротивление ложа водоема и относительная инфильтрация.

При неустановившемся режиме фильтрации наибольший интерес представляет определение коэффициента уровнепроводности водоносных пластов, но может также оцениваться сопротивление ложа водоема. Не проводя общего анализа этой проблемы, ограничимся ее рассмотрением применительно к условиям прибрежных территорий в период паводка, наполнения или опорожнения водохранилищ, каналов и т. п. Можно утверждать, что определение коэффициента уровнепроводности по данным режимных наблюдений в период паводка и особенно в начальный период развития подпора грунтовых вод гарантирует точность прогноза развития подпора во времени даже в очень сложных гидрогеологических условиях.

§ 1. УСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ

При установившемся режиме фильтрации может быть дана оценка фильтрационной неоднородности водоносных пластов и получены характеристики величины инфильтрационного питания по данным об уровнях в скважинах наблюдательных створов.

Наиболее просто и удобно такого рода анализ можно провести, если наблюдательный створ, состоящий из трех скв. — 1, 2 и 3, совпадает с направлением потока подземных вод. В этом случае при наличии линейного в плане фильтрационного потока и отсутствия инфильтрации погонный расход фильтрационного потока между двумя наблюдательными скв. 1—2, находящимися на расстоянии Δx_{1-2} друг от друга, определится формулой:

$$q = T_{1-2} \cdot i_{1-2}, \quad i_{1-2} = \frac{\Delta H_{1-2}}{\Delta x_{1-2}}, \qquad \text{(III, 1)}$$

где T_{1-2} и i_{1-2} — средние значения проводимости и градиента потока в створе; ΔH_{1-2} — разница уровней воды между этими скважинами. Аналогичным образом между скв. 2—3

$$q = T_{2-3} \cdot i_{2-3}, \quad i_{2-3} = \frac{\Delta H_{2-3}}{\Delta x_{2-3}}, \qquad \text{(III, 1а)}$$

где T_{2-3}, i_{2-3}, ΔH_{2-3} — значения проводимости, градиента напора и разницы уровней между скв. 2—3.

Сопоставляя (III,1) и (III,1а), найдем формулу для определения соотношения проводимости в зонах между скв. 1—2 и 2—3:

$$\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} = \frac{i_{2-3}}{i_{1-2}}, \qquad \text{(III, 2)}$$

т. е. значения проводимости водоносного пласта в данном случае оказываются обратно пропорциональными градиентам фильтрационного потока.

При наличии инфильтрационного питания расход фильтрационного потока уже изменяется по его длине, причем на линии скв. 2 расход потока q_2, приходящего со стороны скв. 3, определится выражением:

$$q_2 = T_{2-3} i_{2-3} + \frac{w \Delta x_{2-3}}{2}. \qquad \text{(III, 3)}$$

Выражение для этого же расхода, вытекающего в сторону скв. 1, будет

$$q_2 = T_{1-2} \cdot i_{1-2} - \frac{w \Delta x_{1-2}}{2}. \qquad \text{(III, 3а)}$$

Сопоставляя выражения (III,3 и III,3а), найдем формулу для определения величины w/T_{2-3}:

$$\frac{w}{T_{2-3}} = \frac{\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} i_{1-2} - i_{2-3}}{\Delta x_{ср}},$$

$$\Delta x_{ср} = \frac{\Delta x_{1-2} + \Delta x_{2-3}}{2}. \qquad \text{(III, 4)}$$

Для расчетов по формуле (III,4) следует предварительно определить отношение проводимостей T_{1-2}/T_{2-3} по формуле (III,2) на период отсутствия инфильтрации.

Для плоского в плане (нелинейного) потока аналогичные расчеты можно провести, выделив вдоль наблюдательного створа ленту тока между двумя линиями тока, приводимыми ортогонально гидроизогипсам (гидроизопьезам). В этом случае аналогичными рассуждениями можно показать, что при отсутствии инфильтрации

$$\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} = \frac{i_{2-3} \cdot b_{2-3}}{i_{1-2} \cdot b_{1-2}}, \qquad \text{(III, 5)}$$

где b_{1-2} и b_{2-3} — средние значения ширины ленты тока между соответствующими скважинами, а при наличии инфильтрации

$$\frac{w}{T_{2-3}} = \frac{\frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} i_{1-2} \cdot b_{1-2} - i_{2-3} \cdot b_{2-3}}{\omega_{ср}} \qquad \text{(III, 6)}$$

где

$$\omega_{ср} = \frac{\Delta x_{1-2} \cdot b_{1-2} + \Delta x_{2-3} \cdot b_{2-3}}{2}. \qquad \text{(III, 6а)}$$

Определив соотношение проводимостей пласта, можно найти соотношение средних коэффициентов фильтрации k_{1-2} и k_{2-3} в зонах 1—2 и 2—3:

$$\frac{k_{1-2}}{k_{2-3}} = \frac{T_{1-2}}{T_{2-3}} \cdot \frac{m_{2-3}}{m_{1-2}}, \qquad \text{(III, 7)}$$

где m_{1-2} и m_{2-3} — средние мощности потока в соответствующих зонах:

$$m_{1-2} = \frac{h_1 + h_2}{2}; \quad m_{2-3} = \frac{h_2 + h_3}{2}. \qquad \text{(III, 7а)}$$

В случае сложного характера потока и недостаточного числа наблюдательных скважин, когда исключается возможность обоснованного построения гидроизогипс и проведения расчетов по характерным лентам тока, можно рекомендовать для оценки неоднородности пластов использование моделирования фильтрационного потока на сеточном электроинтеграторе.

Для оценки сопротивления ложа реки также лучше всего воспользоваться пьезометрическими наблюдениями в период стационарного положения кривой депрессии, если имеются данные по уровням в реке и двух пьезометрах, расположенных вблизи реки (рис. 21). Тогда при симметричной схеме притока (оттока) или при отсутствии взаимодействия потоков на обоих берегах можно считать:

$$\Delta L = \frac{H_1 - H_p}{H_2 - H_1}(x_2 - x_1) - x_1. \qquad \text{(III, 8)}$$

При двухслойном строении ложа водоема (рис. 4,*а*) можно далее оценить проницаемость экранирующего слоя, поскольку в этом случае

$$\Delta L = \frac{1}{b} \operatorname{cth} \frac{bB}{2}, \quad b = \sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}. \qquad \text{(III, 9)}$$

Найдя из (III, 9) несложным подбором величину b и соотношение k_1/k при известном k, получим k_1.

При несимметричном потоке (оттоке) величины $\Delta L_л$ и $\Delta L_п$, определенные для левого и правого берега, связаны с соотношени-

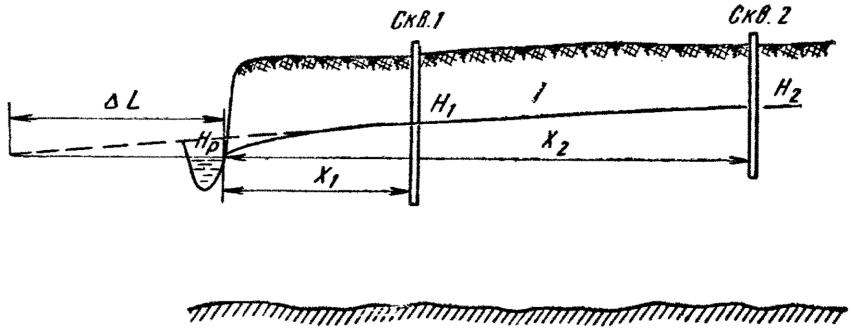


Рис. 21. К определению сопротивления ложа реки

ем расходов $q_п$ и $q_л$, поступающих соответственно с правого и левого берегов, уравнениями, следующими из (I,36):

$$\Delta L_л = \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch} bB} \cdot \frac{q_п}{q_л}\right) \frac{\operatorname{cth} bB}{b}, \qquad \text{(III, 10а)}$$

$$\Delta L_п = \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch} bB} \cdot \frac{q_л}{q_п}\right) \frac{\operatorname{cth} bB}{b} \qquad \text{(III, 10б)}$$

Определив величины $\Delta L_л$ и $\Delta L_п$ для каждого берега в отдельности по формуле (III.8), а соотношение расходов $q_п/q_л$ обычным образом (например, по соотношению градиентов потока в правом и левом берегах, если проводимости пласта примерно одинаковы), можно по формулам (III,10а, б) подбором найти величины b и k_1/k, причем в качестве расчетных могут быть приняты средние из величин, определенных по каждому из берегов в отдельности.

Однако применяя эти зависимости, надо, конечно, быть твердо уверенным в установившемся характере уровней потока за расчетный период времени.

§ 2. НЕУСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ

а. Применение аналитических методов

Наиболее простой и универсальный способ определения коэффициента уровнепроводности пласта в период паводка и период наполнения водохранилища получается, если воспользоваться решением уравнения неустановившейся фильтрации при линейном изменении уровня воды на границе полуограниченного потока (табл. 1), согласно которому изменение уровня ΔH на расстоянии x при изменении уровня на границе $x=0$ с постоянной скоростью v будет:

$$\Delta H = vt \cdot R(\lambda), \qquad \text{(III, 11)}$$

а при изменении уровня на границе $x=0$ с переменной скоростью — по закону ломаной линии (см. рис. 8,*б*):

$$\Delta H = \sum_{i=1}^{n} (v_i - v_{i-1})(t - t_{i-1}) R(\lambda_i), \qquad \text{(III, 12)}$$

$$\lambda_i = \frac{x}{2\sqrt{a(t - t_{i-1})}}.$$

Пользуясь этим решением, можно определить коэффициент уровнепроводности a, имея данные по изменению уровня в двух пьезометрах, располагаемых на расстоянии x друг от друга по направлению течения грунтового потока в период паводка. Для этого пьезометр, расположенный ближе к реке, рассматривают как граничный, причем действительный график изменения уровня в нем может быть заменен ломаной линией; другой же пьезометр рассматривают как наблюдательный (индикаторный), уровень в котором изменяется согласно уравнению (III,12). Далее следует выбрать расчетный момент времени, когда изменения уровня произошли достаточно отчетливо, и, пользуясь уравнением (III, 12), в общем случае подбором найти такое значение величины a, при котором значения ΔH, вычисленные по уравнению (III,12) и замеренные в наблюдательной скважине, практически совпадают. Расчет резко упрощается, если скорость изменения уровня в граничном пьезометре считать постоянной [1]. Тогда можно воспользоваться уравнением (III,11), представив его в виде:

$$\frac{\Delta H}{\Delta H^0} = R(\lambda), \qquad \text{(III, 13)}$$

где ΔH и ΔH^0 — изменения уровня в наолюдательном и граничном пьезометрах за период времени t. Зная ΔH и ΔH^0 на какой-то момент времени t, определим по уравнению (III,13) величину $R(\lambda)$, далее по таблице прилож. 2 найдем значение λ и рассчитаем величину a по формуле:

$$a = \frac{x^2}{4\lambda^2 t}. \qquad \text{(III, 14)}$$

[1] Такой способ был использован С. Ф. Аверьяновым [7].

Численный анализ действительных графиков подъема уровней воды в пьезометрах за период паводка показывает, что обычно они довольно хорошо описываются параболической зависимостью, так что при расчетах величины a в период подъема паводка лучше заменять действительный график подъема уровня в граничном пьезометре не прямой линией, а параболой вида:

$$\Delta H^0 = a\sqrt{t}, \qquad \text{(III, 15)}$$

где время t отсчитывается от начала заметного подъема уровня воды в граничном пьезометре. В этом случае, используя соответствующее решение теории теплопроводности [11], получим следующую зависимость, определяющую соотношение уровней в наблюдательном и граничном пьезометрах:

$$\frac{\Delta H}{\Delta H^0} = e^{-\lambda^2} - \sqrt{\pi}\cdot\lambda\,\mathrm{erfc}\,\lambda. \qquad \text{(III, 16)}$$

Таблица 4

Зависимость λ от $\Delta H/\Delta H^0$ при параболическом характере изменения уровней воды, составленная по уравнению (III, 16)

$\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,1
λ	0	0,055	0,115	0,18	0,26	0,35	0,44	0,57	0,71	0,82	0,95

При расчетах по зависимости (III,16) лучше всего брать величины ΔH и ΔH^0 на момент максимального подъема уровня воды в граничном пьезометре. Определив далее по табл. 4 величину λ, найдем a по формуле (III,14).

Предлагаемыми формулами можно пользоваться, если за расчетный период времени паводок не распространился до верховой границы пласта (поскольку они получены для полуограниченного потока).

Другие аналитические способы определения коэффициента уровнепроводности предлагались Н. А. Огильви [13] и П. А. Киселевым [6], но способ Н. А. Огильви является более сложным, а способ П. А. Киселева — менее универсальным.

Определение величины ΔL с помощью аналитических методов может проводиться только в том случае, когда не происходит существенного смещения уреза воды в реке при прохождении паводка, либо когда урез сразу резко сдвигается, а в дальнейшем его положение практически не изменяется.

Приведем методику расчетов величины ΔL для случая, когда уровень в водоеме меняется практически мгновенно от величины

H_p^0 до величины $\Delta H_p'$, что характерно, например, для периода наполнения водохранилища, наполнения или опорожнения каналов и т. п. Из решения аналогичной задачи теории теплопроводности [11] найдем, что соотношение изменения уровня в водоеме $\Delta H_p = H_p' - H_p^0$ и в пьезометре ΔH, отстоящем на расстоянии x от водоема, будет:

$$\frac{\Delta H}{\Delta H_p} = \Theta(\lambda, \tau), \qquad \text{(III, 17)}$$

где

$$\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}; \quad \tau = \frac{\sqrt{at}}{\Delta L + x}. \qquad \text{(III, 18)}$$

На рис. 22 приведен график функции Θ в зависимости от λ и τ. По этому графику при известном $\Theta = \frac{\Delta H}{\Delta H_p}$ (взятом на расчетный момент времени t, отсчитываемый от момента изменения уровня в водоеме) и определенном значении λ подбором можно найти величину τ, по которой несложно определить ΔL, поскольку согласно (III,18)

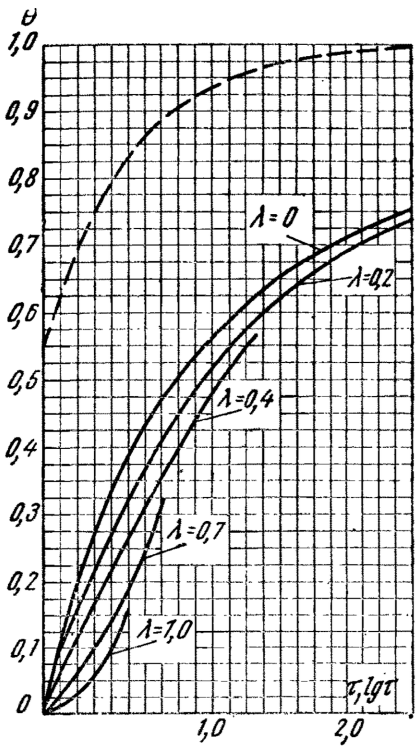


Рис. 22. График функции Θ: сплошные линии — $\Theta(\lambda, \tau)$, пунктирная линия — $\Theta(\lg \tau)$ при $\lambda=0$

$$\Delta L = \frac{\sqrt{at}}{\tau} - x. \qquad \text{(III, 19)}$$

Для условий паводка наиболее характерной является параболическая зависимость изменения уровня в реке вида (III, 15). В этом случае теоретическая связь между изменениями уровней ΔH_p—в реке и ΔH — в пьезометре, расположенном вблизи уреза реки, имеет вид [11]:

$$\frac{\Delta H}{\Delta H_p} = 1 - e^{\tau^2} \cdot \operatorname{erfc} \tau,$$

$$\tau = \frac{\sqrt{at}}{\Delta L + x}, \qquad \text{(III, 20)}$$

где x — расстояние от пьезометра до уреза реки.

Таблица 5

Связь между $\Delta H/\Delta H_p$ и τ, построенная по зависимости (III, 20)

$\frac{\Delta H}{\Delta H_p}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
τ	0,096	0,214	0,36	0,53	0,77	1,11	1,34	1,65	2,07	2,69

Расчет по зависимости (III,20) рекомендуется производить на момент пика паводка. Пользуясь табл. 5, можно по известному $\Delta H/\Delta H_p$ найти τ, а затем определить и величину ΔL по формуле (III,19).

б. Применение конечноразностных уравнений

Применение конечноразностных уравнений для определения коэффициента уровнепроводности пласта подробно и разносторонне разобрано Н. Н. Биндеманом [2], который предложил четыре способа расчета величины a по режимным наблюдениям в период паводка. Не давая подробного изложения этих способов, рассмотрим только вопрос о целесообразных границах их применения.

Наиболее жесткие условия на необходимое число пьезометров накладывают второй и четвертый способы, которые требуют установления площади насыщения пласта водой при паводке. Обычно достаточно редкая сеть пьезометров не позволяет установить величину площади насыщения, и потому эти два способа в дальнейшем рассматриваться не будут, тем более что они не имеют значительных преимуществ по сравнению с другими способами.

Первый способ Н. Н. Биндемана близок по своей идее к изложенным выше аналитическим методам. Для его применения необходимы данные по двум скважинам — граничной, расположенной ближе к реке, и наблюдательной (индикаторной), располагаемой на расстоянии x от граничной перпендикулярно линии берега (вдоль линии тока).

Для расчетов принимается упрощенный вид линейного конечноразностного уравнения (рис. 23,*а*)

$$\Delta H_t = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2}{2} - \Delta H, \qquad \text{(III. 21)}$$

который, как известно, получается при условии

$$\frac{(\Delta x)^2}{2a\Delta t} = 1. \qquad \text{(III, 22)}$$

Далее, расчетный период времени t разбивается на несколько частей Δt (Н. Н. Биндеман рекомендует соотношение $t/\Delta t = 8 \div 10$)

и обычным путем [1], задавая на границе изменения уровня, которые имеют место в граничном пьезометре, производим расчет изменения уровней воды в отдельных сечениях. Далее эти изменения сопоставляют с графиком колебания уровня в наблюдательном пьезометре и устанавливают то сечение номера N, в котором согласование расчетных и наблюдательных уровней оказывается наилучшим [2].

Третий способ Н. Н. Биндемана является развитием балансового способа Г. Н. Каменского [5, 9], для использования которого

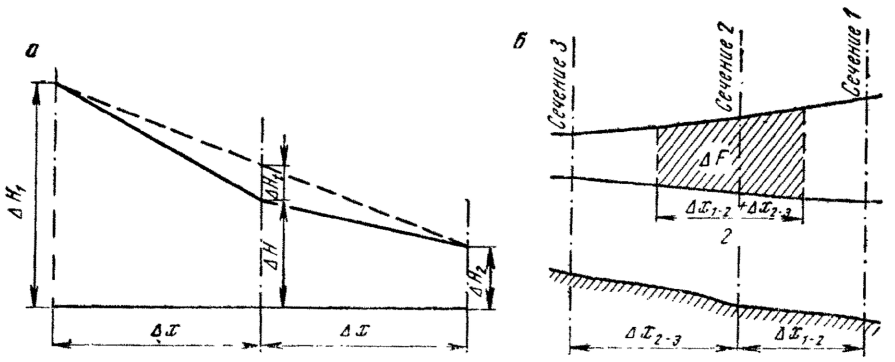


Рис. 23. Схемы потока к выводу конечно-разностных уравнений

необходимы наблюдения по трем скважинам, расположенным по створу, перпендикулярному реке. Балансовое уравнение среднего отсека за период времени Δt имеет вид (рис. 23,*б*):

$$q_1 - q_2 = \frac{\mu \Delta F}{\Delta t}, \qquad \text{(III, 23)}$$

где q_1 и q_2 — погонные расходы потока соответственно между сечениями (скважинами) 1—2 и 2—3. Для того чтобы смягчить влияние случайных искажений характера потока, которые могут резко сказаться за небольшой период времени Δt, Н. Н. Биндеман предложил просуммировать уравнение (III,23) за θ промежутков времени [3], т. е. использовать уравнение:

$$\sum_{i=1}^{\theta} (q_1 - q_2) = \frac{\mu}{\Delta t} \sum_{i=1}^{\theta} \Delta F_i = \frac{\mu \Delta F}{\Delta t}, \qquad \text{(III, 24)}$$

[1] В этом случае уравнение (III, 21) удобно решать графическим путем [1, 2, 5].

[2] Расчетное значение N может быть принято и не целым, а получено интерполяцией, если наблюдаемые уровни располагаются между расчетными уровнями в двух соседних сечениях.

[3] Для плоского в плане потока этот способ в дальнейшем применен в работе [15].

где ΔF — общее изменение площади насыщения за весь расчетный период времени Δt, определяемое как произведение подъема уровня в среднем пьезометре за время Δt на среднее расстояние от среднего до крайних пьезометров.

Поскольку выражения для расходов q_1 и q_2 будут

$$q_1 = T_{1-2} i_{1-2} \text{ и } q_2 = T_{2-3} i_{2-3}, \qquad \text{(III, 25)}$$

где T и i — значения проводимости пласта и уклона потока между соответствующими сечениями[1], то уравнение (III,22) можно представить в виде, разрешенном относительно a

$$a_{1-2} = \frac{T_{1-2}}{\mu} = \frac{\Delta F}{\Delta t \sum_{i=1}^{\theta} \left(i_{1-2} - \frac{T_{2-3}}{T_{1-2}} \cdot i_{2-3} \right)}. \qquad \text{(III, 26)}$$

В работе [2] Н. Н. Биндеман считает этот метод наиболее универсальным, поскольку он позволяет дифференцированно оценить гидрогеологические параметры в условиях неоднородного пласта[2].

Вместе с тем в условиях неоднородного пласта большое влияние на результаты расчетов может оказывать соотношение проводимостей между сечениями T_{2-3}/T_{1-2}. Если же пренебречь соотношением проводимостей, т. е. считать его равным единице, то определение величины a по уравнению (III, 26) может привести к резко ошибочным и даже к абсурдным результатам ($a<0$).

Приведем, в частности, характерный пример режима уровней в скважинах наблюдательного створа, установленного Гидропроектом на левом берегу р. Волги в районе г. Волгограда (рис. 24).

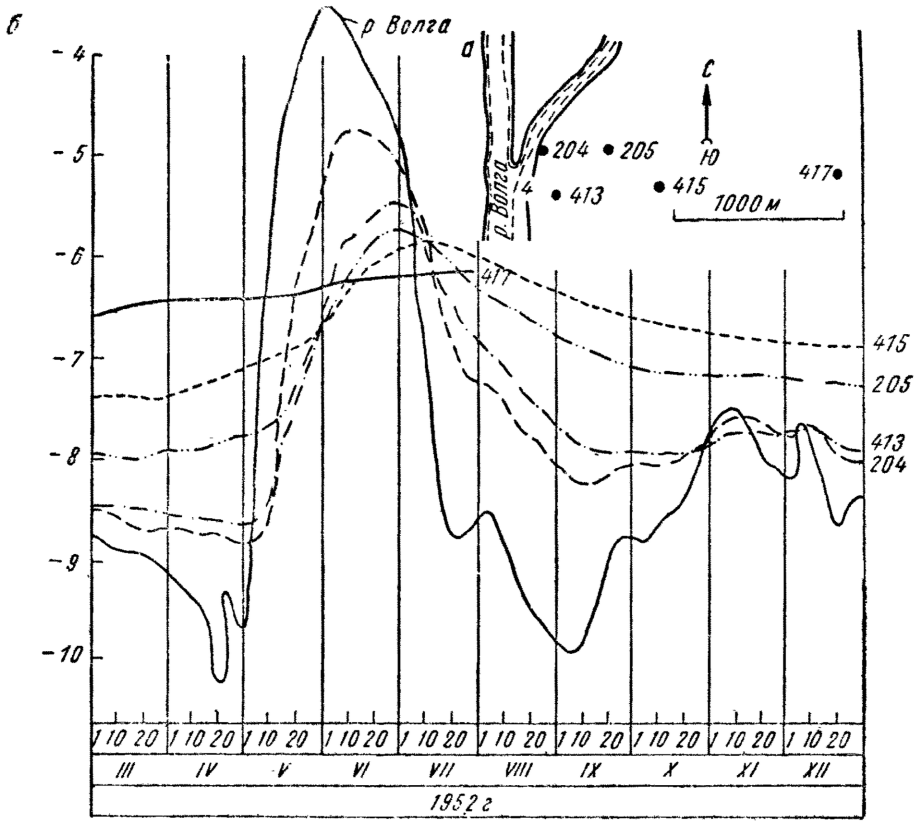
Скважины располагаются в относительно однородных хазарских песках, о закономерном изменении проводимости которых в пределах рассматриваемого створа нет никаких данных. Вместе с тем для этой системы скважин расчет величины a на период паводка по уравнению (III, 26), считая пласт однородным, приводит к абсурдному результату $a=-2{,}4 \cdot 10^5$ *м²/сут*.

В этом отношении значительно менее притязательным оказывается первый способ, который, в частности, принципиально не может привести к нереальным результатам. Если, например, пользуясь первым способом, определить величину a по данным тех же скв. *413, 415, 417*, то получается $a=1{,}3 \cdot 10^4$ *м²/сут* по скв. *413, 415* и $a=10^4$ *м²/сут* по скв. *413, 417*, что при проводимости пласта 300 *м²/сут* дает $\mu=0{,}02$.

Таким образом, применение этого способа определения величины a допустимо лишь при условии, что предварительно будет установлено соотношение проводимостей пласта по его длине. Исследования применения конечноразностных уравнений для определения параметров проводились также П. А. Киселевым [6] и А. В. Лебедевым [9, 10].

[1] Г. М. Черномашенцев [16] предложил несколько более сложный способ определения суммарных расходов, принимая, что проницаемость пласта одинакова по всей его высоте. Последнее допущение резко снижает область применимости предложенного им способа.

[2] Н. Н. Биндеман приводит эту зависимость без учета различия проводимостей пласта на отдельных участках.



в. Применение гидравлического интегратора

Применение гидравлического интегратора в данном случае целесообразно, если водоносный пласт оказывается неоднородным и аналитические решения применены быть не могут.

По существу эта задача на интеграторе может решаться в такой же постановке, как и при расчетах в конечных разностях.

Для определения величины a можно воспользоваться данными по наблюдениям в двух пьезометрах, один из которых принимается в качестве граничного, а другой — в качестве наблюдательного. Далее весь профиль разбивается на несколько блоков так, чтобы оба пьезометра попали в центры блоков, а между ними разместилось еще два-три блока.

При этом, с одной стороны, граница потока совмещается с граничным пьезометром и на ней задаются уровни, наблюдаемые в граничном пьезометре, с другой — поток либо ограничивается

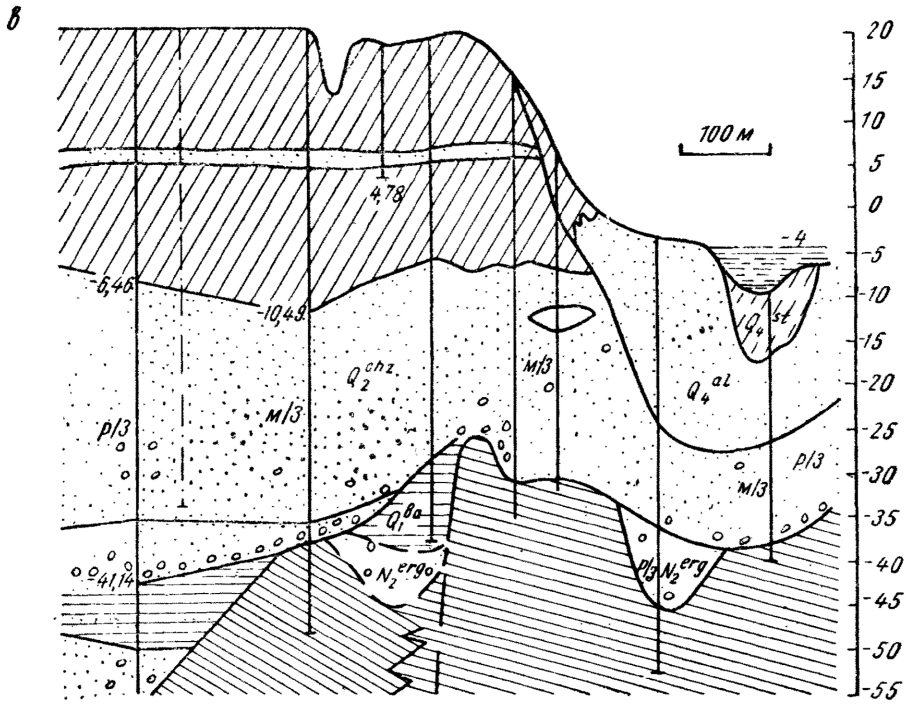


Рис. 24. Данные для определения параметров по створу Гидропроекта у г. Волгограда (левый берег р. Волги):
а — план расположения скважин, *б* — графики колебания уровней водоносного горизонта в наблюдательных скважинах (по данным Гидропроекта), *в* — разрез по створу Гидропроекта

естественной границей, либо на расстоянии $\sim 4\sqrt{at}$ от наблюдательного пьезометра задается непроницаемая граница. Устанавливая далее гидравлические сопротивления ρ на интеграторе пропорционально значениям фильтрационного сопротивления $\Phi = \frac{\Delta x}{T}$, а емкости на интеграторе ω — пропорционально емкостям блока в натуре $C = \mu \Delta x'$, можно далее провести расчеты для нескольких значений μ и подбором найти такое значение, при котором совпадение рассчитанных и наблюденных изменений уровня воды в наблюдательной скважине получается наилучшим. Величина a находится по следующей формуле, непосредственно получающейся из формулы (I,46) для масштаба времени:

$$a = \frac{\Delta x \cdot \Delta x'}{\alpha_t \cdot \rho \cdot \omega}. \qquad \text{(III, 27)}$$

Если в первом приближении считать пласт однородным, то для определения a с помощью гидроинтегратора можно применить прием, аналогичный первому способу Н. Н. Биндемана (см. § 3 настоящей главы). Для этого следует на интеграторе задать цепочку одинаковых сопротивлений ρ и емкостей ω произвольной величины, причем цепочка должна быть достаточно длинной, чтобы на ее конце за расчетный период времени не произошло заметных изменений уровня. Общее количество блоков N_0 определяется из этого условия неравенством:

$$N_0 > 4\sqrt{\frac{t_м}{\rho\omega}}, \qquad \text{(III, 28)}$$

где $t_м$ — расчетное время на модели (интеграторе).

Проведя далее расчет на интеграторе при уровне на границе, соответствующем изменению уровня в граничном пьезометре, находим тот номер сечения N, в котором изменения уровня соответствуют изменению уровня в наблюдательном пьезометре[1]. При этом величина a определяется по формуле

$$a = \frac{x^2}{\alpha_t N^2 \rho\omega}. \qquad \text{(III, 29)}$$

При задании значений ρ и ω целесообразно выдерживать соотношение

$$\rho\omega = (0{,}05 \div 0{,}1)\frac{x^2}{a\alpha_t}, \qquad \text{(III, 30)}$$

в котором величину a можно задать по предварительным соображениям.

При расчетах на интеграторе можно также воспользоваться приемом, аналогичным третьему способу Н. Н. Биндемана, используя данные режимных наблюдений в трех скважинах, когда две крайние скважины рассматриваются как граничные, а средняя скважина — как наблюдательная. Профиль между граничными скважинами разбивается при этом на 5—6 блоков так, чтобы наблюдательная скважина попадала в центр одного из блоков; гидравлические сопротивления на интеграторе ρ задаются пропорционально фильтрационному сопротивлению $\Phi = \frac{\Delta x}{T}$, а емкости ω — пропорционально емкостям блоков $C = \mu\Delta x'$. Проводя решения на интеграторе при различных емкостях ω, найдем то их значение, при котором совпадение расчетного и наблюдательного графика изменения уровня в наблюдательной скважине является наилучшим. При этом величина a определится формулой (III,27).

Заметим, что при пользовании этим способом существенная погрешность также может возникнуть за счет неправильного учета

[1] Здесь также величина N может быть не целой.

неоднородности пласта. Если неоднородность пласта не может быть оценена по данным опытно-фильтрационных работ или по режимным наблюдениям в период стационарного положения кривой депрессии, то можно одновременно подбирать на интеграторе и величину a, и соотношения между проводимостями пласта T в различных сечениях, и даже величину инфильтрации в отдельных сечениях, рассматривая характер неустановившейся фильтрации за длительный период времени (например, годовой цикл).

При этом в первом приближении величина a может быть определена с помощью первого приема или с применением аналитических зависимостей.

Для определения величины ΔL на интеграторе целесообразно предложить способ, использующий связь между уровнями в реке и в ближайшем к реке пьезометре (причем, чем ближе этот пьезометр к реке, тем расчет будет точнее). При разбивке гидромодели центр первого блока устанавливают в месте расположения первого пьезометра, а остальную разбивку делают равномерной.

В этом случае считают известными величины проводимости и водоотдачи пласта, что дает возможность определить на гидромодели все емкости и сопротивления, кроме сопротивления ρ_0, которое соответствует фильтрационному сопротивлению Φ^0 между рекой и центром первого блока длиной Δx_1, причем

$$\Phi^0 = \frac{\Delta L + 0{,}5\Delta x_1}{T}. \qquad \text{(III, 31)}$$

Величину ρ_0 находят на интеграторе подбором из условия, что в первом пьезометре расчетный график изменения уровня лучше всего соответствует действительному (при этом на границе задаются изменения уровня, соответствующие изменению уровня в реке). Здесь так же, как и при расчетах в конечных разностях, можно начинать расчеты с любого момента времени, однако при этом в пьезометрах должны быть установлены уровни, соответствующие наблюденным изменениям уровня на начальный момент времени по отношению к установившемуся. Найдя подбором величину ρ_0, определим далее ΔL по формуле:

$$\Delta L = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} - 0{,}5\Delta x_1, \qquad \text{(III, 32)}$$

где Δx_2 — размер второго блока,

ρ — сопротивление на интеграторе между первым и вторым блоками.

§ 3. ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

а. Оценка проницаемости верхнего слоя

Для оценки проницаемости верхнего слоя удобно воспользоваться данными наблюдений в скважинах-дублерах, расположенных в нижнем и верхнем слоях (рис. 25) по колебаниям уровней

грунтовых вод при паводке или наполнении водохранилища. В этом случае при изменении напора в нижнем слое начнется вертикальная фильтрация в верхнем слое, причем, пренебрегая упругим режимом фильтрации в верхнем слое и принимая его однородным, можно полагать, что эпюра давления и напоров в верхнем слое прямолинейна [1].

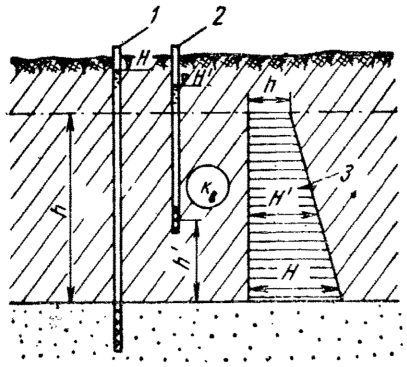


Рис. 25. Схема расположения пьезометров для определения коэффициента уровнепроводности грунтов покровного слоя:
1 — пьезометр в нижнем слое, *2* — пьезометр в верхнем слое, *3* — эпюра напоров

Если принять в качестве плоскости сравнения границу раздела между верхним и нижним слоем и считать известными напоры H и H' в пьезометрах нижнего и верхнего слоя, то эпюра напоров в верхнем слое будет иметь вид, также представленный на рис. 25. Из геометрических соображений следует, что

$$\frac{H-h}{H'-h}=\frac{h}{h-h'}. \qquad \text{(III, 33)}$$

Отсюда после несложных преобразований находим выражение для ординаты уровня воды в верхнем слое h:

$$h=\frac{H}{H-H'+h'}\cdot h'. \qquad \text{(III, 34)}$$

Далее можно использовать балансовое уравнение для вертикального потока в верхнем слое, которое представим в виде:

$$k_{\text{в}}\frac{H-H'}{h'}=\mu\cdot\frac{dh}{dt}-w, \qquad \text{(III, 35)}$$

где w — интенсивность инфильтрации.

Если считать $w=0$, то из уравнения (III,35) следует, что

$$\frac{k_{\text{в}}}{\mu}=\frac{h'}{H-H'}\cdot\frac{dh}{dt}\cong\frac{h'}{H-H'}\cdot\frac{\Delta h}{\Delta t}. \qquad \text{(III, 36)}$$

Для расчетов по представленным выше зависимостям следует прежде всего, пользуясь формулой (III,34) и данными об изменении H и H', получаемыми по режимным наблюдениям, построить график изменения ординаты кривой депрессии h от времени t, по которому можно на ряд моментов времени определить скорость изменения уровня $dh/dt\approx\frac{\Delta h}{\Delta t}$. Далее следует выбрать период времени, когда инфильтрация практически отсутствует, и по формуле (III,36) найти величину коэффициента уровнепроводности грунтов верхнего слоя $k_{\text{в}}/\mu$, причем целесообразно для расчета выбрать пе-

[1] В процессе подготовки данной работы была опубликована статья Е. Л. Минкина [12], в которой рассматривалась аналогичная задача.

риод времени, когда скорость изменения уровней и разница напоров в пьезометрах H и H' более или менее стабилизировались, так как в этом случае снижается погрешность, вносимая за счет пренебрежения упругим характером фильтрации и капиллярными силами. Зная величину $k_в/\mu$, можно затем по формуле

$$\frac{w}{\mu} = \frac{\Delta h}{\Delta t} - \frac{k_в}{\mu_0} \cdot \frac{H - H'}{h'} \qquad \text{(III, 37)}$$

определить величины w/μ на различные моменты времени.

Если к тому же по данным определения влажности выше и ниже депрессионной поверхности установить величину μ, то нетрудно найти величину коэффициента фильтрации верхнего слоя $k_в$ и интенсивности инфильтрации w.

В качестве примера приведем данные определения величин $\frac{k_в}{\mu}$ для створа Старая Майна (рис. 26), расположенного на правом берегу р. Волги по данным наблюдений за уровнями в скважинах-дублерах (*107*, *108* и *111*, *112*) по изложенной выше методике. Как видно, для скв. *107*, *108* получилось $\frac{k_в}{\mu} = 0{,}5$—0,7 *м/сут*, а для скв. *111*, *112* — $\frac{k_в}{\mu} = 0{,}2$—0,3 *м/сут*, что при $\mu = 0{,}1$ дает $k_в = A \cdot 10^{-2}$ *м/сут*. Обращает на себя внимание тот факт, что по двум створам получились значения $\frac{k_в}{\mu}$, отличающиеся друг от друга в 2—3 раза, что свидетельствует о неоднородности покровного слоя.

Это обстоятельство еще раз доказывает возможность упрощения зависимостей, описывающих фильтрационный поток в покровном слое, и в частности возможность линеаризации соответствующих уравнений неустановившейся фильтрации (как это предложено в § 3 гл. II).

б. Определение коэффициента уровнепроводности водоносного пласта

Впервые методика определения коэффициента уровнепроводности двухслойного водоносного пласта $a = \frac{km}{\mu}$ по данным режимных наблюдений была предложена Н. Н. Биндеманом [2], который применил для этого метод конечных разностей с использованием данных наблюдения по четырем пьезометрам на два момента времени. Полученную таким образом формулу для случая равного расстояния между скважинами Δx Н. Н. Биндеман записал в виде:

$$a = \frac{2(\Delta x)^2}{H_1 + H_3 + H_1' + H_3' - 2(H_2 + H_2')} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t}, \qquad \text{(III, 38)}$$

где H_2 и H_2' — значения напоров в расчетном сечении на начало и конец расчетного периода времени Δt; H_1, H_1', H_3 и H_3' — анало-

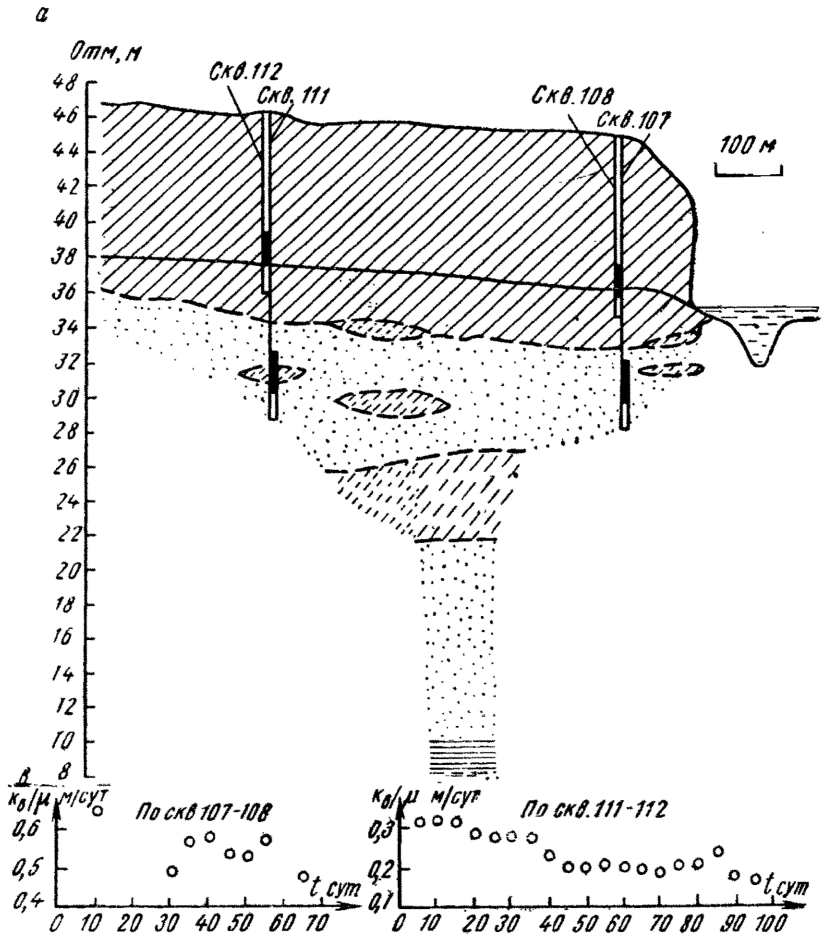
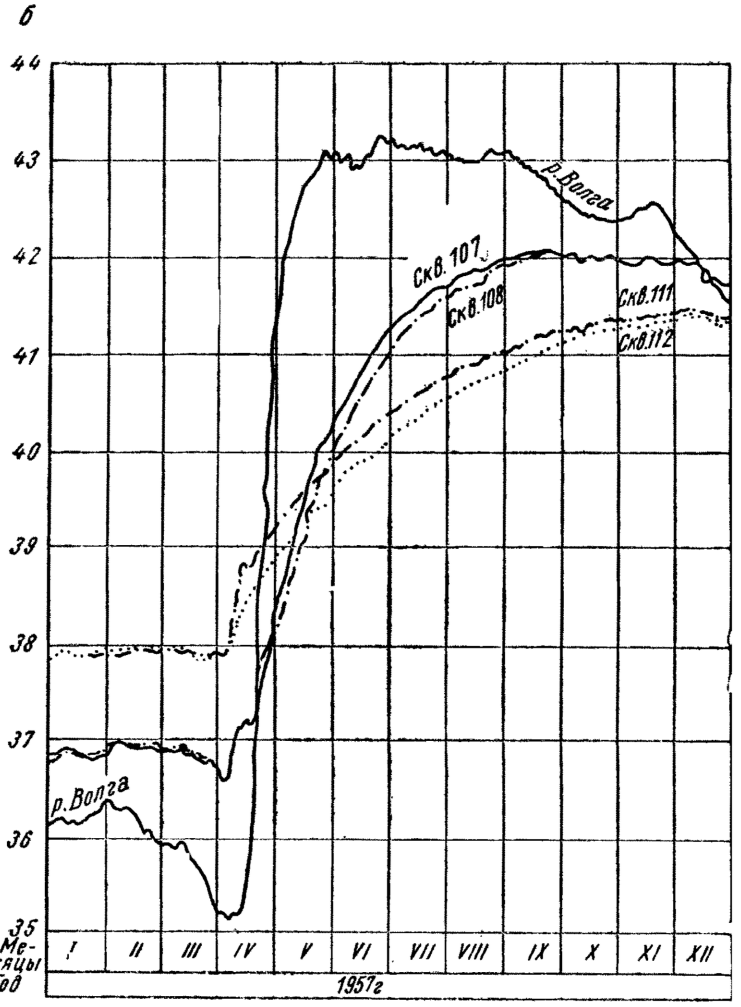


Рис. 26. Гидрогеологический профиль и данные режимных наблюде-
а — гидрогеологический профиль; *б* — графики изменения уровней в наблюда-

гичные значения напоров в соседних сечениях, отстоящих от расчетного на расстоянии Δx; Δh — изменение уровня в верхнем слое за время Δt.

Можно в этом случае пользоваться для определения величины a и более точной формулой (III,24), в которой площадь насыщения за время Δt следует определять по ординатам кривой депрессии h.

При расчетах величины a с применением аналитических зави-



ний по створу Старая Майна (по данным М. А. Вевиоровской): тельных скважинах; *в* — расчетные значения величины $\varkappa_в/\mu$

симостей следует прежде всего получить решение для случая, когда уровень на границе полуограниченного двухслойного пласта, начиная с момента времени $t=0$, изменяется по линейному закону. В этом случае задача сводится к решению уравнения (II,25) при граничных условиях

$$H = 0 \text{ при } t = 0 \text{ и } H = H^0 = vt \text{ при } x = 0. \qquad \text{(III, 39)}$$

Решение этой задачи можно получить, исходя из разобранного

ранее (§ 3 гл. II) решения для случая мгновенного изменения уровня на границе, поскольку напор в пласте H для любого закона изменения уровня $H^0(t)$ на границе $x=0$ связывается с относительным напором $\bar{H}(x, t)=\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$ при мгновенном изменении уровня на этой границе [11] общей зависимостью

$$H=\int_0^t H^0(t-\tau)\,\frac{\partial \bar{H}(x, \tau)}{\partial \tau}\,d\tau. \qquad \text{(III, 40)}$$

Имея в виду, что согласно (II, 36, 37 и 38 а) $\bar{H}(x, t)=F_{\text{н}}=F+\partial F/\partial\theta$ при граничном условии (III, 39), зависимость (III, 40) запишем в виде:

$$H=\int_0^t v(t-\tau)\,\frac{\partial F_{\text{н}}}{\partial \tau}\,d\tau. \qquad \text{(III, 41)}$$

Решая интеграл (III,41) по частям, найдем

$$H=vtR_{\text{н}}(\theta, \varepsilon),\quad \varepsilon=\lambda^2\theta, \qquad \text{(III, 42)}$$

причем λ и θ определяются согласно (II, 37а), а

$$R_{\text{н}}(\theta, \varepsilon)=\frac{1}{\theta}\int_0^{\theta} F_{\text{н}}(\theta, \varepsilon)\,d\theta=$$

$$=1-\frac{2}{\pi\theta}\int_0^{\infty}\frac{\sin(2\sqrt{\varepsilon}\,z)}{z^3}\left[1-\exp\left(-\frac{z^2}{1+z^2}\theta\right)\right]dz. \qquad \text{(III, 43)}$$

Имея в виду зависимость (III,26а), найдем, что

$$R_{\text{н}}(\theta, \varepsilon)=\frac{1}{\theta}\int_0^{\theta} F_{\text{н}}(\theta, \varepsilon)\,d\theta=\widetilde{F}(\theta, \varepsilon)+F(\theta, \varepsilon), \qquad \text{(III, 43а)}$$

где $\widetilde{F}(\theta, \varepsilon)$ — среднее значение функции $F(\theta, \varepsilon)$ за расчетный период времени.

Значения функций $R_{\text{н}}(\lambda, \theta)$, определенные графическим путем согласно (III,43а) [1], представлены на графике (рис. 27)

Для определения a по данным режимных наблюдений с применением уравнения (III,42) можно воспользоваться методикой, изложенной в § 2 настоящей главы; следует только во всех зависимостях вместо функции $R(\lambda)$ подставить функции $R_{\text{н}}(\lambda, \theta)$. При этом надо только предварительно определить величину $k_{\text{в}}/\mu$ согласно (III,36), пользуясь данными режимных наблюдений в скважинах-

[1] Предварительно были построены вспомогательные графики зависимости $F_{\text{н}}(\theta, \varepsilon)$ и $R_{\text{н}}(\theta, \varepsilon)$.

дублерах. Осредненный уровень верхнего слоя целесообразно принимать соответствующим среднему за расчетный период времени уровню в индикаторной скважине. Таким образом, величина θ на расчетный период времени становится известной, и задача, как и ранее, сводится к определению величины λ, по которой уже находится коэффициент уровнепроводности a.

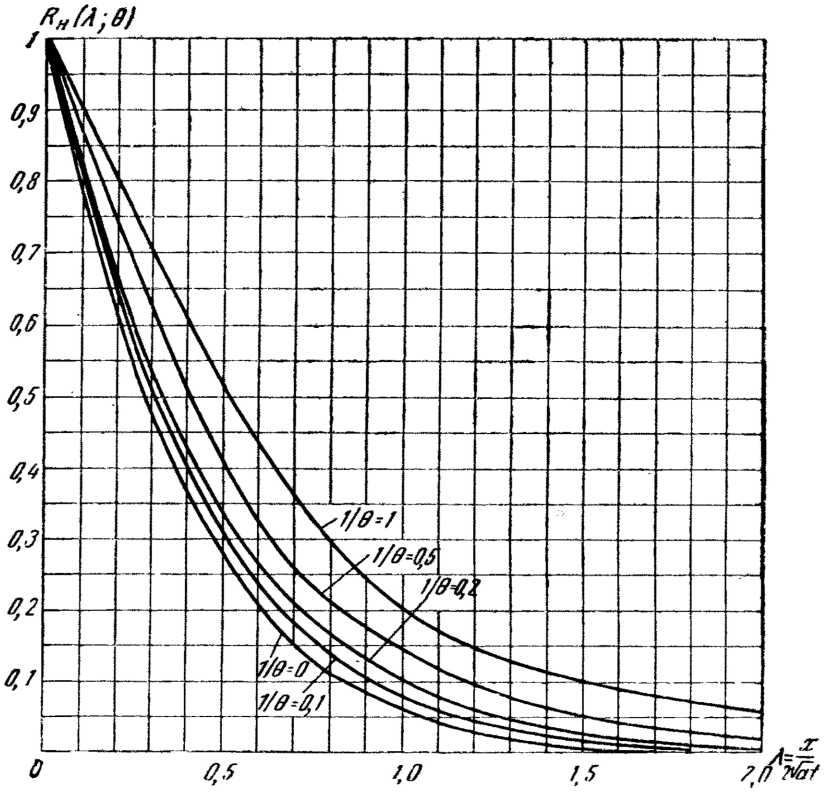
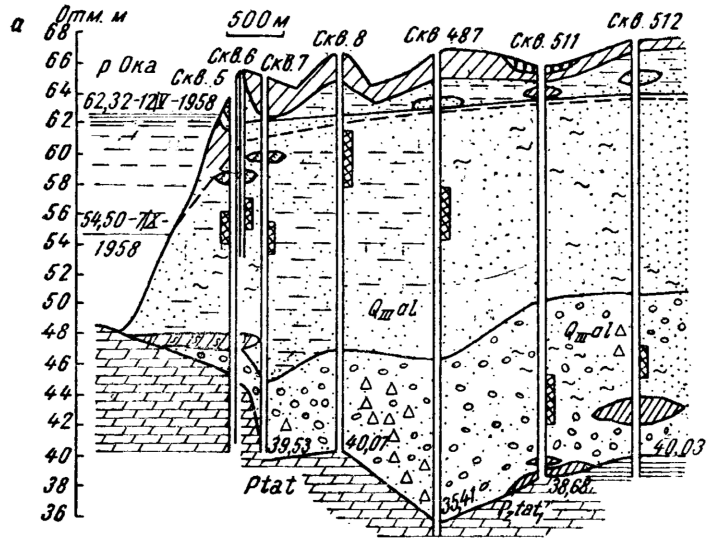
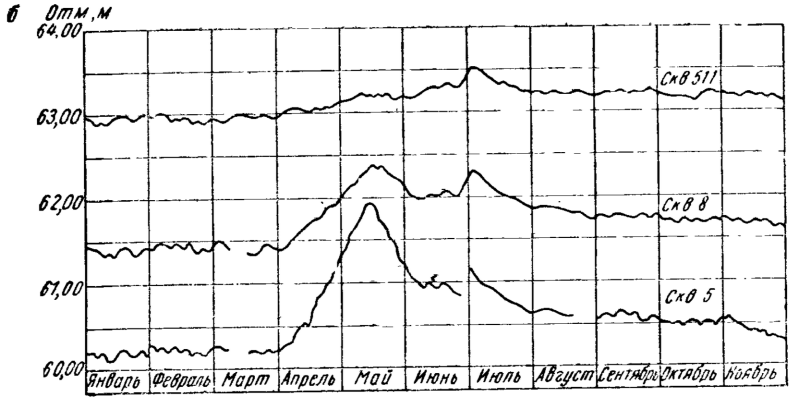


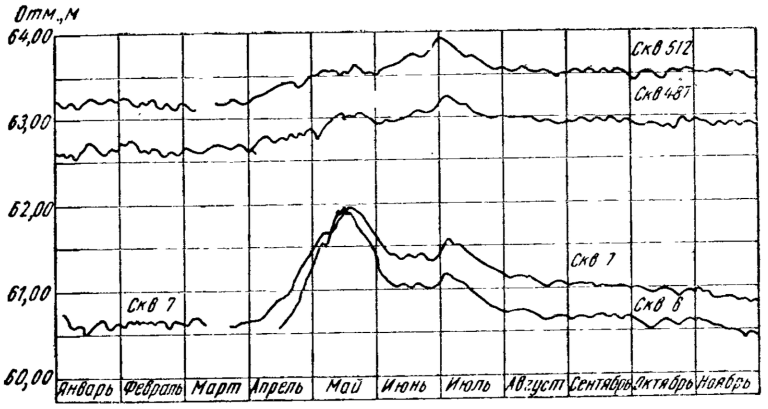
Рис. 27. График функции $R_н(\lambda, \theta)$

§ 4. ОБ УЧЕТЕ ИНФИЛЬТРАЦИОННОГО ПИТАНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ПЕРИОД ПАВОДКОВОГО РЕЖИМА

В период паводка обычно происходит резкое изменение режима инфильтрации, накладывающее определенный отпечаток на режим грунтовых вод и снижающее влияние паводка. Влияние инфильтрации можно учесть, если знать закономерности ее изменения во времени. Выявление этих закономерностей представляет собой довольно сложную задачу, поскольку они включают целый ряд факторов, более или менее строгий учет которых в настоящее время не представляется возможным.


а
Отм. м
500 м
р Ока
62,32-12IV-1958
54,50-IX-1958
Скв. 5
Скв. 6
Скв. 7
Скв. 8
Скв 487
Скв. 511
Скв. 512
Qm al
Ptat
P2tat
39,53
40,07
35,41
38,68
40,03


б
Отм., м
64,00
63,00
62,00
61,00
60,00
Скв 511
Скв 8
Скв 5
Январь
Февраль
Март
Апрель
Май
Июнь
Июль
Август
Сентябрь
Октябрь
Ноябрь


Отм., м
64,00
63,00
62,00
61,00
60,00
Скв 512
Скв 487
Скв 7
Скв 6
Скв 7
Январь
Февраль
Март
Апрель
Май
Июнь
Июль
Август
Сентябрь
Октябрь
Ноябрь

На прибрежных территориях встречаются два характерных типа режима, возникающих под действием инфильтрации. Первый тип режима имеет место при наличии хорошо проницаемой зоны аэрации, когда вода, поступившая в грунт после таяния снегов и весенних дождей, довольно быстро достигает поверхности грунтовых вод и повышает ее так, что в течение 10—15 дней к моменту начала паводка формируется практически стабильное положение кривой депрессии за счет инфильтрации.

В качестве примера такого типа режима можно привести данные по одному из режимных створов в приречной части г. Горького (рис. 28). Из этих данных видно, что за счет инфильтрации происходит резкий подъем уровней грунтовых вод во всех наблюдаемых скважинах в период до 15/IV, после чего режим на далеких от реки участках практически стабилизируется, а на ближних к реке участках начинается влияние паводка, причем во всех случаях переход от режима инфильтрации к режиму паводка ясно проявляется, хотя и небольшим, но четко выраженным «порожком» изменения уровней на 15/IV.

В этом случае изменения уровней за счет паводка следует отсчитывать от уровня, соответствующего времени стабилизации инфильтрационного режима, после чего можно пренебрегать влиянием инфильтрации при изучении паводкового режима.

Применительно к рассматриваемому створу уровень стабилизации инфильтрационного режима принимается на 15/IV («порожек» инфильтрации).

Приведем пример расчета коэффициента уровнепроводности между скв. 5 и 7 на период 15/IV—13/V, когда подъем уровня в граничной скв. 5 является относительно равномерным. В этом случае расчет можно вести по формуле (III, 13) при $x=200$ *м*, $t=28$ *сут*, $\Delta H=1{,}05$ *м*, $\Delta H^0=1{,}45$ *м*,

$$R(\lambda)=\frac{\Delta H}{\Delta H^0}=\frac{1{,}05}{1{,}45}=0{,}725.$$

По таблице в прилож. 2 находим $\lambda=0{,}14$ и согласно (III, 14)

$$a=\frac{x^2}{4\lambda^2 t}=\frac{200^2}{4\cdot 0{,}14^2\cdot 28}=1{,}8\cdot 10^4\ м^2/сут.$$

Если проводимость пласта здесь порядка 500 $м^2/сут$, то $\mu=0{,}03$.

Второй тип режима характерен для условий малопроницаемой зоны инфильтрации, когда время интенсивной инфильтрации ока-

Рис. 28. Гидрогеологический створ в районе г. Горького (по данным горьковской гидрогеологической станции):
а — гидрогеологический профиль, *б* — графики уровней в наблюдательных скважинах

зывается значительным. В этом случае можно в первом приближении считать, что интенсивность инфильтрации в период паводка остается такой же, как и была непосредственно перед этим. Тогда изменение напора за счет инфильтрации ΔH_w определяют согласно общей зависимости (II,12):

$$\Delta H_w = \frac{wt}{\mu}[1 - R(\lambda_p)]; \quad \lambda_p = \frac{x_p}{2\sqrt{at_w}}, \qquad \text{(III, 44)}$$

где x_p — расстояния от скважины до реки; t_w — время, отсчитываемое от начала инфильтрационного питания.

Величину $\frac{w}{\mu}$ можно определить по скорости подъема уровней в начале инфильтрационного периода, пользуясь уравнением (III,44).

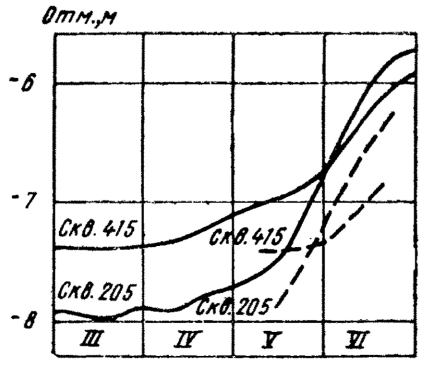


Рис. 29. Графики колебаний уровней в пьезометрах Волгоградского створа: сплошные линии — действительные графики; пунктирные — графики, поправленные с учетом инфильтрацин

В период паводка подъем уровней складывается из подъема за счет паводка и подъема уровня ΔH_w, определяемого зависимостью (III,44) за счет инфильтрации.

В качестве примера второго типа режима влияния инфильтрации приведем данные режимных наблюдений по створу Гидропроекта на левом берегу р. Волги в районе г. Волгограда (см. рис. 24). Рассмотрение данных режимных наблюдений показывает, что влияние паводка наступает до стабилизации инфильтрационного режима, период которого растягивается, по-видимому, в связи с наличием значительного покровного суглинистого слоя.

В соответствии со сказанным выше воспользуемся для изменения уровня в наблюдательной скважине уравнениями (III, 12) и (III, 44). Предварительно по начальному периоду подъема уровня в дальней скв. *415*, находящейся от реки на расстоянии 750 *м*, определяем величину $\frac{w}{\mu}$ по уравнению (III, 44) при различных значениях a. По данным на 10/V, считая начало инфильтрации 1/IV, имеем $\Delta H_w = 0{,}4$ *м* при $t = 40$ *сут*.

Задавая $a = 4000$ *м²/сут*, найдем $\lambda_p = \frac{0}{2\sqrt{4000 \cdot 40}} = 0{,}937$, по таблице прилож. 2 находим $R_w = 1 - R(\lambda) = 0{,}93$ и согласно уравнению (II, 44)

$$\frac{w}{\mu} = \frac{\Delta H_w}{R_w \cdot t_w} = \frac{0{,}4}{0{,}93 \cdot 40} = 0{,}0108 \text{ м/сут}.$$

Аналогичным образом находим $\frac{w}{\mu} = 0{,}0114$ *м/сут* при $a = 6000$ *м²/сут*.

Далее проводим расчет коэффициента уровнепроводности a, считая скв. *205* граничной, а скв. *415* наблюдательной на период 10/IV—20/VI. Предварительно исключаем влияние инфильтрации, вычитая значения подъема уровней воды ΔH_w, определяемые уравнением (III, 44). Таким образом строятся новые расчетные графики изменения уровней в скважинах, на которых откладываются значения $\Delta H_п = \Delta H - \Delta H_w$, где ΔH — действительный подъем уровня в скважинах, отсчитываемый от осреднеиного предпаводкового уровня; $\Delta H_п$ — подъем уровня в скважинах, который происходит только за счет влияния паводка. Пользуясь графиками $\Delta H_п$ для граничной и наблюдательной скважин, можно далее проводить расчеты величины a без учета инфильтрации, например, по уравнениям (III, 13; III, 14). Такие графики, построенные для скв. *205* и *415* при $a=4000$ *м²/сут*, приведены на рис. 29.

Проводим расчет величины a в период с 10/V до 20/VI, считая подъем уровня воды в граничной скважине равномерным. В этом случае для определения a можно воспользоваться уравнением (III, 13), снимая величины ΔH и ΔH^0 с построенного графика $\Delta H_п$. Имея в виду, что $\Delta H=0{,}55$ *м* и $\Delta H^0=1{,}55$ *м*, найдем $R(\lambda) = \dfrac{0{,}55}{1{,}55} = 0{,}355$, а по таблице в прилож. $2\lambda=0{,}412$. Согласно (III, 14)

$$a = \frac{x^2}{4\lambda^2 t} = \frac{350^2}{4 \cdot 0{,}412^2 \cdot 40} = 4500 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Для уточнения расчетов можно далее пересчитать величины ΔH_w при $a=4500$ *м²/сут*, построить новые графики паводкового подъема уровня $\Delta H_п$ и повторить затем определение a по этим графикам. Поскольку величина инфильтрационной срезки ΔH_w слабо зависит от a, то полученное значение $a=4500$ *м²/сут* можно считать окончательным.

Следует заметить, что приведенные выше рекомендации по учету инфильтрации далеко нельзя считать исчерпывающими и к методике решения этого вопроса каждый раз нужно подходить с творческих позиций.

Глава IV

ОСНОВЫ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ РАСЧЕТОВ ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ДРЕНАЖА С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

§ 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Существенное упрощение и развитие методики и техники фильтрационных расчетов вертикальных скважин и горизонтальных дрен связано с применением метода фильтрационных сопротивлений, который позволяет несовершенные скважины и дрены привести к эквивалентным совершенным, а системы скважин привести к эквивалентным совершенным траншеям.

Определим фильтрационное сопротивление участка потока Φ как отношение потерь напора на этом участке к расходу протекающего через тот участок потока. Сопротивления потока зависят в основном от проницаемости грунтов и характера гидродинамической сетки движения в плане и в разрезе, причем чем резче деформируется сетка движения, тем большей оказывается величина сопротивления. Очевидно, что общее сопротивление потока складывается из сопротивления отдельных его участков, при этом правила сложения фильтрационных сопротивлений остаются в принципе такими же, как и правила сложения электрических сопротивлений, широко применяемые в электротехнике [11, 37]. Основным положением метода фильтрационных сопротивлений, предложенным для расчетов систем скважин Ю. П. Борисовым [11], а для фильтрации под гидросооружениями С. М. Нумеровым [8] является выделение сопротивлений в зонах с резко деформированным характером фильтрационного потока. Оказывается, что если зоны резкой деформации потока располагаются на достаточно большом расстоянии от областей питания (стока) и друг от друга, то фильтрационные сопротивления в этих зонах могут определяться только локальными условиями формирования потока в этих зонах неза-

висимо от условий формирования всего фильтрационного потока в целом.

Заметим, что такого рода принципы широко применяются в различных областях механики, например в теории упругости (принцип Сен-Венана), в теории теплопроводности (свойство стабильности теплового потока, по А. И. Вейнику [21]), в гидравлике труб (сложение местных потерь напора) и т. п.

Согласно общим принципам метода сопротивлений фильтрационный поток на некотором расстоянии от скважин или дрен опре-

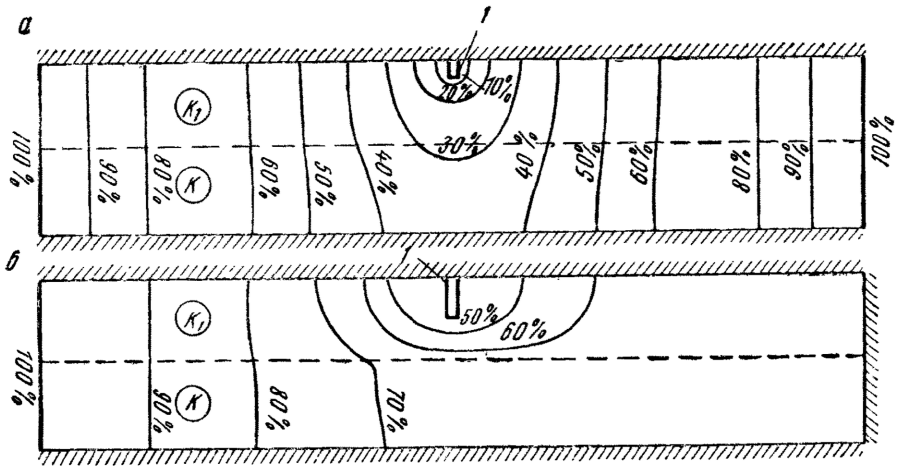


Рис. 30. Сетка движения вблизи несовершенной дрены в двухслойной среде:
$а$ — при $\frac{k_1}{k}=2{,}5$; $б$ — при $\frac{k}{k_1}=8$; *1* — дрена

деляется только расходом потока, забираемого (подаваемого) скважинами или дренами независимо от того, являются они совершенными или несовершенными, ведется ли забор из ряда скважин или из совершенной траншеи и т. п. Разница в структуре потоков, образующихся таким образом, имеет место только вблизи скважин или дрен и обусловливает потери напора, необходимые на подход потока к скважинам или дренам в непосредственной близости от них.

Основными видами местных сопротивлений, представляющих особый интерес для расчетов водопонижения и дренажа, являются сопротивления на несовершенство скважин, горизонтальных дрен и внутреннего сопротивления контура скважин.

Сопротивление на несовершенство горизонтального дренажа возникает за счет деформаций линий тока при входе фильтрационного потока в дрену (рис. 30). Возможность и целесообразность применения метода фильтрационных сопротивлений в данном случае определяется тем, что на больших территориях поток под действием дренажа формируется независимо от того, является ли

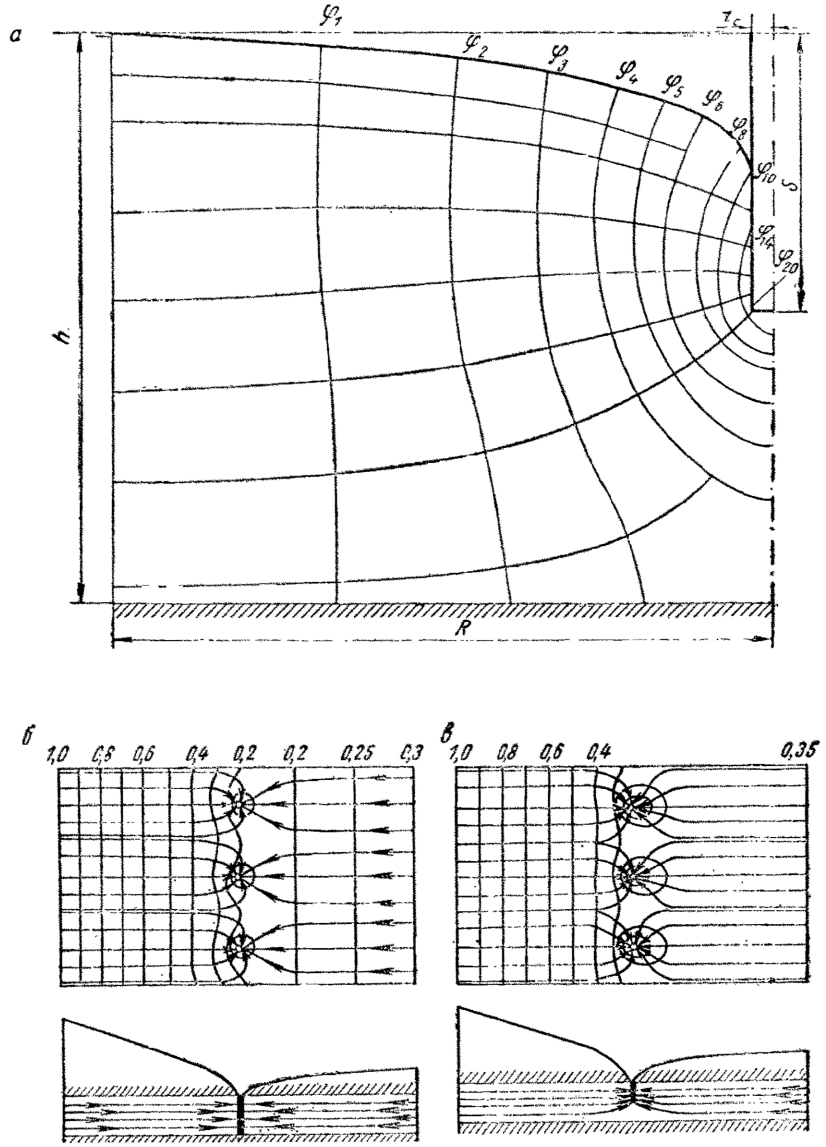


Рис. 31. Сетка потока вблизи скважин:
а — одиночная несовершенная скважина в безнапорном потоке, по Нарганту (Nahrgang G.), [45]; *б, в* — поток к цепочке совершенных и несовершенных скважин в полосе между двумя областями питания, по С. К. Абрамову [1]

он совершенным или несовершенным и только в непосредственной близости от дренажа происходит резкая деформация потока, определяющая степень его гидродинамического несовершенства.

То же самое можно сказать относительно формирования фильтрационного потока под действием фильтрации из каналов.

Сопротивление на несовершенство скважин определяется деформациями линий тока вблизи скважин (рис. 31,*а*, *в*), имеющими место вокруг скважины на расстоянии порядка мощности водоносного пласта.

Внутреннее сопротивление контура скважин возникает при распределении потока между скважинами и определяется деформацией линии тока в плане вблизи скважин (рис. 31,*б*, *в*).

Для применения метода сопротивлений в данном случае следует прежде всего разобрать методику определения местных фильтрационных сопротивлений в указанных зонах резких деформаций потока вблизи скважин или дрен. В этом, естественно, особое внимание придется обратить на характер фильтрации в прискважинной или придренной области. Поскольку размеры этой области невелики, а при расчетах водопонижения и дренажа представляют интерес обычно достаточно длительные периоды работы скважин или дрен, то при изучении областей местных сопротивлений можно рассматривать в основном условия установившейся фильтрации.

§ 2. ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ ПОТОК ВБЛИЗИ ОДИНОЧНЫХ СКВАЖИН

Вопросы фильтрации вблизи совершенных и несовершенных одиночных скважин рассмотрены в целом ряде исследований и обобщены в работах [1, 2, 13, 14, 15, 22, 23, 26, 35, 37, 46 и др.].

Развивая результаты этих работ, можно уже подходить к разработке общих положений методики фильтрационного расчета скважин.

а. Одиночные скважины в напорном потоке

В напорном потоке особый вопрос представляет собой учет влияния гидродинамического несовершенства скважины на ее дебит.

Для определения дебита несовершенной скважины принимается общая зависимость, основанная на методе фильтрационных сопротивлений [11, 37], согласно которой в данном случае

$$Q = \frac{km(H_0 - H_c)}{f_c + f_{н.с}}, \qquad \text{(IV, 1)}$$

где H_0 — бытовой статический уровень потока в месте расположения скважин; H_c — динамический уровень в скважине; f_c — приведенное фильтрационное сопротивление (функция понижения) аналогичной совершенной скважины, а $f_{н.с}$ — дополнительное приведенное сопротивление на несовершенство скважины.

Рассмотрим методику определения дополнительного сопротивления на несовершенство $f_{н.с}$ [1].

Методика гидродинамических исследований несовершенных скважин обычно основывается на замене скважины системой равномерно распределенных стоков с постоянной линейной интенсивностью. При этом только различным путем оценивается эффективный потенциал на системе стоков, соответствующий напору на скважине.

Общее решение для вертикальной скважины в однородном напорном потоке ограниченной мощности (рис. 32,*а*) получено А. Л. Хейном [34], а затем Н. Н. Веригиным [2] [13, 14], которые при определении эффективного потенциала на скважине считали его равным среднему потенциалу по ее контуру (этот способ дает хорошие результаты и оказывается весьма рациональным).

Результаты исследования представлены Н. Н. Веригиным в виде графиков, определяющих дополнительное сопротивление на несовершенство скважины радиуса r_c в зависимости от трех безразмерных параметров (m/r_c; l/m; c/m); однако необходимость вести расчеты по целому ряду графиков с системой расчетных кривых делает их практическое использование затруднительным.

Из расчетных зависимостей для скважины в неограниченном по глубине потоке (при $c\to\infty$) следует, что формулу для понижения в скважине S_c можно представить в виде:

$$S_c = \frac{Q}{2\pi kl}\left(\ln\frac{l}{r_c} + A\right). \qquad \text{(IV, 2)}$$

где величина A зависит только от соотношения l/m. Можно показать, что для схемы пласта неограниченной мощности при решении задачи методом среднего потенциала

$$A = \ln\left(1{,}47\frac{b+l}{2b+l}\right) + \frac{b}{l}\ln\frac{b(b+l)}{(b+0{,}5l)^2}. \qquad \text{(IV, 3)}$$

Анализируя формулу (IV,2), можно предложить аппроксимационную зависимость для сопротивления на несовершенство скважины $f_{н.с}$ при любом ее положении в водоносном пласте, подобную зависимости, предложенной ранее [38] для скважины, примыкающей к водоупору, с использованием решения Маскета. В общем случае эта зависимость представляется в следующем виде:

$$f_{н.с} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1-\bar{l}}{\bar{l}}\left(\ln\frac{l}{r_c} - \varepsilon\right);\quad \bar{l} = \frac{l}{m}, \qquad \text{(IV, 4)}$$

где ε — величина, зависящая только от двух параметров c/l и l/m, определяющих местоположение скважины в пласте.

[1] В дальнейшем сопротивление на несовершенство скважин определяется без учета сопротивления фильтра, однако его нетрудно учесть, добавляя величину приведенного сопротивления фильтра к величине $f_{н.с}$.

[2] Н. Н. Веригиным это решение уточнено и более подробно табулировано.

Используя решение Н. Н. Веригина, построим график для определения величины ε (рис. 32,*б*, *в*), из которого по формуле (IV,4) нетрудно найти величину дополнительного сопротивления на несовершенство $f_{н.с}$. Сопоставление $f_{н.с}$, подсчитанной по формуле (IV,4) и полученной по графикам Н. Н. Веригина, показало, что

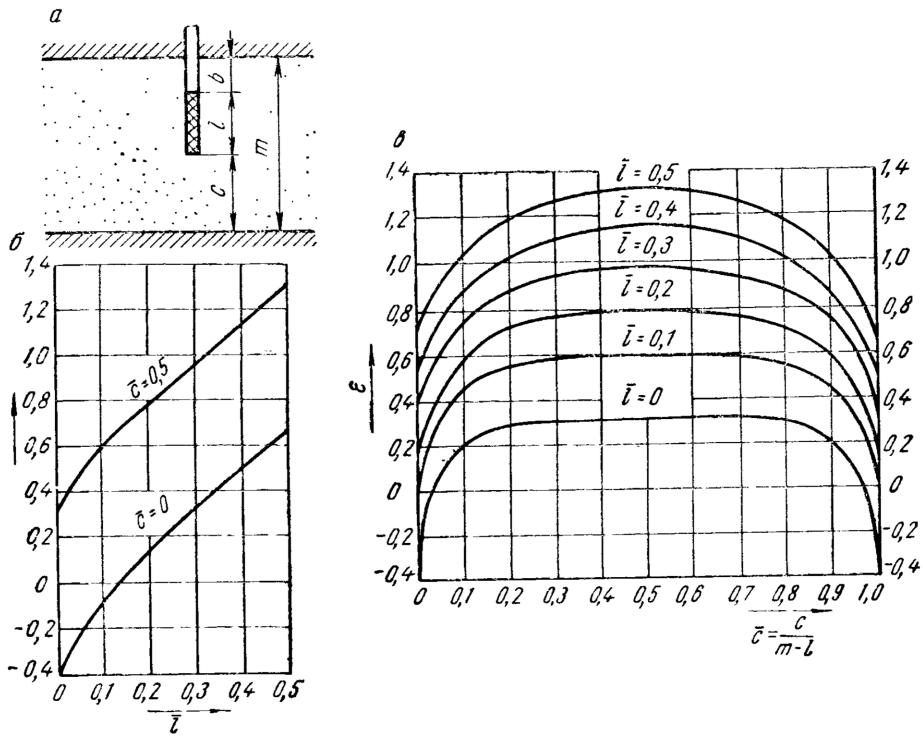


Рис. 32. К расчету сопротивления скважин на гидродинамическое несовершенство: *а* — схема несовершенной скважины в напорном пласте; *б*, *в* — графики для определения ε

структура формулы (IV,4) является правильной при достаточно больших соотношениях l/r_c. При $l/r_c>10$ (что, как правило, выполняется на практике) расхождение в расчетах не превышает 3—4%.

Графики величины ε построены до $\bar{l}=0,5$. При $\bar{l}>0,3$ можно считать

$$\varepsilon = 1,8\bar{l} - 0,27 + 1,38\sqrt{\bar{c}(1-\bar{c})}, \quad \bar{c} = \frac{c}{m-l}, \qquad \text{(IV, 4а)}$$

а для скважины, примыкающей к водоупору ($\bar{c}=0$), при любых $\bar{l}$

$$\varepsilon = 1,9\bar{l} - \frac{0,4}{1+\sqrt[4]{\bar{l}}} \qquad \text{(IV, 4б)}$$

Аналогичное выражение для $f_{н.с}$ получено также Бронсом (Brons) и Мартингом (Marting) [43] расчетами на электронной машине (IBM-650). Оно практически совпадает с выражением (IV,4), если величину ε, определяемую по графикам рис. 32 и формуле (IV,4а), увеличить на 0,1.

Следует отметить, что характер гидродинамического несовершенства скважин может существенно зависеть от неоднородности водоносного пласта по вертикали. Пока что этот важный вопрос не имеет достаточно определенного решения Некоторые частные схемы несовершенных скважин в неоднородных пластах имеются, например, в работах [10, 18, 19].

Учет гидродинамического несовершенства скважин можно производить [11, 37], вводя в расчет вместо действительного радиуса скважины $r_с$ фиктивный (расчетный) радиус $r_с'$, определяемый зависимостью:

$$r_с' = r_с \exp(-2\pi f_{н.с}). \qquad (IV, 5)$$

б. Скважины с незатопленным фильтром в безнапорном потоке

Анализ условий притока к совершенным скважинам в безнапорном потоке проводился в многочисленных исследованиях и завершился известной работой И. А. Чарного [37], доказавшего принципиальную справедливость формулы Дюпюи для определения дебита скважин.

Дебит же несовершенных скважин в безнапорном однородном потоке можно по аналогии с формулой (IV,1) определить по следующей общей зависимости:

$$Q = k\frac{h_0^2 - h_с^2}{2(l_с + f_{н.с})}, \qquad (IV, 6)$$

где h_0 и $h_с$ — глубины потока соответственно от статического и динамического уровней в скважинах до водоупора.

Специфическим в данном случае является только определение величины сопротивления на несовершенство $f_{н.с}$. Эта величина по своей сущности должна определяться кинематикой потока в области, прилегающей к скважине, которая в свою очередь при достаточном отдалении от контура питания зависит только от параметров: $r_с$, $h_с$, $l_с$, $\bar{Q} = Q/k$ и от характера неоднородности водоносного пласта вблизи скважины, так что для потока однородного строения принципиально должна иметь место зависимость:

$$f_{н.с} = f(r_с, h_с, l_с, \bar{Q}), \qquad (IV, 7)$$

или

$$f_{н.с} = f(r_с, h_с, l_с, h_в). \qquad (IV, 7а)$$

Строгое теоретическое определение этой зависимости не представляется возможным из-за исключительных технических трудно-

стей; для экспериментального ее построения пока не хватает данных.

В связи с этим приходится прибегнуть к приближенному приему, согласно которому величина $f_{н.с}$ в безнапорном потоке в первом приближении определяется по той же методике, что и для скважин в напорном потоке.

Специфичным в данном случае является только выбор величины расчетной мощности и расчетной длины фильтра. Поскольку,

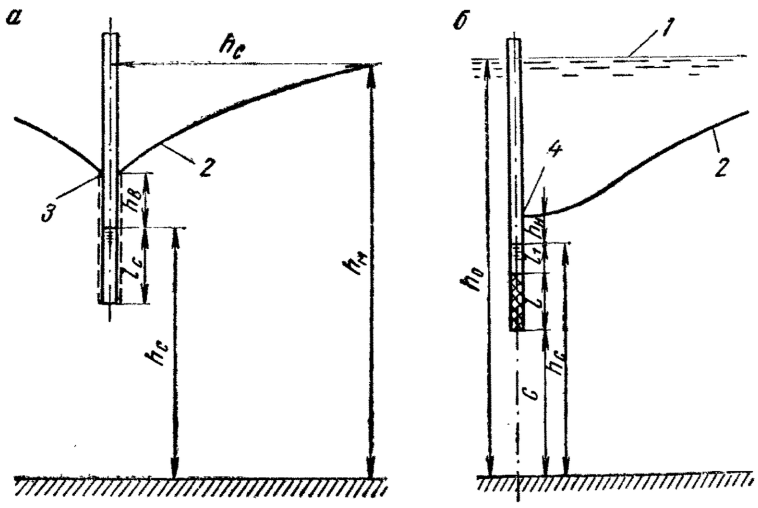


Рис. 33. Схема несовершенных скважин:
а — с незатопленным фильтром, *б* — с затопленным фильтром; *1* — статический уровень воды, *2* — кривая депрессии при работе скважин, *3* — точка высачивания, *4* — точка нависания

как показывают многочисленные исследования, деформации потока за счет несовершенства скважин проявляются лишь в непосредственной близости от скважин — на расстоянии порядка мощности потока, то именно в пределах глубин потока этой зоны и следует задавать расчетную мощность для оценки влияния несовершенства скважин.

Глубину потока $h_м$ на расстоянии, равном мощности потока у скважины h_c (рис. 33,*а*), можно определить [40] по приближенной формуле:

$$h_м = \sqrt{h_c^2 + 2\overline{Q}^0 f'}, \qquad \text{(IV, 8)}$$

где

$$f' = 0{,}366 \lg \frac{h_c}{r_c}, \qquad \text{(IV, 8а)}$$

$\overline{Q^0}$ — приведенный дебит, который имела бы рассматриваемая скважина, будучи совершенной.

Определив величину $h_м$, можно далее считать сопротивление на несовершенство, как для скважины в напорном пласте с мощностью $m=h_м$.

Рекомендуемый способ расчета дал хорошие результаты при сопоставлении с опытными данными Ю. Г. Трофименкова [30] и с результатами численных расчетов Борелли (Borelli, [42]) и Нарганга (Nahrgang, [45]) для скважины в однородном безнапорном потоке.

Для определения участка высачивания $h_в$ вблизи совершенной скважины в однородном потоке рекомендуется [40] воспользоваться формулой:

$$h_в = \sqrt{\left(0{,}73\lg\frac{\sqrt{\overline{Q}}}{r_c} - 0{,}51\right)\overline{Q} + h_c^2} - h_c;$$

$$\overline{Q} = \frac{Q}{k}, \qquad \text{(IV, 9)}$$

которая с некоторым приближением применима и для несовершенных скважин, когда надо заменить h_c на l_c.

в. Скважина с затопленным фильтром в безнапорном потоке

Для определения дебита скважин (рис. 33,*б*) с затопленным фильтром Н. К. Гиринский и Н. Н. Веригин предлагают пользоваться методом фильтрационных сопротивлений, определяя сопротивление на несовершенство, как для скважины в напорном потоке мощностью $\frac{h_0 + k_c}{2}$. Предложение это в принципе является плодотворным, однако самый способ приведения потока к напорному можно рассматривать только в порядке первого приближения. Дело в том, что сопротивление на несовершенство по своему существу должно зависеть только от структуры потока вблизи скважины, а условия на контуре питания могут влиять на его величину лишь косвенно, через приведенный дебит скважины $\overline{Q}$. Поэтому представляется более правильным находить расчетную мощность потока равной, как и для незатопленного фильтра, глубине потока $h_м$, определяя $h_м$ по формуле (IV,8). Таким образом, и в данном случае дебит скважин определяется зависимостью (IV,6), в которой при расчете сопротивления на несовершенство по формуле (IV,4) следует принимать:

$$\overline{l} = \frac{l}{h_м}; \quad \overline{c} = \frac{c}{h_м - l}. \qquad \text{(IV, 10)}$$

Для определения участка нависания $h_н$ необходимо найти связь между потенциалом в точке нависания и потенциалом в скважине. Для этой цели действительную схему потока у скважины можно

заменить схемой напорного потока с верхним водоупором, проходящим через точку нависания, так как связь между напорами $h_с$ и $h_н$ в скважине и в точке нависания определяется в основном областью фильтрации между скважиной и точкой нависания.

Используя применительно к этой схеме решение Маскета [22] для элементарного линейного стока в пласте конечной мощности, после ряда преобразований [40] можно получить следующее уравнение для определения высоты нависания $h_н$:

$$h_н = \frac{\overline{Q}}{h_с + h_н}\left(\frac{1}{2\pi}\ln\frac{4(h_с + h_н)}{r} + f_{н.с} - f'_н\right), \qquad \text{(IV, 11)}$$

где

$$f'_н = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{l + 0{,}9l_1 + 0{,}5l + h_н}{h_с + h_н} + 2\frac{h_с + h_н}{l_с}\ln\frac{h_н + l_1 + l}{h_н + l_1}\right), \qquad \text{(IV, 11а)}$$

которое может решаться подбором.

§ 3. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТОВ КОНТУРНЫХ СИСТЕМ СКВАЖИН

Метод фильтрационных сопротивлений уже получил широкое распространение при расчетах контурных систем скважин [11, 26, 37, 38, 39].

Согласно этому методу расчет контурных систем скважин можно производить, считая скважины «размазанными» по контуру, когда контур скважин как бы заменяется траншеей, величина и распределение притока к которой остаются такими же, как и для рассматриваемого контура скважин.

Понижение уровня в любой точке S от действия какого-либо участка контура скважин, согласно методу сопротивлений, определяется в общем виде по формуле:

$$S = \frac{Q_с}{km}(f_р + \Delta f_с) = \frac{Q}{km}f, \qquad \text{(IV, 12)}$$

где $Q_с$ — приток в скважине; $f_р$ — функция понижения, характеризующая эффективность участка контура при размазывании скважин; $\Delta f_с$ — дополнительное сопротивление, определяемое наличием дискретно расположенных скважин.

Для условий установившегося движения Ю. П. Борисовым показано, что на некотором удалении от контура (порядка расстояния между скважинами) $\Delta f_с \approx 0$, а на стенке скважины (при равномерной их расстановке)

$$\Delta f_с = f_к = \frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sigma}{\pi d_с}, \qquad \text{(IV, 13)}$$

где $f_к$ — внутреннее сопротивление контура скважин; σ — расстояние между скважинами, а $d_с$ — их диаметр.

Для определения величины $f_к$ можно пользоваться номограммой (рис. 34).

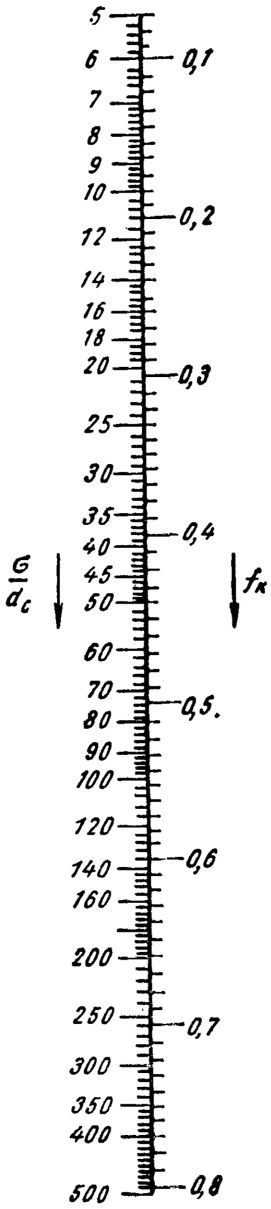


Рис. 34. Номограмма для определения внутреннего сопротивления контура скважин $f_к$

Определим дополнительно величину Δf_c в условиях установившегося движения для любой точки на линии скважин.

Для бесконечного ряда скважин, расположенного на расстоянии L от области питания, при $L \gg \sigma$ функция понижения в любой точке на линии скважин будет [35]:

$$f = \frac{L}{\sigma} + \frac{1}{2\pi} \ln\left(2 \sin \frac{\pi x}{\sigma}\right). \qquad \text{(IV, 14)}$$

Имея в виду, что $f_p = \frac{L}{\sigma}$, (IV,14а)

найдем для этого случая

$$\Delta f_c = -\frac{1}{2\pi} \ln\left(2 \sin \frac{\pi x}{\sigma}\right). \qquad \text{(IV, 15)}$$

Из уравнения (IV, 15) находим, в частности, что посредине между скважинами (при $x = 0{,}5\,\sigma$)

$$\Delta f_c = -\frac{1}{2\pi} \ln 2 = -0{,}11. \qquad \text{(IV, 15а)}$$

Интересно отметить, что f_p очень близко к среднему значению $f = f_{ср}$ на линии скважин. Интегрируя уравнение (IV, 14) в пределах $r_c \leqslant x \leqslant \sigma - r_c$, после преобразований найдем величину $f_{ср}$:

$$f_{ср} = \frac{L}{\sigma} + \frac{r_c}{\pi\sigma}\left(1 + \ln\frac{\sigma}{\pi r_c}\right), \qquad \text{(IV, 16)}$$

причем нетрудно видеть, что при $r_c \ll \sigma$ второй член очень мал и выражения (IV, 14а) и (IV, 16) практически совпадают.

Таким же образом можно найти значения величин Δf_c и для практически интересного случая двух рядов скважин (рис. 35), воспользовавшись решением В. Н. Щелкачева [35] для цепочки скважин в полосовом пласте между областью питания и непроницаемой границей. Согласно этому решению напор H в любой точке определится уравнением:

$$H = \frac{Q}{4\pi km}\left\{\ln\left[\operatorname{ch}\frac{2\pi(L-y)}{\sigma} - \cos\frac{2\pi x}{\sigma}\right] + \ln\left[\operatorname{ch}\frac{2\pi(L+y)}{\sigma} - \cos\frac{2\pi x}{\sigma}\right]\right\} + C, \qquad \text{(IV, 17)}$$

где C — произвольная постоянная.

Найдем значения величин Δf_c^0, $\Delta f_c'$, $\Delta f_c''$ и $\Delta f_c'''$ соответственно на скважине и в точках 1, 2, 3, определяя согласно (IV, 17) напоры в этих точках, а также средний напор на линии скважин, который находится согласно (IV, 17) при $\sigma \to 0$. После некоторых преобразований получаем:

$$\Delta f_c^0 = \frac{L}{\sigma} - \frac{1}{2\pi} \ln\left(2 \operatorname{sh} \frac{2\pi L}{\sigma}\right) + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\sigma}{\pi d},$$

$$\Delta f_c' = \frac{L}{\sigma} + \frac{1}{\pi} \ln\left(2 \operatorname{sh} \frac{\pi L}{\sigma}\right),$$

$$\Delta f_c'' = \frac{L}{\sigma} - \frac{1}{\pi} \ln\left(2 \operatorname{sh} \frac{\pi L}{\sigma}\right), \qquad \text{(IV, 18)}$$

$$\Delta f_c''' = \frac{L}{\sigma} - \frac{1}{2\pi} \ln\left(4 \operatorname{sh} \frac{2\pi L}{\sigma}\right).$$

Большой интерес представляет применение метода фильтрационных сопротивлений в условиях неустановившейся фильтрации. Такого рода предложение было сделано Ю. П. Борисовым [12], однако оно не получило в его работе достаточного обоснования.

Попытаемся показать границы возможного применения метода сопротивлений при расчетах контурных систем скважин в условиях неустановившейся фильтрации. Прежде всего проведем сопоставление расчетов методом сопротивлений и методом источников — стоков (учитывающим дискретное расположение скважин) для бесконечного линейного ряда скважин в условиях неустановившейся фильтрации.

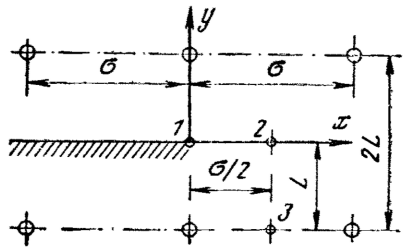


Рис. 35. Схема двух рядов скважин

На основании теоретического исследования этой задачи С. Н. Нумеровым [25] показано, что при

$$\frac{\sqrt{at}}{\sigma} > 0{,}4 \qquad \text{(IV, 19)}$$

величина ошибки при переходе к методу сопротивлений не превышает 1%. Численный анализ [41] подтверждает правильность этого доказательства и для участков скважин конечной длины (при числе скважин не менее трех).

Для анализа критерия (IV,19) введем размер области влияния откачки $R_{вл}$, который можно считать примерно равным $2{,}5\sqrt{at}$. Тогда критерий (IV,19) можно представить в виде $R_{вл} > \sigma$. Таким образом, оказывается, что если область влияния больше расстояния между скважинами, то критерий (IV,19) выполняется. Поскольку случай $R_{вл} < \sigma$ практического интереса обычно не представляет, то при расчетах водопонижения и дренажа можно уве-

ренно пользоваться методом сопротивлений при расчетах работы систем скважин в условиях неустановившейся фильтрации.

Для несовершенных скважин величину $f_к$ следует определять, вводя вместо действительного расчетный радиус скважин r_c', определяемый по формуле (IV,5). Этим способом можно пользоваться и для взаимодействующих скважин, расположенных не слишком близко друг к другу (при $\sigma > m$).

Однако в водопонижении приходится сталкиваться и с довольно частым расположением скважин, когда на несовершенство скважин начинают влиять условия их взаимодействия. Для учета этого фактора следует ввести дополнительное приведенное сопротивление $f_{н.к}$ на несовершенство контура скважин, которое добавляется к величине $f_{н.с}$ при определении расчетного радиуса скважин.

Величина $f_{н.к}$ при $\bar{\sigma}=\sigma/m \ll 1$ может определяться по следующей аппроксимационной зависимости [39]:

$$f_{н.к} = \frac{1-0{,}95\sqrt[3]{\bar{\sigma}}}{\bar{\sigma}} f_{н.т}, \quad \bar{l} = \frac{l}{m}, \qquad \text{(IV, 20)}$$

где $f_{н.т}$ — приведенное сопротивление несовершенной траншеи, причем, по решению С. Ф. Аверьянова [3],

$$f_{н.т} = -\frac{1}{\pi} \ln\left(\sin\frac{\pi}{2}\bar{l}\right). \qquad \text{(IV, 21)}$$

При $\bar{l} \geqslant 0{,}1$ величину $f_{н.т}$ можно определять по следующим данным:

$\bar{l}$	0,1	0,2	0,3	0,5	0,75	1
$f_{н.т}$	0,59	0,374	0,251	0,11	0,026	0

С. Н. Нумеровым дано несколько иное теоретическое решение этой задачи, а Л. Н. Павловской [27] построены графики для определения величины $f_{н.т}$ по данным моделирования методом ЭГДА.

Величина суммарного сопротивления на несовершенство системы скважин может быть определена и другим путем. Как показано в [20], можно перейти от ряда несовершенных скважин к несовершенной траншее, вводя сопротивление контура скважин, определяемое по формуле (IV, 13). Это сопротивление $f'_{н.с}$, отнесенное к полной мощности пласта, будет:

$$f'_{н.с} = \frac{1}{\bar{l}} f_к.$$

После такого перехода остается только учесть гидродинамическое несовершенство траншеи, величина которого $f''_{н.с}$, отнесенная к ширине потока σ, определяется формулой

$$f''_{н.с} = \frac{1}{\bar{\sigma}} f_{н.т}.$$

Тогда суммарное сопротивление

$$f_{н.с} = \frac{1}{\bar{l}} f_к + \frac{1}{\bar{\sigma}} f_{н.т}. \qquad \text{(IV, 22)}$$

Эту зависимость можно применять при $\bar{\sigma}<1$.

Переход от ряда скважин к траншее позволяет использовать для учета неоднородности пласта способы, рассматриваемые ниже применительно к горизонтальному дренажу.

В настоящее время довольно часто учитывают гидродинамическое несовершенство скважин, вводя коэффициент несовершенства $\alpha_н$, представляющий собой отношение дебита несовершенной скважины к дебиту совершенной в аналогичных условиях. Эту величину определяют различными эмпирическими зависимостями, из которых наиболее проверенной является формула С. К. Абрамова [1]:

$$\alpha_н = \bar{l}\left(1 + 7\sqrt{\frac{r_c}{m}}\ln \bar{l}\right). \qquad \text{(IV, 23)}$$

Как уже отмечено И. А. Чарным [37], пользование такого рода универсальными зависимостями для коэффициента несовершенства может привести к серьезным ошибкам, так как значения коэффициента несовершенства, полученные эмпирическим путем, справедливы только для тех условий, в которых они получены, и в частности только при очень малых соотношениях длин потока и расстояний между скважинами (при L/σ порядка 1—2). Поскольку такие условия очень редко встречаются на практике, а коэффициент несовершенства сильно зависит от величины L/σ, то его применение для расчетов контурных систем скважин недопустимо.

Для иллюстрации этого положения сопоставим результаты расчетов для ряда несовершенных скважин радиусом $r_c=0{,}1$ *м*, расположенных посредине между двумя областями питания на расстоянии $\sigma=200$ *м* друг от друга, причем расстояние между областями питания $2L=10\,000$ *м*, мощность пласта $m=10$ *м* и длина фильтра $l=2{,}5$ *м* ($\bar{l}=0{,}25$).

Для этого случая по формуле (IV,23) получается $\alpha_н=0{,}50$, а при расчетах по методу сопротивления $\alpha_н=0{,}91$. Вместе с тем по строгому решению Б. И. Сегала [29] для ряда несовершенных скважин здесь получается $\alpha_н=0{,}92$. Как видно, расчет по методу сопротивлений дает хорошее совпадение со строгим расчетом, а расчет по формуле (IV,23) в данном случае дает занижение дебита примерно в 2 раза.

В условиях неустановившейся фильтрации величины приведенных сопротивлений изменяются во времени [13, 34], однако они довольно быстро стремятся к своему предельному установившемуся значению, так что при расчетах водопонижения и дренажа эти величины практически можно считать постоянными.

Таким образом, применяя метод фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин, можно заменить их эквивалентными траншеями, понижение уровня в которых задается равным среднему понижению на линии скважин $S_л$, связанному с понижением уровня в скважинах S_c соотношением:

$$S_л = S_с - \frac{Q_с}{T_с} f_к, \qquad \text{(IV, 24)}$$

или для напоров на линии скважин $H_л$ и в скважине $H_с$

$$H_л = H_с + \frac{Q_с}{T_с} f_к, \qquad \text{(IV, 24а)}$$

где $T_с$ — средняя проводимость пласта в пределах от водоупора и до уровней $H_л$ и $H_с$. В частности, для однородного безнапорного потока

$$T_с = k \frac{h_л + h_с}{2}, \qquad \text{(IV, 25)}$$

и соотношения (IV,24; IV,24а) принимают вид:

$$h_л^2 = h_с^2 + 2 \frac{Q_с}{k} f_к,$$

$$h_с^2 = h_л^2 - 2 \frac{Q_с}{k} f_к. \qquad \text{(IV, 26)}$$

Для горизонтально-слоистого потока:

$$\varphi_л = \varphi_с + Q_с f_к,$$

$$\varphi_с = \varphi_л - Q_с f_к, \qquad \text{(IV, 27)}$$

где $\varphi_с$ и $\varphi_л$ — функции Гиринского, соответствующие глубинам потока в скважине $h_с$ и на линии $h_л$.

При пользовании методом сопротивлений можно рекомендовать следующий порядок составления расчетных зависимостей для любых контурных систем скважин:

1. Заменяем линии скважин траншеями с уровнями на них $H_л$ (или $h_л$) и погонным притоком $q = Q_с/\sigma$.

2. Записываем выражение для расхода потоков в зонах между линиями скважин и границами потока, а также между отдельными линиями скважин, оперируя уже траншеями, а не линиями скважин.

3. Составляем уравнения баланса потока на линиях траншей.

4. Совместное решение балансовых уравнений с уравнениями (IV,24—IV,27), связывающими уровень на линии скважин и в скважинах, дает искомое решение задачи. Дальнейшие преобразования этой системы зависят от того, какие величины являются заданными, а какие — искомыми.

Если, например, заданы дебит и расстановка скважин и, следовательно, известен погонный приток q, то по балансовым уравнениям можно найти уровни на линии скважин ($H_л$ или $h_л$), а затем по уравнениям связи уровней на линии и в скважинах определить уровень в скважинах ($H_с$ или $h_с$).

Если же заданными являются уровни в скважинах и расстановка скважин, то, решая балансовые уравнения с уравнениями (IV, 24—IV, 27), прежде всего следует исключить из них величину дебита скважин $Q_с$ и, если необходимо, также уровень на линии скважин.

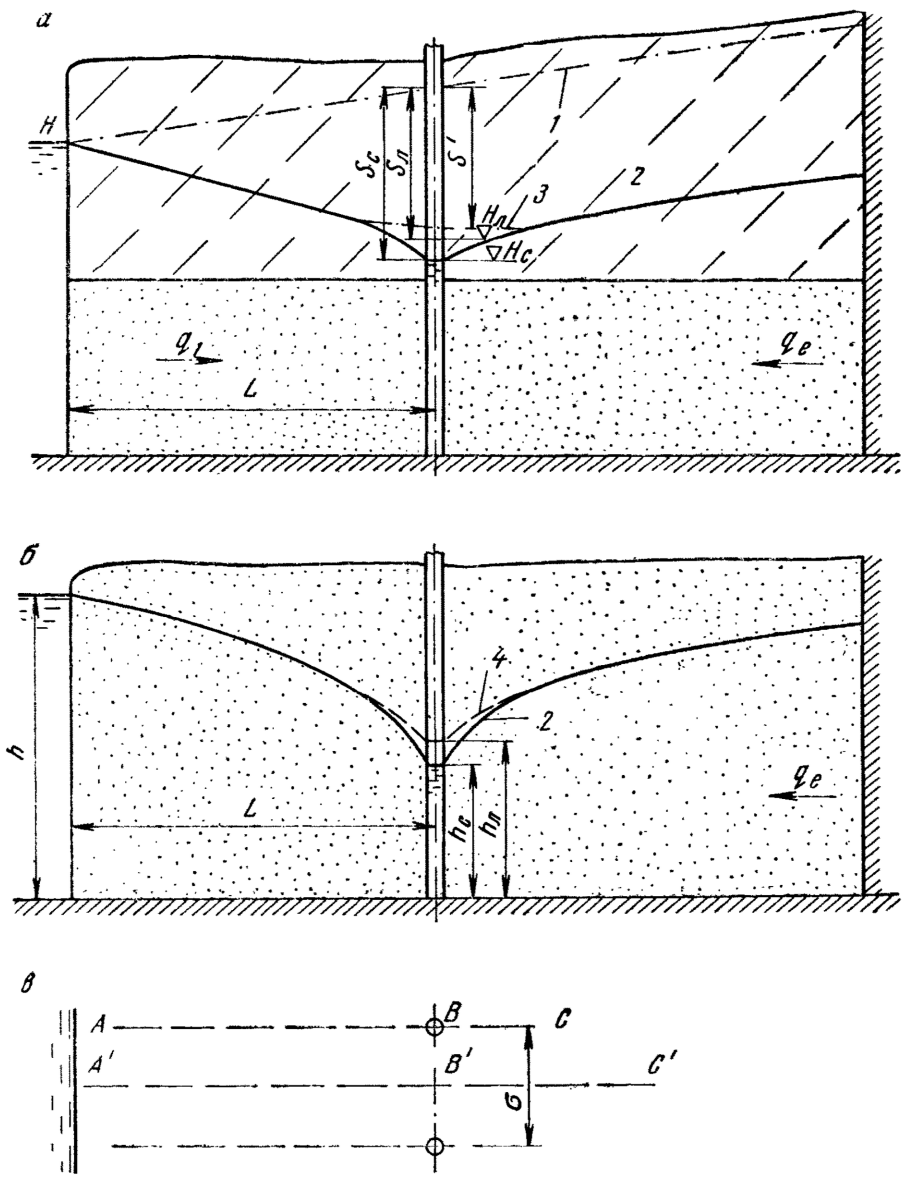


Рис. 36. Схема линейного ряда скважин вблизи области питания (реки):
а, б — вертикальные разрезы для потока с постоянной проводимостью и для однородного безнапорного потока, *в* — план;
1 — бытовая кривая депрессии, *2, 3* — кривые депрессии по линиям *ABC* и *A'B'C'*; *4* — среднее положение кривых депрессий вблизи скважин

Поясним предлагаемый порядок на примере известной задачи о работе ряда скважин вблизи реки (рис. 36) в напорном бассейне грунтовых вод (при $q_e=0$).

Заменяя линию скважины траншеей, найдем, что приток к ней на участке шириной σ

$$Q_c = \frac{kmS_л}{L}\sigma$$

и

$$f_р = \frac{kmS_л}{Q_c} = \frac{L}{\sigma}.$$

Подставляя выражение для $f_р$ в (IV,12), запишем уравнение для определения понижения для ряда скважин:

$$S = \frac{Q_c}{km}\left(\frac{L}{\sigma} + \Delta f_c\right). \qquad \text{(VI, 28)}$$

В частности, понижение в скважине S_c получим, полагая $\Delta f_c = f_к$ из (IV, 13)

$$S = \frac{Q_c}{km}\left(\frac{L}{\sigma} + \frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sigma}{\pi d_c}\right), \qquad \text{(IV, 29)}$$

а понижение между скважинами S' найдем, подставляя Δf_c согласно (IV,15а):

$$S' = \frac{Q_c}{km}\left(\frac{L}{\sigma} - 0{,}11\right). \qquad \text{(IV, 29а)}$$

Формулы (IV,28; IV,29) впервые были получены Форхгеймером [33], который обратил внимание на связь между выражениями для притока к линии скважин и траншее, но не сделал из этого каких-либо практических выводов.

§ 4. О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТОВ КАНАЛОВ И ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА

Возможность применения метода фильтрационных сопротивлений для учета гидродинамического несовершенства водоемов, каналов и дрен обусловливается ограниченностью зоны резкой деформации потока вблизи водоема, которая обычно не распространяется за пределы одной-двух мощностей пласта.

Поток в зоне резкой деформации в самом общем виде можно замоделировать ортогональной сеткой сопротивлений, которая существенно упрощается с помощью хорошо известного в электротехнике метода трансфигурации. Используя этот метод, можно показать [32], что учет несовершенства одиночного водоема (канала)[1] в самом общем случае осуществляется подключением допол-

[1] Под водоемом в данном случае понимаются любые источники поверхностей воды: реки, озера, моря, водохранилища, дренирующие поток, овраги и т. п.

нительных сопротивлений по схеме треугольника, состоящего из двух одинаковых вертикальных сопротивлений $\Phi_н$ и горизонтального сопротивления $\Phi_н^0$ (полная система на рис. 37,*а*).

Для участка канала или дрены длиной 1 *м* сопротивления на

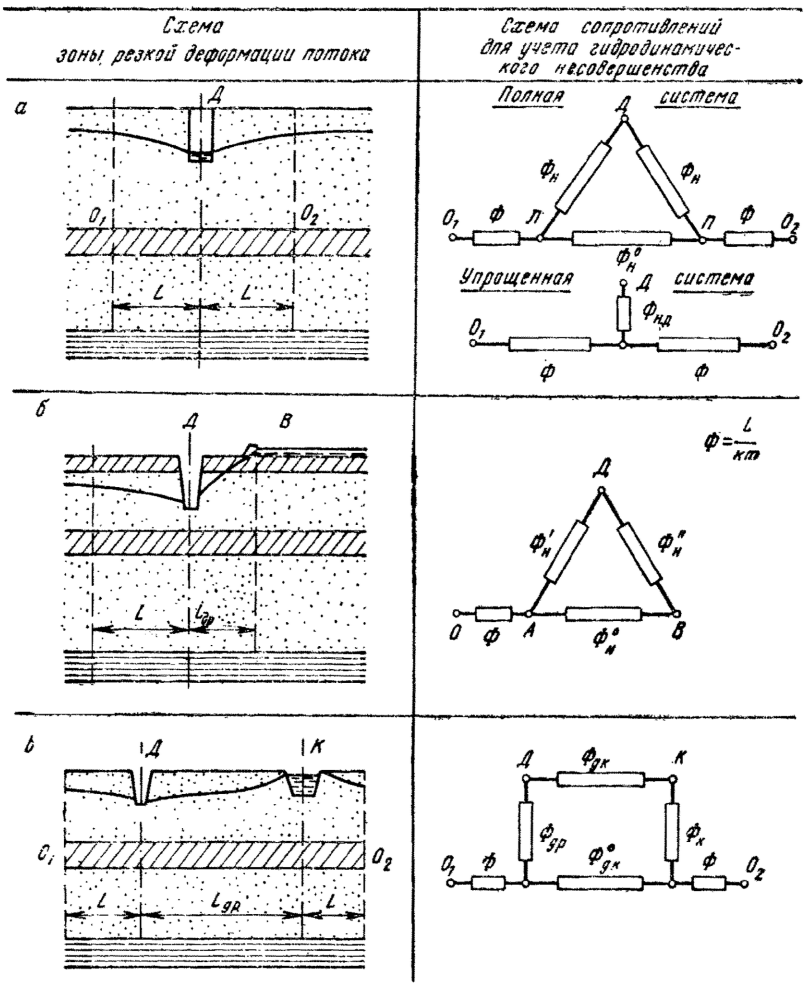


Рис. 37. Типовые схемы сопротивлений для учета гидродинамического несовершенства дрен, водоемов и каналов:
а — одиночный канал (дрена); *б* — дрена вблизи водоёма больших размеров; *в* — дрена вблизи каиала

несовершенство можно представить в виде[1] $\Phi_н = \frac{\bar{\Phi}_н}{km}$; $\Phi_н^0 = \frac{\bar{\Phi}_н^0}{km}$, где $\bar{\Phi}_н$ и $\bar{\Phi}_н^0$ — соответствующие приведенные сопротивления, которые можно рассматривать как эквивалентную длину линейного потока проводимостью km.

Для дрен небольшого размера сопротивление $\Phi_н^0$ оказывается небольшим и учет их несовершенства можно производить по упрощенной системе — с введением одного сопротивления

$$\Phi_{н.д} = \frac{1}{2}\Phi_н.$$

В этом случае несовершенную дрену с напором $H_д$ можно заменить совершенной с напором $H_л$, вводя приведенное сопротивление несовершенной дрены $\Phi_{н.д}$, причем потери напора $H_л—H_д$, определяемые этим сопротивлением, будут выражаться общей зависимостью:

$$H_л - H_д = \frac{q_д}{km}\bar{\Phi}_{н.д}, \quad \bar{\Phi}_{н.д} = km\Phi_{н.д}, \qquad \text{(IV, 30)}$$

где $q_д$ — погонный приток к дрене, а сопротивление $\Phi_{н.д}$ определяется для погонного (удельного) потока шириной 1 *м*.

Для однородного безнапорного потока зависимость (IV,30) удобно представить в виде:

$$h_л^2 - h_д^2 = 2\frac{q_д}{k}\bar{\Phi}_{н.д}. \qquad \text{(IV, 30а)}$$

Величина $\bar{\Phi}_{н.д}$ зависит от степени несовершенства и от неоднородности водоносного пласта.

Схемы сопротивлений, учитывающих гидродинамическое несовершенство каналов и дрен в более сложных случаях, приведены на рис. 37,*б, в*. Для одиночного канала вместо схемы треугольника можно также пользоваться схемой звезды, состоящей из двух сопротивлений $\Phi_н''$ и одного $\Phi_н'$ (рис. 38,*а*). Связь между сопротивлениями, соединяемыми по схемам звезды и треугольника (рис. 38,*б*), имеет вид:

$$\Phi_н' = \frac{\Phi_н^2}{2\Phi_н + \Phi_н^0}, \quad \Phi_н'' = \frac{\Phi_н\Phi_н^0}{2\Phi_н + \Phi_н^0}, \qquad \text{(IV, 31)}$$

$$\Phi_н = \Phi_н'' + 2\Phi_н', \quad \Phi_н^0 = \Phi_н''\left(2 + \frac{\Phi_н''}{\Phi_н'}\right). \qquad \text{(IV, 32)}$$

Покажем ход составления расчетных зависимостей по предлагаемой методике на примере работы несовершенной дрены в одностороннем и двухстороннем симметричном потоке с постоян-

[1] В дальнейшем будем оперировать только с погонными сопротивлениями на несовершенство, отнесенными к 1 *м* длины водоема, канала или дрены.

ной проводимостью km без учета инфильтрации и подпитывания из нижележащих горизонтов.

Для схемы одностороннего притока (рис. 39,*а*) при $q_e=0$ погонный приток к эквивалентной совершенной траншее будет

$$q_д = km\frac{H_р - H_л}{L}. \qquad \text{(IV, 33)}$$

Заменяя в (IV,31) $H_л$ согласно (IV,30), получим формулу для определения $q_д$:

$$q_д = km\frac{H_р - H_д}{L + \bar{\Phi}_{н.д}}. \qquad \text{(IV, 34)}$$

Для схемы симметричного двухстороннего притока (рис. 34,*в*) в выражении (IV,39) расход надо удвоить и тогда после небольших преобразований получим выражение для расхода:

$$q_д = km\frac{H_р - H_д}{0{,}5L + \bar{\Phi}_{н.д}}. \qquad \text{(IV, 35)}$$

Такая же методика может применяться и при наличии инфильтрации. Рассмотрим в качестве примера систематический несовершенный дренаж в пласте с постоянной проводимостью при наличии инфильтрации с интенсивностью w (рис. 39,*г*). В этом случае погонный приток к каждой дрене будет равен 0,5 wL, и уравнение (IV, 30) примет вид:

$$H_л - H_д = 2\frac{wL}{km}\cdot\bar{\Phi}_{н.д}.$$

Вместе с тем уровень посередине между дренами H_L будет связан с уровнем на линии дренажа $H_л$ известным уравнением:

$$H_L = H_л + \frac{wL^2}{2km}.$$

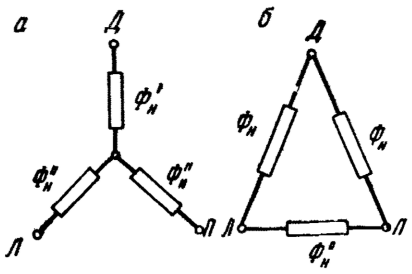


Рис. 38. Соединения сопротивлений типа:
а — звезда, *б* — треугольник

Исключая из этих уравнений величину $H_л$, найдем уравнение, связывающее уровень между дренами и уровень в дрене:

$$H_L = H_д + \frac{wL}{2km}(L + 4\bar{\Phi}_{н.д}). \qquad \text{(IV, 36)}$$

Для однородного безнапорного потока уравнение (IV,34) примет вид:

$$h_L^2 = h_д^2 + \frac{wL}{k}(L + 4\bar{\Phi}_{н.д}). \qquad \text{(IV, 36а)}$$

Аналогичным образом строят расчетные зависимости и для иных условий, причем можно рекомендовать следующий порядок такого рода построений:

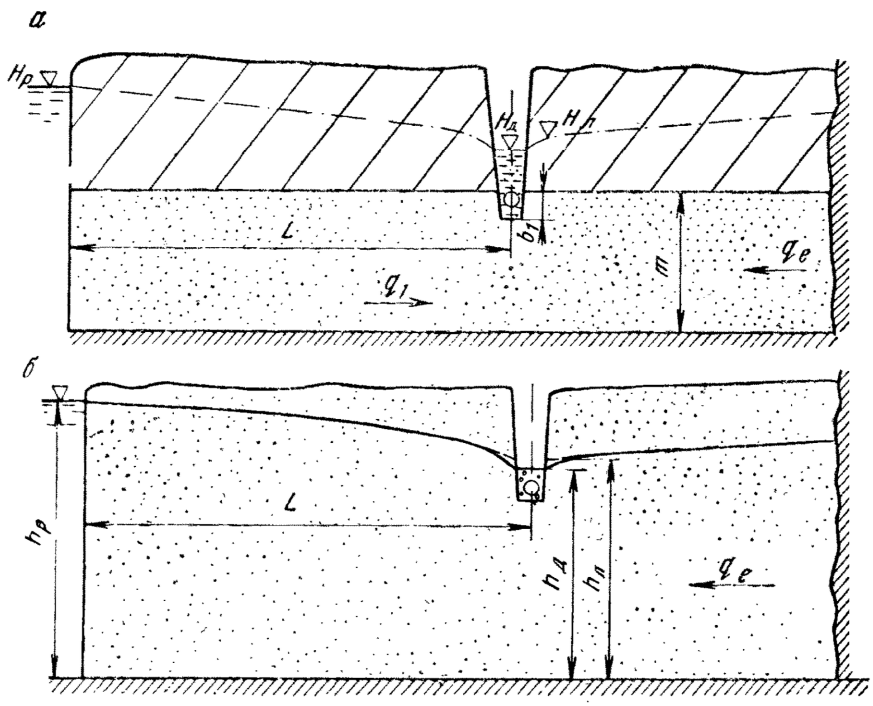
1) несовершенные дрены заменяются совершенными и весь фильтрационный поток разделяется на зоны, которые образуются между дренами и границами пласта и между отдельными дренами;

2) составляются выражения для расхода потока в пределах каждой зоны, считая дрены совершенными с напорами $H_л$;

3) с помощью соотношения (IV, 30) значения $H_л$ связываются с уровнями в дренах $H_д$.

Для однородного безнапорного потока следует во всех зависимостях обычным путем заменить величины mH на соответствующие значения $0{,}5\,h^2$, где h — глубина потока в сечении с напором H.

В многослойных пластах на зону резкой деформации будет существенно влиять перетекание между хорошо проницаемыми слоями (с коэффициентами фильтрации $k_{макс}$) через слабопроницаемые слои (с коэффициентами фильтрации $k_{мин}$). Из теории



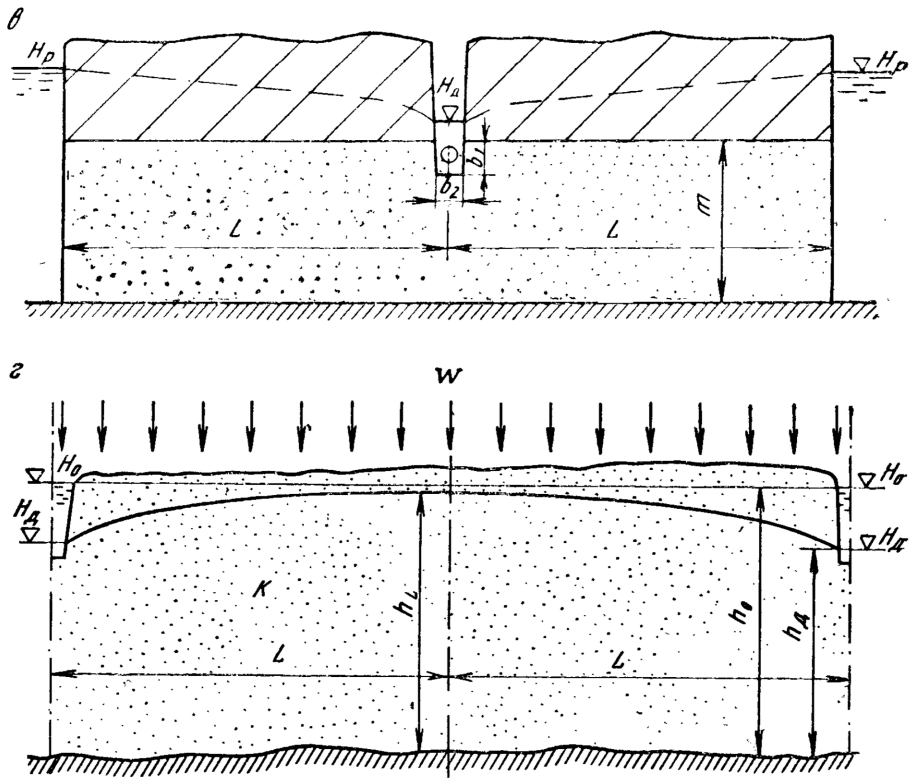


Рис. 39. Схема расположения горизонтальных дрен:
а, б — при одностороннем притоке, *в* — при двухстороннем симметричном притоке; *г* — в междуречном массиве

перетекания следует, что размер зоны резкой деформации в этом случае можно оценить выражением:

$$L_{р.д} = 1{,}5\sqrt{\frac{k_{макс} \cdot m_{макс} \cdot m_{мин}}{k_{мин}}}, \qquad (IV, 37)$$

где $m_{макс}$ и $m_{мин}$ — мощности слоев с коэффициентами фильтрации $k_{макс}$ и $k_{мин}$.

Для каналов, сопротивление на несовершенство которых учитывается по схеме треугольника, связь между расходами потока $q_{лев}$ и $q_{пр}$, приходящими слева и справа, напорами $H_{лев}$ и $H_{пр}$ на границах зоны резкой деформации потока и сопротивлениями $\Phi_в$ и $\Phi_н^0$ найдем, составляя баланс потока в сечении правого и левого урезов канала:

$$q_{пр} = q_{пр\text{-}л} + q_{пр\text{-}к}, \quad q_л = q_{л\text{-}к} - q_{пр\text{-}л},$$

где $q_{пр-к}$ и $q_{л-к}$ — расходы, поступающие в канал со стороны правого и левого берегов; $q_{пр-л}$ — расход, проходящий под каналом от правого к левому берегу. Поскольку

$$q_{пр\text{-}к} = \frac{H_{пр} - H_к}{\Phi_н}, \quad q_{л\text{-}к} = \frac{H_л - H_к}{\Phi_н},$$

$$q_{пр\text{-}л} = \frac{H_{пр} - H_л}{\Phi_н^0},$$

го балансовые уравнения принимают вид:

$$\frac{q_{лев}}{km} = H_{лев}\left(\frac{1}{\bar{\Phi}_н} + \frac{1}{\bar{\Phi}_н^0}\right) - \frac{H_{пр}}{\bar{\Phi}_н^0} - \frac{H_к}{\bar{\Phi}_н};$$

$$\frac{q_{пр}}{km} = H_{пр}\left(\frac{1}{\bar{\Phi}_н} + \frac{1}{\bar{\Phi}_н^0}\right) - \frac{H_{лев}}{\bar{\Phi}_н^0} - \frac{H_к}{\bar{\Phi}_н}; \qquad \text{(IV, 38)}$$

$$\bar{\Phi}_н = km\Phi_н; \quad \bar{\Phi}_н^0 = km\Phi_н^0.$$

Зная величины сопротивлений, входящие в уравнения (IV,38), нетрудно составить расчетные зависимости так же, как это было сделано для горизонтальных дрен и небольших каналов.

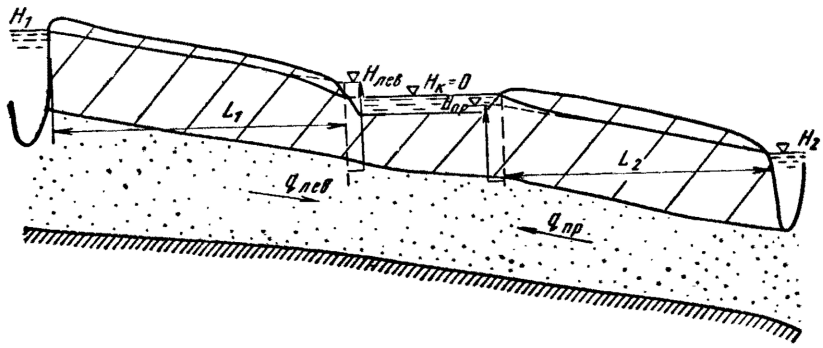


Рис. 40. Канал в междуречном массиве

Например, для случая расположения канала в междуречном массиве (рис. 40):

$$q_{лев} = km\frac{H_1 - H_{лев}}{L_1}, \quad q_{пр} = km\frac{H_2 - H_{пр}}{L_2}. \qquad \text{(IV, 39)}$$

Подставляя эти выражения для $q_{лев}$ и $q_{пр}$ в (IV,38) и решая полученные уравнения, например, относительно $H_{лев}$ найдем, что при $H_к = 0$,

$$H_{лев}=\frac{\frac{H_2}{L_2}+\frac{\bar{\Phi}^0_н}{L_2}+\frac{\bar{\Phi}^0_н}{\bar{\Phi}_н}+1}{\left(\frac{1}{L_2}+\frac{1}{\bar{\Phi}_н}+\frac{1}{\bar{\Phi}^0_н}\right)\left(1+\frac{\bar{\Phi}^0_н}{\bar{\Phi}_н}+\frac{\bar{\Phi}^0_н}{L_1}\right)-\frac{1}{\bar{\Phi}^0_н}}. \quad \text{(IV, 40)}$$

Подставляя значение $H_{лев}$ в первое из уравнений (IV,39), определим $q_{лев}$; по первому из уравнений (IV,38) можно найти $H_{пр}$ и второму из уравнений (IV,39) — $q_{пр}$.

§ 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ НЕСОВЕРШЕНСТВО ДРЕН И КАНАЛОВ

При определении сопротивлений для дренажа будем рассматривать две его конструкции: 1) трубчатый дренаж с крупнозернистой обсыпкой (рис. 41,*а*) и 2) трубчатый дренаж с засыпкой материалом окружающей породы (рис. 41,*б*). В первом случае (дренаж с обсыпкой) за контур дренажа, на котором задается напор, соответствующий уровню в дренаже, принимается контур обсыпки, поскольку потери напора в обсыпке при правильном ее устройстве бывают незначительными. Во втором случае проницаемость засыпки считают такой же, как и проницаемость окружающей породы, и в качестве контура дренажа принимают контур трубы.

В безнапорном потоке на величину $\Phi_{н.д}$ влияет положение кривой депрессии вблизи дренажа и размер капиллярной зоны, поскольку они определяют верхнюю границу потока. Однако наиболее резким фактором, по существу определяющим гидродинамическое несовершенство дренажа в реальных гидрогеологических условиях, оказывается обычно неоднородность пласта. Поэтому влияние положения кривой депрессии может быть учтено достаточно приближенно, тем более что при расположении дрены в сравнительно малопроницаемых грунтах (а такой случай является с точки зрения учета несовершенства дренажа наиболее интересным) это влияние будет усложняться и в какой-то мере сглаживаться наличием капиллярной зоны.

Таким образом, для учета несовершенства дренажа можно заменять действительную кривую депрессии осредненной горизонтальной линией, служащей расчетной кровлей пласта у дрены (см. рис. 41), причем расчетную мощность потока $m_д$ вблизи дрены можно принимать

$$m_д=\frac{h_д+h_л}{2}+h_{кап}, \quad \text{(IV, 41)}$$

где $h_{кап}$ — эффективная высота капиллярной зоны.

В первом приближении можно обычно принимать $m_д=h_д+h_{кап}$ или $m_д=h_л+h_{кап}$, имея в виду, что первый вариант дает завышенное значение сопротивлений, а второй — обычно заниженное.

При фильтрации из канала (рис. 41,*в*) обычно можно считать

$m_д = m_к$; для канала в двухслойном пласте этот вопрос рассмотрен ниже несколько подробнее.

Прямоугольный (или трапецоидальный) контур дренажа с обсыпкой обычно целесообразно привести к полукруглому контуру диаметром d, причем величина d, согласно решению Н. К. Гиринского, может определяться по формуле:

$$d = \eta(b_1 + 0{,}5b_2), \qquad \text{(IV, 42)}$$

где поправочный коэффициент η находится по следующим данным:

$2b_1/b_2$ или $b_2/2b_1$	0	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0
η	1,0	1,08	1,12	1,15	1,17	1,18

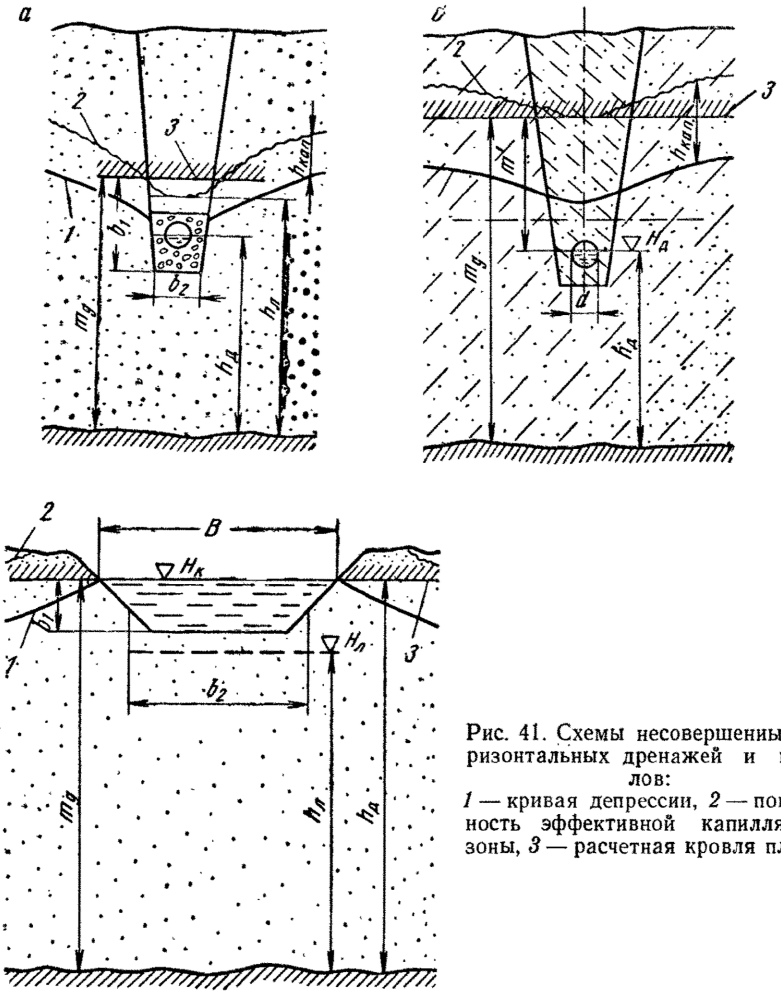


Рис. 41. Схемы несовершенных горизонтальных дренажей и каналов:
1 — кривая депрессии, *2* — поверхность эффективной капиллярной зоны, *3* — расчетная кровля пласта

а. Канал или дренажная траншея в однородном потоке

Для определения сопротивлений траншеи на несовершенство в однородном напорном потоке в общем случае можно воспользоваться решением С. Н. Нумерова [24], согласно которому при нулевом напоре в траншее:

$$H_{\text{лев}} = \frac{q_{\text{лев}}}{k} f_{\text{д}} + \frac{q_{\text{лев}} + q_{\text{прав}}}{k} f^*_{\text{д}},$$

$$H_{\text{пр}} = \frac{q_{\text{пр}}}{k} f_{\text{д}} + \frac{q_{\text{лев}} + q_{\text{пр}}}{k} f^*_{\text{д}}, \qquad \text{(IV, 43)}$$

где $f_{\text{д}}$ и $f^*_{\text{д}}$ — безразмерные функции, зависящие от степени несовершенства дрены; графики этих функций представлены в работе [24][1].

Сравнивая выражения (IV,38 и IV,43), найдем, что

$$\bar{\Phi}_{\text{н}} = m_{\text{д}} f_{\text{н}}, \quad \bar{\Phi}^0_{\text{н}} = m_{\text{д}} f^0_{\text{н}}, \qquad \text{(IV, 44)}$$

причем

$$f_{\text{н}} = f_{\text{д}} + 2f^*_{\text{д}}, \quad f^0_{\text{н.д}} = \frac{f_{\text{д}}}{f^*_{\text{д}}} f_{\text{н}}. \qquad \text{(IV, 44а)}$$

Графики функций $f_{\text{н}}$ и $f^0_{\text{н}}$ приведены на рис. 42. Анализируя эти графики, можно отметить, что при ширине дрены меньшей четверти мощности пласта величина $f^0_{\text{н}}$ становится столь небольшой, что сопротивлением $\Phi_{\text{н}}{}^0$ можно пренебречь и сопротивления на несовершенство соединить по упрощенной системе при $\Phi_{\text{н.д}} = 0{,}5\,\Phi_{\text{н}}$ (см. рис. 37,*а*).

Для горизонтального дренажа, размеры которого обычно значительно меньше мощности пласта, практически можно считать

$$\bar{\Phi}_{\text{н.д}} = m_{\text{д}} f_{\text{н.д}}, \; f_{\text{н.д}} = 0{,}5 f_{\text{н}} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{2m}{\pi d} = 0{,}73 \lg \frac{2m}{\pi d}. \qquad \text{(IV, 45)}$$

Для дренажа с засыпкой, заглубленного под кровлю пласта (см. рис. 39,*б*), величину $f_{\text{н.д}}$ можно определять, используя решение Ф. М. Бочевера для скважины в полосе между двумя непроницаемыми границами [13], по формуле (IV,45), заменяя только в ней действительный диаметр дрены d расчетной величиной d'

$$d' = 1{,}13 \sqrt{m_{\text{д}} d \sin \frac{\pi m'}{m_{\text{д}}}}. \qquad \text{(IV, 46)}$$

б. Канал и дренажная траншея в двухслойном пласте

В данном случае рассматривается весьма характерная схема, когда канал или дрену располагают в верхнем слое, который обладает меньшей проницаемостью, чем подстилающий его нижний слой (рис. 43).

[1] Величины $f_{\text{д}}$ и $f^*_{\text{д}}$ С. Н. Нумеровым обозначены через Φ и Φ^*.

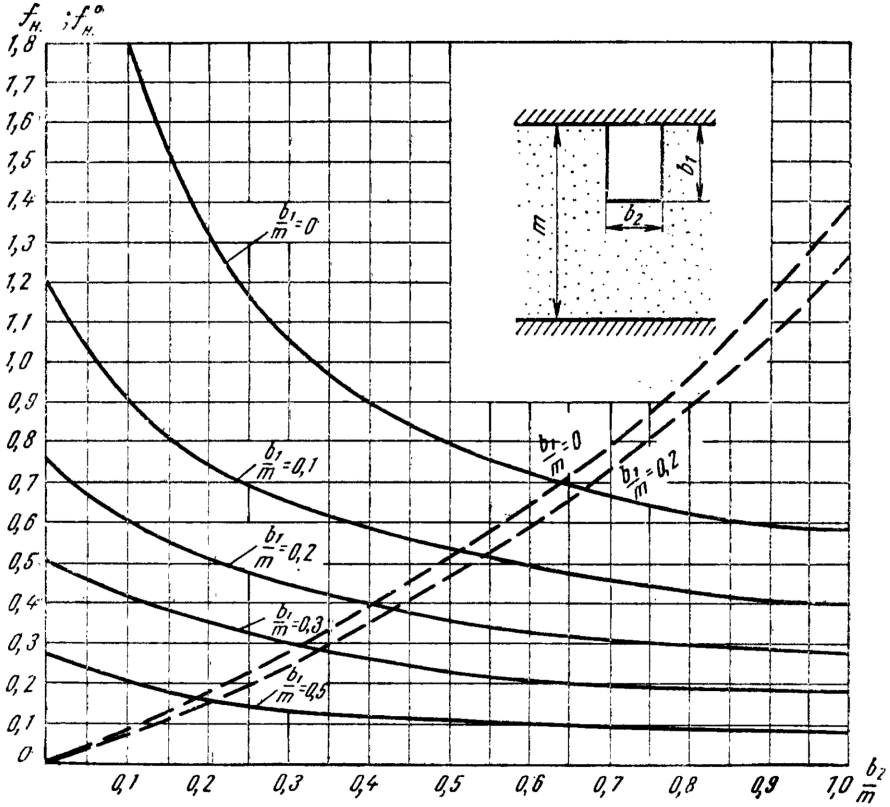


Рис. 42. График для определения сопротивлений дрены на несовершенство в однородном пласте: сплошные линии $f_н$, пунктирные — $f_н^0$

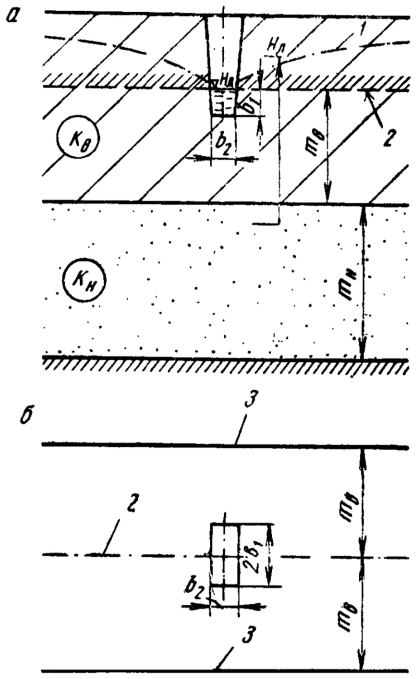


Рис. 43. Схема к выводу зависимости для определения сопротивления на несовершенство дрены в двухслойной среде:
1 — кривая депрессии, *2* — условный водоупор, *3* — расчетный контур питания с напором $H_л$

При проницаемости верхнего слоя значительно меньшей, чем проницаемость нижнего слоя ($k_в < 0{,}1\ k_н$), приближенное выражение, сопротивления $\Phi_{н.д}$ для дрены небольшого размера (при $b_2 < 0{,}5\ m_в$) найдем, исходя из доказанного опытными данными положения о малом изменении напора по кровле нижнего слоя в пределах зоны резкой деформации потока вблизи дрены, где он может быть принят равным среднему напору по линии дрены $H_л$. Кроме того, кривую депрессии вблизи дрены заменим непроницаемой горизонтальной плоскостью в соответствии с рекомендациями по этому вопросу, приведенными на стр. 107, считая, что в первом приближении эта плоскость проводится на уровне воды в дрене (рис. 43,*а*). Полученную таким образом схему можно, применяя зеркальное отображение, привести к схеме, показанной на рис. 43,*б*, для которой, переходя от фиктивной прямоугольной дрены к круговой, выражение удельного расхода q' записывается в виде [28, стр. 420]:

$$q'_д = \frac{2\pi k_в (H_л - H_д)}{\ln \frac{8m_в}{\pi d}},$$

где d — приведенный диаметр дрены, определяемый формулой (IV,42).

Имея в виду, что $q = 0{,}5\ q'$, получим следующее выражение для приведенного сопротивления на несовершенство дрены

$$\bar{\Phi}_{н.д} = m_{н.}\, f_{н.д}, \quad f_{н.д} = k_н \frac{H_л - H_д}{q_д} = 0{,}73 \frac{k_н}{k_в} \lg \frac{8m_в}{\pi d}. \quad \text{(IV, 47)}$$

Для дрены, не примыкающей к водоупору, можно пользоваться формулой (IV,47), заменяя в ней величину d величиной d', причем, согласно решению Н. А. Огильви [13]:

$$d' = 1{,}6 \sqrt{d m_в \operatorname{tg} \frac{\pi m'}{2m_в}}. \quad \text{(IV, 48)}$$

Для проверки точности формулы (IV, 47) было проведено моделирование методом ЭГДА на моделях двухслойной среды, составленной из двух различных листов электропроводной бумаги, моделирующих слои с коэффициентами фильтрации $к_в$ и $к_н$. Мощность слоев на модели задавалась $m_в = m_н = 7{,}5$ *см*; расстояние от дрены до границ модели — 37,5 *см*; ширина дрены $b_2 = 0{,}75$ *см*. При моделировании рассматривалась схема двухстороннего притока, когда на левой и на правой границах задавались шины с потенциалами 100%, и схема одностороннего притока, когда на левой границе оставлялась шина с потенциалами 100%, а правая граница задавалась непроницаемой. Величина $f_{н.д} = \frac{1}{m_д} \bar{\Phi}_{н.д}$ определялась из уравнения (IV, 34), в котором величина приведенного расхода $q_д$ находилась по сетке движения, построенной на модели.

Значения приведенных сопротивлений на несовершенство дрен, полученные для моделей с двумя различными соотношениями коэффициентов фильтрации слоев, приведены в табл. 6 (см. стр. 112). Как видно, результаты моделирования достаточно хорошо согласуются с расчетами по формуле (IV, 47), что дает основание рекомендовать ее к применению по крайней мере при $k_н/k_в > 10$.

Таблица 6

Значения $f_{н.д}$ по расчетам и по опытам на модели ЭГДА

Схемы притока	$b_1/m_в$	$\frac{k_н}{k_н}=27$		$\frac{k_н}{k_в}=8$	
		модель	формула (IV,47)	модель	формула (IV,47)
Двухсторонний	0	32,9	37,0	10,2	9,1
Односторонний				9,7	
Двухсторонний	0,2	21,8	20,8	5,6	5,1
Односторонний		22,7		5,9	
Двухсторонний	0,5	13,4	12,9	3,8	3,2
Односторонний		12,8		3,5	

Для двухслойного пласта при $1 \geqslant k_в/k_н \geqslant 0{,}1$ надо уже учитывать проводимость верхнего слоя и считать расчетную проводимость равной сумме проводимостей верхнего и нижнего слоев $km = k_в m_в + k_н m_н$. Приведенное сопротивление на несовершенство здесь будет

$$\bar{\Phi}_{н.д} = \left(m_в + \frac{k_н}{k_в} m_н\right) f^{и}_{н.д} \qquad \text{(IV, 49)}$$

причем величину $f^{и}_{н.д}$ целесообразно определять как

$$f^{н}_{н.д} = f_{н.д} + \Delta f_{н.д}, \qquad \text{(IV, 49а)}$$

где $f_{н.д}$ — безразмерное сопротивление дрены в однородном пласте, определяемое по формуле (IV,45) или, как $0{,}5\, f_н$ по графику (см. рис. 42); $\Delta f_{н.д}$ — безразмерное сопротивление, учитывающее неоднородность водоносного пласта. Для определения величины $\Delta f_{н.д}$ можно воспользоваться графиком (рис. 44), построенным по данным серии расчетов на сеточном интеграторе ЭИ-12.

Для крупных каналов (при ширине канала $B \gg m_в$) приближенное выражение для сопротивлений на несовершенство при полной схеме сопротивлений $\Phi_н$ и $\Phi^0_н$ можно получить, пренебрегая боковым растеканием в верхнем слое и рассматривая фильтрацию под каналом по схеме А. А. Угинчуса [31]. Решение для этой схемы при $H_к = 0$ представлено в виде:

$$q_{лев} = kmb\left(H_{лев}\,\mathrm{cth}\,bB - \frac{H_{пр}}{\mathrm{sh}\,bB}\right), \quad q_{пр} = kmb\left(H_{пр}\,\mathrm{cth}\,bB - \frac{H_{лев}}{\mathrm{sh}\,bB}\right),$$

$$b = \sqrt{\frac{k_в}{k_н m_н m_в}}. \qquad \text{(IV,50)}$$

Сравнивая уравнения (IV,38) и (IV,50), найдем, что в данном случае

$$\bar{\Phi}_н = \frac{1}{b}\,\mathrm{cth}\,\frac{bB}{2}, \quad \bar{\Phi}^0_н = \frac{1}{b}\,\mathrm{sh}\,bB. \qquad \text{(IV, 51)}$$

Расчеты, проведенные на электроинтеграторе ЭИ-12, показали, что для двухслойного пласта упрощенная схема сопротивлений (для небольшого канала или дрены) применима при ширине канала, меньшей удвоенной мощности верхнего слоя. Соответственно при ширине канала, большей удвоенной мощности верхнего слоя, можно пользоваться полной системой сопротивлений, величина которых определяется формулами (IV,51).

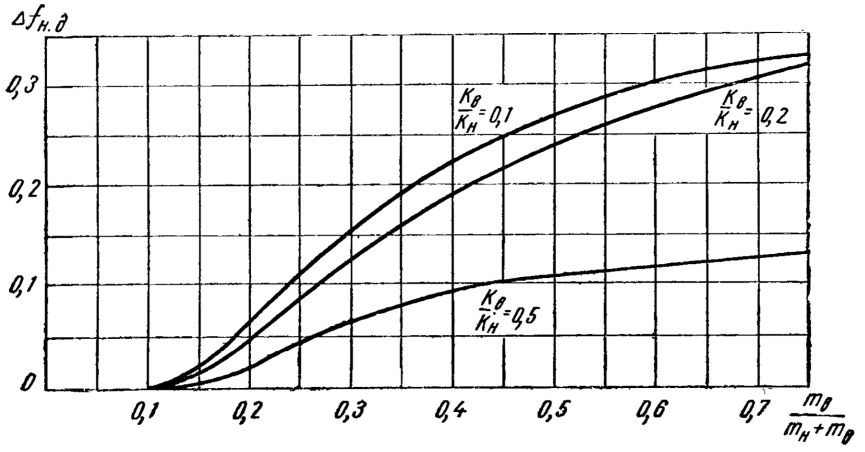


Рис. 44. График определения величины $\Delta f_{н.д}$ ($\Delta f_{н.д}=0$ при $\frac{k_в}{k_н}=1$)

В условиях двухслойной среды, особенно при фильтрации из канала, заметное влияние на гидродинамическое несовершенство может оказать положение кривой депрессии.

Методика определения величины сопротивления на несовершенство канала $\Phi_{н.к}$ для случая фильтрации из канала небольшого размера, когда сопротивление $\Phi_{н.к}$ задается по упрощенной схеме, так же как сопротивление $\Phi_{н.д}$ для дренажа, в условиях двухслойной среды была рассмотрена Л. Н. Павловской [27а], использовавшей решение С. Н. Нумерова [8] для подпертой фильтрации из канала в пласт, подстилаемый слоем бесконечной проницаемости. Используя это решение, можно составить следующую зависимость для приведенного сопротивления $\bar{\Phi}_{н.к}$ канала в двухслойном пласте с учетом положения кривой депрессии (при фильтрации из канала):

$$\bar{\Phi}_{н.к}=m_н f_{н.к};\ f_{н.к}=(1+\xi)f_{н.д}, \qquad (IV, 52)$$

где $f_{н.д}$ определяется как в напорном потоке (в соответствии с изложенной выше методикой), а поправочный коэффициент ξ при $b_1 \ll b_2$ и $\Delta H_л = H_к - H_л$ рассчитывается по формулам:

$$\xi = \frac{\Delta H_л}{1{,}1B + m_в - \Delta H_л} \text{ при } \frac{B}{m_в} \leqslant 0{,}5,$$
$$\xi = 0{,}4\,\frac{\Delta H_л m_в}{(2m_в - \Delta H_л)B} \text{ при } \frac{B}{m_в} > 0{,}5. \qquad \text{(IV, 52а)}$$

Если верхний слой двухслойной среды представлен супесями или суглинками, то на величине $f_{н.к}$ может существенно сказаться наличие капиллярной зоны, расширяющей область фильтрации (рис. 45). Поскольку по вертикали это расширение происходит примерно на величину $h^0_{кап}$ (см. стр. 58), то для учета этого фактора при определении ξ вместо $\Delta H_л$ следует вводить величину $H_к - H_л - h_{кап}$.

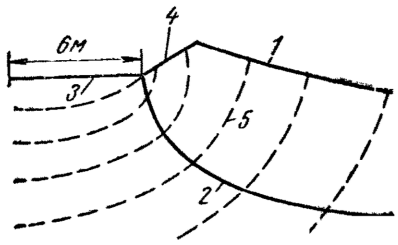


Рис. 45. Картина потока вблизи канала при наличии капиллярной зоны: *1* — поверхность воды с учетом капиллярной зоны ($h_{кап}$ =2 *м*), *2* — то же без учета капиллярной зоны, *3* — дно канала, *4* — откос канала, *5* — линии равного напора

В табл. 7 приведены значения $f_{н.к}$, полученные на бумажных моделях ЭГДА, по зависимостям Л. Н. Павловской и по формуле (IV, 52) для схемы симметричного потока (см. рис. 39,*в*).

Данные табл. 6 свидетельствуют прежде всего о точности формулы (IV, 52). В случае малой величины капиллярной высоты хорошие результаты дает расчет, по предложению Л. Н. Павловской. Однако при значительном $h_{кап}$ (а в условиях двухслойной среды, когда покровный слой представлен супесями или суглинками, капиллярная высота может достигать 1—3 *м*) неучет этого фактора может привести к существенному изменению характера

Таблица 7

Сопоставление данных расчетов сопротивления на несовершенство канала в безнапорном двухслойном потоке

Исходные данные							Величина $\Phi_{н.к}$, *м*			
B, *м*	*L*, *м*	$H_к - H_р$, *м*	$m_в$, *м*	$m_н$, *м*	$\kappa_н/\kappa_в$	$h^0_{кап}$, *м*	на модели ЭГДА	по Л. Н. Павловской	по формуле (IV,47)	по формуле (IV, 52)
6	45	4,5	7,5	7,5	28	0	370	350	250	340
6	45	4,5	7,5	7,5	28	2	260	350	250	280
6	45	4,5	7,5	7,5	15,3	0	190	190	130	180
6	45	4,5	8	7,9	15,3	0	200	200	150	190
6	45	4,5	7,5	8	13,6	2	140	170	130	140
6	45	4,5	7,5	7,5	12,8	2	120	150	110	120
2	51	2	7,5	7,5	19,2	1	290	350	270	310
2	45	4,5	7,1	7,5	11,8	2	180	300	160	190

потока вблизи канала и к значительному завышению сопротивления канала, что можно видеть, например, сопоставляя кривые депрессии, приведенные на рис. 45. В этом случае удовлетворительные результаты зачастую дают расчеты сопротивления без учета положения кривой депрессии (как для напорного потока).

При фильтрации из небольшого канала ($B<2\ m_в$) оценку его несовершенства рекомендуется вести следующим путем: $f_{н.к}$ определяют как для дрены в напорном потоке при $m_в=m_к$; далее находят (расчетом или на моделях) величины $H_л$, $\Delta H_л=H_к-H_л-h^0_{кап}$, вычисляют величину поправки ξ согласно (IV,52а). Если

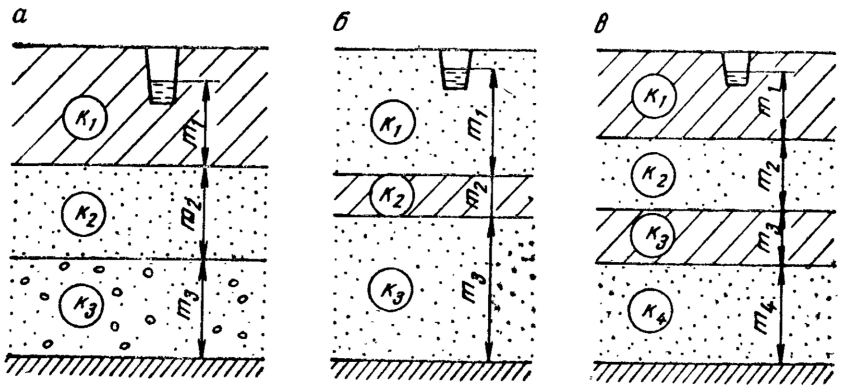


Рис. 46. Дренаж в слоистых грунтах

влияние этой поправки оказывается в пределах значительно меньшей точности определения коэффициента фильтрации верхнего слоя $k_в$, то ею можно пренебречь и считать $f_{н.к}=f_{н.д}$ как для напорного потока; в противном случае надо провести расчет во втором приближении, заменив $f_{н.д}$ на $f_{н.к}$, величину которой определяют по формуле (IV,52).

Несовершенство крупных каналов (при $B>2\ m_в$) слабо зависит от положения кривой депрессии, так что во всех случаях сопротивления определяются согласно (IV,51).

в. Каналы или дрены при сложном строении водоносного пласта

Для некоторых схем слоистых пластов можно дать приближенные рекомендации, учитывающие характер фильтрационного потока.

Так, например, если дрена располагается в верхнем малопроницаемом слое, подстилаемом двумя слоями большей проницаемости (рис. 46,*а*), причем средний пласт имеет меньшую проницаемость, чем нижний, то эту схему приводят к схеме двухслойного пласта с коэффициентами фильтрации $k_в=k_1$ и $k_н=k_2$ и расчетными мощностями $m_в=m_1+\frac{k_1}{k_2}m_2$ и $m_н=m_2+\frac{k_3}{k_2}m_3$.

Очень интересным является случай трехслойного пласта, который состоит из двух слоев значительной проницаемости, разделенных слабопроницаемым прослоем (рис. 46,*б*). Для него может быть использовано решение задачи о фильтрации во взаимодействующих горизонтах (§ 1 гл. VII). Исходя из этого решения найдем, что если длина потока больше величины $\frac{1{,}5}{\alpha}\sqrt{\frac{k_3 m_3 m_2}{k_2}}$, то

$$\overline{\Phi}_{\text{н.д}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_3 m_3 m_2}{k_2}}\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{k_1 m_1 + k_3 m_3}{k_1} f_{\text{н.д}},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{k_1 m_1 + k_3 m_3}{k_1 m_1}}, \qquad \text{(IV, 53)}$$

где $f_{\text{н.д}}$ — безразмерное сопротивление на несовершенство дрены в однородном пласте, определяемое для верхнего слоя в предположении, что средний слой является водоупорным.

Это же решение применимо и для случая четырехслойного пласта (рис. 46,*в*), при этом надо только в формуле (IV,53) заменить k_1, m_1, k_2, m_2 и $k_3 m_3$ соответственно на k_2, m_2, k_3, m_3 и $k_4 m_4$, а величину $f_{\text{н.д}}$ определять как для двухслойного пласта при водоупоре на границе второго и третьего слоев, т. е. по формуле (IV,47) при $m_{\text{в}} = m_1$, $m_{\text{н}} = m_2$, $k_{\text{н}} = k_2$ и $k_{\text{в}} = k_1$.

Эти рекомендации применимы так же и для рядов скважин. Так для ряда скважин, вскрывающих верхний слой в трехслойном пласте, можно пользоваться формулой (IV,53), заменяя в ней $f_{\text{н.д}}$ на $\frac{\sigma}{m_1} f_{\text{к}}$, где $f_{\text{к}}$ определяется по формуле (IV,13).

Для схем строения пласта, не поддающихся аналитическим расчетам для определения величин сопротивлений на несовершенство, можно воспользоваться различными численными приемами расчетов. К такого рода приемам прежде всего относится метод трансфигурации, основные положения которого изложены в [32]. Однако при большом числе сопротивлений этот метод становится чрезвычайно трудоемким и неприемлемым для практического использования. В этом случае целесообразно переходить к применению метода ЭГДА, причем моделирование можно проводить на сплошных моделях ЭГДА (жидких или бумажных) и на сеточных электроинтеграторах. Для определения сопротивлений на несовершенство каналов и дрен достаточно моделировать только область резкой деформации потока, ограничивая ее обычно на расстоянии порядка двух-трех мощностей пласта от канала (дрены).

Рассмотрим методику определения сопротивлений $\Phi_{\text{н}}$ и $\Phi_{\text{н}}^0$ для одиночного канала (см. рис. 37,*а*). Составляя модель зоны

резкой деформации потока, проводим далее моделирование, во-первых, для схемы двухстороннего притока, когда на обеих границах задают потенциалы 100%, а на канале — 0% (рис. 47,*а*) и, во-вторых, для схемы одностороннего притока, которая отличается от схемы двухстороннего притока тем, что одну из границ пласта делают непроницаемой (рис. 47,*б*).

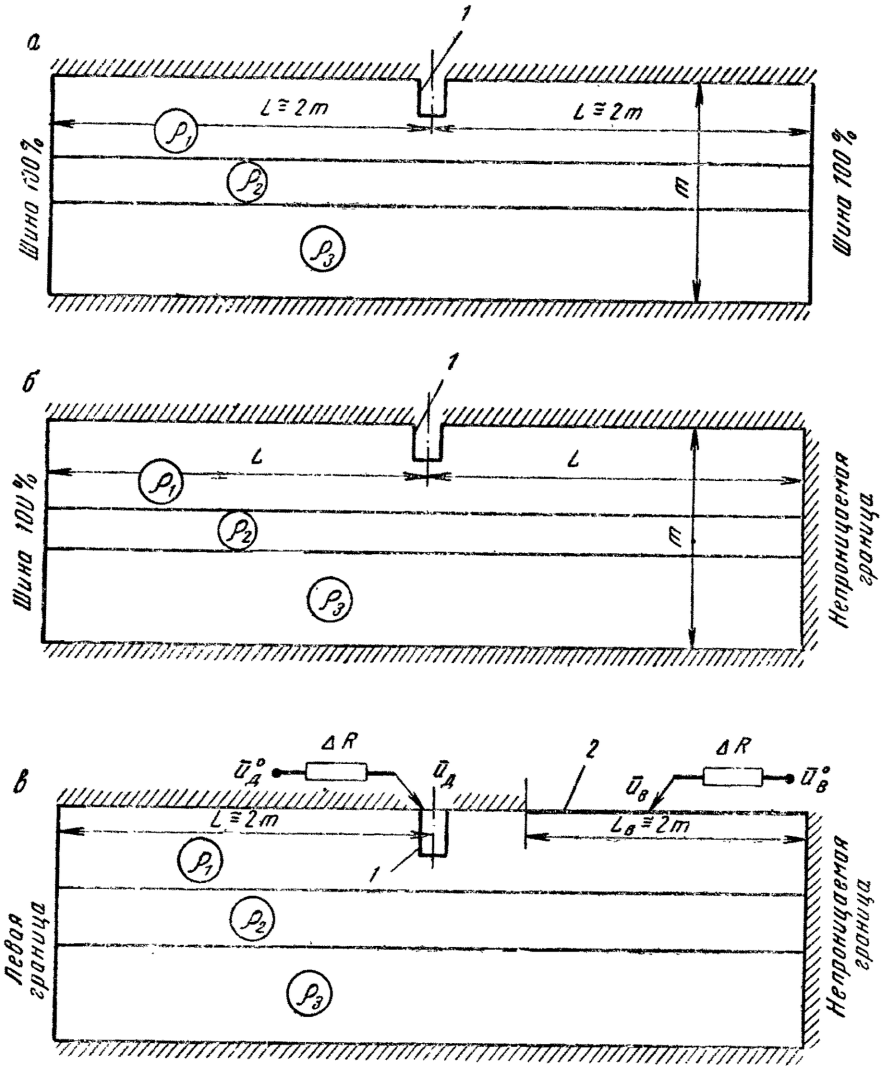


Рис. 47. Схемы модели ЭГДА для определения сопротивления на несовершенство дрены при сложном строении пласта:
а — двухсторонняя симметричная, *б* — односторонняя, *в* — дрена у водоема; *1* — шина дрены, *2* — шина водоема

Для схемы двухстороннего притока погонный расход потока с каждой стороны будет:

$$q = \frac{\Delta H}{\frac{L}{km} + \Phi_н}, \qquad \text{(IV, 54)}$$

или

$$\Phi_н = \frac{\Delta H}{q} - \frac{L}{km}, \qquad \text{(IV, 54а)}$$

где ΔH — перепад напора на границе и на канале. Величину q определяют на модели обычным путем. Если вблизи границы поток имеет линейный характер, то можно считать

$$q = km\frac{\Delta H'}{L'}, \qquad \text{(IV, 54б)}$$

где $\Delta H'$ — средний перепад напора на длине потока L'.

Сопоставляя (IV,54 и IV,54б), найдем

$$\Phi_н = \frac{1}{km}\left(\frac{L'}{\Delta \bar{U}'} - L\right), \qquad \text{(IV, 54в)}$$

где $\Delta \bar{U}' = \frac{\Delta H'}{\Delta H}$ — перепад относительного потенциала на длине L', определяемый по данным моделирования.

Для схемы одностороннего притока выражение для расхода будет иметь вид:

$$q = \frac{\Delta H}{\frac{L}{km} + \Phi}, \qquad \text{(IV, 55)}$$

где сопротивление Φ определяется зависимостью

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{1}{\Phi_н} + \frac{1}{\Phi_н + \Phi_н^0}. \qquad \text{(IV, 55а)}$$

По результатам моделирования можно снова найти потери напора по длине пласта в пределах зоны горизонтального направления потока, после чего величину Φ можно рассчитать по формулам (IV,54), заменяя в них $\Phi_н$ на Φ. Сопротивление $\Phi_н^0$ находят затем из соотношения:

$$\Phi_н^0 = \frac{1}{\frac{1}{\Phi} - \frac{1}{\Phi_н}} - \Phi_н, \qquad \text{(IV, 56)}$$

в котором величину $\Phi_н$ задают по данным моделирования при двухсторонней схеме. Этими же зависимостями можно воспользоваться для определения сопротивлений на несовершенство на сеточном интеграторе. В этом случае при расчетах по формуле (IV,54а) величину L' следует брать от границы до первого верти-

кального ряда центров блоков, а $\Delta\bar{U}'$ принимать равной падению относительных потенциалов между границей и этим рядом.

При небольшом размере канала (при ширине, меньшей четверти мощности пласта) величину $\Phi_н^0$ можно считать равной нулю и задавать для учета несовершенства только одно сопротивление $\Phi_{н.д}$ по упрощенной системе (см. рис. 37,*а*). Упрощенную систему обычно уверенно можно принять, например, при моделировании горизонтального дренажа.

Для случая расположения дрены вблизи водоема на расстоянии, меньшем размеров зоны резкой деформации потока (см. рис. 37,*б*), сопротивления в этой области соединяются по схеме несимметричного треугольника. Для определения сопротивлений $\Phi_н'$, $\Phi_н''$, $\Phi_н^0$ на модели ЭГДА можно применить схему, приведенную на рис. 47,*в*, когда на шины, моделирующие дрену и водоем, потенциалы подают через одинаковые сопротивления ΔR, соответствующие фильтрационному сопротивлению $\Delta\Phi = \frac{\Delta L}{km}$ потока с расчетной проводимостью km и длиной ΔL.

На этой модели надо сделать два опыта, причем первый из них целесообразно провести при одинаковых потенциалах на дрене Д и водоеме В (рис. 37,*б*), когда на модели (рис. 47,*в*) задается $U_д = U_в$ подбором близких к нулю потенциалов $\bar{U}_д^0$ и $\bar{U}_в^0$, а на левой границе задают потенциал $\bar{U} = 100\%$. Обозначая расходы, притекающие к дрене и водоему через $q_д$ и $q_в$, можно записать выражения для расходов, протекающих по участкам OA, $AД$ и AB (имея в виду, что в силу равенства потенциалов в точках D и B расход на участке $ВД$ равен нулю) при напорах H_0, H_A, $H_д$ и $H_в$, соответствующих потенциалам на границе, в точке A, в дрене ($U_д$) и в водоеме ($U_в$):

$$q_д + q_в = \frac{H_0 - H_A}{\Phi}, \quad \Phi = \frac{L}{km} \text{ (а)},$$

$$q_д = \frac{H_A - H_д}{\Phi_н'} \text{ (б)}, \qquad \text{(IV, 57)}$$

$$q_в = \frac{H_A - H_в}{\Phi_н^0} \text{ (в)}.$$

Решая совместно (IV,57а) и (IV,57б), найдем выражение для определения сопротивления $\Phi_н'$:

$$\Phi_н' = \left(\frac{H_0 - H_д}{q_д + q_в} - \Phi\right)\left(1 + \frac{q_в}{q_д}\right). \qquad \text{(IV, 58)}$$

Заметим, что при $H_в = H_д$

$$q_д = \frac{H_д - H_д^0}{\Delta\Phi}; \quad q_в = \frac{H_д - H_в^0}{\Delta\Phi};$$

$$q_д + q_в = \frac{2H_д - H_д^0 - H_в^0}{\Delta\Phi},$$

где $H_д^0$ и $H_в^0$ — напоры, соответствующие потенциалам $\overline{U}_д^0$ и $\overline{U}_в^0$. Тогда

$$\Phi_н' = \left(\frac{H_0 - H_д}{2H_д - H_д^0 - H_в^0}\Delta\Phi - \Phi\right)\left(1 + \frac{H_д - H_в^0}{H_д - H_д^0}\right). \quad \text{(IV, 58а)}$$

Имея кроме того в виду, что отношение потерь напоров равно отношению соответствующих потерь относительных потенциалов, приведем формулу (IV,58а) к виду

$$\Phi_н' = \frac{L}{km}\left(\frac{1 - \overline{U}_д}{2\overline{U}_д - \overline{U}_д^0 - \overline{U}_в^0} \cdot \frac{\Delta L}{L} - 1\right)\left(1 + \frac{\overline{U}_д - \overline{U}_в^0}{\overline{U}_д - \overline{U}_д^0}\right). \quad \text{(IV, 58б)}$$

Аналогичным образом находим формулу для определения сопротивления $\Phi_н^0$:

$$\Phi_н^0 = \frac{L}{km}\left(\frac{1 - \overline{U}_д}{2\overline{U}_д - \overline{U}_д^0 - \overline{U}_в^0} \cdot \frac{\Delta L}{L} - 1\right)\left(1 + \frac{\overline{U}_д - \overline{U}_д^0}{\overline{U}_д - \overline{U}_в^0}\right). \quad \text{(IV, 59)}$$

Для определения сопротивления $\Phi_н''$ целесообразно сделать опыт, задавая $\overline{U}_д^0 = 0$; $\overline{U}_в = 100\%$ (на контуре водоема исключается сопротивление ΔR), а левую границу — непроницаемой. При этом расход $q_{дв}$, поступающий из водоема в дрену, будет протекать через параллельные сопротивления $\Phi_н''$ и $\Phi_н^0 + \Phi_н'$ (на участке OA расход равен нулю), так что

$$q_{дв} = (H_в - H_д)\left(\frac{1}{\Phi_в''} + \frac{1}{\Phi_н^0 + \Phi_н'}\right). \quad \text{(IV, 60)}$$

Поскольку, кроме того,

$$q_{дв} = \frac{H_д - H_д^0}{\Delta\Phi}, \quad \text{(IV, 60а)}$$

то, решая совместно (IV,60 и IV,60а), найдем формулу для определения величины $\Phi_н''$:

$$\Phi_н'' = \frac{1}{\frac{\overline{U}_д}{1 - \overline{U}_д} \cdot \frac{1}{\Delta\Phi} - \frac{1}{\Phi_н^0 + \Phi_н'}}. \quad \text{(IV, 61)}$$

Аналогичным путем (хотя технически и несколько более сложно) могут быть определены местные сопротивления при несимметричном потоке из канала в приканальную дрену (рис. 42,*в*).

Заметим, что такую методику можно использовать и при оценке сопротивлений на несовершенство скважин.

Напомним, что во всех случаях размер модели должен быть таким, чтобы расстояние от границы до канала или дрены было большим размера зоны резкой деформации потока.

г. Пример расчета дрены в безнапорном потоке

Для пояснения методики расчета и наглядной оценки влияния неоднородности водоносного пласта приведем пример расчета фильтрации к дрене в случае одностороннего притока к прямоугольной дрене с нулевой глубиной воды в ней (рис. 48).

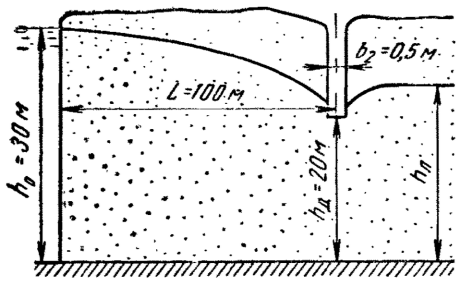


Рис. 48. К примеру расчета несовершенной дрены

В первую очередь рассмотрим схему однородного пласта. Для этой схемы в первом приближении определим величину сопротивления на несовершенство $f_{н.д}$, принимая $m_д = h_д = 20$ м. Тогда, имея $b_1 = 0$ и $b_2/m_д = 0{,}025$, по формуле (IV, 45) при $d = 0{,}5\ b_2$ $(\eta = 1)$ находим:

$$f_{н.д} = 0{,}73 \lg \frac{4m}{\pi b_2} = 1{,}25; \quad \bar{\Phi}_{н.д} = m_д f_{н.д} = 20 \cdot 1{,}25 = 25 \text{ м}.$$

Модифицируя формулу (IV, 34) для схемы однородного безнапорного потока заменой $H_р$ на $h_0^2/2m$ и $H_д$ на $h_д^2/2m$, найдем погонный приток к дрене $q_д$ при $k = 10$ м/сут

$$q_д = \frac{q_д}{k} = \frac{h_0^2 - h_д^2}{2(L + \bar{\Phi}_{н.д})} = \frac{30^2 - 20^2}{2(100 + 25)} = 2{,}0 \text{ м}, \quad q_д = 20 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Величину среднего напора $h_л = H_л$ на линии дренажа найдем из (IV, 30), где расчетная мощность m равна средней мощности у дренажа $m_д$, определяемой согласно (IV, 41), причем в первом приближении $m_д = h_д$ и

$$h_л = h_д + \frac{\bar{q}_д}{m_д} \bar{\Phi}_{н.д} = 20 + \frac{2}{20} \cdot 25 = 22{,}5 \text{ м}.$$

Во втором приближении принимаем $m_д = 21$ м, соответственно $b_1 = 1$ м. При $\frac{b_2}{2b_1} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25$

находим $\eta = 1{,}14$ и по формуле (IV, 42) $d = 1{,}14(1{,}0 + 0{,}5 \cdot 0{,}5) = 1{,}4$ *м*. Тогда согласно (IV, 45):

$$f_{н.д} = 0{,}73 \lg \frac{2 \cdot 21}{3{,}14 \cdot 1{,}4} = 0{,}7, \quad \bar{\Phi}_{н.д} = 21 \cdot 0{,}7 = 14{,}7 \text{ м}.$$

Далее,

$$\bar{q}_д = \frac{500}{2(100 + 14{,}7)} = 2{,}18 \text{ м}; \quad q_д = 21{,}8 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$h_л = 20 + \frac{2{,}18}{21} \cdot 14{,}7 = 21{,}5 \text{ м}.$$

В третьем приближении при $m_д = 20{,}8$ *м* таким же образом находим $\bar{q}_д = 2{,}16$ *м*, $q_д = 21{,}6$ *м*^{2}/*сут* и $h_л = 21{,}6$ *м*. По решению С. Н. Нумерова [8], для этого случая $q_д = 2{,}12$ *м* и $h_л = 21{,}8$ *м*. Как видно, результаты обоих расчетов хорошо согласуются между собой.

Рассмотрим эту же задачу для схемы двухслойного пласта, нижний слой которого мощностью 10 *м* имеет коэффициент фильтрации $k_н = 18$ *м/сут*, а верхний слой имеет $k_в = 8$ *м/сут*. При этом средняя проводимость потока остается такой же, как и в предыдущем случае — 250 *м*^{2}/*сут*.

Определяем величину $\Phi_{н.д}$ согласно (IV, 49). Из предыдущего расчета имеем $f_{н.д} = 0{,}7$. По графику (см. рис. 48) при $k_в/k_н = 0{,}62$ и $m_в/m_в + m_н = 0{,}5$ находим $\Delta f_{н.д} = 0{,}09$. Далее вычисляем:

$$\bar{\Phi}_{н.д} = \left(m_в + \frac{k_н}{k_в} m_н\right) f^н_{н.д} = \left(10 + \frac{13}{8} \cdot 10\right) \cdot 0{,}79 = 20{,}7 \text{ м};$$

$$q_д = 250 \frac{30 - 20}{100 + 20{,}7} = 20{,}7 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$h_л = h_д + \frac{q_д}{k_в m_в + k_н m_н} \cdot \bar{\Phi}_{н.д} = 20 + \frac{20{,}7}{8 \cdot 10 + 13 \cdot 10} \cdot 20{,}7 = 22{,}0 \text{ м}.$$

В данном случае расход потока изменился незначительно, а условия дренирования несколько ухудшились.

Эту же задачу рассмотрим, предполагая, что на глубине 10 *м* под дреной располагается небольшой супесчано-суглинистый слой мощностью 1 *м* с коэффициентом фильтрации 0,01 *м/сут*. При $\alpha = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 + 10 \cdot 10}{10 \cdot 10}} = 1{,}41$ и $f_{н.д} = 0{,}5$ находим по формуле (IV, 53) сопротивление на несовершенство дрены

$$\bar{\Phi}_{н.д} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 1}{0{,}01}} (1{,}41 - 0{,}71) + 20 \cdot 0{,}5 = 35 + 10 = 45 \text{ м}.$$

Тогда

$$\bar{q}_д = \frac{30^2 - 20^2}{2(100 + 45)} = 1{,}72 \text{ м}; \quad q_д = 17{,}2 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$h_л = h_д + \frac{q_д}{km} \cdot \bar{\Phi}_{н.д} = 20 + \frac{17{,}2}{200} \cdot 45 = 23{,}9 \text{ м}.$$

На этом примере отчетливо проявляется влияние небольших малопроницаемых прослоев на эффективность дренажа. Уже наличие небольшого суглинистого прослоя заметно ухудшает усло-

вия работы дрены (купол воды за дреной увеличивается более чем в два раза). Этот частный пример наглядно подчеркивает необходимость изучения и учета строения пласта вблизи дренажа.

§ 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПО ДАННЫМ ОПЫТНО-ФИЛЬТРАЦИОННЫХ РАБОТ И РЕЖИМНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

При наличии под скважинами или дренами слоев различной проницаемости (особенно при переслаивании песков, суглинков и супесей) изложенные выше методы оценки гидродинамического несовершенства скважин и дрен могут дать существенные погрешности, поскольку существующие методы изысканий не дают возможности достаточно точно оценивать проницаемость небольших слабопроницаемых прослоев. В этих случаях эффективные способы оценки гидродинамического несовершенства дрен можно, по-видимому, найти, проводя полевую опытную откачку из скважины того же размера, что и в эксплуатационных условиях.

При необходимости оценить гидродинамическое несовершенство одиночной скважины, характеризуемой величиной $f_{н.с}$, в принципе можно использовать данные кустовой откачки, когда куст состоит из центральной несовершенной скважины, глубина которой соответствует глубине эксплуатационной скважины, и двух совершенных наблюдательных скважин, располагаемых вне зоны резкой деформации потока. Если под забоем центральной скважины нет достаточно мощных малопроницаемых слоев, отделяющих от скважины нижележащие слои, то первую скважину можно расположить на расстоянии r_1 порядка половины мощности пласта от центральной, а вторую на расстоянии r_2 — примерно втрое дальше. Обозначив понижение уровня в первой наблюдательной скважине через S_1, во второй через S_2, а в затрубном пьезометре центральной скважины через S_c, из (IV, 1) при $f_c = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r}{r_c}$ получим:

$$S_c - S_1 = \frac{Q}{T}\left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_c} + f_{н.с}\right),$$

$$S_2 - S_1 = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Поделив одно уравнение на другое, после небольших преобразований найдем:

$$f_{н.с} = 0{,}366\left(\frac{S_c - S_1}{S_1 - S_2} \lg \frac{r_2}{r_1} - \lg \frac{r_1}{r_c}\right). \qquad \text{(IV, 62)}$$

Имея в виду, что в выражении (IV,4) от неоднородности зависит только величина ε, найдем ее значение по полученному выражению (IV,62) для $f_{н.с}$

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{r_c} - 2\pi \frac{\bar{l}}{1 - \bar{l}} f_{н.с}. \qquad \text{(IV, 63)}$$

Величину $f_{н.с}$ для скважин другого диаметра можно определить далее по формуле (IV,4), используя полученное значение ε.

Кроме того, сопротивления на несовершенство скважин $f_{н.с}$ эффективно могут определяться по данным полевых опытов в условиях неустановившейся фильтрации, методика которых требует, однако, еще дополнительных разработок.

Особенно актуален вопрос определения сопротивления на несовершенство дрен и каналов, проходящих в неоднородных водоносных пластах, поскольку влияние неоднородности здесь весьма существенно, а оценить его, приводя гидрогеологические условия к определенной фильтрационной схеме, очень трудно. В связи с этим наилучшие результаты при оценке несовершенства уже существующих дрен и каналов можно получить, используя данные режимных наблюдений на прилегающих к ним территориях.

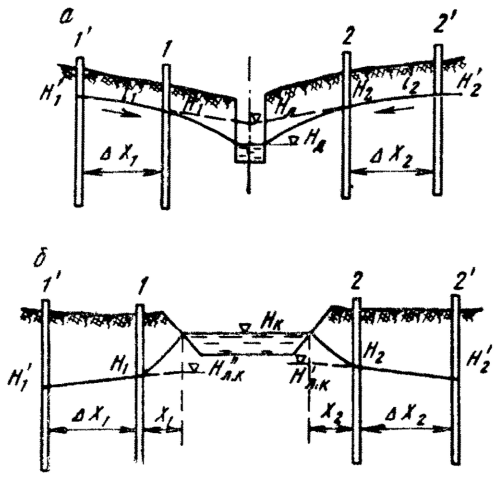


Рис. 49. Наблюдательные створы для определения сопротивлений на несовершенство: *а* — дрены, *б* — канала

При несимметричном притоке к дрене (или оттоке от канала) необходимо иметь пьезометрический створ из двух скважин с каждой стороны дрены, причем ближайшая из скважин должна быть на расстоянии от дрены порядка одной—двух мощностей потока (рис. 49,*а*). Продолжая прямую линию, проходящую через уровни в скв. *1—1'* и *2—2'* до пересечения с осью дрены, найдем средний уровень на линии дрены $H_л$. Если поток строго однороден, то значения уровней $H_л$, полученные по обоим створам, должны быть одинаковыми. Однако практически они будут несколько разниться за счет неоднородности пласта, так что в расчет можно вводить среднее из полученных таким образом значений $H_л$. Используя связь (IV,30) между $H_л$ и $H_д$ и имея в виду, что при проводимости пласта T_1 и T_2 слева и справа от дрены

$$q_д = T_1 i_1 + T_2 i_2,$$

найдем формулу для определения величины $\bar{\Phi}_{н.д}$

$$\bar{\Phi}_{н.д} = \frac{H_л - H_д}{T_1 i_1 + T_2 i_2} T_д, \qquad \text{(IV, 64)}$$

где $T_д$ — проводимость пласта под дреной. Считая $T_1 = T_2 = T_д$, получим:

$$\Phi_{н.д} = \frac{H_л - H_д}{i_1 + i_2}. \qquad \text{(IV, 65)}$$

При оценке несовершенства канала в общем случае необходимо определить два сопротивления — $\Phi_н$ и $\Phi^0_н$, что можно сделать только при наличии существенно несимметричного потока вблизи канала. При этом (рис. 49,*б*) также необходимо иметь створы из двух наблюдательных скважин на каждом берегу канала.

По уровням в этих скважинах определяют градиенты потока i_1 и i_2 соответственно слева и справа от канала. Составляя далее уравнение баланса расходов у канала и полагая в них $q_{лев} = Ti_1$ и $q_{пр} = Ti_2$, после алгебраических преобразований найдем следующие выражения для погонных сопротивлений канала на несовершенство:

$$\Phi_н = \frac{2H_к - H'_{л.к} - H''_{л.к}}{T(i_1 + i_2)}, \quad \text{(а)}$$

$$\Phi^0_н = \frac{(H'_{л.к} - H''_{л.к})(2H_к - H'_{л.к} - H''_{л.к})}{T[i_1(H_к - H'_{л.к}) - i_2(H_к - H''_{л.к})]}. \quad \text{(б)} \qquad \text{(IV, 66)}$$

В уравнениях (IV,66) $H_к$ представляет собой напор воды в канале, а $H_{л.к}'$ и $H_{л.к}''$ — напоры на линии правого и левого берега канала, определяемые прямолинейной экстраполяцией кривой депрессии до сечения уреза воды. Так, например, если на правом берегу располагаются две скважины (рис. 49,*б*), в которых замерены напоры соответственно H_2 и H_2', то можно считать:

$$H'_{л.к} = H_2 + (H_2 - H'_2)\frac{x_2}{\Delta x_2}. \qquad \text{(IV, 67)}$$

При характере потока, близком к симметричному, вместо скважин 1 и 2, располагаемых по берегам канала, можно заложить одну скважину по оси канала, уровень в которой $H_{л.к}$ будет равным примерно средней величине между уровнями $H'_{л.к}$ и $H''_{л.к}$. В этом случае величину $\Phi_н$ рассчитывают по формуле

$$\Phi_н = 2\frac{H_к - H_{лк}}{T(i_1 + i_2)}. \qquad \text{(IV,68)}$$

Важно иметь в виду, что во всех случаях рабочая часть наблюдательных скважин должна располагаться в пределах основных водоносных пластов, характеризуя средний напор водоносного горизонта в каждом сечении.

В случае, если поток имеет симметричный характер, непосредственно по данным режимных наблюдений можно определить только величину $\overline{\Phi}_н$, равную величине ΔL, причем для определения ΔL можно использовать методику, изложенную в главе III. Для оценки величины сопротивления $\Phi_н^0$ в этом случае можно воспользоваться связью между величинами $\Phi_н^0$ и $\Phi_н$, приведенной в табличной форме для канала шириной B при двухслойном строении пласта проводимостью T, поскольку эта схема является достаточно типичной (табл. 8).

Таблица 8

Связь сопротивлений $\Phi_н$ и $\Phi_н^0$ по соотношению (IV,51)

$B/\Delta L$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	—
$\Phi_н^0/\Phi_н$	0,21	0,46	0,75	1,07	1,46	—
$\Delta L/B$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1,0
$\Phi_н/\Phi_н^0$	0,013	0,062	0,13	0,212	0,40	0,685

Примечание: при $\Delta L/B<0{,}2$ можно считать $\Phi_н^0/\Phi_н = \exp\left(\frac{B}{\Delta L}\right)$, а при $B/\Delta L<0{,}2$ $\Phi_н^0 \cong B/T$.

Глава V

РАСЧЕТЫ ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ДРЕНАЖА В УСЛОВИЯХ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Методику расчетов водопонижения целесообразно подразделять применительно к типовым и сложным условиям (§ 1, гл. I).

В типовых условиях водопонизительные установки рассчитывают в целом как системы взаимодействующих скважин. При небольшом числе скважин (~до 10) расчет можно вести, учитывая каждую скважину в отдельности. Однако при небольшом числе скважин такого рода расчеты оказываются слишком трудоемкими. В этом случае для типовых условий целесообразно переходить к схеме водопонизительного контура, составляемого из отдельных прямолинейных участков контура, вдоль каждого из которых устанавливают постоянную интенсивность водоотбора, т. е. принимают равномерную расстановку равнодебитных скважин (см. ниже).

В сложных условиях, характерных для крупных котлованов, расчет приходится вести не для всей установки в целом, а по отдельным участкам, которые характеризуются однородными гидрогеологическими условиями, причем по контуру установки обычно задают определенные уровни (понижения) грунтового потока. В частности, когда по всей площади котлована требуется получить постоянный уровень грунтовых вод, то обычно этот же уровень целесообразно задать по всему водопонизительному контуру.

Рекомендуется следующий порядок фильтрационного расчета водопонизительных установок. Прежде всего с помощью приближенных приемов оценивают общий приток к водопонизительной установке. Для типовых условий общий приток к системе скважин можно определять, приводя ее к схеме «большого колодца». Для котлованов, находящихся в сложных условиях, приток определяют по отдельным участкам или по лентам тока, построенным графическим путем.

По полученному общему и погонному притоку в первом приближении подбирается насосное оборудование и задают число скважин, а, кроме того, в зависимости от мощности пласта задают глубину скважин.

Определив, таким образом, предварительный вариант водопонизительной установки, можно перейти к более детальному расчету, характер которого зависит прежде всего от гидрогеологических условий в разрезе. На основании этих расчетов производят уточнение расстановки скважин и окончательный выбор насосного оборудования.

Аналогичным образом можно подходить к расчетам небольших дренажей.

При расчетах крупных дренажных установок схемы типовых условий удается использовать редко.

Расчеты берегового дренажа, располагаемого примерно параллельно урезу водоема (реки), можно производить по участкам (считая линии дренажа бесконечно длинными) или характерным лентам тока, если расстояние между дренажом и водоемом, с одной стороны, и между дренажом и защищаемой территорией, с другой, значительно меньше длины дренажа.

Расчеты систематического дренажа можно также обычно производить, считая поток линейным в плане.

При расчетах крупных водопонизительных и дренажных установок целесообразно возможно более широко пользоваться методами моделирования на сплошных и сеточных моделях.

§ 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИТОКА К ВОДОПОНИЗИТЕЛЬНЫМ УСТАНОВКАМ И РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СКВАЖИН В ТИПОВЫХ УСЛОВИЯХ ПИТАНИЯ

В типовых условиях для определения притока можно пользоваться расчетами по способу «большого колодца». Согласно этому способу группа n скважин может быть приведена к эквивалентному колодцу, приток к которому будет соответствовать суммарному притоку к группе скважин. Радиус такого колодца $r_к$ в общем случае определяют по зависимости:

$$\lg r_к = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \lg r_i, \qquad \text{(V, 1)}$$

или

$$r_к = \sqrt[n]{r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_i \cdot \ldots \cdot r_n}, \qquad \text{(V, 1а)}$$

т. е. как среднегеометрическое из расстояний от каждой скважины до центра их группы, в котором задают (или определяют) расчетное понижение уровня грунтовых вод.

Для системы большого числа скважин, располагаемых относительно равномерно по определенному контуру, величину $r_к$ можно найти по известной упрощенной формуле:

$$r_к = \sqrt{\frac{F_к}{\pi}}, \qquad (V, 2)$$

где $F_к$ — площадь, заключенная внутри рассматриваемого контура скважин.

Для вытянутых в плане установок (при соотношениях большого размера к меньшему больше трех) величину $r_к$ лучше определять по формуле:

$$r_к = \frac{P_к}{2\pi}, \qquad (V, 3)$$

где $P_к$ — длина водопонизительного контура (периметр).

Общий приток Q к водопонизительной установке рассчитывают по следующей общей зависимости:

$$Q = 2{,}73\frac{kmS_к}{\lg\frac{R}{r_к}}, \qquad (V, 4)$$

где $S_к$ — расчетное понижение уровня воды внутри водопонизительного контура, а R — расчетное расстояние до областей питания и стока, определяемое для типовых схем по данным рис. 50.

Расчетное понижение уровня подземных вод при действии одиночной скважины выражается общей зависимостью:

$$S = \frac{Q_с}{km} f_с, \qquad (V, 5)$$

где $f_с$ — функция понижения от действия одиночной скважины, характеризующая эффективность ее работы, определяемая для типовых схем по данным табл. 9.

При действии системы n одиночных скважин общее расчетное понижение находят как сумму расчетных понижений от действия каждой скважины в отдельности, т. е.

$$S = \sum_{i=1}^{n} S_i = \frac{1}{km}\sum_{i=1}^{n} Q_{ci} f_{ci}, \qquad (V, 6)$$

причем при одинаковых дебитах скважин

$$S = \frac{Q_с}{km} f_{сум}, \qquad (V, 6а)$$

где $f_{сум}$ — суммарная функция понижения системы скважин

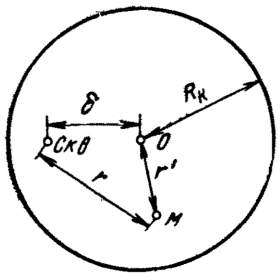
$$f_{сум} = f_{с1} + f_{с2} + \ldots + f_{сn}.$$

Таблица 9

Зависимости для определения функций понижения

Схемы расположения скважин	Выражение для функции понижения f_c

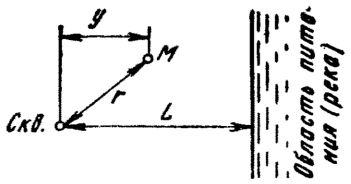
В круговом контуре питания



$$0{,}366\lg\frac{\sqrt{R_k^2+\frac{(r')^2\delta^2}{R_k^2}-(r')^2-\delta^2+r^2}}{r}$$

[24]

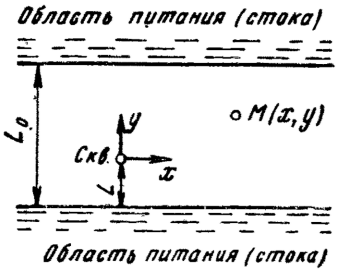
У линейной области питания (у реки)



$$0{,}366\lg\frac{\sqrt{4L^2-4Ly+r^2}}{r}$$

(y положителен, если точка M находится между скважиной и рекой)

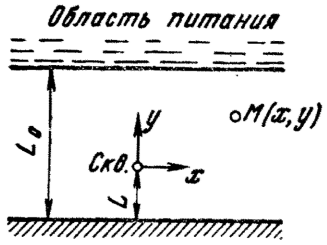
Между двумя областями питания (или стока)



$$0{,}183\lg\frac{\mathrm{ch}\,\pi\bar{x}-\cos\pi(2\bar{L}+\bar{y})}{\mathrm{ch}\,\pi\bar{x}-\cos\pi\bar{y}}$$ [2, 17, 19]

$$\bar{x}=\frac{x}{L_0};\quad \bar{y}=\frac{y}{L_0};\quad \bar{L}=\frac{L}{L_0}$$

Продолжение таблицы 9

Схемы расположения скважин	Выражение для функции понижения f_c
Между областью питания и непроницаемой границей	
	$0{,}183 \lg \frac{\operatorname{ch} \pi\bar{x} + \cos \pi (2\bar{L} + \bar{y})}{\operatorname{ch} \pi\bar{x} - \cos \pi (2L + \bar{y})} \times \times \frac{\operatorname{ch} \pi\bar{x} + \cos \pi\bar{y}}{\operatorname{ch} \pi\bar{x} - \cos \pi\bar{y}}$ $\bar{x} = \frac{x}{L_0}; \quad \bar{y} = \frac{y}{L_0}; \quad \bar{L} = \frac{L}{L_0}$ [4]

Примечание. Для двух последних схем решения могут быть распространены на случай, когда перпендикулярно области питания проходит непроницаемая граница. Для учета этой границы надо ввести фиктивную скважину, являющуюся зеркальным отображением действительной относительно непроницаемой границы. Величина функции понижения получится при этом как сумма функции понижения от действия обеих скважин (действительной и фиктивной).

Формулы для определения величин f_c приведены в табл. 9. Функцию понижения в расчетной скважине вычисляют по формуле:

$$f_{скв} = 0{,}366 \lg \frac{R}{r_c}, \qquad (V, 7)$$

где величину R определяют по данным рис. 50.

Для равнодебитных скважин при близком их взаимоположении (по крайней мере, когда половина наибольшего расстояния между скважинами меньше их среднего расстояния до контура питания) величину $f_{сум}$ приближенно можно найти по формуле:

$$f_{сум} = n f_{с.э}, \qquad (V, 8)$$

где $f_{с.э}$ — осредненная (эффективная) величина функции понижения, определяемая по формуле (V,7) для функции понижения в скважине с заменой ее радиуса на эффективное расстояние $r_э$ от скважины до расчетной точки. Величина определяется так же, как радиус большого колодца $r_к$ по формуле (V,1), а расчетные расстояния до контуров питания или стока (R_1, L_1 и L) принимают равными средним между расстоянием до центра котлована и до расчетной точки.

Формулу (V,8) следует только несколько модифицировать при расчетах понижения в скважинах, выделяя функцию понижения в скважине — $f_{скв}$ и считая

$$f_{сум} = f_{скв} + (n-1) f_{с.э}, \qquad (V, 9)$$

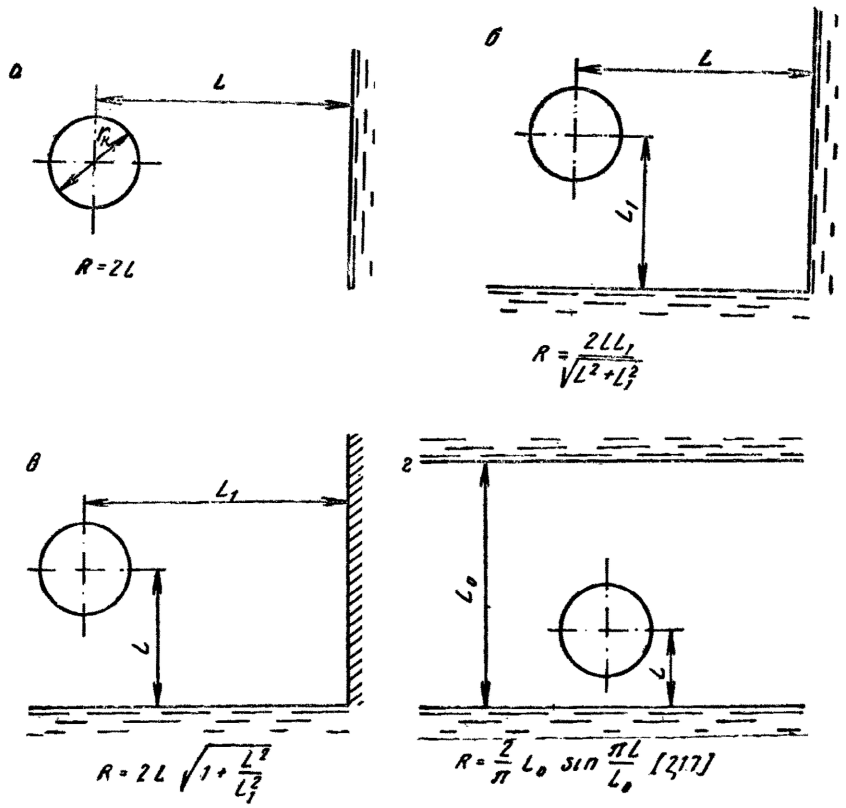
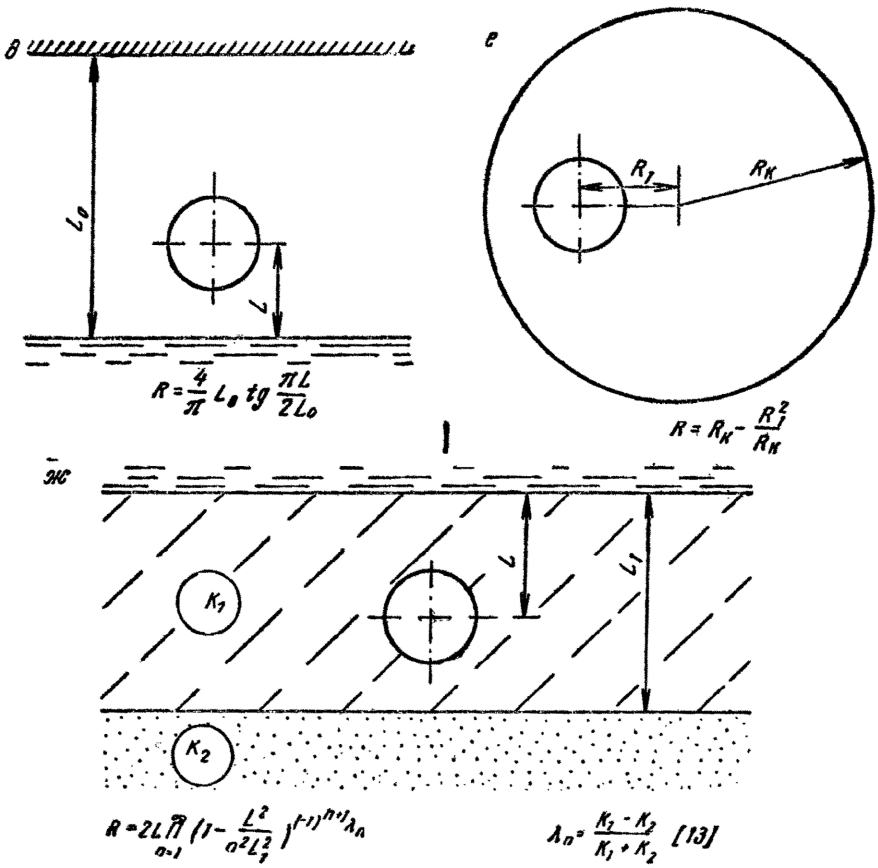


Рис. 50. Схемы условий

а — колодец у реки у линейной области питания, *б* — колодец в углу, между дву цаемой границей, *г* — колодец в полосе между двумя областями питания или стока, лодец в круговой области питания, *ж* — колодец в неоднородном полуограничеи

причем $f_{с.э}$ — эффективная функция понижения, определяемая в данном случае от действия всех скважин, кроме расчетной.

При наличии большого числа водопонизительных скважин целесообразно весь расчетный контур скважин разделить на ряд прямолинейных участков, вдоль каждого из которых можно принять одинаковой расстановку равнодебитных скважин. После этого, используя принципы метода сопротивлений, каждый участок скважин можно заменить траншеей, которая по существу будет представлять собой линию равного притока, т. е. линию, двусто-



питания колодцев:
мя областями питания, *в* — колодец в углу между областью питания и непрони-
д — колодец в полосе между областью питания и непроницаемой границей, *е* — ко-
ном пласте

ронний погонныи приток к которой постоянен по ее длине. Методика такого рода расчетов изложена в работах [16, 23].

§ 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАСЧЕТА ВОДОПОНИЗИТЕЛЬНЫХ И ДРЕНАЖНЫХ УСТАНОВОК В СЛОЖНЫХ УСЛОВИЯХ ПИТАНИЯ

Для установок, находящихся в сложных условиях питания, основным способом расчета притока является получивший широкое распространение на практике способ расчета по участкам. Он сводится к тому, что весь контур водопонижения или дренажа разбивается на отдельные участки, как бы разделенные между собой непроницаемыми стенками, причем в пределах каждого из

этих участков гидрогеологические условия принимаются одинаковыми, а на водопонизительном (дренажном) контуре задаются определенные уровни грунтовых вод, соответствующие проектируемым уровням на защищаемой территории вблизи данного участка.

Способ расчета по участкам в его непосредственном виде можно использовать для ориентировочных расчетов притока к каждому участку Q_i, определяемому по формуле:

$$Q_i = T_{ср} B_i \frac{S_{ср}}{L_{ср}}, \qquad (V, 10)$$

где $T_{ср}$ — средняя проводимость потока в пределах рассматриваемого участка; $S_{ср}$ — среднее расчетное понижение между уровнем на контуре питания и уровнем на контуре водопонижения (дренажа) в пределах рассматриваемого участка; $L_{ср}$ — среднее расстояние от участка контура водопонижения до контура питания; B_i — ширина рассматриваемого участка.

Для однородного безнапорного потока величину притока определяют по формуле

$$Q_i = k_{ср} B_i \frac{h_{к.п}^2 - h_к^2}{2L_{ср}}, \qquad (V, 10а)$$

где $h_{к.п}$ — глубина потока на контуре питания; $h_к$ — глубина потока на контуре водопонижения в пределах рассматриваемого участка.

Для однородно-слоистых потоков также следует пользоваться формулой (V,17), заменяя в ней $T_{ср}S_{ср}$ на разницу соответствующих функций Гиринского.

Общий приток к контуру водопонижения (дренажа) находят суммированием притоков к отдельным его участкам [1].

Для более точных расчетов водопонижения (дренажа) в сложных условиях целесообразно рассмотреть способ расчета по характерным лентам тока, который является дальнейшим развитием способа расчета по участкам.

Способ расчета по лентам тока заключается в том, что на водопонизительном (дренажном) контуре выделяется ряд характерных мест, от которых к области питания проводятся ленты тока (образуемые двумя линиями тока), причем считается, что конфигурация их мало меняется от перестановки скважин внутри системы водопонижения (дренажа) и определяется общим характером потока к системе водопонижения (дренажа). Такая постановка задачи дает возможность достаточно просто строить ленты тока, используя для сравнительно простых случаев графический метод, а для более сложных случаев — метод ЭГДА. Построенные ленты тока разбивают линиями, перпендикулярными линиям тока, на несколько отсеков (обычно достаточно задать 5—7 отсеков).

[1] Иногда при расчетах по участкам пользуются зависимостями для круговой батареи скважин, что нецелесообразно, так как при этом вносятся излишние усложнения в методику и технику расчета.

Далее каждый отсек, имеющий среднюю длину l_i, среднюю ширину b_i и проводимость T_i, заменяют эквивалентным отсеком расчетной шириной b и проводимостью T, которые обычно целесообразно принимать равными ширине ленты тока и проводимости на контуре водопонижения или дренажа.

Длину такого эквивалентного отсека l_i^0 определяют по формуле:

$$l_i^0 = \frac{bT}{b_i T_i} l_i. \qquad \text{(V, 11)}$$

Расчетную длину ленты тока $L_{пр}$, приведенной к ширине b, находят суммированием длин эквивалентных отсеков, т. е.

$$L_{пр} = \sum_{i=1}^{\delta} l_i^0, \qquad \text{(V, 12)}$$

где δ — число расчетных отсеков на ленте тока.

Для однородных по высоте безнапорных потоков в формуле (V,11) следует заменять T/T_i на k/k_i.

Такого рода приемы позволяют свести сложные схемы притока к схемам бесконечных рядов скважин или горизонтальных дрен в полосовом потоке. В связи с этим рассмотрим вывод расчетных зависимостей для таких схем, пользуясь методом фильтрационных сопротивлений и следуя рекомендациям § 3, гл. IV. При этом основные зависимости будем составлять для потока с постоянной проводимостью пласта, модифицируя их далее для случая однородного безнапорного потока.

§ 3. РЯДЫ СКВАЖИН И ДРЕНЫ В ПОЛОСОВОМ ПЛАСТЕ

а. Ряды скважин между контуром питания и непроницаемой границей (см. рис. 36)

Рассмотрим сначала условия, когда до устройства скважин имел место естественный поток с погонным расходом q_e, образуемым за счет инфильтрационного питания на защищаемой территории, причем будем считать, что интенсивность этого питания не изменяется и после устройства скважин.

Следуя рекомендуемому порядку составления расчетных зависимостей по методу сопротивлений, заменим линию скважин траншеей с уровнем $H_л$. Погонный приток q_1 к этой траншее со стороны контура питания будет:

$$q_1 = T \frac{H - H_л}{L}, \qquad \text{(V, 13)}$$

а с верховой стороны по условию притекает расход q_e, размер которого в естественных условиях может быть установлен по извест-

ным формулам динамики подземных вод. Уравнение баланса на линии скважин находим из условия, что приток к участку шириной σ равен дебиту скважин $Q_с$:

$$Q_с = (q_1 + q_е)\sigma = \sigma T \frac{H - H_л}{L} + q_е\sigma. \qquad (V, 14)$$

Уравнения (V,14) и (IV,24) составляют замкнутую систему, позволяющую определить основные элементы фильтрационного потока.

Для однородного безнапорного потока уравнение (V,14) принимает вид:

$$Q_с = k\sigma \frac{h^2 - h_л^2}{2L} + q_е\sigma. \qquad (V, 14а)$$

Если из этой системы исключить уровень на линии $H_л$, то получим уравнение, связывающее дебит скважин $Q_с$ и уровень в скважине $H_с$:

$$Q_с = \frac{T(H - H_с) + q_е L}{L + \sigma f_к}\sigma, \qquad (V, 15)$$

а для однородного безнапорного потока

$$Q_с = \frac{k(h^2 - h_с^2) + 2q_е L}{2(L + \sigma f_к)}. \qquad (V, 15а)$$

Понижение уровня воды, которое будет иметь место на защищаемой территории при T=const, будет равным $H_л^0 - H_л$, где $H_л^0$ — уровень естественного потока на линии скважин. Для однородного безнапорного потока

$$S = h_е - \sqrt{h_е^2 - h_{е.л} + h_л^2}, \qquad (V, 16)$$

где $h_е$ и $h_{е.л}$ — глубины естественного потока в расчетной точке и на линии скважин.

При расчетах водопонижения и дренажа с помощью замкнутых контурных схем характерными являются одноярусная и двухъярусная схемы расположения скважин вокруг защищаемой территории (рис. 51), которые при условии одинакового понижения уровня внутри контура приводятся к рассматриваемой схеме полосового пласта между областью питания и непроницаемой границей при $q_е = 0$.

В этом случае дебит скважин ряда будет:

$$Q_с = \sigma T \frac{S_к}{L}. \qquad (V, 17)$$

Расчетное понижение уровня в скважинах $S_с$ согласно (IV,24) будет

$$S_с = S_к + \frac{Q_с}{km} f_к, \qquad (V, 18)$$

где $f_к$ — внутреннее сопротивление контура скважин, определяемое по номограмме (см. рис. 34). Для безнапорных потоков в формуле (V,18) в качестве m следует принимать $h_к$.

Расчетное понижение уровня S в области между контуром питания и водопонизительным контуром определится уравнением:

$$S = S_к\left(1 - \frac{x}{L}\right), \qquad (V, 19)$$

где x — расстояние, отсчитываемое от водопонизительного контура.

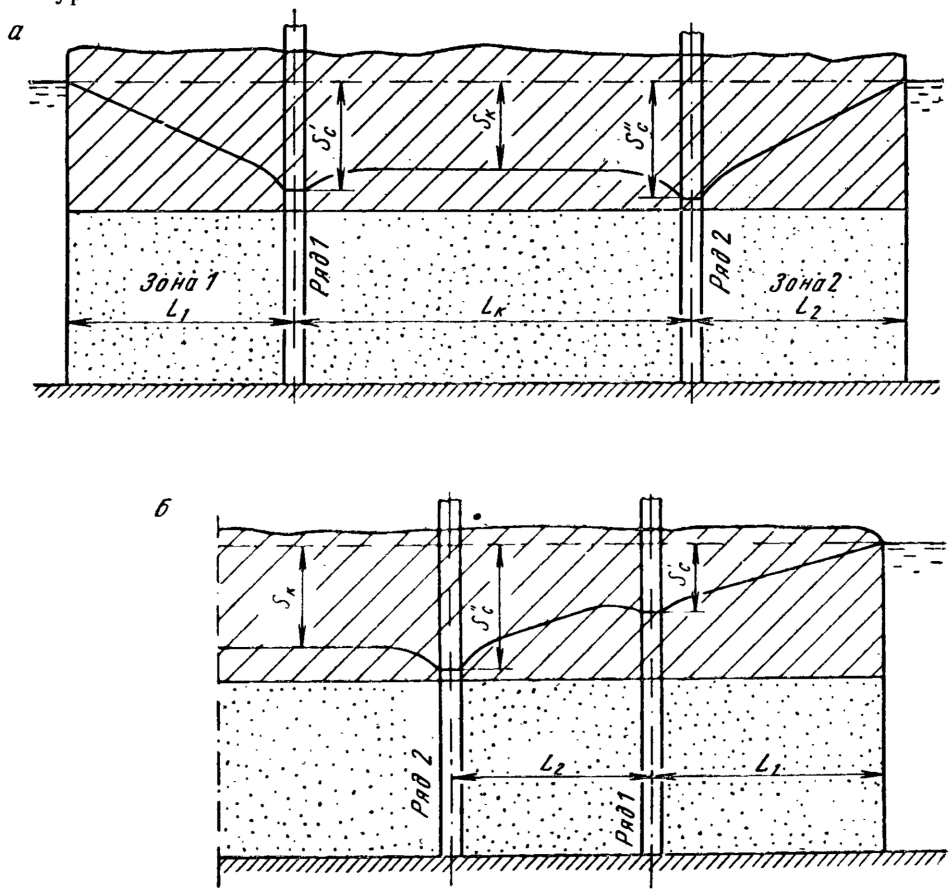


Рис. 51. Ряды скважин вокруг котлована:
а, б — одноярусная и двухъярусная системы

Для аналогичной двухъярусной схемы (рис. 51,*б*) дебит Q_c' каждой скважины ряда *1* будет:

$$Q_c' = \frac{S_c' - S_к \dfrac{L_1}{L_1 + L_2}}{\dfrac{L_1 L_2}{\sigma_1 (L_1 + L_2)} + f_{к1}}, \qquad (V,20)$$

где S_c' — расчетное понижение в скважинах ряда *1*.

Дебит Q_c'' скважины ряда *2*

$$Q_c'' = km\sigma_2 \frac{S_к}{L_1 + L_2} - Q_c' \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_2}. \qquad (V, 21)$$

Понижение S_c'' в скважинах ряда *2* находят по формуле:

$$S_c'' = S_к + \frac{Q_c''}{km} f_{к2}. \qquad (V, 22)$$

Здесь $f_{к1}$ и $f_{к2}$ — внутренние сопротивления контуров, соответствующие рядам скважин *1* и *2*, определяемые по номограмме (см. рис. 34) соответственно при $\sigma = \sigma_1$ и $\sigma = \sigma_2$. Для безнапорных потоков в (V,22) можно принимать $m = h_к$.

б. Ряд скважин между областями питания и стока

Заменяем ряд скважин (рис. 52) траншеей с уровнем потока $H_л$. Погонный приток q_1 к этой траншее в зоне 1 будет:

$$q_1 = km \frac{H_1 - H_л}{L_1}, \qquad (V, 23)$$

а в зоне 2

$$q_2 = km \frac{H_2 - H_л}{L_2}, \qquad (V, 23а)$$

где H_1 и H_2 — уровни потока соответственно на контурах *1* и *2*.

Уравнение баланса на линии скважин определяет, что на отрезке линии, равном σ, приток будет равен дебиту скважин Q_c:

$$Q_c = (q_1 + q_2)\sigma = \left[\frac{H_1}{L_1} + \frac{H_2}{L_2} - H_л\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\right], \qquad (V, 24)$$

или, учитывая, что $\dfrac{1}{L_1} + \dfrac{1}{L_2} = \dfrac{L}{L_1 L_2}$, получим

$$Q_c = \left(H_1 \frac{L_2}{L} + H_2 \frac{L_1}{L} - H_л\right) \frac{\sigma L}{L_1 L_2} km. \qquad (V, 25)$$

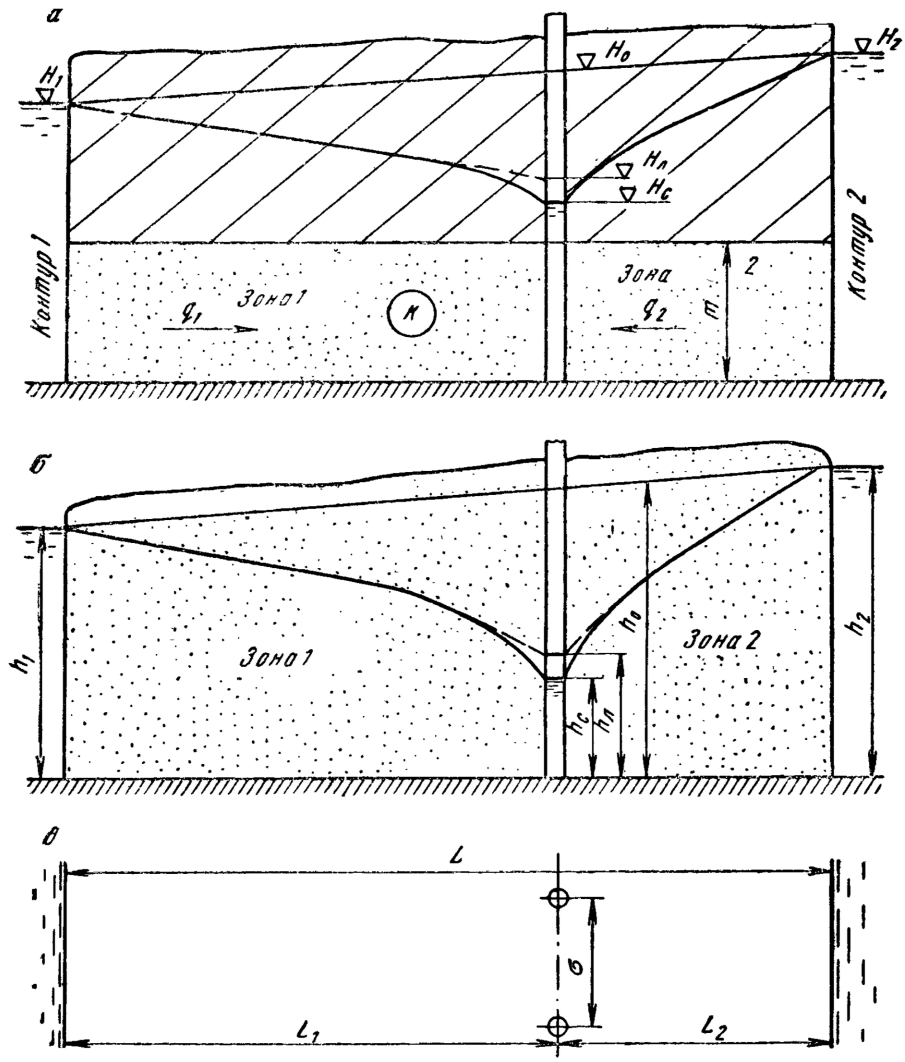


Рис. 52. Ряд скважин между областями питания или стока:
а, б — разрезы для напорного и однородного безнапорного потока, *в* — план расположения скважин

Поскольку
$$H_1 \frac{L_2}{L_1} + H \frac{L_1}{L} = H_{0л}, \qquad \text{(V, 25а)}$$

где $H_{ол}$ — начальный уровень на линии скважин, то уравнение (V,25) принимает вид:

$$Q_c = kmS_л \cdot \frac{\sigma L}{L_1 L_2}, \; S_л = H_{0л} - H_л. \qquad \text{(V, 26)}$$

Для однородного безнапорного потока уравнение (V,26) принимает вид:

$$Q_c = k\frac{h_{0л}^2 - h_л^2}{2L_1L_2}\cdot\sigma L, \qquad (V, 27)$$

причем глубина потока на линии $h_{0л}$ до водопонижения определяется выражением:

$$h_{0л}^2 = h_1^2\frac{L_2}{L} + h^2\frac{L_1}{L}. \qquad (V, 27а)$$

Уравнение (V,26) совместно с уравнением (V,24) составляет систему, связывающую между собой величины $H_л$, Q_c и H_c.

Исключая из этой системы величину $H_л$, получим уравнение, связывающее дебит скважины Q_c с уровнем воды в скважине H_c:

$$Q_c = \frac{kmS_c}{\frac{L_1L_2}{\sigma L} + f_к} = \frac{kmS_c}{\frac{L_1L_2}{\sigma L} + \frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sigma}{\pi d}}. \qquad (V, 28)$$

$$S_c = H_{0л} - H_c.$$

Для однородного безнапорного потока формула для дебита Q_c принимает вид:

$$Q_c = k\frac{h_0^2 - h_c^2}{\frac{2L_1L_2}{\sigma L} + f_к}. \qquad (V, 29)$$

Такое же решение получено методом источников-стоков И. А. Чарным [19] и методом конформных отображений А. В. Романовым [17].

Напоры H в каждой зоне при T=const могут быть определены по уравнениям:

1) в зоне *1* на расстоянии x_1 от скважин

$$H = H_л + \frac{H_1 - H_л}{L_1}x_1, \qquad (V, 30)$$

2) в зоне *2* на расстоянии x_2 от скважин

$$H = H_л + \frac{H_2 - H_л}{L_2}x_2. \qquad (V, 31)$$

в. Два ряда скважин между областями питания и стока

Заменяем ряды скважин (рис. 53) сплошными траншеями, на которых в данном случае также будут иметь постоянное значение уровни $H_{л1}$, понижения $S_{л1}$ (на линии 1), $H_{л2}$ и $S_{л2}$ (на линии 2). На контурах *1* и *2* заданы уровни потока соответственно H_1 и H_2.

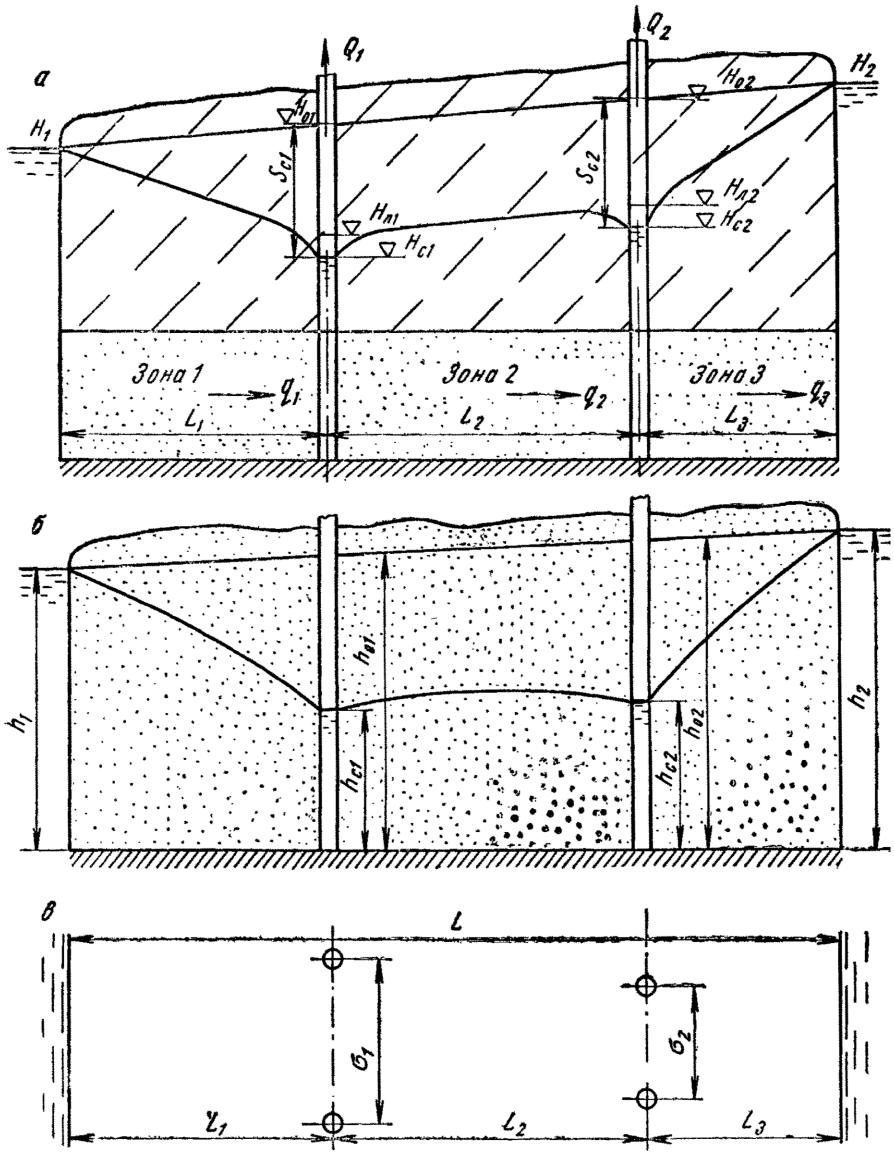


Рис. 53. Два ряда скважин между двумя областями питания или стока: *а, б* — разрезы для напорного и однородного безнапорного потоков, *в* — план расположения скважин

Обозначим дебит скважин ряда 1 через Q_1 и дебит скважин ряда 2 через Q_2.

Составим выражение для погонного расхода в каждой зоне.

В зоне 1

$$q_1 = km\frac{H_1 - H_{л1}}{L_1}. \qquad \text{(V, 32)}$$

В зоне 2

$$q_2 = km\frac{H_{л1} - H_{л2}}{L_2}. \qquad \text{(V, 32а)}$$

В зоне 3

$$q_3 = km\frac{H_{л2} - H_2}{L_3}. \qquad \text{(V, 32б)}$$

Поскольку

$$q_1 - q_2 = q_{л1} = \frac{Q_1}{\sigma_1} \quad \text{и} \quad q_2 - q_3 = q_{л2} = \frac{Q_2}{\sigma_2},$$

где $q_{л1}$ и $q_{л2}$ — погонные расходы на линиях 1 и 2, то можно записать балансовые уравнения:

$$\frac{H_1 - H_{л1}}{L_1} - \frac{H_{л1} - H_{л2}}{L_2} = \bar{q}_{л1} = \frac{q_{л1}}{km} \qquad \text{(V, 33)}$$

и

$$\frac{H_{л1} - H_{л2}}{L_2} - \frac{H_{л2} - H_2}{L_3} = \bar{q}_{л2} = \frac{q_{л2}}{km}. \qquad \text{(V, 33а)}$$

Из уравнения (V,33а) следует, что

$$H_{л1} = \bar{q}_{л2}L_2 + H_{л2}\left(1 + \frac{L_2}{L_3}\right) - H_2\frac{L_2}{L_3}. \qquad \text{(V, 34)}$$

Подставляя выражение для $H_{л1}$ из (V,34) в (V,33) и проведя несложные преобразования, получим формулу для определения $H_{л2}$:

$$H_{л2} = H_{02} - [\bar{q}_{л1} \cdot L_1 + \bar{q}_{л2}(L_1 + L_2)]\frac{L_3}{L}, \qquad \text{(V, 35)}$$

где H_{02} — значение уровня грунтового потока на линии 2 до работы скважин:

$$H_{02} = H_1\frac{L_3}{L} + H_2\frac{L_1 + L_2}{L}. \qquad \text{(V, 35а)}$$

Понижение уровня воды в скважинах ряда 2 определяют подстановкой зависимости (IV,24) в (V,35):

$$S_{c2} = \left[\frac{Q_1}{\sigma_1}L_1 + \frac{Q_2}{\sigma_2}(L_1 + L_2)\right]\frac{L_3}{kmL} + \frac{Q_2}{km}f_{к2}. \qquad \text{(V, 36)}$$

Соответственно для скважин ряда 1 понижение S_{c1} будет:

$$S_{c1} = \left[\frac{Q_1}{\sigma_1}(L_2 + L_3) + \frac{Q_2}{\sigma_2} L_3\right] \frac{L_1}{kmL} + \frac{Q_1}{km} f_{к1}, \qquad (V, 37)$$

причем это понижение отсчитывается от начального уровня H_{01}:

$$H_{01} = H_1 \frac{L_2 + L_3}{L} + H_2 \frac{L_1}{L}. \qquad (V, 37а)$$

Для однородного безнапорного потока соответствующие выражения для начальных глубин потока на линиях скважин ряда 1 h_{01} и ряда 2 h_{02} будут иметь вид:

$$h_{01}^2 = h_1^2 \frac{L_2 + L_3}{L} + h_2^2 \frac{L_1}{L},$$

$$h_{02}^2 = h_1^2 \frac{L_3}{L} + h_2^2 \frac{L_1 + L_2}{L}. \qquad (V, 38)$$

Понижение S между рядами скважин (зона 2) будет определяться уравнением (ордината x отсчитывается от линии 1)

$$S = S_{л1} + \frac{S_{л2} - S_{л1}}{L_2} x, \qquad (V, 39)$$

причем

$$S_{л1} = H_{01} - H_{л1},$$
$$S_{л2} = H_{02} - H_{л2}. \qquad (V, 39а)$$

При одинаковых дебитах скважин ($Q_1 = Q_2 = Q_c$) дебит Q_c может быть найден по формулам:

$$Q_c = \frac{kmS_{c2} \cdot \dfrac{L}{L_3}}{\dfrac{L_1}{\sigma_1} + \dfrac{L_1 + L_2}{\sigma_2} + f_{к2} \cdot \dfrac{L}{L_3}}, \qquad (V, 40)$$

или

$$Q_c = \frac{kmS_{c1} \cdot \dfrac{L}{L_1}}{\dfrac{L_2 + L_3}{\sigma_1} + \dfrac{L_3}{\sigma_2} + f_{к1} \cdot \dfrac{L}{L_1}}. \qquad (V, 40а)$$

Решение этой задачи ранее получено А. В. Романовым [17] методом конформных отображений [1].

---

[1] Решение А. В. Романова представлено в иной форме, на наш взгляд, несколько менее удобной для практического использования.

г. Горизонтальная дрена между контуром питания и непроницаемой границей

Рассмотрим эту задачу в тех же условиях, что и для соответствующей задачи с рядом скважин (§ 4, п. *а*). При этом сохранится в силе уравнение (V,23), а уравнение баланса по линии дренажа позволит установить общий погонный приток к дренажу $q_д$:

$$q_д = q_1 + q_e = km\frac{H - H_л}{L} + q_e. \qquad (V, 41)$$

Для однородного безнапорного потока это же уравнение принимает вид:

$$q_д = k\frac{h^2 - h_л^2}{2L} + q_e. \qquad (V, 41а)$$

Для исключения уровня на линии $H_л$ эти уравнения следует решить совместно с уравнением (IV,30). Тогда погонный приток определится для потока с постоянной проводимостью уравнением:

$$q_д = \frac{km(H - H_д) + q_e L}{L + \bar{\Phi}_{н.д}}, \qquad (V, 42)$$

а для однородного безнапорного потока

$$q_д = \frac{k(h^2 - h_д^2) + 2q_e L}{2(L + \bar{\Phi}_{н.д})}. \qquad (V, 42а)$$

Понижения уровня на защищаемой территории определяют так же, как и при расчете ряда скважин.

д. Горизонтальная дрена между двумя контурами питания или стока (рис. 54)

Заменяя несовершенную дрену совершенной траншеей, оставляем в силе уравнение (V,23), а балансовое уравнение запишем в виде:

$$q_д = q_1 + q_2 = \frac{km(H_д^0 - H_л)}{L_1 L_2}, \qquad (V, 43)$$

где $H_д^0$ — начальный уровень на линии дрены, определяемый, как и $H_л^0$, уравнением (V, 25а).

Для однородного безнапорного потока выражение для погонного притока к дрене будет иметь вид:

$$q = \frac{k[(h_д^0)^2 - h_д^2]}{2L_2 L_1} L_0. \qquad (V, 43а)$$

Решая уравнение (V,43) совместно с (IV,30), а (V,43а) с (IV,30а), для потока с постоянной проводимостью пласта получим:

$$q_д = \frac{km(H_д^0 - H_л)}{\frac{L_1 L_2}{L_0} + \bar{\Phi}_{н.д}}, \qquad (V, 44)$$

для однородного безнапорного потока:

$$q_д = k\frac{(h_д^0)^2 - h_л^2}{2\left(\frac{L_1 L_2}{L_0} + \bar{\Phi}_{н.д}\right)}. \qquad (V, 44а)$$

Кривые депрессии в каждой из зон могут быть построены по обычным уравнениям (прямой линии для потока постоянной проводимости и параболой Дюпюи для однородного безнапорного потока) при уровне на линии дренажа, равном $H_л$ или $h_л$.

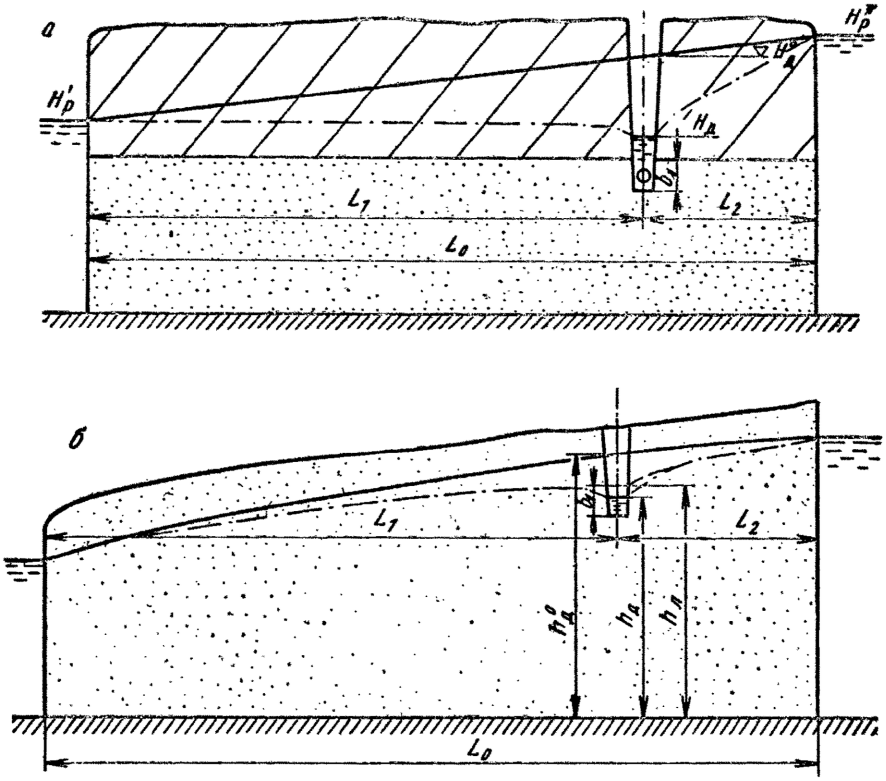


Рис. 54. Горизонтальная дрена между двумя контурами питания или стока: *а* — в пласте с постояниой проводимостью, *б* — в однородном безнапорном пласте

е. Ряд скважин вблизи канала в полосовом пласте (рис. 55)

Составим расчетные зависимости для ряда скважин, расположенных вдоль канала в полосовом пласте, ограниченном в областях разгрузки (питания) контурами с заданными напорами. Заменим несовершенный канал и ряд скважин сплошными траншеями с напорами, соответствующими средним напорам на линиях канала и водозабора. При этом на линии скважин устанавли-

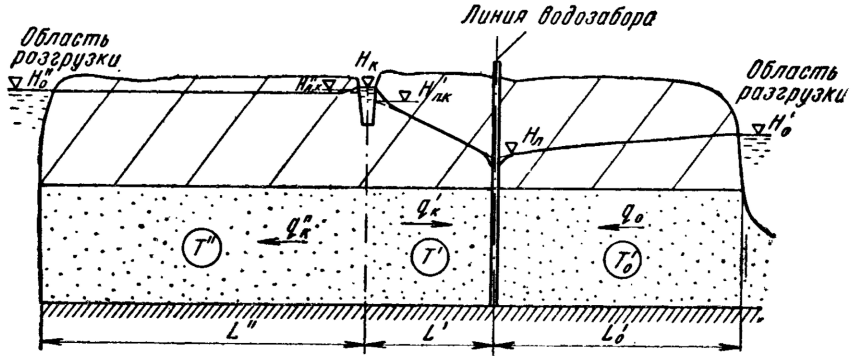


Рис. 55. Ряд скважин вблизи канала в полосовом пласте

вается уровень $H_л$, связанный с уровнем в скважинах уравнением (IV,14), а на линии канала в связи со значительной его шириной устанавливаются различные уровни $H_{л.к}'$ и $H_{л.к}''$ на линиях правого и левого уреза воды в канале, которые связываются с расходами потока $q_к'$ и $q_к''$ соотношениями (IV,38), несколько модифицированными из-за различных проводимостей потока справа и слева от канала:

$$\frac{q_к'}{T'} = \frac{H_к - H'_{л.к}}{\bar{\Phi}_н} - \frac{H'_{л.к} - H''_{л.к}}{\bar{\Phi}^0_н}; \quad \text{(а)}$$

$$\frac{q''_к}{T''} = \frac{H_к - H''_{л.к}}{\bar{\Phi}_н} - \frac{H''_{л.к} - H'_{л.к}}{\bar{\Phi}^0_н}. \quad \text{(б)} \qquad \text{(V, 45)}$$

Используя средние уровни на линии дренажа и урезов канала, составим уравнения для расхода в трех зонах:

между левой областью разгрузки и каналом

$$q''_к = T'' \frac{H''_{л.к} - H''_0}{L''}, \qquad \text{(V, 46)}$$

между каналом и линией водозабора

$$q'_к = T' \frac{H'_{л.к} - H_л}{L'}, \qquad \text{(V, 47)}$$

между линией водозабора и правой областью разгрузки

$$q_0 = T_0' \frac{H_л - H_0'}{L_0'}, \qquad \text{(V, 48)}$$

причем T'', T' и T_0' — средние величины проводимости пласта в соответствующих зонах.

Составим, кроме того, уравнения баланса на линии водозабора:

$$q_к' + q_0 = q_с = \frac{Q_с}{\sigma},$$

где $q_с$ — погонный приток к линии скважин, или

$$T' \frac{H_{л.к}' - H_л}{L'} - T_0' \frac{H_л - H_0'}{L_0'} = q_с. \qquad \text{(V, 49)}$$

Записанные таким образом уравнения составляют замкнутую систему. Для ее решения исключим прежде всего расходы $q_к'$ и $q_к''$. С этой целью подставим $q_к''$ и $q_к'$ из (V,46) и (V,47) в (V,45):

$$\frac{H_{л.к}' - H_л}{L'} = \frac{H_к - H_{л.к}'}{\overline{\Phi}_н} - \frac{H_{л.к}' - H_{л.к}''}{\overline{\Phi}_н^0}. \qquad \text{(а)}$$

$$\frac{H_{л.к}'' - H_0''}{L''} = \frac{H_к - H_{л.к}''}{\overline{\Phi}_н} - \frac{H_{л.к}'' - H_{л.к}'}{\overline{\Phi}_н^0}. \qquad \text{(б)} \qquad \text{(V, 50)}$$

Из (V,50а) найдем

$$H_{л.к}'' = H_{л.к}' \left(1 + \frac{\Phi_н^0}{\Phi_н} + \frac{\overline{\Phi}_н^0}{L'}\right) - H_к \frac{\Phi_н^0}{\Phi_н}. \qquad \text{(V, 51)}$$

Подставляя (V,51) в (V,50б), после алгебраических преобразований получим:

$$H_{л.к}' = A_1 + A_2 H_л, \qquad \text{(V, 52)}$$

$$A_1 = \frac{\frac{H_0''}{L''} + \frac{H_к}{\overline{\Phi}_н}(1 + \varphi_1)}{\varphi_1 \varphi_2 - 1} \cdot \overline{\Phi}_н^0,$$

$$A_2 = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 \varphi_2 - 1} \cdot \frac{\overline{\Phi}_н^0}{L'}, \qquad \text{(V, 52а)}$$

$$\varphi_1 = 1 + \frac{\Phi_н^0}{\Phi_н} + \frac{\overline{\Phi}_н^0}{L_0'}, \quad \varphi_2 = 1 + \frac{\Phi_н^0}{\Phi_н} + \frac{\overline{\Phi}_н^0}{L'}. \qquad \text{(V, 52б)}$$

Подставляя далее $H'_{л.к}$ из (V,52) в (V,49), получим формулу, связывающую уровень на линии скважин с дебитом скважин:

$$H_л = \frac{\frac{Q_c L'}{\sigma T'} - \frac{T'_0}{T'} \cdot \frac{L'}{L'_0} \cdot H'_0 - A_1}{A_2 - \frac{T'_0}{T'} \cdot \frac{L'}{L'_0} - 1}. \qquad (V, 53)$$

Полученные формулы дают возможность оценить условия работы ряда скважин, например при заданном дебите скважин Q_c и расстоянием между скважинами σ. Для этого прежде всего по формуле (V,53) определяется величина $H_л$, затем по формуле (V,52) величина $H'_{л.к}$, по формуле (V,51) — величина $H''_{л.к}$ и по уравнению (IV,24) — величина H_c.

Далее по формулам (V,46), (V,47) и (V,48) могут быть найдены расходы потока в различных зонах.

§ 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО И ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА МЕТОДОМ ЭГДА

Фильтрационные расчеты водопонижения и дренажа на моделях ЭГДА получили в последнее время определенное и вполне закономерное развитие [6, 7, 12, 16], которое со временем несомненно будет прогрессировать. Уже сейчас можно настаивать на обязательном применении метода ЭГДА для расчетов крупных водопонизительных и дренажных установок, в связи с чем следует, естественно, обратить особое внимание на развитие методики такого рода расчетов.

Как указывалось выше, при расчетах крупных водопонизительных и дренажных установок, как правило, следует рассматривать условия планово-плоского потока, когда напоры потока по вертикали считаются одинаковыми. При этом надо учитывать только сопротивления потоку, возникающие в зонах резкой деформации потоков — в ложах рек, каналов, вблизи дрен, скважин и т. п.

Рассмотрим прежде всего некоторые вопросы методики непосредственного моделирования систем вертикального дренажа[1] на моделях ЭГДА для условий установившейся фильтрации.

При моделировании систем скважин обычно возникают осложнения в связи с малым диаметром электрода, моделирующего скважину. Однако это осложнение легко обойти, если устанавливать на модели электрод большего диаметра, вводя только в электрическую схему дополнительное сопротивление R' [7, 12], определяемое для планового потока зависимостью:

$$R' = \rho \frac{1}{2\pi} \ln \frac{d_э}{d_м}, \qquad (V, 54)$$

[1] Под вертикальным дренажем понимаются здесь все виды водопонижения, дренажа и водозаборов вертикальными скважинами, колодцами и т. д.

где ρ — удельное сопротивление модели, определяемое как сопротивление квадратного элемента модели; $d_м$ — диаметр скважины в масштабе модели; $d_э$ — выбранный диаметр электрода.

Сопротивление $\overline{R'}$ удобно задавать прямоугольным листом бумаги (для модели из электропроводной бумаги) той же проводимости, что и на модели, либо ванной с электролитом того же состава, что и на модели у скважины (для электролитической модели), причем длина $l_м$ и ширина $b_м$ листа бумаги или ванны должны связываться соотношением:

$$\frac{l_м}{b_м} = 0{,}366 \lg \frac{d_э}{d_м} \qquad \text{(V, 54а)}$$

(при этом толщина слоя электролита на модели и в ванне должны быть одинаковыми).

Аналогичный прием можно применить и при моделировании системы $n_с$ равнодебитных скважин, расположенных на сравнительно небольшом расстоянии друг от друга (по крайней мере, меньшем расстоянии до ближайшей границы пласта). Такую систему можно заменить на модели одним электродом, радиус которого $r_э$, определится уравнением:

$$\lg r_э = \frac{1}{n_с} \sum_{i=1}^{n_с} \lg r_i, \qquad \text{(V, 55)}$$

где r_i — расстояние от каждой скважины до расчетной точки, в которой задают или определяют понижение уровня воды (при этом на электроде устанавливается потенциал, соответствующий этому уровню).

Техническим недостатком такого приема является возможность нарушений поля в приэлектродной зоне, которые возникают в электролитических моделях за счет интенсивной поляризации электрода, определяемой значительной плотностью тока у электрода, а на бумажных моделях за счет неплотного примыкания электрода к бумаге и за счет неоднородности бумаги. Проведенная нами серия экспериментальных работ показывает, что погрешности, связанные с такого рода нарушениями, могут быть значительными.

Рядом опытов было показано, что относительная погрешность за счет контактных сопротивлений на бумажных моделях ЭГДА слабо зависит от сорта бумаги и оказывается довольно стабильной, так что она в известной степени может быть учтена, если вместо $d_э$ в формулы (V,54) вводить эффективный диаметр электрода $d_э'$, определяемый по следующим данным: $d_э'=8{,}5$ *мм* при $d_э=10$ *мм*, $d_э'=4$ *мм* при $d_э=5$ *мм* и $d_э'=2$ *мм* при $d_э=3$ *мм*; при этом целесообразно задавать $d_э$ не менее 5 *мм*.

Принципиальным недостатком методов непосредственного моделирования систем скважин является их консервативность, так

как полученные таким образом результаты могут быть использованы только в условиях, заданных при моделировании; достаточно изменить дебит хотя бы одной скважины или число скважин, чтобы данные моделирования стали непригодными.

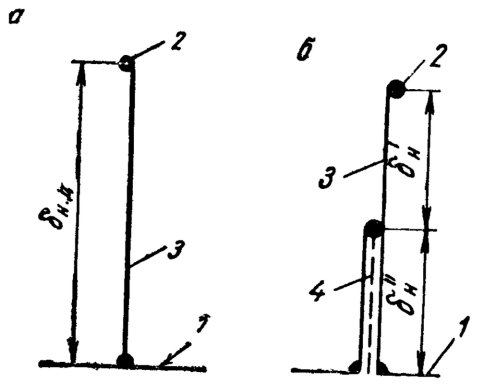


Рис. 56. К моделированию несовершенного дренажа или линии скважин на бумажной модели ЭГДА
а — упрощенная система, *б* — полная система по схеме «звезда»:
1 — лист, моделирующий основной водоносный пласт; *2* — шина с потенциалом, соответствующим уровню воды в скважинах, дрене, канале, и т. п.; *3* — листы, учитывающие внутреннее сопротивление контура и сопротивление на несовершенство дренажа, *4* — изоляционная прокладка

При расчетах контурных систем вертикального и горизонтального дренажа для учета его гидродинамического несовершенства целесообразно использовать идеи метода фильтрационных сопротивлений, вводя вдоль линии на модели ЭГДА дополнительное сопротивление, учитывающее гидродинамическое несовершенство дренажа по упрощенной схеме (§ 4, гл. IV).

Технически наиболее просто такого рода моделирование осуществляют на моделях из электропроводной бумаги; для учета несовершенства потенциал, соответствующий напору в дренаже, подводят к основному листу бумаги, моделирующему водоносный пласт в плане, через дополнительный лист бумаги той же проводимости длиной $\delta_{н.д}$ (рис. 56,*а*), причем величина $\delta_{н.д}$ может быть определена по формуле:

$$\delta_{н.д} = \alpha_l \bar{\Phi}_{н.д}, \qquad (V, 56)$$

где α_l — линейный масштаб модели (отношение модельных размеров к натурным), а $\bar{\Phi}_{н.д}$ — приведенное сопротивление на несовершенство дренажа, которое для горизонтального дренажа находится в соответствии с рекомендациями § 4, гл. IV; для вертикального дренажа $\bar{\Phi}_{н.д} = \sigma f_к (f_к$ определяется по формуле IV, 13). Если величина $\delta_{н.д}$, подсчитанная по формуле (V,56), оказывается либо слишком малой, либо слишком большой (оптимальным можно считать $\delta_{н.д} = 2—5$ *см*), то дополнительный лист делают из бумаги иного удельного сопротивления $\rho_д$ и в этом случае

$$\delta_{н.д} = \frac{\rho_м}{\rho_д} \alpha_l \bar{\Phi}_{н.д}, \qquad (V, 56а)$$

где $\rho_м$ — удельное сопротивление листа модели в месте расположения дренажа. Для жесткости дополнительный лист наклеивает-

ся на полосу плотной бумаги, а для устранения искажения потока вдоль листа он прорезается вертикальными надрезами.

Аналогичным образом можно моделировать несовершенство каналов (или водоемов) по полной схеме, причем технически более удобной является схема звезды, которая на бумажной модели ЭГДА осуществляется подклеиванием двух дополнительных листов так, как это показано на рис. 56,*б*; длины этих листов, изготовляемых из той же бумаги, что и модель, определяются по формулам:

$$\delta' = \alpha_l \bar{\Phi}_н' = \alpha_l T \Phi_н', \quad \delta'' = \alpha_l \bar{\Phi}_н'' = \alpha_l T \Phi_н', \qquad (V, 57)$$

причем величины $\Phi_н'$ и $\Phi_н''$ — погонные сопротивления на несовершенство, определяемые в соответствии с рекомендациями, изложенными в § 4, 5 и 6 гл. IV; T — проводимость водоносных пластов под каналом. Здесь, так же как и для упрощенной схемы, длину листов можно изменять, выбирая бумагу другого сопротивления, чем на основной модели. Для жесткости эти листы наклеиваются на плотную бумагу и прорезаются вертикальными надрезами.

Схему треугольника целесообразно применять в том случае, если оказывается $\bar{\Phi}_н^0 \cong B$. Тогда сопротивление $\Phi_н^0$ реализуется автоматически и остается только подклеить «домик» из двух одинаковых листов длиной, соответствующей величине $\bar{\Phi}_н$.

Для берегового дренажа этот способ моделирования может приводить к техническим погрешностям, если расстояние между дреной и областью питания (водоемом) оказывается на модели небольшим (меньшим 2—3 *см*). В этом случае более эффективным является способ приближенного задания среднего уровня на линии дренажа $H_л$, который связывается с расходом дренажа $q_д$ общей зависимостью:

$$H_л = H_д + \frac{q_д}{T} \bar{\Phi}_{н.д},$$

причем для горизонтального дренажа величина $\bar{\Phi}_{н.д}$ определяется по рекомендациям § 4—6, гл. IV, а для вертикального дренажа $\bar{\Phi}_{н.д} = \sigma f_к$, где величина $f_к$ рассчитывается по формуле (IV,13) с введением расчетного радиуса $r_с'$ для несовершенных скважин. Расход $q_д$ складывается из расхода, притекающего к дрене со стороны водоема $q_в$ и расхода $q_б$, притекающего со стороны берега. Имея в виду, что в рассматриваемом случае $q_в \gg q_б$, можно в первом приближении положить $q_д = q_в$ и, считая

$$q_в = T \frac{H_р - H_д}{L + \bar{\Phi}_{н.д}},$$

где L — расстояние от водоема до дренажа, $H_р$ — напор воды в водоеме (реке), найти в первом приближении величину $H_л$ по формуле:

$$H_л = H_д + \frac{H_р - H_д}{L + \bar{\Phi}_{н.д}} \bar{\Phi}_{н.д}. \qquad (V, 58)$$

Далее следует наложить вдоль линии дренажа шину с переменными потенциалами, соответствующими значениям $H_л$, рассчитанными для отдельных точек по формуле (V, 58). После проведения такого моделирования можно определить береговой приток к дренажу $q_б$ и найти значения $H_л$ во втором приближении по формуле:

$$H_л = H_д + \left(\frac{H_р - H_л}{L} + \frac{q_б}{T}\right) \bar{\Phi}_{н.д}. \qquad (V, 59а)$$

Если поправка в значениях $H_л$ оказывается незначительной, то можно ограничиться первым приближением и принять полученные таким образом результаты моделирования за расчетные. В противном случае следует сделать расчет во втором приближении, задавая на линии дренажа напоры $H_л$, определенные по формуле (V, 59а). Однако обычно бывает достаточно первого приближения.

При прогнозах режима грунтовых вод на значительных территориях большое значение может иметь режим инфильтрации. Если считать, что после устройства каналов инфильтрация не меняется, то исходя из метода сложения течений можно применять приведенные выше зависимости, задавая только в качестве начальных уровней ($H_д^0$ и $h_д^0$) их значения для естественного потока грунтовых вод в месте расположения дренажа. Если же следует учесть изменение инфильтрационного питания, то в методику расчетов приходится вводить существенные коррективы.

§ 5. РАСЧЕТЫ СИСТЕМ СКВАЖИН ПО МЕТОДУ СЛОЖЕНИЯ ТЕЧЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ МОДЕЛЕЙ ЭГДА

При расчетах систем скважин по методу сложения течений с использованием общей зависимости (V,6) для понижения уровня S необходимо знать значения функций понижения f_c в расчетных точках, которые в сложных условиях, не поддающихся аналитическому расчету, могут быть определены на моделях ЭГДА. В такой постановке задачей моделирования является не полный расчет дренажа, а лишь определение функций понижения f_c, которое может проводиться заранее, до проектирования дренажа.

Заметим, что такая же методика особенно эффективно может быть использована при расчетах водозаборов, поскольку в этом случае открывается возможность внимательнее оценивать варианты распределения суммарного водозабора между отдельными скважинами.

При расчетах систем скважин по методу сложения течений удобно в качестве исходного рассматривать поток, который имел бы место при отсутствии скважин. В том случае, если при работе дренажа условия питания и стока не изменяются, в качестве исходного следует принимать естественный поток, от уровней которого и будут отсчитываться понижения S. В том же случае, если условия питания или стока изменяются (перекрываются реки или их притоки, устраиваются ковши, выполняющие роль дренажных траншей, и т. п.), то исходный поток получается расчетом на модели ЭГДА при задании всех границ потока, но без учета скважин вертикального дренажа.

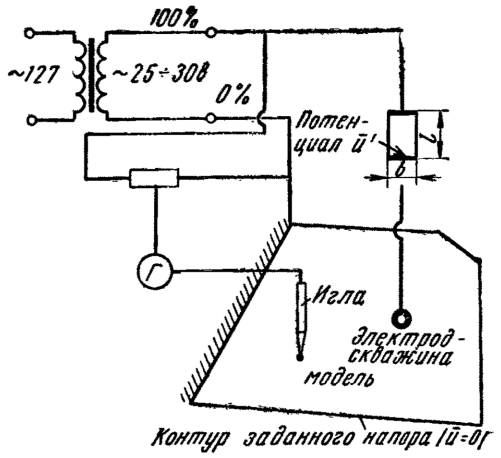


Рис. 57. Схема модели ЭГДА для определения функции понижения при работе скважины

После построения исходного потока необходимо выбрать расчетные точки и определить в них функции понижения от действия отдельных скважин или систем скважин.

Поскольку функция понижения в какой-либо точке от действия одной скважины определяется формулой:

$$f_c = \frac{TS}{Q_c}, \qquad \text{(V, 60)}$$

где Q_c — дебит скважины, а S — расчетное понижение в этой точке, то, используя электрогидродинамическую аналогию, можно записать следующее выражение для определения функции понижения на модели ЭГДА:

$$f_c = c_э \frac{\Delta U}{I_c}, \qquad \text{(V, 60а)}$$

где $c_э$ — удельная электрическая проводимость модели; ΔU — падение электрического потенциала; I_c — сила тока, притекающего к скважине на модели.

Для определения функции понижения f_c с помощью моделирования могут употребляться различные способы применительно к бумажным и электролитическим моделям ЭГДА [22]. Универсальной является схема, изображенная на рис. 57, когда для измерения приведенной силы тока $I_c/c_э$ используется известное дополни-

тельное сопротивление, подключенное последовательно к электроду, моделирующему скважину. При использовании жидкой модели это сопротивление выполнено в виде электролитической ванночки размером $l_м \times b_м$, а при использовании бумажной модели — в виде бумажного листа размером $l_м \times b_м$. Удельную проводимость ванночки и бумажного сопротивления задают соответствующими расчетной проводимости пласта T.

Измеряя относительные потенциалы на электроде, найдем, что сила тока $I_с$, протекающего через скважину, и дополнительное сопротивление будет:

$$I_с = (1 - \bar{U}')\,\Delta U_м \cdot c_э \cdot \frac{b_м}{l_м},$$

а подставляя это выражение в общую формулу (V,60а), получим расчетную формулу для определения $f_с$:

$$f_с = \frac{\bar{U}}{1 - \bar{U}'} \cdot \frac{l_м}{b_м}, \qquad \text{(V, 61)}$$

где $\bar{U}$ — относительный потенциал, замеренный в расчетной точке.

Для обеспечения достаточной точности отсчетов рекомендуется задавать дополнительное сопротивление таким, чтобы $1 - \bar{U}' = 0{,}1 - 0{,}3$.

После определения функции понижения целесообразно рассчитать для заданных точек расчетное расстояние до границ пласта R по формулам:

$$R = re^{2\pi f_с} \text{ или } \lg \frac{R}{r} = 2{,}73 f_с, \qquad \text{(V, 62)}$$

где r — расстояние от данной скважины до расчетной точки. Величина R как бы представляет собой радиус такого кругового контура, который в фильтрационном отношении является эквивалентным заданному.

Величины R изменяются в области фильтрации гораздо более плавно, чем величины $f_с$, поскольку последние вблизи скважин имеют логарифмический характер, так что значения R гораздо лучше интерполируются между отдельными точками. Кроме того, по величине R легче контролировать правильность расчетов, поскольку эта величина должна быть сопоставимой с расстояниями до контуров пласта.

В свою очередь, зная значение R, нетрудно найти функцию понижения $f_с$ по формуле:

$$f_с = 0{,}366 \lg \frac{R}{r}. \qquad \text{(V, 63)}$$

Особенно целесообразно применять такой порядок расчета для определения $f_с$ на самой скважине, поскольку непосредственное определение $f_с$ в этом случае сопряжено с опасностью технических погрешностей. Для уменьшения этих погрешностей можно опре-

делить величины f_c и R вокруг электрода-скважины, затем интерполяцией найти значение R в точке расположения скважины, а по формуле (V, 63) подсчитать величину f_c.

Можно рекомендовать следующий порядок расчета систем вертикального дренажа по предлагаемой методике.

Прежде всего должны быть выбраны расчетные точки в местах, где задаются понижения уровня воды и на самой системе вертикального дренажа, причем для случая небольшого числа крупных колодцев (например, для шахт или лучевых водозаборов) расчетные точки задаются на каждом водозаборе в отдельности, а для контурной системы скважин в качестве расчетных выбирается несколько характерных точек на контуре скважин; для небольшой системы скважин часто можно ограничиться одной расчетной точкой, задаваемой в середине системы.

По данным режимных наблюдений или специальным расчетом на модели ЭГДА находится исходный поток, который имел бы (или имеет место при отсутствии системы вертикального дренажа). При этом следует иметь в виду, что для потока с постоянной проводимостью T в качестве потенциальной функции принимается напор H, а для однородного безнапорного потока — квадрат глубины потока — h^2.

Устанавливая на модели ЭГДА по всем контурам с заданным напором (где понижение $S=0$) нулевое значение потенциала и размещая электроды в расчетных точках системы скважин, находим значение функций понижения во всех расчетных точках. По зависимости (V, 62) определяются значения расчетного расстояния R до границ пласта для всех расчетных точек. Поскольку величина R изменяется обычно сравнительно плавно, то по полученным значениям можно построить кривые изменения R по контуру скважин и интерполяцией найти значения R для отдельных расчетных точек.

Далее функцию понижения определяют по формуле (V, 63), причем для расчета одиночных скважин в качестве r принимают действительные расстояния от скважин до расчетной точки; для скважины — радиус скважины r_c, а для линейных систем скважин — расчетные расстояния от линии скважин до расчетной точки [9, 23].

После проведения этих операций, имеющих предварительный характер, можно перейти непосредственно к фильтрационному расчету вертикального дренажа, принципы которого изложены, например, в работах [9, 16].

§ 6. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТОВ ВЕРТИКАЛЬНОГО И ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА НА СЕТОЧНЫХ ЭЛЕКТРОИНТЕГРАТОРАХ

При расчетах вертикального дренажа целесообразно широко использовать сеточные интеграторы (электрический и гидравлический) как для непосредственного моделирования систем дренажа,

так и для определения функций понижения от действия отдельных скважин или систем.

Не останавливаясь на общем описании сеточных интеграторов, принципы устройства которых подробно рассматриваются в специальной литературе [8, 11], укажем на специфические моменты, связанные с моделированием скважин и дрен на интеграторах.

Методика моделирования систем скважин на сеточных моделях существенно различается в зависимости от того, задаются расходы скважин или уровни воды в них. При заданных расходах наличие скважин не вносит существенных изменений в сеточную модель; в этом случае надо только, чтобы в каждый блок, включающий скважины, был задан поток, соответствующий суммарному расходу скважин в этом блоке. Поэтому в дальнейшем остановимся на случае задания напоров в скважинах и в дренах, когда при составлении модели надо учитывать характер деформаций потока, формирующегося вблизи дренажа.

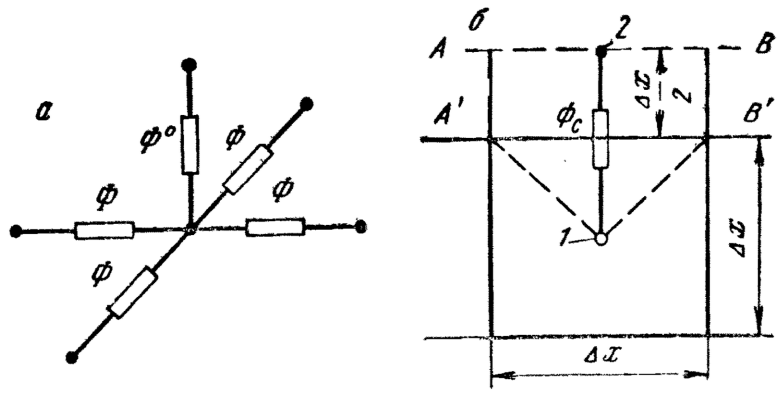


Рис. 58. Схема сетки у блока со скважиной:
а — сетка сопротивлений; *б* — схема блока со скважиной;
1 — скважина, *2* — центр соседнего блока

Прежде всего рассмотрим технику моделирования одиночной скважины в условиях планово-плоского потока. Вблизи скважин плановый поток резко деформируется и здесь требуется весьма подробная разбивка на блоки. Однако применяя метод сопротивлений, можно, следуя Ю. Г. Толстову [18], учесть деформацию потока вблизи скважины введением дополнительного фильтрационного сопротивления Φ^0, подключаемого к центру блока (рис. 58,*а*). Поскольку в центре блока устанавливается средний в пределах блока напор $H_б$, а на конце сопротивления Φ^0 задается напор воды в скважине $H_с$, то

$$\Phi^0 = \frac{H_б - H_с}{Q_б}, \qquad \text{(V, 64)}$$

где $Q_б$ — общий приток к данному блоку.

Соответственно для однородного безнапорного потока, когда в качестве потенциальной функции выбирается величина $^1/_2h^2$, величина Φ^0 связывается с глубинами потока в блоке $h_б$ и скважине $h_с$ соотношением:

$$\Phi^0 = \frac{h_б^2 - h_с^2}{2Q_б}. \qquad \text{(V, 64а)}$$

В этом случае выражение для Φ^0 находится так же, как и для потока с постоянной проводимостью с заменой T на k.

Величину Φ^0 можно найти, исходя из того, что вблизи скважины поток имеет радиальный характер. Считая, что поток имеет радиальный характер только в блоке со скважиной, найдем фильтрационное сопротивление $\Phi_с$ между скважиной и соседним блоком (рис. 58,*б*) как состоящее из сопротивления $^1/_2\,\Phi$ между сечениями A—B и A'—B', причем при постоянном шаге разбивки $\Phi = 1/T$, и сопротивления $\Phi_с'$ сектора блока между сечением A—B и скважиной, так что

$$\Phi_с = \frac{1}{2}\Phi + \Phi_с' = \frac{1}{T}\left(0{,}5 + \frac{2}{\pi}\ln\frac{\alpha\Delta x}{r_с}\right). \qquad \text{(V, 65)}$$

По данным моделирования на сеточном интеграторе и на модели ЭГДА было получено $\alpha = 0{,}53$.

Далее найдем величину Φ^0 из условия эквивалентности систем сопротивлений $4\Phi_с$ и $4\Phi + \Phi^0$:

$$\Phi^0 = \frac{1}{4}(\Phi_с - 1) = \frac{1}{2\pi T}\left(\ln\frac{\alpha\Delta x}{r_с} - 0{,}785\right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi T}\left(\ln\frac{\Delta x}{r_с} - A\right); \quad A = \frac{1}{2\pi}\ln\frac{1}{\alpha} + 0{,}785. \qquad \text{(V, 66)}$$

Такого рода выражение для Φ^0 впервые было предложено Ю. Г. Толстовым, причем по его данным, полученным по результатам опытных расчетов на сеточном интеграторе, $A = 1{,}62$; в УФНИИ [10, 21] получили $A = 1{,}57$, распространяя радиальный характер потока до центра соседнего блока; при $\alpha = 0{,}53$ имеем $A = 1{,}43$.

Решение ряда типовых задач на электроинтеграторе показало, что при различных разбивках A изменяется от 1,6 (при подробной разбивке) до 1,43 (при редкой разбивке); поэтому практически можно считать $A = 1{,}5$, тем более, что небольшие изменения величины A незначительно влияют на результаты расчетов.

При наличии в блоке n равномерно отстоящих друг от друга скважин одинакового радиуса $r_с$ с заданными уровнями можно записать уравнения:

$$S_1 = \frac{Q_1}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_с} + \frac{Q_2}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_{21}} + \ldots + \frac{Q_n}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_{n1}}.$$

$$S_2 = \frac{Q_1}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_{12}} + \frac{Q_2}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_с} + \ldots + \frac{Q_n}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_{n2}},$$

$$S_n = \frac{Q_1}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_{1n}} + \frac{Q_2}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_{2n}} + \ldots + \frac{Q_n}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_c},$$

где S_1, S_2, ..., S_n — понижения в скважинах соответствующего номера; Q_1, Q_2, ..., Q_n — дебиты скважин; r_{in} — расстояние от скважины номера i до скважины номер n; R — расчетное расстояние до областей питания. Из этой системы уравнений найдем значение среднеарифметического понижения:

$$S_{ср} = \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{n} =$$

$$= \frac{Q_1}{2\pi T}\ln\frac{R}{\sqrt{r_c \cdot r_{12} \cdot \ldots \cdot r_{1n}}} + \frac{Q_2}{2\pi T}\ln\frac{R}{\sqrt{r_{21} \cdot r_c \ldots r_{2n}}} + \ldots$$

$$+ \frac{Q_n}{2\pi T}\ln\frac{R}{\sqrt{r_{n1} \cdot r_{n2} \cdot \ldots r_c}}.$$

Поскольку для равномерно расположенных скважин

$$\sqrt{r_c \cdot r_{12} \cdot \ldots r_{1n}} = \sqrt{r_{21} \cdot r_c \cdot \ldots r_{2n}} = \sqrt{r_{n1} \cdot r_{n2} \cdot \ldots r_c} = r_к, \quad (V, 67)$$

то выражение для $S_{ср}$ принимает вид:

$$S_{ср} = \frac{Q_{сум}}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_к}, \quad (V, 68)$$

т. е. оказывается возможным заменить систему скважин эквивалентным колодцем, радиус которого $r_к$ определяют согласно (V,67), причем понижение уровня на этом колодце надо задавать равным среднему понижению уровня в отдельных скважинах.

Следовательно, при моделировании скважин, равномерно расположенных в пределах блока, величину дополнительного сопротивления $Ф^0$ можно находить по формуле (V,66), заменяя только скважину фиктивным колодцем с радиусом $r_к$ и понижением $S_{ср}$.

Этот прием может применяться в более общем случае — при наличии в блоке неравномерно расположенных скважин. Величину $r_к$ можно при этом рассчитывать по данным моделирования системы скважин, находящихся в пределах данного блока, в условиях установившейся фильтрации при произвольном контуре пласта, располагаемом на достаточном удалении от системы скважин (порядка двух размеров блока). Определив расход, притекающий к системе скважин, можно далее найти величину $r_к$ из соотношения:

$$\lg\frac{R}{r_к} = 2{,}73\frac{TS_{ср}}{Q}, \quad (V, 69)$$

где R — расчетное расстояние до областей питания на вспомогательной модели. (Если на вспомогательной модели задать круговую границу, то величина R будет равна ее радиусу.)

Используя метод фильтрационных сопротивлений, аналогичную

методику можно применить при моделировании контурных систем скважин и дрен. В этом случае средний уровень в блоке $H_б$ будет соответствовать среднему уровню на линии скважин или дрен $H_л$. Зная зависимость, связывающую $H_л$ с $H_с$ или $H_д$, можно по формулам (V,64) найти выражения для Φ^0 в разных случаях[1].

Для бесконечного ряда скважин, когда поток приводят к линейному в плане, причем для простоты его ширину принимают равной 1 *м* (когда $Q_б = q = Q_с/\sigma$), а $H_л$ связано с $H_с$ по уравнению (IV,24):

$$\Phi^0 = \frac{\sigma}{T} f_к. \qquad \text{(V, 70)}$$

Для плоского в плане потока при наличии в расчетном блоке $n_с$ скважин ($n_с \geqslant 3$), расположенных по линейному в плане контуру, можно снова воспользоваться соотношением (IV,24), имея только в виду, что $Q_б = n_с Q_с$. Тогда

$$\Phi^0 = \frac{1}{n_с T} f_к. \qquad \text{(V, 71)}$$

Для бесконечной несовершенной дрены, когда поток сводится к линейному, величина $H_л$ связывается с $H_д$ уравнением (IV,30), при $Q_б = q_д$, получим:

$$\Phi^0 = \frac{1}{T} \overline{\Phi}_{н.д}. \qquad \text{(V, 72)}$$

Для плоского в плане потока при наличии в расчетном блоке несовершенной дрены длиной $B_д$

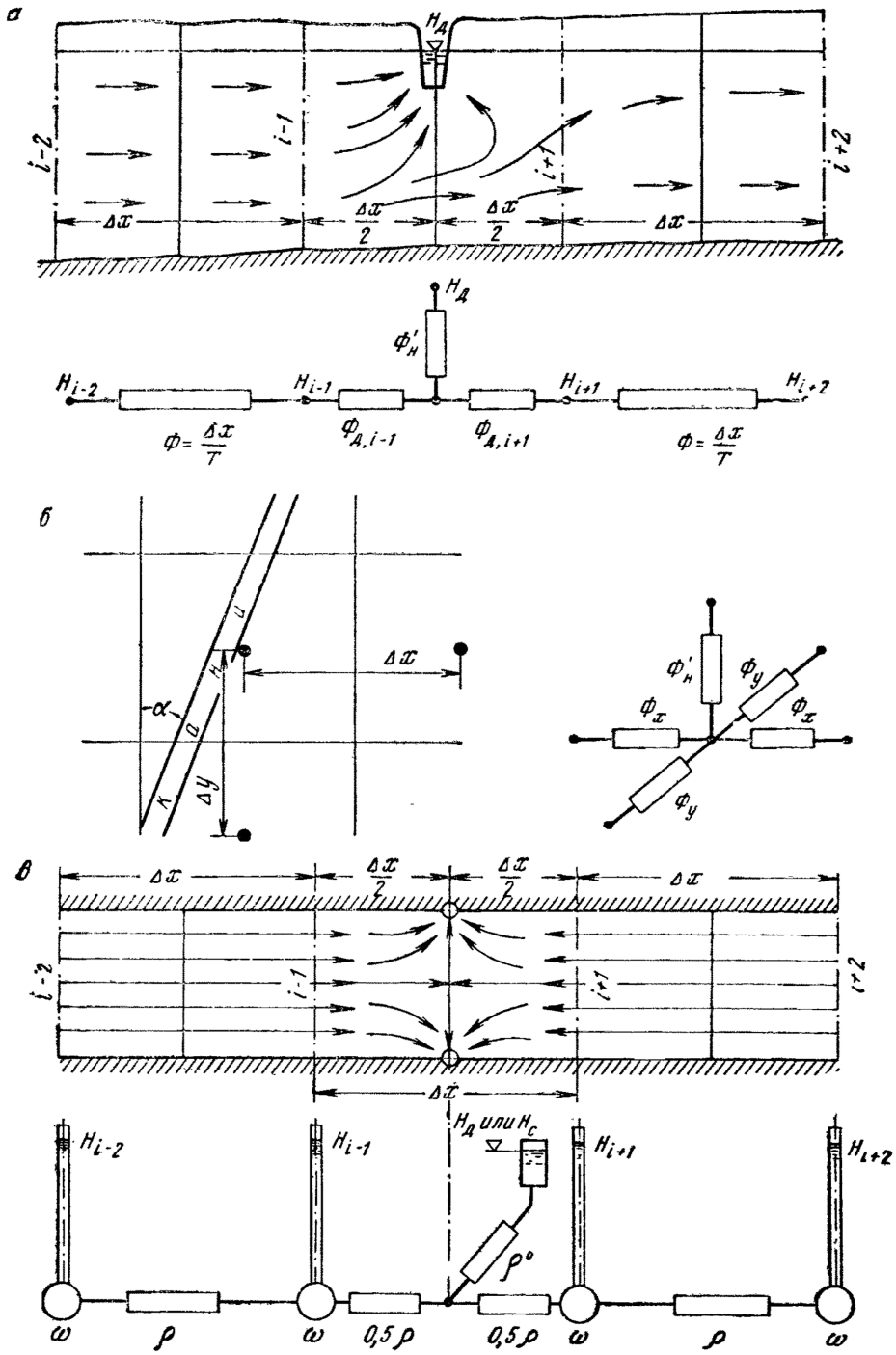
$$\Phi^0 = \frac{\overline{\Phi}_{н.д}}{TB_д}, \qquad \text{(V, 73)}$$

т. е. здесь сопротивление Φ^0 определяется как для участка потока длиной $\overline{\Phi}_{н.д}$ и шириной, равной длине дрены в пределах блока $B_д$.

При моделировании бесконечных рядов скважин или дрен и линейном характере потока в плане разбивку лучше осуществлять таким образом, чтобы линии скважин и дрен приурочивались к границам блоков.

Для широких каналов и водоемов сопротивления должны подключаться по полной схеме — звезды или треугольника (см. рис. 37, 38), причем на сеточных интеграторах удобнее обычно осуществляется схема звезды. По этой схеме для одномерного в плане потока каналы (водоемы) целесообразно располагать по границам блоков и подсоединять их через фильтрационные сопротивления $\Phi_н'$ и $\Phi_{д,\, i+1} = \Phi_{д,\, i-1} = \Phi_н'' + \frac{\Delta x}{2T}$ (рис. 59,*а*), причем значения этих сопротивлений определяются в соответствии с рекомен-

[1] Применительно к расчетам электроосмотической фильтрации такого рода схема предложена в работе [14].


а
$H_д$
$i-2$
$i-1$
$i+1$
$i+2$
Δx
$\frac{\Delta x}{2}$
$\frac{\Delta x}{2}$
Δx
$H_д$
$\Phi'_н$
H_{i-2}
H_{i-1}
H_{i+1}
H_{i+2}
$\Phi = \frac{\Delta x}{T}$
$\Phi_{д,i-1}$
$\Phi_{д,i+1}$
$\Phi = \frac{\Delta x}{T}$
б
Δx
α
Δy
$\Phi'_н$
Φ_y
Φ_x
Φ_x
Φ_y
в
Δx
$\frac{\Delta x}{2}$
$\frac{\Delta x}{2}$
Δx
$i-2$
$i-1$
$i+1$
$i+2$
Δx
H_{i-2}
H_{i-1}
$H_д$ или H_c
H_{i+1}
H_{i+2}
ρ^0
ω
ρ
ω
$0{,}5\rho$
$0{,}5\rho$
ω
ρ
ω

дациями § 4—6 гл. IV. Для планового потока при произвольном расположении канала (водоема) в блоке дополнительные горизонтальные сопротивления добавляются к горизонтальным сопротивлениям между блоками (рис. 59,*б*), раскладываясь в различных направлениях по правилу параллелограмма. В соответствии с этим:

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{T\Delta y} + \frac{\overline{\Phi}''_{\text{н}}}{TB_{\text{д}}}\cos\alpha, \quad \Phi_y = \frac{\Delta y}{T\Delta x} + \frac{\overline{\Phi}''_{\text{н}}}{TB_{\text{д}}}\sin\alpha. \qquad \text{(V, 74)}$$

При построении модели сеточного интегратора задаются сетки гидравлических сопротивлений ρ или электрических сопротивлений R, подобные моделируемым системам фильтрационных сопротивлений, причем величины ρ и R определяются по выбранным масштабам сопротивлений α_ρ или α_R, т. е.

$$\rho = \alpha_\rho \Phi \text{ и } R = \alpha_R \Phi. \qquad \text{(V, 75)}$$

Например, при моделировании на гидроинтеграторе блока с контурной системой скважин или дрен (см. рис. 59,*в*) в узел, соответствующий этому блоку, добавляется гидравлическое сопротивление ρ^0, через которое узел соединяется с водосливом, моделирующим уровни в скважине или дрене, причем

$$\rho^0 = \alpha_\rho \Phi^0. \qquad \text{(V, 75а)}$$

Рис. 59. Схема сопротивлений в блоках со скважинами, дренами и каналами: *а* — канал (дрена) при одномерном в плане потоке, *б* — канал (дрена) при двухмерном (плоском) в плане потоке, *в* — ряд скважин (узкая дрена) при линейном в плане потоке

Глава VI

ОСНОВЫ РАСЧЕТОВ ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ДРЕНАЖА ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. НЕУПОРЯДОЧЕННЫЕ СИСТЕМЫ И РЯДЫ СКВАЖИН ПРИ ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ВОДООТБОРА

а. Одиночные скважины и неупорядоченные системы скважин

Решения для неупорядоченных систем скважин в типовых условиях исходят из решения Тейса для скважины (источника-стока) в неограниченном по площади пласте [5, 22, 28], согласно которому понижение уровня S при откачке из скважины с дебитом Q на расстоянии от скважины r в момент времени t с начала откачки будет:

$$S = \frac{Q}{T} f_c(r, t),\ f_c(r, t) = -\frac{1}{4\pi} Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right), \qquad \text{(VI, 1)}$$

где Ei — интегральный экспотенциал, таблица значений которого приведена в прилож. 5.

Используя метод зеркальных отображений и известные методы решения параболических уравнений, можно получить решения для различных типовых условий на контурах пласта. Наиболее подробная сводка такого рода решений приведена в работах [5, 16].

При наличии неупорядоченной системы скважин общее понижение уровней определяется как сумма понижений от действия каждой скважины в отдельности; причем, если скважины начинают работать в разное время, то величина t для каждой скважины отсчитывается от момента ее включения. Если же дебит скважин со временем изменяется, то можно действительный график дебита заменить ступенчатым, когда в момент $t=0$ дебит изменяется от 0 до ΔQ_0, а в моменты t_i — на ΔQ_i. Тогда решение на n-ную ступень имеет вид:

$$S = \sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta Q_i}{T} f_c(r, t - t_i). \qquad \text{(VI, 2)}$$

При монотонном возрастании дебита скважин можно применять приближенный прием, определяя понижение уровня S от действия одной скважины по формуле (VI,1) и принимая в качестве Q его значение на расчетный период времени; при этом вместо действительного времени откачки t следует задавать расчетное время $t_р$, определяемое по формуле:

$$t_р = \frac{W}{Q}, \qquad \text{(VI, 3)}$$

где W — общее количество откаченной воды из данной скважины.

Строгие решения для скважин при неустановившемся режиме фильтрации могут быть получены для сравнительно ограниченного круга условий. При сложных контурах питания целесообразно подобрать приближенное решение задачи, которое давало бы хорошую оценку изменения уровней во времени и совпадало со строгим решением при установившейся фильтрации. С этих позиций приближенную зависимость для определения f_c можно представить в виде:

$$f_c = -\frac{1}{4\pi}\left[Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right) - Ei\left(-\frac{R^2}{4at}\right)\right], \qquad \text{(VI, 4)}$$

где R — расчетное расстояние до областей питания и стока, определяемое по формулам (рис. 50), а в общем виде — согласно (V,62).

Поскольку при больших t можно считать:

$$-Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right) = \ln\frac{2{,}25at}{r^2}, \quad -Ei\left(-\frac{R^2}{4at}\right) = \ln\frac{2{,}25at}{R^2}, \qquad \text{(VI, 5)}$$

то формула (VI,4) действительно в пределе при $t \to \infty$ переходит в выражение (V,63) для f_c при установившейся фильтрации. Таким образом, предельное значение понижения уровня определяется с использованием формулы (VI,4) совершенно точно.

Оценка применимости формулы (VI, 4) для типовых контуров питания (прямолинейного и кругового) показала, что их погрешность не превышает 10—15% [26].

Для контурных систем, состоящих из большого числа скважин, целесообразно, как и в условиях установившегося режима фильтрации, переходить к системам линий равного притока [4, 7, 16].

б. Ряды скважин

Пользуясь методом сопротивлений, перейдем от рядов скважин к бесконечно длинным траншеям (линиям равного притока), на которых при постоянном дебите откачки должно выполняться условие равенства водоотбора из скважин притоку к линии с двух сто-

рон. Для потока с постоянной проводимостью, когда начало координат ($x=0$) принимается на линии, это условие будет:

$$km\left(\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=+0} - \frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=-0}\right) = q = \frac{Q_c}{\sigma}, \qquad \text{(VI, 6)}$$

где q — погонный приток к линии скважин.

Для линии в неограниченном однородном пласте

$$\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=+0} = -\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=-0}$$

и (VI,6) принимает вид условия второго рода:

$$2km\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=0} = q = \frac{Q_c}{\sigma}. \qquad \text{(VI, 6а)}$$

Решение одномерного уравнения неустановившейся фильтрации при граничном условии (VI,6а) и начальном условии $S=0$ имеет вид [13]:

$$S = \frac{q}{km}\sqrt{at}\,P(\lambda), \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(VI, 7)}$$

Значения функции $P(\lambda)$ могут определяться по таблице, приведенной в прилож. 6.

Для случая, когда линия скважин располагается вблизи области питания стока (реки), пользуясь методом зеркальных отображений, получим:

$$S = \frac{q}{km}\sqrt{at}\,[P(\lambda) - P(\lambda')], \quad \lambda = \frac{x'}{2\sqrt{at}}, \qquad \text{(VI, 8)}$$

где $x'=2L+x$ — расстояние от отраженной линии до расчетной точки. При расчетах понижения уровня между рекой и линией надо иметь в виду, что $P(-\lambda)=P(\lambda)$.

Для случая, когда линия скважин располагается в полосовом пласте между двумя областями питания или стока (рис. 60,*а*), решение также может быть получено методом сложения течений в виде бесконечного ряда:

$$S = \frac{q}{km}\sqrt{at}\left\{P(\lambda) + \sum_{n=1}^{\infty}[P(\lambda_n') + P(\lambda_n'') - P(\lambda_n^+) - P(\lambda_n^-)]\right\}; \qquad \text{(VI, 9)}$$

$$\lambda = \frac{|L_c - x|}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda_n' = \frac{4nL - L_c + x}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda_n'' = \frac{4nL + L_c - x}{2\sqrt{at}},$$

$$\lambda_n^+ = \frac{(2n-1)\,2L - L_c - x}{2\sqrt{at}}, \quad \lambda_n^- = \frac{(2n-1)\,2L + L_c + x}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(VI, 9а)}$$

При расположении линии скважины в полосовом пласте с непроницаемыми границами аналогичным образом может быть получено:

$$S = \frac{q}{km}\sqrt{at}\left\{P(\lambda) + \sum_{n=1}^{\infty}[P(\lambda_n') + P(\lambda_n'') + P(\lambda_n^{+}) + P(\lambda_n^{-})]\right\}, \quad \text{(VI, 10)}$$

где значения λ, λ_n', λ_n'', λ_n^{+}, λ_n^{-} определяют согласно (VI,9а), причем величины L, L_c, x находят так же, как и в предыдущей схеме.

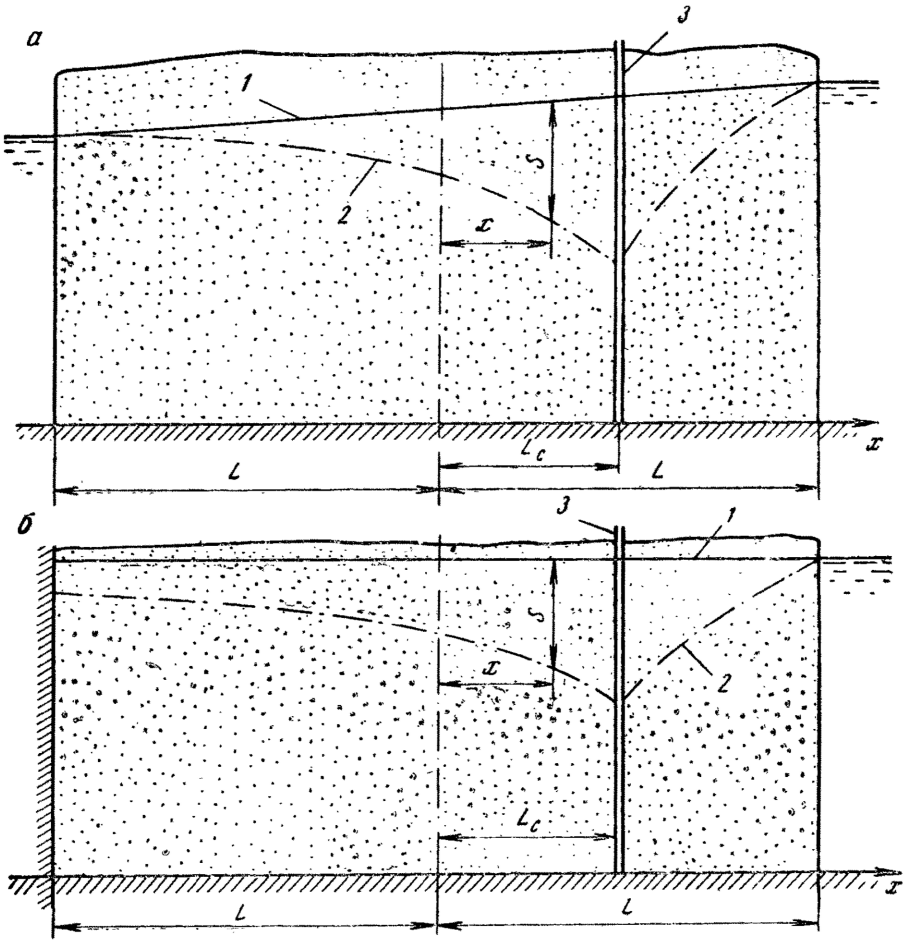


Рис. 60. Схемы к расчету ряда скважин в полосовом пласте:
а — пласт между областями питания — стока, *б* — пласт между областью питания — стока и непроницаемым контуром; *1* — кривая депрессии естественного потока; *2* — то же при откачке из скважины; *3* — линия скважин

Таким же образом для случая, когда линия скважин расположена в полосовом пласте между областью питания и непроницаемой границей (рис. 60,*б*),

$$S=\frac{q}{km}\sqrt{at}\left\{P(\lambda)+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n[P(\lambda_n')+\right.$$

$$\left.+P(\lambda_n')+(-1)^nP(\lambda_n^+)+P(\lambda_n^-)]\right\}. \qquad \text{(VI, 11)}$$

Для практических расчетов при $L>0{,}5\sqrt{at}$ можно удерживать только члены ряда с $n=1$.

§ 2. СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ ДРЕНАЖ С ПОСТОЯННЫМ ПОНИЖЕНИЕМ УРОВНЯ (см. рис. 39,*г*)

Расчет систематического дренажа (вертикального или горизонтального) в условиях неустановившейся фильтрации с использованием метода фильтрационных сопротивлений для учета гидродинамического несовершенства дренажа сводится для потока постоянной проводимости при $w=0$ к решению уравнения (II, 3) при следующих граничных условиях:

$$H=H_0 \text{ при } t=0,\ \frac{\partial H}{\partial x}=0 \text{ при } x=L,$$

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{H-H_д}{\bar{\Phi}_н} \text{ при } x=0, \qquad \text{(VI, 12)}$$

где $\bar{\Phi}_н$ — приведенное сопротивление на несовершенство дренажа; для горизонтального дренажа $\bar{\Phi}_н=2\bar{\Phi}_{н.д}$, причем $\bar{\Phi}_{н.д}$ находят в соответствии с рекомендациями § 5 гл. IV, а для вертикального дренажа

$$\bar{\Phi}_н=2\sigma f_к,$$

где $f_к$ определяют по формуле (IV,13).

В такой постановке уравнение для определения понижения уровня S при отсутствии инфильтрации ($w=0$) можно получить, используя соответствующее решение уравнения теплопроводности для ограниченного потока при условии третьего рода на границах [13]:

$$S=H_0-H=(H_0-H_д)\cdot F(x,t). \qquad \text{(VI, 13)}$$

Безразмерную функцию $F(x, t)$ в период развития кривой депрессии (при $L>2\sqrt{at}$) можно определять как для полуограниченного потока, когда $F(x, t)=\Theta(\lambda, \tau)$, причем $\Theta(\lambda, \tau)$ находят по графику (см. рис. 22), заимствованному из [13, стр. 147] при $\lambda=\frac{x}{2\sqrt{at}}$, $\tau=\frac{\sqrt{at}}{\bar{\Phi}_н+x}$.

В период сработки кривой депрессии (при $L<2\sqrt{at}$) для расчетов уровней между дренами величину $F(L, t)$ можно определять по формуле:

$$F(L, t) = 1 - Ae^{\nu\tau_0^2},\ \tau_0 = \frac{\sqrt{at}}{L}, \qquad \text{(VI, 14)}$$

где параметры A и ν находят по следующим данным:

$L/\bar{\Phi}_н$	0	0,2	0,5	1,0	2	5	10	∞
A	1,00	1,031	1,070	1,119	1,178	1,240	1,261	1,273
ν	0	0,433	0,653	0,860	1,077	1,314	1,429	1,571

При $\tau \geqslant 3$ можно пользоваться упрощенным приемом расчетов, основанным на удлинении потока на величину $\bar{\Phi}_н$. В этом случае величину $F(x, t)$ можно рассчитывать для первого периода (при $L>2\sqrt{at}$) как для схемы полуограниченного потока, а для второго периода как для схемы ограниченного потока с непроницаемой верховой границей (см. табл. 1) длиной $L+\bar{\Phi}_н$, заменяя во всех случаях x на $x+\bar{\Phi}_н$, т. е. как бы сдвигая дрену на расстояние $\Delta L=\bar{\Phi}_н$.

Для однородного безнапорного потока на горизонтальном водоупоре можно считать глубину потока h в любом сечении по уравнению:

$$h = \sqrt{h_0^2 - (h_0^2 - h_д^2)F(x, t)}, \qquad \text{(VI, 15)}$$

причем $F(x, t)$ определяют как и ранее при $a=\frac{kh_{ср}}{\mu}$. Среднюю глубину потока $h_{ср}$ рассчитывают в первый период по формуле:

$$h_{ср} = \frac{2h_0 + h_д}{3}, \qquad \text{(VI, 16)}$$

во второй период — в первом приближении по формуле (VI,16), а во втором приближении — по формуле:

$$h_{ср} = \frac{h_0 + h_д + h_L}{3}, \qquad \text{(VI, 16а)}$$

где h_L — глубина потока в середине между дренами в расчетный момент времени.

При наличии кроме того инфильтрации интенсивностью w, которая действует в течение времени t_w до момента расчета, решение можно получить, воспользовавшись уравнением (II,21) и применяя метод сложения течений, в следующем виде (при $\tau>3$):

1) для потока с $T=\text{const}$ напор H в любой точке на расстоянии x от дрены определяют уравнением:

$$H = H_0 - (H_0 - H_д) F(x, t) + \frac{wL^2}{2T}\left(2\bar{x} - \bar{x}^2 - \varphi_w \sin\frac{\pi\bar{x}}{2}\right),$$

$$\bar{x} = \frac{x + \bar{\Phi}_н}{L + \bar{\Phi}_н}; \quad \tau = \frac{at}{(L + \bar{\Phi}_н)^2}; \qquad \text{(VI, 17)}$$

2) для однородного безнапорного потока на горизонтальном водоупоре

$$h = \sqrt{h_0^2 - (h_0^2 - h_д^2) F(x, t) + \frac{wL^2}{k}\left(2\bar{x} - \bar{x}^2 - \varphi_w \sin\frac{\pi\bar{x}}{2}\right)}, \qquad \text{(VI, 18)}$$

где φ_w находят по таблице, приведенной в прилож. 4 при $t=t_w$.

§ 3. ДВА РЯДА ДРЕНАЖА С ПОСТОЯННЫМ ПОНИЖЕНИЕМ УРОВНЯ

Для этой схемы дренажа расчетные зависимости составим только для схемы потока с постоянной проводимостью, имея в виду, что для однородного и горизонтально-слоистого безнапорных потоков решения могут быть составлены с помощью общих переходных соотношений.

При расчетах дренажных рядов с постоянным понижением уровня в дренаже, используя метод фильтрационных сопротивлений, формулируется следующее граничное условие на контуре дренажа, располагаемого в сечении $x=L$:

$$\frac{q_д}{T} = \left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{x=L-0} - \left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{x=L+0} = \frac{S_д - S_л}{\bar{\Phi}_{н.д}}, \qquad \text{(VI, 19)}$$

причем

$$\bar{\Phi}_{н.д} = 0{,}5\,\bar{\Phi}_н. \qquad \text{(VI, 20)}$$

а. Решение для одного ряда скважин в неограниченном однородном пласте

Расположим дренаж в начале координат ($x=0$) и заметим, что в этом случае в силу симметрии:

$$\left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{x=-0} = \left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{x=+0} = \frac{q_д}{2T}$$

и для области $x \geqslant 0$ условие (VI,19) принимает вид:

$$\left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{S_л - S_д}{\bar{\Phi}_н}, \quad S_л = S\Big|_{x=0} \qquad \text{(VI, 21)}$$

Остальные условия сформулируем обычным образом: $S=0$ при $t=0$, $S=0$ и $\partial S/\partial x=0$ при $x\to\infty$. Таким образом, задача сводится

к решению уравнения Фурье при условии третьего рода (VI,21), которое разобрано в теории теплопроводности [13] и в принятых обозначениях при $x>0$ имеет вид [1]:

$$S = S_{др}\,\theta(\lambda, \tau), \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad \tau = \frac{\sqrt{at}}{\Phi_н + x}. \qquad \text{(VI, 22)}$$

График функции $\Theta(\lambda, \tau)$ приведен на рис. 22.

б. Расчет работы двух дренажных рядов (рис. 61)

Применяя метод фильтрационных сопротивлений, сводим поставленную задачу к решению одномерного уравнения неустановившейся фильтрации при начальном условии $S=0$ и граничных условиях: на дренаже (VI,19) и между дренажными рядами (в силу симметрии):

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0. \qquad \text{(VI, 23)}$$

Строгое решение поставленной задачи достаточно сложно; эффективное ее решение получается с использованием сеточных интеграторов — гидравлического и электрического. При расчетах на гидравлическом интеграторе В. С. Лукьянова схема гидромодели в данном случае имеет вид, представленный на рис. 61,*г*. Гидравлические сопротивления ρ задают пропорциональными фильтрационным сопротивлениям Φ, а емкости ω — пропорциональными емкостям блоков C, которые определяют по формулам:

$$\Phi = \frac{\Delta x'}{T}, \quad C = \mu \Delta x, \qquad \text{(VI, 24)}$$

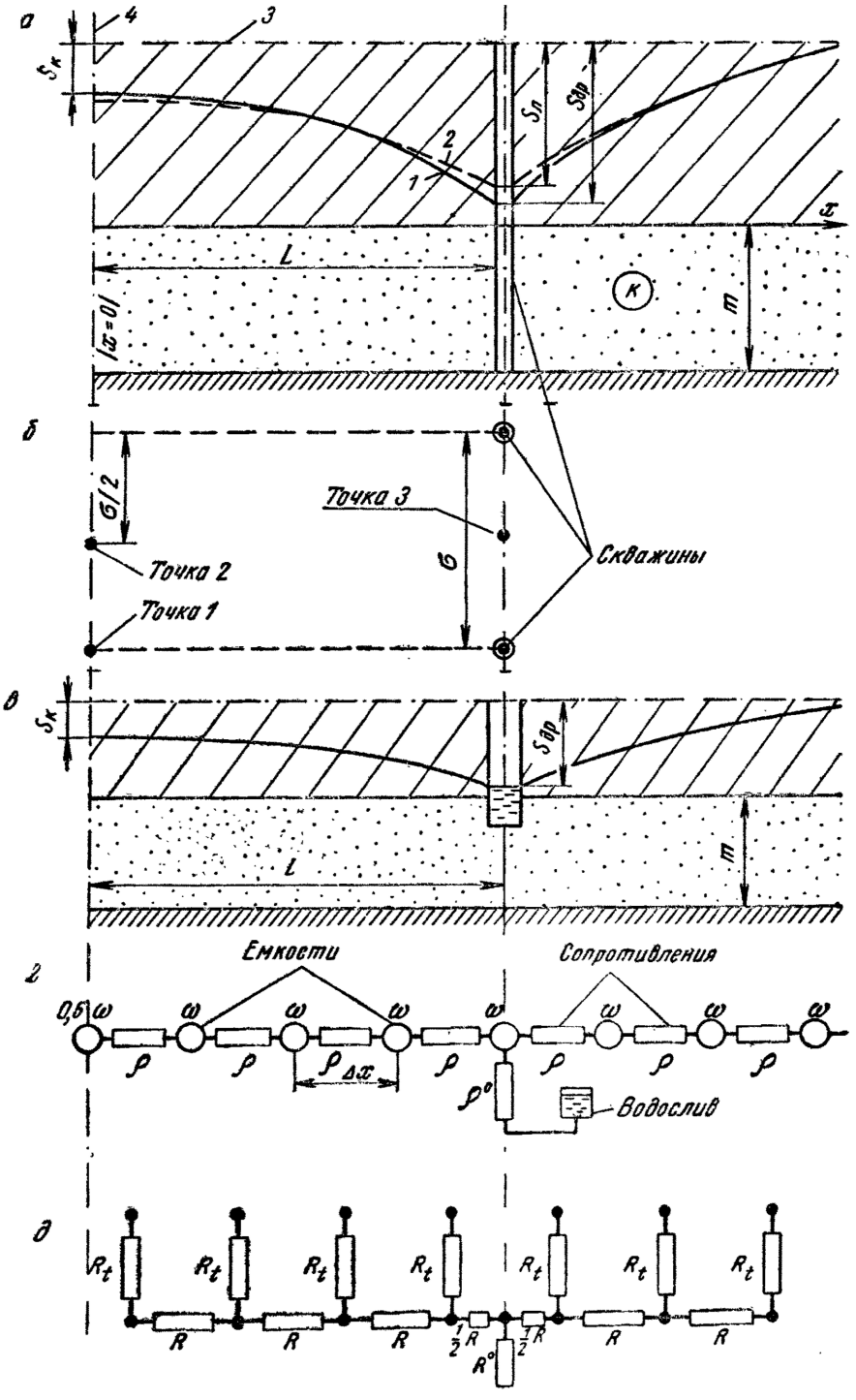
где $\Delta x'$ — расстояние между блоками; Δx — длина блока (при равномерной разбивке $\Delta x = \Delta x'$); μ — водоотдача пласта (в условиях напорного потока в качестве μ следует принимать упругую водоотдачу пласта). Масштаб времени α_t вычисляют по формуле:

$$\alpha_t = \frac{\Delta x \Delta x'}{a\rho\omega}. \qquad \text{(VI, 25)}$$

Своеобразным в этой системе является узел, соответствующий линии скважин, в котором надо выполнить условие (VI,19). Как показывалось ранее (§ 6, гл. V), при решениях с использованием метода фильтрационных сопротивлений для систем дренажа с заданным (в данном случае постоянным) понижением уровня воды в дренаже дренажный блок подсоединяют к установке граничных условий, соответствующих уровню (понижению) в дренаже $H_{др}(S_{др})$, через дополнительное фильтрационное сопротивление Φ^0, определяемое в данном случае по формуле:

$$\Phi^0 = \frac{\bar{\Phi}_{н.д}}{T} \qquad \text{(IV, 26)}$$

[1] В несколько иной постановке аналогичное решение получено М. И. Швидлером [23].


а
4
3
$S_к$
$S_л$
$S_{ар}$
2
1
x
L
K
m
|x=0|
б
б/2
Точка 3
Точка 2
Точка 1
б
Скважины
в
$S_к$
$S_{ар}$
m
L
г
Емкости
Сопротивления
0,5 ω
ω
ρ
ρ
ρ Δx
ρ°
Водослив
д
R_t
R
R°

Поэтому на гидроинтеграторе блок, включающий линию дренажа, присоединяют к водосливу, задающему граничное условие (уровень в скважине), через сопротивление ρ^0, которое можно найти из соотношения

$$\frac{\rho^0}{\rho} = \frac{\overline{\Phi}_{н.д}}{\Delta x}. \qquad \text{(IV, 26а)}$$

При решении этой задачи на гидроинтеграторе после подготовки гидравлической схемы во всех пьезометрах устанавливались постоянные уровни, а затем уровень в водосливе мгновенно понижался до величины, соответствующей уровню в дренаже. Далее в определенные моменты времени фиксировались уровни в отдельных пьезометрах. По данным проведенных расчетов составлены безразмерные графики (рис. 62) относительных понижений уровня на линии дренажа $\overline{S}_л = S_л/S_{др}$ и посередине между дренажными рядами (на непроницаемом контуре) $\overline{S}_к = S_к/S_{др}$, для различных $\overline{L} = L_д/L$, причем кривая при $L_д = 0$ построена теоретическим путем с использованием таблиц Н. Н. Веригина [1]. Зависимость $\overline{S}_л$ от $\lambda_д$ при $\lambda_д > 0{,}6$ оказалась практически независимой от $\overline{L}$.

Для случаев $\overline{L} = 0{,}2$ и $\overline{L} = 1$ был также проведен поверочный расчет на электроинтеграторе по схеме Либмана (§ 5, гл. I), когда дополнительно к обычной схеме сопротивлений добавляются временные сопротивления R_t (см. рис. 61,*д*), определяемые в данном случае по формуле:

$$R_t = \frac{\Delta t}{\mu \Delta x}. \qquad \text{(VI, 27)}$$

Расчеты на интеграторах дали хорошее совпадение, так что приведенные графики могут использоваться в качестве расчетных.

§ 4. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТОВ СИСТЕМ СКВАЖИН

Для расчетов систем скважин в сложных гидрогеологических условиях, когда аналитические методы оказываются неприемлемыми, можно также применять метод конечных разностей.

Непосредственное применение метода конечных разностей для расчетов систем скважин чрезвычайно трудоемко в связи с очень сложным характером потока вблизи скважин (для его расчета требуется весьма подробная разбивка). Однако эту задачу можно сильно упростить, если при построении конечноразностных урав-

---

Рис. 61. Два дренажных ряда в однородном напорном пласте:
а, б — фильтрационная схема для рядов скважин, *в* — то же для горизонтального дренажа, *г* — схема гидромодели, *д* — схема электромодели по сетке Либмана; *1* — кривая депрессии по линии, проходящей через скважины; *2* — осредненная кривая депрессии; *3* — начальные уровни воды; *4* — ось симметрии

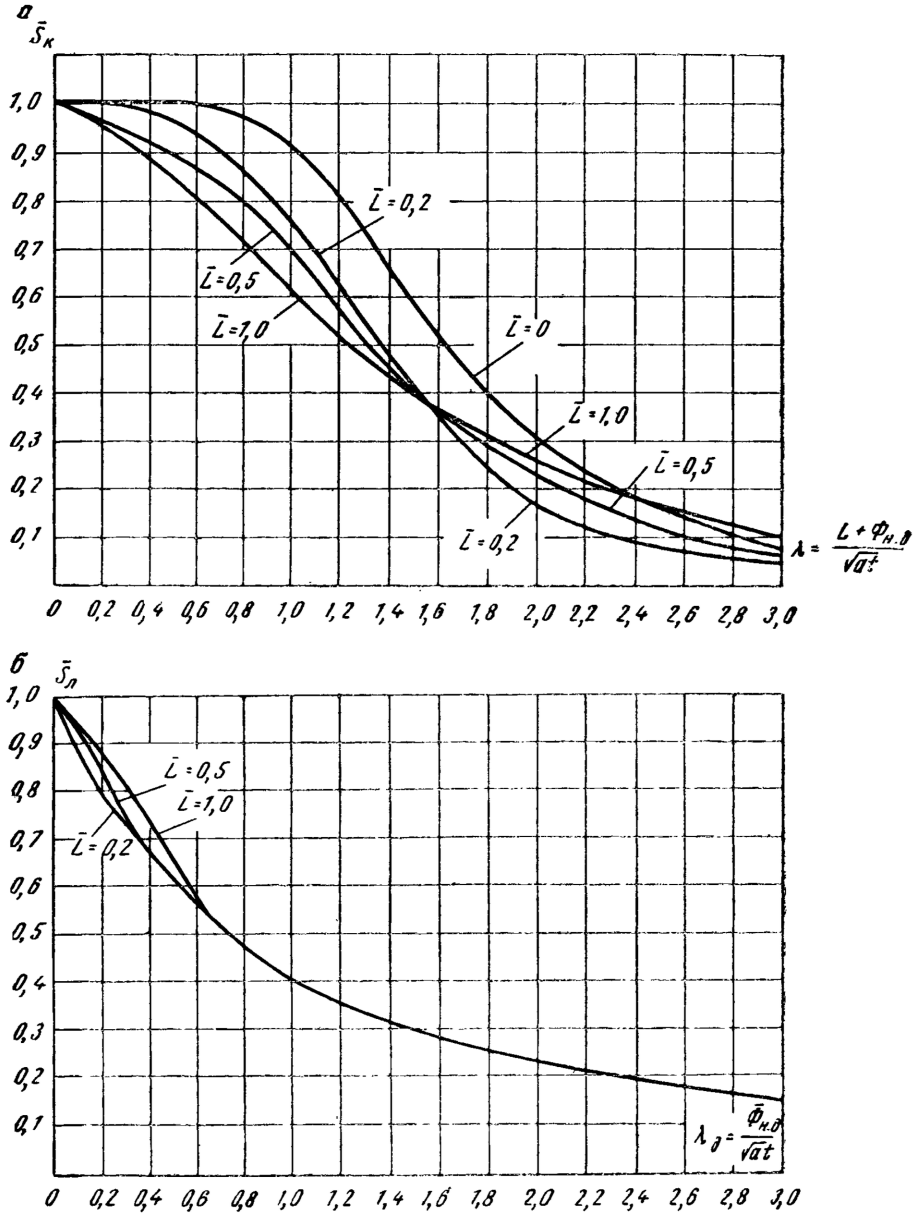


Рис. 62. График относительных понижений уровней при работе двухрядного дренажа:
а — на оси симметрии (между рядами дренажа), *б* — на линии дренажа

нений использовать идеи метода фильтрационных сопротивлений. Рассмотрим в такой постановке расчеты бесконечных линейных рядов скважин, когда фильтрационный поток имеет в основном линейный в плане характер.

Следуя принципам метода сопротивлений (гл. IV), сложный фильтрационный поток вблизи контура скважин можно заменить эквивалентным ему прямолинейным потоком, но при этом на линии скважин следует задать некоторый осредненный уровень потока

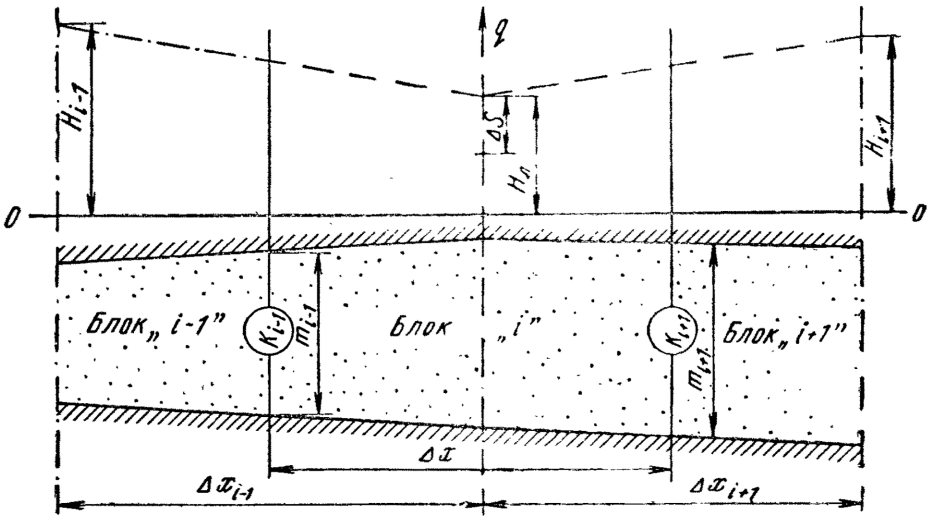


Рис. 63. Разбивка одномерного потока (к выводу конечноразностного уравнения): штрих-пунктиром показаны центры блоков, *0—0* — плоскость сравнения напоров

$H_л$, который связан с уровнем воды в скважинах H_c общими уравнениями (IV, 24).

Применение такого способа позволяет использовать для расчетов контурных систем скважин зависимости, составленные для совершенных траншей. В связи с этим возникает необходимость составить конечноразностное уравнение для случая, когда в середине расчетного блока расположена траншея, из которой откачивается поток с удельным расходом $q=\frac{Q_c}{\sigma}$.

Обозначая расчетный блок номером i (рис. 63), запишем балансовое уравнение в этом блоке:

$$-\mu\Delta S\Delta x = T_{i-1}\frac{H_{i-1}-H_л}{\Delta x_{i-1}}\Delta t + T_{i+1}\frac{H_{i+1}-H_л}{\Delta x_{i+1}}\Delta t - q\Delta t, \quad \text{(VI, 28)}$$

где $T_{i-1}=k_{i-1}m_{i-1}$ и $T_{i+1}=k_{i+1}m_{i+1}$ — средние значения проводимости пласта между центрами блоков.

При $T=\text{const}$ и $\Delta x=\text{const}$ уравнение (VI,28) принимает вид:

$$\Delta S = -\frac{T\Delta t}{\mu(\Delta x)^2}(H_{i-1}+H_{i+1}-2H_л)+\frac{q\Delta t}{\mu\Delta x}, \qquad \text{(VI, 29)}$$

а если положить[1]

$$\frac{T\Delta t}{\mu(\Delta x)^2}=0{,}5, \qquad \text{(VI, 30)}$$

то

$$\Delta S=\frac{H_{i+1}+H_{i-1}}{2}+H_л+\frac{q\Delta x}{2T},\quad q=\frac{Q_с}{\sigma}. \qquad \text{(VI, 30a)}$$

Порядок расчетов по конечноразностным уравнениям зависит от того, какие условия задают на контуре скважин: 1) заданного дебита скважин $Q_с$, 2) заданных уровней на линии скважин $H_л$ (или глубин потока $h_л$), 3) заданных уровней в скважинах $H_с$ (или глубин потока $h_с$).

При заданном дебите скважин $Q_с$ можно для расчетов понижения уровня на линии скважин непосредственно воспользоваться уравнением (VI,29), поскольку погонный приток q является известным (при этом предполагают известной расстановку скважин и, следовательно, величину σ).

При заданных уровнях на линии скважин $H_л$ расчет изменения уровней грунтовых вод ведут по обычным зависимостям, а погонный приток согласно (VI,29) определяют по уравнению:

$$q=T_{i-1}\frac{H_{i-1}-H_л}{\Delta x_{i-1}}+T_{i+1}\frac{H_{i+1}-H_л}{\Delta x_{i+1}}+\mu\frac{\Delta S}{\Delta t}\Delta x. \qquad \text{(VI, 31)}$$

При заданных уровнях в скважинах $H_с$ надо прежде всего решить совместно уравнения (VI,29) и (IV,24), чтобы исключить из конечноразностного уравнения величину q. При этом надо только иметь в виду, что связь между $H_л$ и $H_с$ следует брать на расчетный момент времени:

$$Q_с=\frac{T_л}{f_к}(H_л-\Delta S-H_с), \qquad \text{(VI, 32)}$$

где $T_л$ — средняя проводимость пласта на линии скважин.

Тогда, подставляя $Q_с$ из уравнения (VI,32) в уравнение (VI,29) и решая полученное уравнение относительно ΔS, получим:

$$\Delta S=\frac{T_{i-1}\dfrac{H_л-H_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}+T_{i+1}\dfrac{H_л-H_{i+1}}{\Delta x_{i+1}}+\dfrac{T_л}{f_к}(H_с-H_л)}{\mu\dfrac{\Delta x}{\Delta t}+\dfrac{T_л}{f_к}}. \qquad \text{(VI, 33)}$$

[1] Соотношение (VI, 30) было рекомендовано Г. Н. Каменским [10, 11] с целью упрощения расчетов; Н. Н. Биндеманом [1] численным анализом показано, что соотношение (VI, 30) дает устойчивые решения конечноразностных уравнений; математическое доказательство этого положения дано И. Г. Петровским [20].

В общем случае уравнение (VI,33) должно решаться подбором, так как для определения величины $T_л$ надо знать ΔS. Однако обычно поток вблизи скважин принимается однородным. Тогда при постоянных T и Δx уравнение (VI,33) примет вид:

$$\Delta S = \frac{2H_л - H_{i-1} - H_{i+1} + \frac{\Delta x}{\sigma f_к}(H_л - H_c)}{\frac{\mu(\Delta x)^2}{T\Delta t} + \frac{\Delta x}{\sigma f_к}}. \qquad \text{(VI, 34)}$$

Для однородного безнапорного потока понижение глубины потока на линии скважин будет:

$$\Delta S = h_л + \sigma f_к \frac{\mu \Delta x}{k\Delta t} - \qquad \text{(VI, 35)}$$

$$- \sqrt{\left(h_л + \sigma f_к \frac{\mu \Delta x}{k\Delta t}\right)^2 + \frac{2\sigma f_к}{\Delta x}(h_{i-1}^2 + h_{i+1}^2 - h_л^2) - h_л^2 + h_c^2}.$$

Определив величину изменения уровня на линии скважин, можно далее найти дебит скважин по формуле (VI,32).

Приведем теперь сводку конечноразностных уравнений для расчетов контурных систем скважин. В блоках без скважин при выбранном среднем коэффициенте фильтрации k понижение уровня ΔS определяют обычным уравнением:

$$\Delta S = \frac{k\Delta t}{\mu \Delta x} N, \qquad \text{(VI, 36)}$$

причем, в общем виде:

$$N = m_{i+1} \frac{H_i - H_{i+1}}{\Delta \bar{x}_{i+1}} + m_{i-1} \frac{H_i - H_{i-1}}{\Delta \bar{x}_{i-1}}, \qquad \text{(VI, 37)}$$

а приведенные расстояния между центрами блоков $\Delta \bar{x}_{i+1}$ и $\Delta \bar{x}_{i-1}$ будут $\Delta \bar{x}_{i+1} = \frac{k}{k_{i+1}} \cdot \Delta x_{i+1}$; $\Delta \bar{x}_{i-1} = \frac{k}{k_{i-1}} \cdot \Delta x_{i-1}$.

Для однородного напорного потока при $\Delta x = \text{const}$

$$N = \frac{m}{\Delta x}(2H_i - H_{i+1} - H_{i-1}), \qquad \text{(VI, 37а)}$$

а для аналогичного однородного безнапорного потока

$$N = \frac{1}{2\Delta x}(2h_i^2 - h_{i+1}^2 - h_{i-1}^2). \qquad \text{(VI, 37б)}$$

При изменении ширины фильтрационного потока в плане

$$N = m_{i+1}\left(1 + \frac{b_{i+1}}{b_i}\right)\frac{H_i - H_{i+1}}{2\Delta\bar{x}_{i+1}} + m_{i-1}\left(1 + \frac{b_{i-1}}{b_i}\right)\frac{H_i - H_{i-1}}{2\Delta\bar{x}_{i-1}}, \quad \text{(VI, 37в)}$$

где b_{i-1}, b_i, b_{i+1} — значения средней ширины потока в соответствующих блоках.

В блоках же, включающих в себя скважины

$$\Delta S = \frac{k\Delta t}{\mu\Delta x}\left(N + \frac{Q_c}{k\sigma}\right), \quad \text{(VI, 38)}$$

причем $H_i = H_л$. Связь между уровнями на линии $H_л$ и в скважине H_c определяется общим уравнением:

$$H_c = H_л - \Delta S - \frac{Q_c}{T_л} f_к, \quad \text{(VI,39)}$$

где $T_л$ — средняя проводимость потока между уровнями $H_л - \Delta S$ и H_c. В частном случае для однородного безнапорного потока

$$h_c^2 = (h_л - \Delta S)^2 - 2\frac{Q_c}{k} f_к. \quad \text{(VI, 39а)}$$

Аналогичным образом составляются расчетные уравнения двухмерного в плане потока [27].

Глава VII

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОДОНОСНЫХ ГОРИЗОНТОВ

При изучении эффекта взаимодействия водоносных горизонтов через раздельные малопроницаемые прослои обычно принимают следующие предпосылки: во-первых, что движение через раздельные слои происходит только по вертикали; во-вторых, что в раздельных слоях не учитывается упругий режим фильтрации и скорости фильтрации считают постоянными по вертикали; в-третьих, при рассмотрении фильтрации в одном горизонте напоры в соседних горизонтах остаются неизменными. Эти предпосылки введены в гидрогеологические расчеты Г. Н. Каменским [9], Н. К. Гиринским [7], А. Н. Мятиевым [11], Джекобом (Jacob, [19]) и в отечественной литературе называются предпосылками Гиринского-Мятиева [1].

Применение этих предпосылок зачастую оказывается весьма плодотворным, однако далеко не во всех случаях можно ими пользоваться безоговорочно.

Прежде всего с осторожностью следует относиться к третьей предпосылке о неизменности напора в соседних горизонтах. Очевидно, что эта предпосылка может применяться в тех случаях, когда соседние горизонты являются значительно более водообильными, чем рассматриваемый горизонт. Типичным примером такого рода условий является разгрузка сравнительно слабопроницаемых напорных горизонтов, подпитываемых сверху из значительно более водообильного аллювиального горизонта. При изучении же взаимодействия глубоких напорных горизонтов эта предпосылка обычно оказывается слишком грубой.

В ряде случаев оказывается слишком грубой и вторая предпосылка, предполагающая жесткий режим фильтрации в раздель-

[1] Эта же предпосылка была успешно использована Н. А. Огильви в его кандидатской диссертации (1946 г.), которая, к сожалению, не была опубликована.

ных слоях. Это обстоятельство может иметь особое значение при анализе результатов опытно-фильтрационных работ и при изучении начального периода водопонижения.

Для изучения режима подземных вод большой интерес могут представлять явления псевдосвязи водоносных горизонтов, происходящие за счет проявлений упругого режима фильтрации при изменении внешних нагрузок на водоносные горизонты.

Следует отметить, что до настоящего времени не существует ясного представления о характере процессов фильтрации в весьма слабопроницаемых раздельных слоях. Так, неясным остается справедливость закона Дарси, поскольку, как известно, в слабопроницаемых грунтах закон фильтрации имеет более сложный характер, причем наблюдается появление «начального градиента» фильтрации, необходимого для преодоления сил взаимодействия частиц воды и породы. Нельзя утверждать, что эти наблюдения прямо приложимы к изучению фильтрации в слабопроницаемых пластах естественного сложения, поскольку они имеют значительную микро- и макронеоднородность. Существенная микронеоднородность слабопроницаемых слоев отмечена Н. А. Огильви по данным многочисленных определений проницаемости. Влияние макронеоднородности четко проявляется, если сравнить проницаемость, определяемую по лабораторным опытам с образцами ненарушенной структуры и по данным полевых опытно-фильтрационных работ (последняя обычно получается значительно больше). Кроме того, при изучении региональной фильтрации зачастую решающее значение имеют так называемые гидрогеологические окна.

Таким образом, постановка задач фильтрации через слабопроницаемые раздельные слои требует дальнейшего анализа. Одной из реальных форм такого анализа является изучение фильтрационного потока во взаимодействующих горизонтах по данным режимных наблюдений.

§ 1. АНАЛИЗ ЕСТЕСТВЕННОГО ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД ВО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВОДОНОСНЫХ ГОРИЗОНТАХ

а. Поток с заданными напорами в области питания

Рассмотрим типовую схему формирования фильтрационного потока в двух взаимодействующих горизонтах, разделенных малопроницаемым прослоем (рис. 64). Области питания у этих горизонтов и их напоры в области питания совпадают; областью стока для таких горизонтов является река, непосредственно дренирующая верхний горизонт (последнее ограничение несущественно — верхний горизонт может быть отделен от реки малопроницаемыми слоями) [1].

[1] Общее решение такого рода задачи рассмотрено М. А. Гусейн-заде [8].

При установившейся фильтрации для напоров H — в нижнем горизонте и H' — в верхнем горизонте будет справедлива система двух уравнений:

$$km\frac{d^2H}{dx^2} = k_1\frac{H-H'}{m_1}, \qquad \text{(а)}$$

$$k'm'\frac{d^2H'}{dx^2} = k_1\frac{H'-H}{m_1}, \qquad \text{(б)} \qquad \text{(VII, 1)}$$

которые обычным путем получаются из анализа баланса потока в верхнем и в нижнем горизонтах с учетом перетекания между ними.

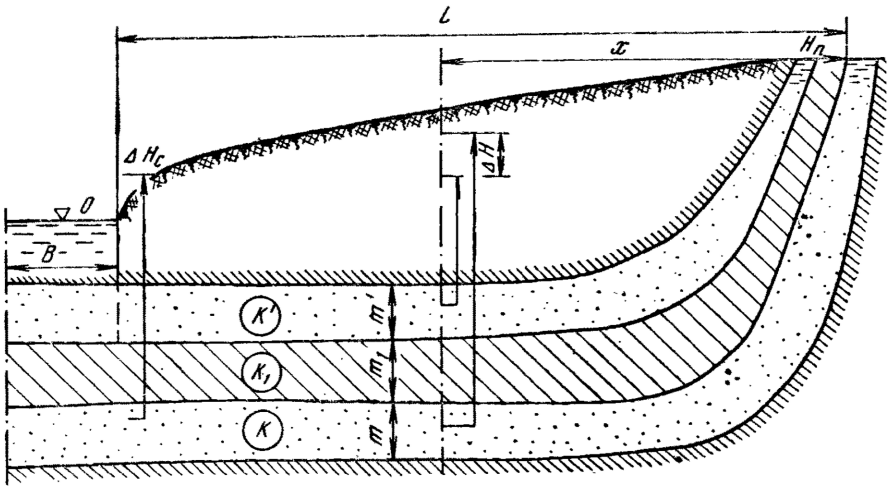


Рис. 64. Схема потока во взаимодействующих пластах с заданными напорами в области питания

Эта система должна быть решена при условиях:

на верховой границе: $H=H'=H_п$ при $x=0$, (а)

(VII, 2)

на низовой границе: $H'=0$ и $H=\Delta H_c$ при $x=L$, (б)

где ΔH_c — напор в нижнем горизонте в сечении уреза реки.

Введем следующие переменные и обозначения:

$$\Delta H = H - H', \quad \bar{x} = x\sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}. \qquad \text{(VII, 3)}$$

Тогда уравнения (VII,1) можно представить в виде:

$$\frac{d^2H}{d\bar{x}^2} = \Delta H \quad \text{(а)}$$

и (VII, 4)

$$\frac{k'm'}{km}\left(\frac{d^2H}{d\bar{x}^2} - \frac{d^2\Delta H}{d\bar{x}^2}\right) = -\Delta H. \quad \text{(б)}$$

Исключая из системы уравнений (VII,4) функцию H, получим уравнение для разницы напоров в горизонтах:

$$\frac{d^2\Delta H}{d\bar{x}^2} - \alpha^2\Delta H = 0, \quad \alpha^2 = \frac{T}{k'm'}, \qquad \text{(VII, 5)}$$

$$T = km + k'm',$$

которое должно решаться при условиях:

$$\Delta H = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } \Delta H = \Delta H_c \text{ при } x = L. \qquad \text{(VII, 5а)}$$

Решение этой задачи представлено в виде:

$$\Delta H = \Delta H_c \frac{\operatorname{sh}\alpha\bar{x}}{\operatorname{sh}\alpha\bar{L}}, \quad \bar{L} = L\sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}. \qquad \text{(VII, 6)}$$

Для составления решения, определяющего напор в нижнем слое H, подставим выражение (VII,6) для ΔH в уравнение (VII,4а)

$$\frac{d^2H}{d\bar{x}^2} = \Delta H_c \frac{\operatorname{sh}\alpha\bar{x}}{\operatorname{sh}\alpha\bar{L}}. \qquad \text{(VII, 7)}$$

Интегрируя уравнение (VII,7), получим

$$H = \frac{\Delta H_c}{\alpha^2} \cdot \frac{\operatorname{sh}\alpha\bar{x}}{\operatorname{sh}\alpha\bar{L}} + C_1\bar{x} + C_2.$$

Произвольные постоянные C_1 и C_2 определим из условий (VII,2). При $x=0$ находят $C_2=H_п$, а при $x=L$

$$\Delta H_c = \frac{\Delta H_c}{\alpha^2} + C_1\bar{L} + H_п,$$

или

$$C_1 = -\frac{H_п + \Delta H_c\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)}{\bar{L}}.$$

Тогда окончательно

$$H = \left(1 - \frac{x}{L}\right)H_п + \left[\frac{1}{\alpha^2}\frac{\operatorname{sh}\alpha\bar{x}}{\operatorname{sh}\alpha\bar{L}} - \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)\frac{x}{L}\right]\Delta H_c. \qquad \text{(VII, 8)}$$

Для нахождения величины ΔH_c определим теперь погонный расход потока q_L в нижнем горизонте в сечении $x=L$

$$q_L = -km\left.\frac{dH}{dx}\right|_{x=L} =$$

$$= km\left[\frac{H_п}{L} - \Delta H_c\left(\frac{b}{\alpha}\operatorname{cth}\alpha bL - \frac{\frac{1}{\alpha^2}-1}{L}\right)\right], \qquad \text{(VII, 9)}$$

где

$$b = \sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}.$$

Рассматривая наряду с этим поток под рекой, получим

$$q_L = \frac{km\Delta H_c b}{\operatorname{cth} bB}. \qquad \text{(VII, 9а)}$$

Исключим из системы уравнений расход q_L и решим полученное уравнение относительно ΔH_c. Тогда

$$\Delta\bar{H}_c = \frac{\Delta H_c}{H_п} = \frac{1}{bL\operatorname{th} bB + \frac{bL}{\alpha}\operatorname{cth}\alpha bL + 1 - \frac{1}{\alpha^2}}. \qquad \text{(VII, 10)}$$

Приведенные выше решения дают возможность оценить проницаемость раздельных слоев по данным естественного режима фильтрационного потока.

Проведем численный анализ зависимости относительного остаточного напора ΔH_c от соотношения k/k_1 при $m=m'=30$ *м*, $L=30$ *км*, $km=k'm'/\alpha=\sqrt{2}/$ и $B=300$ *м*. Данные расчетов величины $\Delta\bar{H}_c$ для этого случая следующие:

k/k_1	10^3	10^4	10^5	10^6
$\Delta\bar{H}_c$	0,03	0,12	0,36	0,77

Анализ полученных результатов показывает, что при такого рода размерах потока заметная разница напоров между соседними горизонтами в средней зоне области фильтрации возникает лишь при соотношениях коэффициентов фильтрации водоносных и раздельных слоев порядка $\frac{k}{k_1} > 10^3 \div 10^4$ и существенно проявляется при $\frac{k}{k_1} > 10^4 \div 10^5$.

Для анализа данных режимных наблюдений можно сопоставлять разницу напоров в средней части пласта ΔH и под рекой ΔH_c и по уравнению их связи найти соответствующее значение k/k_1.

Для упрощения таких расчетов можно воспользоваться зависимостью $\Delta H/\Delta H_c \bar{x}$ от $\bar{L}/\bar{x}$ ($\bar{x}=x/L$), характеризующейся следующими данными:

$\frac{\Delta H}{\bar{x}\Delta H_c}$	1	0,9	0,8	0,7	0,5	0,3	0,2	0,1	0
$\bar{L}/\bar{x}$	0	2	3	4	6	9	11	14	∞

Определив по известным величинам $\Delta H/\Delta H_c$ и $\bar{x}$ величину $\bar{L}$, найдем далее

$$\frac{k}{k_1}=\frac{(\alpha L)^2}{mm_1\bar{L}^2},$$

Можно также оценивать соотношение проницаемостей водоносного и раздельного слоев по величинам $\Delta H_c/H_п$ и $\Delta H/H_п$, используя уравнения (VII,8) и (VII,10).

Полученное решение можно также использовать для определения сопротивления на несовершенство дрены, закладываемой в верхнем горизонте. Пренебрегая шириной дрены (при $B=0$), из (VII,10) имеем

$$\Delta H_c=\frac{H_п}{\frac{bL}{\alpha}\operatorname{cth}\alpha bL-\frac{1}{\alpha^2}+1}. \qquad \text{(VII, 10а)}$$

Расход в верхнем горизонте q'_L при $x=L$ найдем из условия:

$$q'_L=-k'm'\left.\frac{dH'}{dx}\right|_{x=L}=-k'm'\left(\frac{dH}{dx}-\frac{d\Delta H}{dx}\right)_{x=L}=$$

$$=k'm'\left.\frac{d\Delta H}{dx}\right|_{x=L}=\Delta H_c k'm'\alpha b\operatorname{cth}\alpha bL=$$

$$=\frac{H_п k'm'\alpha b\operatorname{cth}\alpha bL}{\frac{bL}{\alpha}\operatorname{cth}\alpha bL-\frac{1}{\alpha^2}+1}=\frac{H_п}{\frac{L}{T}+\frac{1}{bT}\left(\alpha-\frac{1}{\alpha}\right)\operatorname{th}\alpha bL}. \qquad \text{(VII, 11)}$$

Запишем далее выражение для q'_L, вводя дополнительное сопротивление несовершенной дрены $\bar{\Phi}_{н.д}$, причем поскольку рассматривается симметричный двухсторонний поток, то

$$q'_L=T\frac{H_п}{L+2\bar{\Phi}_{н.д}} \qquad \text{(VII, 11а)}$$

Сопоставляя (VII, 11) и (VII, 11а), найдем

$$\bar{\Phi}_{н.д}=\frac{1}{2b}\left(\alpha-\frac{1}{\alpha}\right)\operatorname{th}\alpha bL, \qquad \text{(VII, 12)}$$

а при $\alpha bL > 1{,}5$ с точностью до 10% можно считать $th\alpha bL = 1$ и

$$\bar{\Phi}_{н.д} = \frac{1}{2b}\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) = \frac{km}{2k'm'}\sqrt{\frac{m_1 k m k' m'}{k_1 T}}. \qquad \text{(VII, 12а)}$$

Интересно, что такое же выражение для $\bar{\Phi}_{н.д}$ получается, если рассмотреть схему одностороннего притока. Таким образом устанавливается, что применимость упрощенной системы сопротивлений для учета несовершенства дрены (канала) определяется только шириной дрены (канала) и не зависит от строения водоносного пласта.

б. Инфильтрационный поток в междуречном массиве

Рассмотрим теперь другую типовую схему формирования потока подземных вод в двух взаимодействующих горизонтах — симметричного инфильтрационного потока в междуречном (междудренном) массиве (рис. 65).

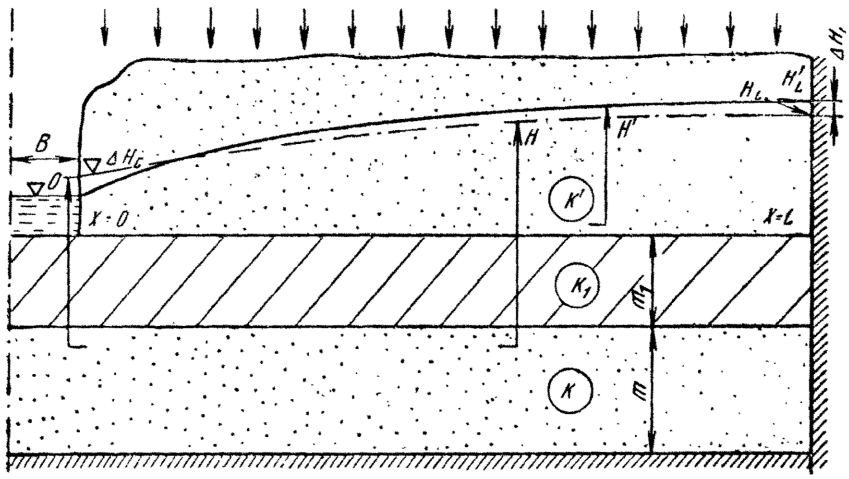


Рис. 65. Схема инфильтрационного потока во взаимодействующих горизонтах

Для условий установившейся фильтрации при интенсивности инфильтрации w напоры H' и H в верхнем и нижнем горизонтах. проводимости которых $k'm'$ и km принимаются постоянными, будут описываться уравнениями:

$$\frac{d^2H'}{dx^2} + (b')^2(H - H') + \bar{w} = 0, \quad \text{(а)}$$

$$\frac{d^2H}{dx^2} + b^2(H' - H) = 0, \quad \text{(б)} \qquad \text{(VII, 13)}$$

где

$$b' = \sqrt{\frac{k_1}{k'm'm_1}}, \quad b = \sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}}, \quad \overline{w} = \frac{w}{k'm'}. \qquad \text{(в)}$$

Эти уравнения для поставленной задачи должны решаться при граничных условиях:

$$H' = 0 \text{ при } x = 0, \quad \frac{dH'}{dx} = 0 \text{ при } x = L; \qquad \text{(VII, 14)}$$

$$H = \Delta H_c \text{ и } \frac{dH}{dx} = \frac{\Delta H_c}{\Delta L} \text{ при } x = 0, \frac{dH}{dx} = 0 \text{ при } x = L;$$

причем величина ΔL, характеризующая сопротивление ложа реки для нижнего слоя, может быть определена согласно (I,37а) по формуле

$$\Delta L = \frac{1}{b'} \operatorname{cth}(b'B). \qquad \text{(VII, 15)}$$

Введя функцию $\Delta H = H^1 - H_1$, преобразуем систему уравнений (VII, 13):

$$\begin{aligned} &\frac{d^2H'}{dx^2} - (b')^2 \Delta H + \overline{w} = 0, \quad \text{(а)} \\ &\frac{d^2H'}{dx^2} - \frac{d^2(\Delta H)}{dx^2} + b^2 \Delta H = 0 \quad \text{(б)} \end{aligned} \qquad \text{(VII, 16)}$$

Вычитая уравнение (VII, 16б) из уравнения (VII, 16а), получим уравнение для разницы напоров ΔH в верхнем и нижнем слоях

$$\frac{d^2\Delta H}{dx^2} - b_0^2 \Delta H + \overline{w} = 0, \qquad \text{(VII, 17)}$$

где

$$b_0 = \sqrt{b^2 + (b')^2}.$$

Это уравнение должно решаться при условиях

$$\Delta H = -\Delta H_c \text{ при } x = 0 \text{ и } \frac{d\Delta H}{dx} = 0 \text{ при } x = L.$$

Вводя вместо ΔH функцию $U = \Delta H - \frac{\overline{w}}{b_0^2}$,

приведем уравнение (VII, 17) к виду:

$$\frac{d^2U}{dx^2} - b_0^2 U = 0, \qquad \text{(VII, 18)}$$

общее решение которого хорошо известно

$$U = C_1 \operatorname{sh} b_0 x + C_2 \operatorname{ch} b_0 x. \qquad \text{(VII, 19)}$$

Произвольные постоянные C_1 и C_2 определим из условий

$$U = -\Delta H_c - \frac{\bar{w}}{b_0^2} \text{ при } x = 0 \text{ и}$$

$$\frac{dU}{dx} = 0 \text{ при } x = L. \qquad \text{(VII, 19а)}$$

Из условия при $x=0$ следует, что

$$C_2 = -\left(\Delta H + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right),$$

а из условия при $x=L$ можно получить:

$$C_1 = -C_2 \operatorname{th} \bar{L} = \left(\Delta H_c + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right) \operatorname{th} \bar{L}, \quad \bar{L} = b_0 L.$$

Возвращаясь к переменной ΔH, получим:

$$\Delta H = \left(\Delta H_c + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right)(\operatorname{th} \bar{L} \cdot \operatorname{sh} \bar{x} - \operatorname{ch} \bar{x}) + \frac{\bar{w}}{b_0^2}, \quad \bar{x} = b_0 x. \qquad \text{(VII, 20)}$$

Из уравнений (VII, 13) можно найти напоры H' и H в верхнем и нижнем слоях. Из (VII, 13а) следует

$$H' = \iint [-\bar{w} + (b')^2 \Delta H]\, dx\, dx + c_1 x + c_2 =$$

$$= -\bar{w}\frac{x^2}{2} - \left(\frac{b'}{b_0}\right)^2 \left(\Delta H_c + \frac{\bar{w}}{b^2}\right)(\operatorname{ch} \bar{x} - \operatorname{th} \bar{L} \cdot \operatorname{sh} \bar{x}) + \left(\frac{b'}{b_0}\right)^2 \bar{w}\frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 =$$

$$= -\theta\bar{w}\frac{x^2}{2} + (1-\theta)\left(\Delta H - \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right) + c_1 x + c_2; \quad \theta = \left(\frac{b}{b_0}\right)^2 = \frac{1}{\alpha^2}. \qquad \text{(VII, 21)}$$

Аналогично из (VII, 13б) находим

$$H = -b^2 \iint \Delta H\, dx\, dx + c_1' x + c_2' =$$

$$= \theta\left(-\Delta H + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right) - \theta\bar{w}\frac{x^2}{2} + c_1' x + c_2''. \qquad \text{(VII. 22)}$$

Определим теперь произвольные постоянные. Из условия $H' = 0$ и $H = \Delta H_c$ при $x=0$ имеем

$$c_2 = (1-\theta)\left(\Delta H_c + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right), \quad c_2' = \Delta H_c (1-\theta) - \theta\frac{\bar{w}}{b_0^2},$$

а из условия $\dfrac{dH}{dx} = \dfrac{dH'}{dx} = 0$ при $x = L$

$$c_1 = c_1' = \theta\bar{w}L.$$

Таким образом, уравнения для напоров в верхнем и нижнем горизонтах будут:

$$H' = (1 - \theta)(\Delta H_c - \Delta H) + \theta\bar{w}x\,(L - 0{,}5x), \qquad \text{(VII, 23)}$$

$$H = \Delta H_c - \theta(\Delta H_c + \Delta H) + \theta\bar{w}x\,(L - 0{,}5x). \qquad \text{(VII, 24)}$$

Для определения величины ΔH_c воспользуемся граничным условием (VII, 14) для H при $x=0$. Из (VII, 20) следует, что

$$\frac{d\Delta H}{dx} = b_0\left(\Delta H_c + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right)(\operatorname{th}\bar{L}\operatorname{ch}\bar{x} - \operatorname{sh}\bar{x}). \qquad \text{(VII, 25)}$$

Тогда при $x = 0$

$$\left.\frac{dH}{dx}\right|_{x=0} = -\theta b_0\left(\Delta H_c + \frac{\bar{w}}{b_0^2}\right)\operatorname{th}\bar{L} + \theta\bar{w}L = \frac{\Delta H_c}{\Delta L}$$

и

$$\Delta H_c = \frac{\bar{w}}{b_0}\cdot\frac{\bar{L} - \operatorname{th}\bar{L}}{\dfrac{1}{\theta\Delta L} + b_0\operatorname{th}\bar{L}}, \qquad \text{(VII, 26)}$$

причем величина ΔL может определяться по формуле (VII, 15).

При этом, если обозначить $b\ B=\bar{B}$, то выражение для ΔH_c можно представить в виде:

$$\Delta H_c = \frac{\bar{w}}{b_0^2}\Delta\bar{H}_c,\ \Delta\bar{H}_c = \frac{\bar{L} - \operatorname{th}\bar{L}}{\alpha\operatorname{th}\left(\dfrac{1}{\alpha}\bar{B}\right) + \operatorname{th}\bar{L}} \qquad \text{(VII. 27)}$$

Из (VII. 20) находим $\Delta H = \Delta H_L$ при $x = L$, на водоразделе

$$\Delta H_L = -\frac{\bar{w}}{b_0^2}\Delta\bar{H}_L,\ \Delta\bar{H}_L = -\frac{1 + \Delta\bar{H}_c}{\operatorname{ch}\bar{L}} + 1. \qquad \text{(VII, 28)}$$

Из (VII, 23) и (VII, 24) получим:

$$H_L = \frac{\bar{w}\bar{H}_L}{b_0^2}, \qquad \text{(VII, 29)}$$

$$\bar{H}_L = \frac{1}{2}\theta\cdot b_0^2L^2 + (1 - \theta)(1 + \Delta\bar{H}_c)\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\bar{L}}\right),$$

$$H'_L = \frac{\bar{w}}{b_0^2}\bar{H}'_L \qquad \text{(VII, 30)}$$

Составим так же выражения для соотношений напоров и разниц напоров в различных сечениях:

$$\overline{H}'_L = \Delta\overline{H}_c - \theta(1+\Delta\overline{H}_c)\left(1-\frac{1}{\operatorname{ch}\overline{L}}\right)+\frac{1}{2}\theta\overline{L}^2,$$

$$\delta^c_L = -\frac{\Delta H_L}{\Delta H_c} = \frac{\Delta\overline{H}_L}{\Delta\overline{H}_c} = \frac{1}{\Delta\overline{H}_c} - \frac{1+\Delta\overline{H}_c}{\Delta\overline{H}_c \operatorname{ch}\overline{L}}, \qquad \text{(VII, 31)}$$

$$\delta_L = \frac{H_L}{\Delta H_L} = \frac{\theta\overline{L}^2}{2\Delta\overline{H}_L} + (1-\theta)\left(\frac{1}{\overline{H}_L}+\frac{1}{\delta^c_L}\right)\left(1-\frac{1}{\operatorname{ch}\overline{L}}\right), \qquad \text{(VII, 32)}$$

Уравнениями (VII, 27 — VII, 32) и вспомогательными графиками (рис. 66), построенными при $B=0$, можно пользоваться для расчетов дренажа в трехслойных системах, а также для решения обратных задач.

В частности, при известных по данным наблюдений значениях напоров H_L, H'_L и ΔH_c для оценки проницаемости раздельного слоя можно найти величину δ^c_L, а по графику рис. 66 определить значение $\overline{L}$; полученное значение $\overline{L}$ целесообразно уточнить, пользуясь зависимостью (VII, 32) для δ_L, поскольку величина δ_L более четко зависит от проницаемости раздельного слоя. Далее можно найти параметр перетекания $b_0=\overline{L}/L$ и величину коэффициента фильтрации раздельного слоя по формуле

$$k_1 = m_1 b_0 \frac{kk'mm'}{km+k'm'},$$

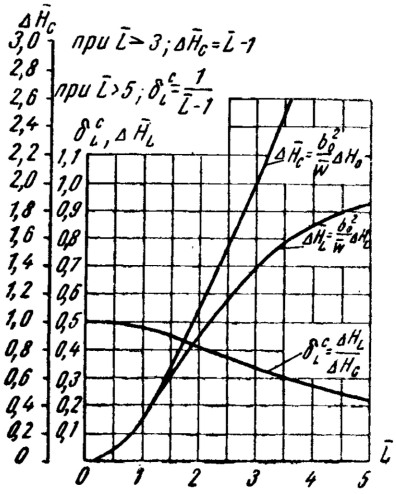


Рис. 66. Графики зависимостей $\Delta\overline{H}_c$, $\Delta\overline{H}_L$, δ^c_L от $\overline{L}=b_0L$

а по уравнению (VII, 28) определить значение интенсивности инфильтрации w, находя ΔH_L по графику рис. 66.

в. О применении моделирования фильтрации во взаимодействующих пластах для оценки проницаемости раздельных слоев

В сложных условиях для оценки проницаемости раздельных слоев следует воспользоваться решением обратных задач методами моделирования, причем с этой целью лучше всего применять сеточный электроинтегратор, поскольку он позволяет легко переходить от одного варианта к другому.

Принцип решения обратной задачи на интеграторе в условиях установившейся фильтрации заключается в том, что составляют

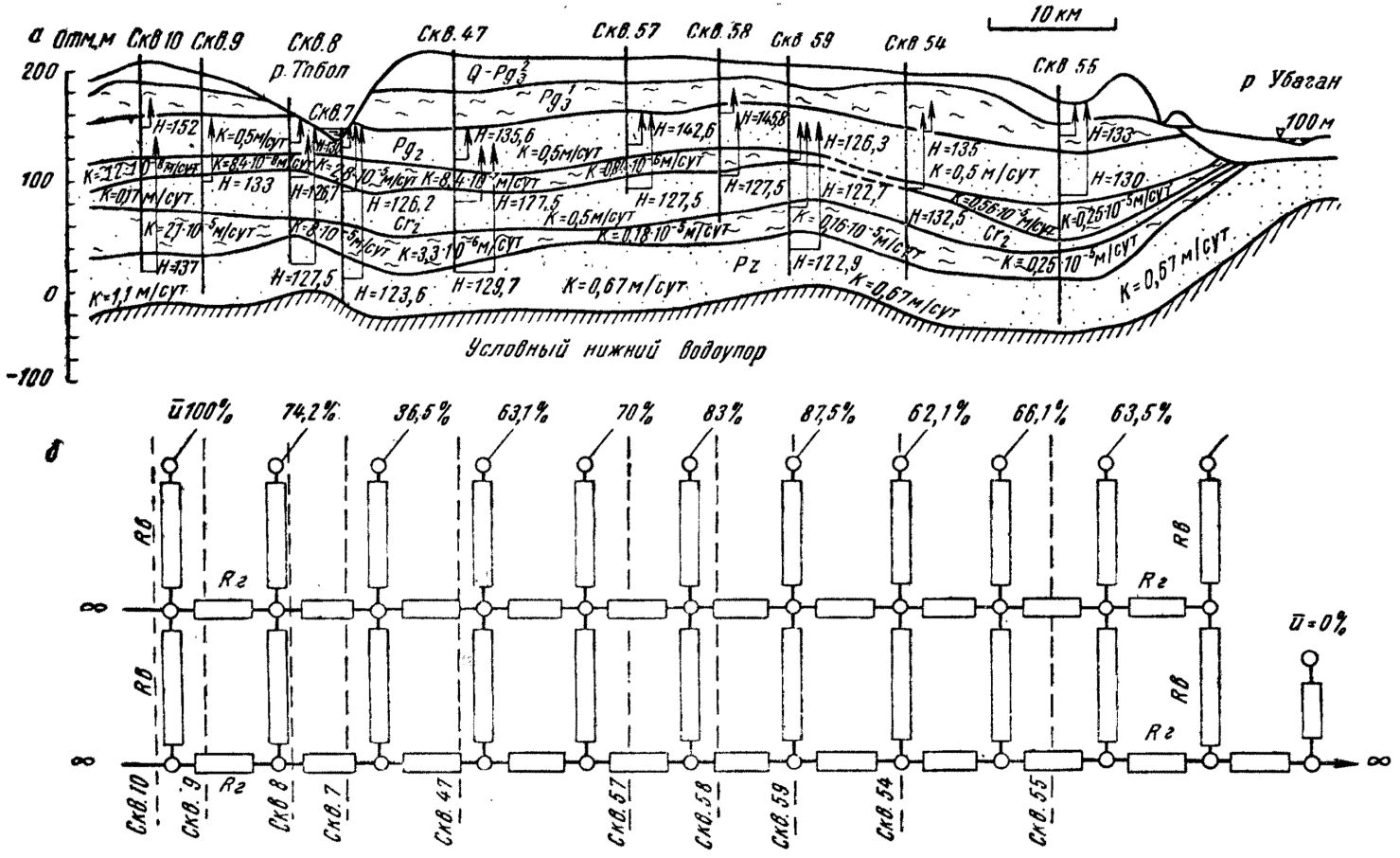


Рис. 67. К решению обратной задачи по междуречью Тобол-Убаган:
а — гидрогеологический профиль, *б* — схема электрической модели (сетки сопротивлений)

сеточную модель фильтрационного потока, а величины сопротивлений на модели подбирают таким образом, чтобы при заданных условиях питания и стока расчетные значения напоров согласовывались бы с наблюдаемыми в действительности.

Поясним технику такого расчета на примере изучения комплекса водоносных горизонтов в междуречье Тобол—Убаган (рис. 67). Этот комплекс состоит из горизонта грунтовых вод в палеогеновых и четвертичных отложениях, двух напорных горизонтов в отложениях палеогена и мела; третий напорный горизонт приурочен к древней коре выветривания палеозойского кристаллического фундамента [1].

Поток подземных вод в этом районе имеет типично водораздельный характер, слабо деформируясь в плане, так что его можно считать плоским в разрезе.

Замеренные значения напоров в отдельных точках водоносных горизонтов приведены на рис. 67,*а*. Качественный анализ указывает на аномальность данных замеров напоров в третьем (палеозойском) напорном горизонте по скв. 55, поскольку напор в этой скважине ниже, чем уровень воды в р. Убаган, которая является ближайшей областью стока и по скв. 7, поскольку в ней напор ниже, чем в покрывающем горизонте мела. Эти аномалии могут быть объяснены только наличием локального дренирования потока палеозойским фундаментом, однако геологические и геоморфологические условия района не дают достаточного материала, подтверждающего возможность такого дренирования, поэтому данные этих скважин в расчетах не учитывались. В силу незначительности материала пришлось также исключить из рассмотрения данные по напорам в верхнем грунтовом потоке.

При составлении сеточной модели была использована схема Гиринского—Мятиева, согласно которой в водоносных горизонтах поток принимают горизонтальным, а в раздельных слоях — вертикальным. При разбивке потока на блоки их расстановка определялась из условия наилучшего соответствия центров блоков наблюдательными скважинами, а длина блоков подбиралась таким образом, чтобы сопротивления на модели не слишком резко (не более, чем на один порядок) отличались друг от друга. Обычно наиболее удобной является относительно равномерная разбивка блоков (рис. 67,*б*).

Сопротивления в хорошо проницаемых слоях будем называть горизонтальными; в слабопроницаемых раздельных слоях — вертикальными. Расчет фильтрационных сопротивлений Φ для плоского в разрезе потока, толщину которого принимают равной 1 *м*, производится по общей формуле:

$$\Phi = \frac{l}{kB},$$

[1] Гидрогеологические условия района приняты в основном по данным работы [5].

Таблица 10

Сопоставление расчетных и естественных напоров

Напоры в скважинах	Нижний горизонт (палеозой)				Средний горизонт (мел)						
№ скважин	8	10	47	59	7	9	47	57	58	54
Естественные напоры, *м*	127,5	137	129,1	122,9	126,2	133	127,5	127,5	127,5	132,5
Расчетные напоры, *м* (I вариант)	130	135,6	131,2	136,4	123,9	136,4	131,6	134,8	136,9	134
Расчетные напоры, *м* (последний вариант)	129,7	136,2	127,5	123,5	126,5	132,9	127,1	128	128	131,6

где B — ширина блока; l — расстояние между центрами блоков; k — коэффициент фильтрации блока (средний между центрами блоков).

При определении горизонтальных сопротивлений $l=\Delta x'$ и $B=m$, где $\Delta x'$—расстояние между центрами блоков, а m — мощность водоносного горизонта, так что

$$\Phi_{\text{г}} = \frac{\Delta x'}{km}.$$

При определении вертикальных сопротивлений $l=m'$ (m'—мощность раздельного слоя) и $B=\Delta x$, где Δx — длина блока; тогда

$$\Phi_{\text{в}} = \frac{m'}{k'\Delta x},$$

где k' — коэффициент фильтрации раздельного слоя.

Пересчет фильтрационных сопротивлений Φ в электрические R производится по формуле

$$R = \alpha_R \Phi,$$

где α_R — масштаб сопротивлений.

Таким образом на сеточной модели были воспроизведены средний меловой и нижний палеозойский горизонт с соответствующими раздельными слоями, а верхний (палеогеновый) горизонт рассматривался как граница потока (область питания).

Значения относительных потенциалов $\bar{U}$, задаваемых на этой границе, определялись по общей формуле

$$\bar{U} = \frac{H - H_{\text{мин}}}{H_{\text{макс}} - H_{\text{мин}}},$$

где $H_{\text{макс}}$ — максимальный напор в потоке, принятый равным 152 *м* — по уровню в верхнем горизонте, замеренном в скв. 10; $H_{\text{мин}}$ — минимальный напор, принятый равным напору в р. Убаган — 100 *м*; H — напор в узловой точке.

Исходные параметры для расчета сопротивлений задачи (I вариант) при-

нимались на основании данных опытно-фильтрационных работ и литературных материалов. Однако коэффициент фильтрации раздельных слоев был сразу же уменьшен на два порядка — до 10^{-5} *м/сут*, поскольку ориентировочные расчеты показали явную нереальность рекомендованной предварительно гидрогеологами величины $k'=10^{-3}$ *м/сут*.

Решение I варианта задачи показало, что расчетные значения напоров по верхнему и нижнему водоносным горизонтам, как правило, оказались выше естественных напоров, поэтому в следующем варианте коэффициенты фильтрации раздельных слоев были понижены еще на один порядок — примерно до 10^{-6} *м/сут*. В дальнейшем модель уточнялась до наилучшего приближения распределения потенциалов на модели к естественному их распределению в соответствующих точках путем изменения электрических сопротивлений внутри области. Данные первого и последнего расчетных вариантов приведены в табл. 10, а на рис. 67,*а* приведены полученные таким образом значения коэффициентов фильтрации раздельных слоев. Заметим, что решение обратной задачи дает возможность получить только относительные значения проницаемости в различных областях потока; при расчете абсолютных значений коэффициентов фильтрации было использовано наиболее достоверное значение коэффициента фильтрации нижнего горизонта — 0,25 *м/сут*.

§ 2. ВОДОПОНИЖЕНИЕ В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

Расчеты водопонижения в двухслойной среде, когда откачка воды осуществляется из основного водоносного горизонта, могут проводиться в тех же предпосылках, которые принимались и для расчетов подпора грунтовых вод в аналогичных условиях (§ 4, гл. II). При этом связь между напором в нижнем слое H и уровнем воды в верхнем слое h описывается уравнением (II,29); уравнение неразрывности в нижнем слое для линейного в плане потока имеет вид (II,28), а для радиального в плане потока уравнение неразрывности потока в нижнем слое принимает вид:

$$km\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right)=k_{в}\frac{H-h}{h}. \qquad \text{(VII, 33)}$$

Для упрощения поставленной задачи линеаризируем полученную систему уравнений так же, как это сделано применительно к расчетам подпора грунтовых вод.

Рассмотрим в такой постановке решение задачи о водопонижении в неограниченном пласте с помощью бесконечно длинного ряда скважин, работающих с постоянным дебитом $Q_{с}$. Используя метод сопротивлений, заменим ряд скважин сплошной траншеей с погонным двухсторонним притоком $q=Q_{с}/\sigma$. В этом случае задача сво-

дится к решению линеаризированного уравнения (II, 32) при $w=0$ и граничном условии:

$$km\frac{\partial H}{\partial x}_{|x=0} = 0{,}5q.$$

Дифференцированием уравнений (II,28) и (II,29) можно показать, что в линеаризированной постановке они приводятся к виду:

$$km\frac{\partial^2 q_н}{\partial x^2} = \frac{k_в}{h_{ср}}(q_н - q_в) \qquad \text{(VII, 35)}$$

и

$$km\frac{\partial^2 q_в}{\partial t} = \frac{k_в}{h_{ср}}\cdot(q_н - q_в), \qquad \text{(VII, 36)}$$

где

$$q_н = km\frac{\partial H}{\partial x},\quad q_в = km\frac{\partial h}{\partial x}, \qquad \text{(VII, 37)}$$

а вместо уравнения (VII, 32) будем иметь:

$$a\left[\frac{\partial^2 q_в}{\partial x^2} + \frac{1}{\alpha_в}\cdot\frac{\partial^3 q_в}{\partial x^2\,\partial t}\right] = \frac{\partial q_в}{\partial t}, \qquad \text{(VII, 38)}$$

которое должно решаться при условиях

$$q_н = q_в = 0 \text{ при } t = 0;\ q_н = 0{,}5q \text{ при } x = 0. \qquad \text{(VII, 39)}$$

Такая постановка соответствует задаче подпора в полуограниченном пласте при мгновенном изменении напора в нижнем слое, разобранном в § 4, гл. II, поэтому можно представить решение уравнения (VII,38) при условиях (VII,39) в виде

$$q_в = 0{,}5qF(\lambda, \theta). \qquad \text{(VII, 40)}$$

Используя далее (VII,37), найдем уравнение для определения понижения уровня S:

$$S = \frac{q}{2km}\int_x^\infty F(\lambda, \theta)\,dx, \qquad \text{(VII, 41)}$$

или

$$S = \frac{q}{km}\sqrt{at}\cdot P(\lambda, \theta), \qquad \text{(VII, 42)}$$

где

$$P(\lambda, \theta) = \int_\lambda^\infty F(\lambda, \theta)\,d\lambda,\quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}, \qquad \text{(VII, 42a)}$$

$$\theta = \frac{k_в t}{\mu h_{ср}}.$$

Полученные согласно (VII,42а) значения $P(\lambda, \theta)$ представлены на графике рис. 68.

Рассмотрим теперь решение для понижения уровня в верхнем слое при откачке из одиночной скважины с постоянным дебитом Q_c. В этом случае уравнение, описывающее изменение уров-

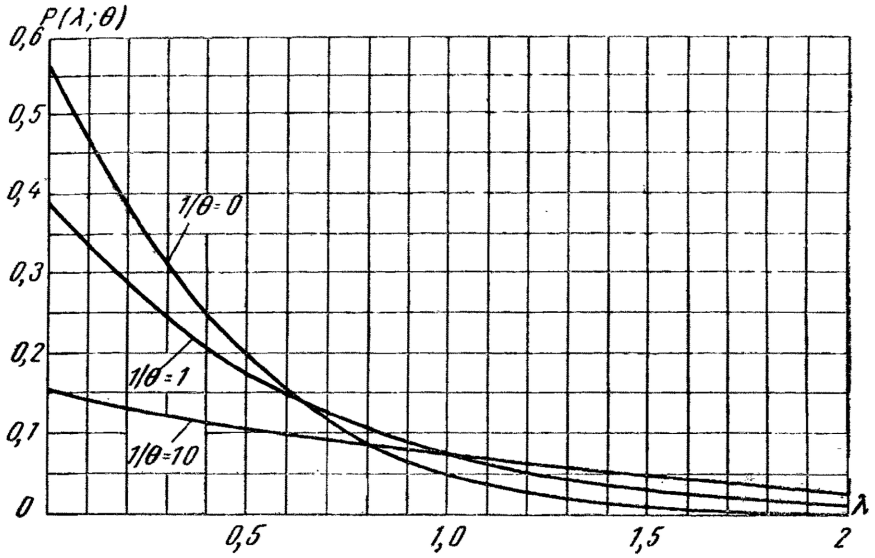


Рис. 68. График функции P (λ, θ)

ней в верхнем слое, получится совместным решением уравнений (VII, 33) и (II, 29) в следующем виде (при $w=0$):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)+\frac{1}{\alpha_в r}\cdot\frac{\partial^2}{\partial r\,\partial t}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad \text{(VII, 43)}$$

при граничных условиях

$$H=h=h_0 \text{ при } t=0 \text{ и } 2\pi r_c km\frac{\partial H}{\partial r}_{|r=r_c}=Q_c. \qquad \text{(VII, 44)}$$

Решение аналогичной математической задачи при $r_c\to 0$ рассмотрено в работе [1]. Согласно этому решению понижение уровня S в верхнем слое будет

$$S=\frac{Q}{2\pi km}F_r(\xi, \theta), \qquad \text{(VII, 45}$$

$$\xi=\frac{r}{\sqrt{at}}, \quad \theta=\frac{k_в t}{\mu h_{ср}},$$

где

$$F_r = \int_0^\infty \frac{J_0(\nu\xi)}{\nu}\left[1 - \exp\left(-\frac{\nu^2}{1+\frac{\nu^2}{\theta}}\right)\right]d\nu. \qquad \text{(VII, 45а)}$$

Таблица функции $F_r(\xi, \theta)$ приведена в прилож. 7. Для расчетов целесообразно по данным этой таблицы построить график зависимости F_r от $\lg \xi$ при различных значениях θ.

При малых значениях θ можно воспользоваться хорошей сходимостью разложения экспоненциальной функции в степенной ряд во всем интервале интегрирования. Ограничиваясь тремя членами ряда, обеспечивая таким образом точность 5% при $\theta \leqslant 0{,}5$ и 1% — при $\theta \leqslant 0{,}25$, Набиль Рафаил получил следующее приближенное выражение для F_r:

$$F_r = \left(\theta - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^3}{6}\right)K_0(\varepsilon) + \frac{\varepsilon\theta^2}{4}K_1(\varepsilon),$$

$$\varepsilon = \xi\sqrt{\theta} = \frac{r}{m}\sqrt{\frac{k_в}{k}}, \qquad \text{(VII, 45б)}$$

где K_0 и K_1 — функции Бесселя второго рода от мнимого аргумента. Понижение уровня в нижнем слое $S_н$ найдем из общей зависимости (II,33б), которую можно представить в виде:

$$S_н = S + \frac{1}{\alpha_в}\cdot\frac{\partial S}{\partial t}, \quad \alpha_в = \frac{k_в}{\mu h_{ср}}.$$

Отсюда

$$S_н = \frac{Q}{2\pi km}F_{rн}(\xi, \theta), \qquad \text{(VII, 46)}$$

где

$$F_{rн} = F_r + \frac{1}{\alpha_в}\cdot\frac{\partial F_r}{\partial t} = \int_0^\infty \frac{J_0(\nu, \xi)}{\nu}\left[1 - \frac{1}{1+\frac{\nu^2}{\theta}}\exp\left(-\frac{\nu^2}{1+\frac{\nu^2}{\theta}}\right)\right]d\nu. \qquad \text{(VII, 46а)}$$

При малых значениях θ для F_r можно воспользоваться выражением (VII,45б). Тогда

$$F_{rн} = K_0(\varepsilon) + \frac{\varepsilon\theta}{2}\left(1 + \frac{\theta}{2}\right)K_1(\varepsilon). \qquad \text{(VII, 46б)}$$

Из выражения (VII,46б) следует, что сразу же в начальный момент времени $t=0$ и $\theta=0$ в нижнем слое изменяются уровни на величину

$$S_н^0 = \frac{Q}{2\pi km}K_0(\varepsilon). \qquad \text{(VII, 46в)}$$

Конечно, в реальных условиях такое изменение произойдет не мгновенно, а через некоторое время, определяемое упругим режимом фильтрации в нижнем слое.

Набиль Рафаил под руководством автора провел типовые расчеты фильтрации в двухслойном пласте на гидро- и электроинтеграторах, которые подтвердили вполне удовлетворительную точность формулы (VII, 45).

Решение аналогичной задачи при постоянном понижении уровня в скважине рассмотрено В. А. Васильевым и А. С. Хабировым [4].

Решения для систем скважин или систем рядов скважин могут быть составлены с помощью метода сложения течений.

Применяя метод зеркальных отображений, можно получить аналогичные решения для полуограниченного и полосового пластов как для цепочек, так и для неупорядоченных систем скважин.

Расчетную мощность пласта можно в порядке первого приближения определять по зависимости:

$$h_{ср} = m_в - \frac{Q_c t}{\mu\omega}, \qquad \text{(VII, 47)}$$

где ω — площадь, на которую распространяется влияние откачки; μ — водоотдача верхнего слоя.

Для одиночной скважины в неограниченном пласте можно считать:

$$\omega = 10at$$

и

$$h_{ср} = m_в - 0{,}1\,\frac{Q_c}{km}. \qquad \text{(VII, 47а)}$$

Для ряда скважин $\omega = 2\sigma\sqrt{at}$ [и

$$h_{ср} = m_в - \frac{Q_c}{2\sigma}\sqrt{\frac{t}{\mu km}}. \qquad \text{(VII, 47б)}$$

Для площадного расположения скважин по сетке с расстоянием σ друг от друга $\omega = \sigma^2$.

§ 3. УЧЕТ ПЕРЕТЕКАНИЯ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ГОРИЗОНТАХ ПРИ ВОДОПОНИЖЕНИИ И ДРЕНАЖЕ

Для учета перетекания между взаимодействующими горизонтами ряд интересных решений, которые могут быть использованы для расчетов искусственного понижения уровня грунтовых вод, получен на основе предпосылок Гиринского—Мятиева. Так, для случая бесконечного ряда скважин, из которых ведется откачка с постоянным расходом Q_c, в пласте с проводимостью km и коэффициентом пьезопроводности a, отделенном от подпитывающего горизонта слоем мощностью $m_в$ с коэффициентом фильтрации $k_в$

(рис. 69,*а*), решение получено Ф. М. Бочевером [2], который заменял ряд скважин сплошной траншеей с постоянным двухсторонним погонным притоком $q = Q_c/\sigma$. Задавая

$$S = 0 \text{ при } t = 0 \text{ и } km\frac{\partial S}{\partial x} = 0{,}5\ q \text{ при } x = 0, \quad \text{(VII, 48)}$$

решение поставленной задачи было получено в виде:

$$S = 0{,}5q\sqrt{\frac{m_в}{k_в km}}\,F_п(\lambda, \eta), \quad \text{(VII, 49)}$$

где

$$F_п(\lambda, \eta) = 0{,}5\left[e^{-bx}\operatorname{erfc}(\lambda - \eta) - e^{bx}\operatorname{erfc}(\lambda + \eta)\right], \quad \text{(VII, 49а)}$$

$$\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}},\quad \eta = \sqrt{\frac{k_в t}{m_в \mu_{упр}}},\quad b = \sqrt{\frac{k_в}{km m_в}}. \quad \text{(VII, 49б)}$$

В пределе при $t \to \infty$, $F_п(\lambda, \eta) = e^{-bx}$ и

$$S = 0{,}5q\sqrt{\frac{m_в}{k_в km}}\,e^{-bx}. \quad \text{(VII, 49в)}$$

Понижение уровня в скважинах S_c при этом будет:

$$S_c = \frac{Q_c}{km}\left(\frac{1}{2\sigma b} + f_к\right). \quad \text{(VII, 50)}$$

Для условий водопонижения характерны схемы двух рядов скважин, которые оконтуривают область водопонижения. В этом случае зависимости, связывающие понижения уровня на контуре между линиями скважин $S_к$, на линии скважин $S_л$, в скважинах S_c и расход скважин Q_c в условиях установившейся фильтрации будет иметь вид:

$$S_к = \frac{S_л}{\operatorname{ch} bL} = \frac{S_c}{\operatorname{ch} bL + b\sigma f_к(\operatorname{ch} bL + \operatorname{sh} bL)}, \quad \text{(а)} \quad \text{(VII, 51)}$$

$$S_л = \frac{Q_c}{km\sigma}\cdot\frac{1}{b(1 + \operatorname{th} bL)}. \quad \text{(б)}$$

В условиях неустановившейся фильтрации при постоянном дебите скважин решение для двух рядов скважин можно несложным образом получить, складывая понижения от действия каждого ряда в отдельности, причем эти понижения определяются по формуле (VII,49)

Для фильтрационных расчетов двух рядов скважин при постоянном понижении уровня в скважинах аналитические решения получить трудно и целесообразно воспользоваться методами моделирования.

Если, например, рассмотреть решения задачи о водопонижении в напорном пласте между двумя рядами скважин с постоянным

понижением уровня в скважинах и с учетом перетекания из нижележащего горизонта, напор в котором считается неизменным (рис. 69,*а*), на гидроинтеграторе В. С. Лукьянова, то схема гидро-

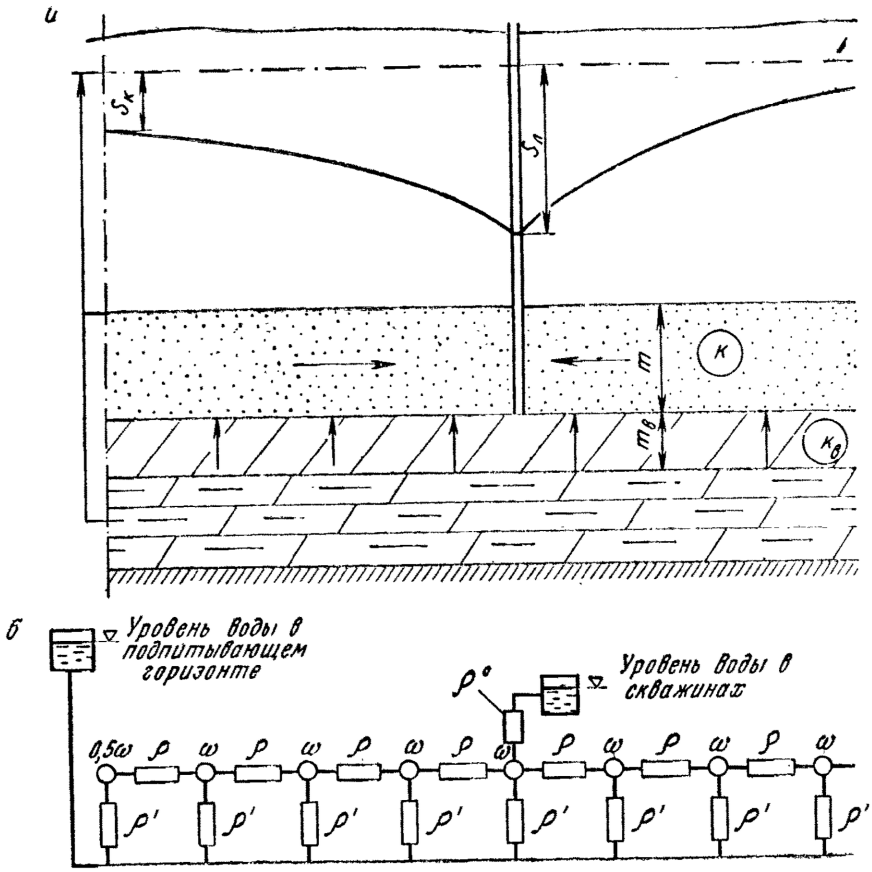


Рис. 69. Моделирование фильтрации при подпитывании из горизонта с постоянным напором:
а — фильтрационная схема, *б* — схема гидромодели

модели будет иметь вид, представленный на рис. 69,*б*. По сравнению с аналогичной схемой без учета перетекания (§ 3, гл. VI) дополнительным в данном случае является наличие сопротивлений ρ', которые пропорциональны сопротивлению Φ' элемента раздельного слоя размером Δx. Поскольку

$$\Phi' = \frac{m_в}{k_в \Delta x},$$

то

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{\Phi'}{\Phi} = \frac{1}{(b\Delta x)^2}, \qquad \text{(VII, 52)}$$

где b — параметр перетекания, определяемый согласно (VII,49б).

Случай откачки из одиночной скважины с постоянным дебитом Q_c при подпитывании по схеме Гиринского—Мятиева в условиях неустановившейся фильтрации в неограниченном пласте подробно рассмотрели Джекоб (Jacob) и Хантуш (Hantush) [21]. Согласно их решению, понижение уровня в любой точке на расстоянии r от скважины определяется по формуле

$$S = \frac{Q_c}{km} f_п(\bar{r}, \alpha_п), \qquad \text{(VII, 53)}$$

где

$$f_п = \frac{1}{4\pi} \int_{\lambda^2}^{\infty} \frac{dy}{y} \exp\left(-y - \frac{\bar{r}^2}{4y}\right), \qquad \text{(VII, 53а)}$$

$$\bar{r} = br, \quad \alpha_п = \frac{1}{4ab^2t}, \quad \lambda = \frac{r}{2\sqrt{at}} = \bar{r}\sqrt{\alpha_п}. \qquad \text{(VII, 53б)}$$

Для интеграла, входящего в решение (VII,53), Хантуш составил довольно подробную таблицу, по данным которой построен график (рис. 70). При $1/\alpha_п = 4ab^2t > 10$ неустановившийся режим фильтрации уже практически перестает сказываться и

$$f_п = f_п^0 = \frac{1}{2\pi} K_0(br), \qquad \text{(VII, 53в)}$$

где K_0 — функция Бесселя второго рода от мнимого аргумента. В этом случае формула (VII,53) совпадает с решением, полученным для этих условий Н. К. Гиринским, А. Н. Мятиевым, Джекобом и Н. А. Огильви.

В дальнейшем Хантуш рассмотрел еще ряд решений для неустановившейся фильтрации во взаимодействующих пластах [22, 24].

В указанных выше решениях не учитывают влияния упругого режима в раздельных малопроницаемых слоях. Для оценки этого фактора рассмотрим задачу о формировании фильтрационного потока во взаимодействующих горизонтах при наличии упругого режима фильтрации как в водоносных горизонтах, так и в раздельных слоях, оставляя в силе предпосылку о вертикальном направлении потока в раздельных слоях.

В такой постановке рассмотрим прежде всего задачу о взаимодействии двух горизонтов, разделенных малопроницаемым слоем при откачке из скважины в одном из слоев (рис. 71,*а*). Поставлен-

ная задача сводится к решению системы трех дифференциальных уравнений:

в нижнем слое:

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right)+\frac{k_1}{km}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}\Big|_{y=0}, \qquad \text{(VII, 54)}$$

в раздельном слое:

$$\frac{1}{a_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}, \qquad \text{(VII, 55)}$$

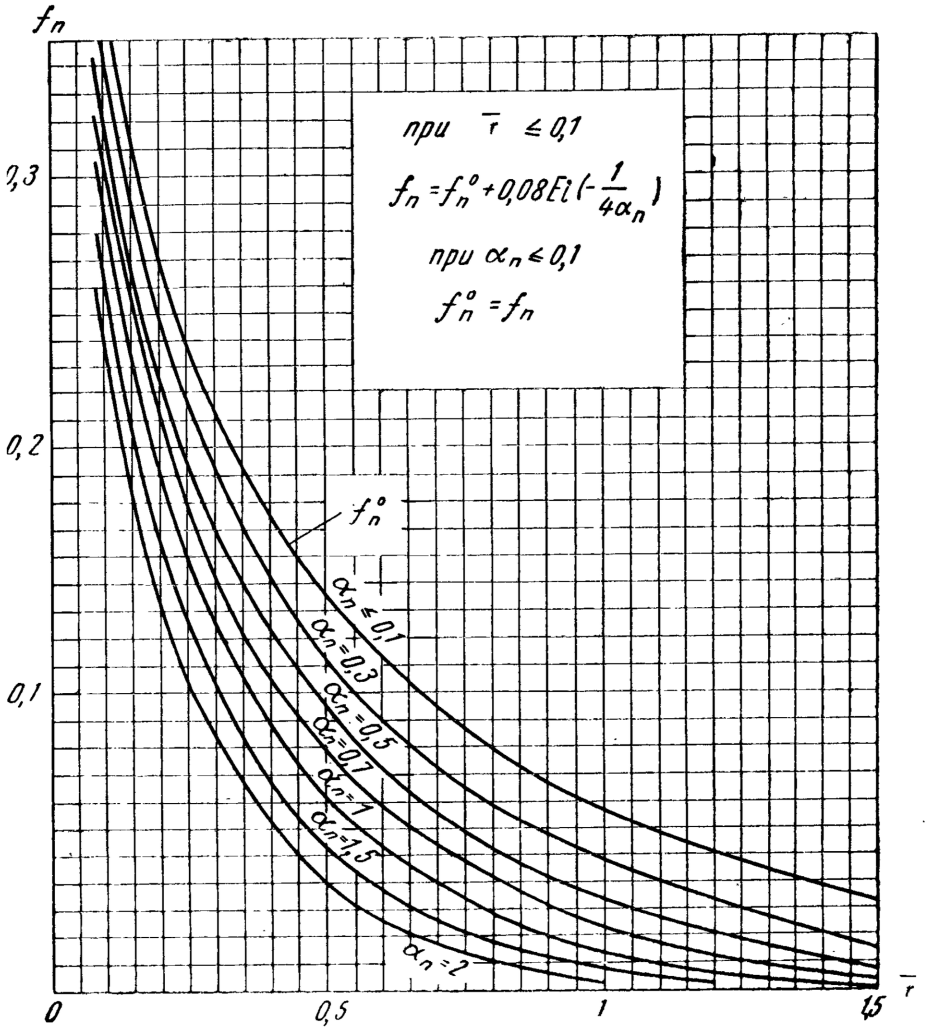
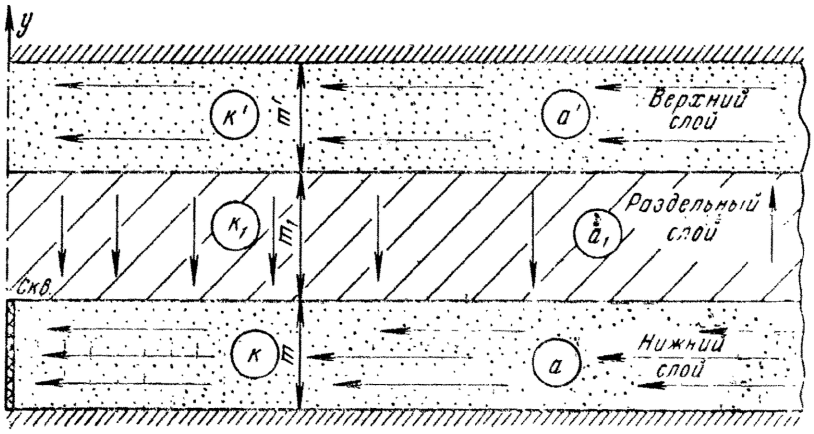
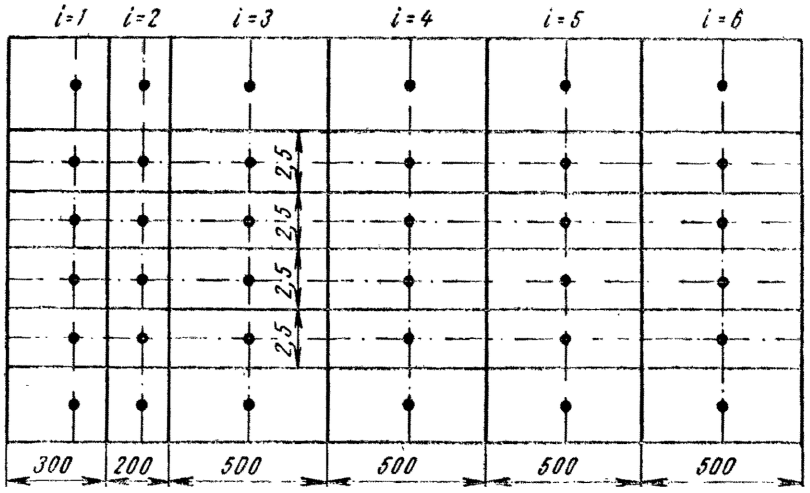


Рис. 70. График функции $f_n(\bar{r}, \alpha_n)$

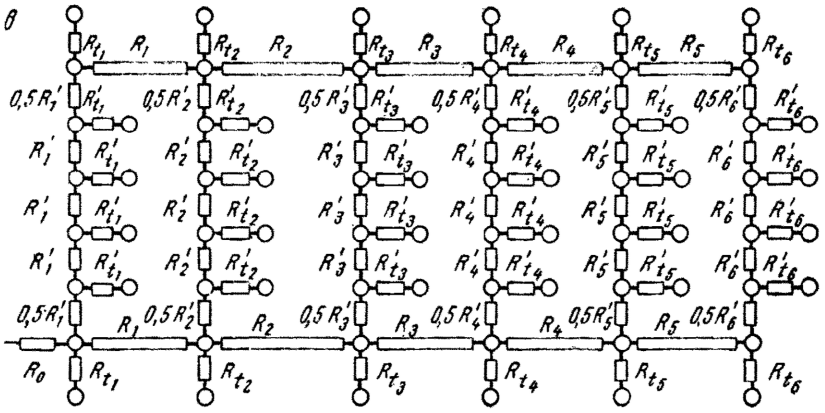
а


y
Верхний слой
Раздельный слой
Нижний слой
Скв.

б


i=1
i=2
i=3
i=4
i=5
i=6
2,5
2,5
2,5
2,5
Скв.
300
200
500
500
500
500

в



в верхнем слое:

$$\frac{1}{a'}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right)-\frac{k_1}{k'm'}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}\Big|_{y=m_1}. \qquad \text{(VII, 56)}$$

Эти уравнения связываются между собой условиями неразрывности напоров на контактах слоев.

Для случая неограниченного по мощности раздельного слоя, когда не учитывается влияние соседнего водоносного горизонта и из этой системы выпадает уравнение (VII,56) (при этом задается условие $H=0$ при $y\to\infty$), аналитическое решение поставленной задачи при откачке (наливе) в скважине с постоянным расходом Q получил Хантуш (Hantush, [23]). Согласно этому решению изменение напора H в нижнем слое

$$H=\frac{Q}{km}f_{\text{уп}},\quad f_{\text{уп}}=\frac{1}{4\pi}\int_{\lambda^2}^{\infty}\frac{e^{-y}}{y}\operatorname{erfc}\left(\frac{\eta\lambda}{\sqrt{y(y-\lambda^2)}}\right)dy, \qquad \text{(VII, 57)}$$

$$\lambda=\frac{r}{2\sqrt{at}},\quad \eta=\frac{rk_1}{4km}\sqrt{\frac{a}{a_1}}. \qquad \text{(VII, 57а)}$$

График функции $f_{\text{уп}}$ приведен на рис. 72.

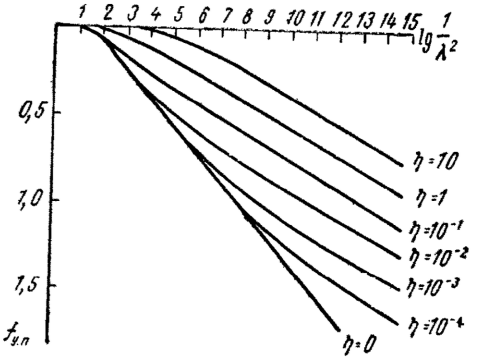


Рис. 72. График функции $f_{\text{у.п}}$

В общем же случае аналитические решения такого рода задач связаны с значительными трудностями, так что целесообразно обратиться к численным методам решения системы уравнений (VII, 54)—(VII, 56).

В работе [16в] составлена соответствующая система конечноразностных уравнений, для решения которой рассмотрены расчеты на сеточном электроинтеграторе по схеме Либмана (ее основы изложены в § 5, гл. I). По этой схеме (рис. 71, *б, в*) в каждый узел добавляется временное сопротивление R_t, величину которого вычисляют по формуле:

Рис. 71. Два горизонта, разделенные малопроницаемым слоем:
а — фильтрационная схема; *б* — разбивка на блоки (границы блоков показаны сплошными линиями, а их центры — точками, находящимися на штрих-пунктирных линиях), *в* — сетка сопротивлений по схеме Либмана

(R_1 =550, R_2 =500, R_3 =390, R_4 =250, R_5 =200;
R'_1=910, R'_2 =500, R'_3 =100, R'_4 = 70, R'_5 = 50;
R_{t1}=140, R_{t2} =400, R_{t3} = 80, R_{t4} = 50, R_{t5} = 40;
R_{t1}=320, R'_{t2}= 70, R'_{t3}= 40, R'_{t4}= 30, R'_{t5}= 20;
сопротивления в омах при $a_R=10^5$ *ом·м²/сут*)

$$R_t = \alpha_R \frac{\Delta t}{\mu_{упр}\omega}, \qquad \text{(VII, 58)}$$

где ω — площадь горизонтального сечения данного блока; α_R — масштаб сопротивлений; $\mu_{упр}$ — коэффициент упругой отдачи в данном блоке, определяемый согласно (I,25), где при задании проводимости ($T=km$) в качестве m принимают высоту блока.

Применительно к поставленной задаче в верхнем и нижнем слоях горизонтальные сопротивления R_i между узлами i и $i+1$ определяют по формуле:

$$R_i = \frac{\alpha_R}{2\pi km} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}, \qquad \text{(VII, 59)}$$

а временные сопротивления в i-том узле будут

$$R_{ti} = \alpha_R \cdot \frac{a\Delta t}{km\omega_i}. \qquad \text{(VII, 59а)}$$

Для верхнего слоя при определении R и R_t по формулам (VII,59) km заменяют на $k'm'$.

В раздельном слое при шаге сетки Δy вертикальные сопротивления определяют по формуле:

$$R'_i = \alpha_R \frac{\Delta y}{k_1\omega_i}, \qquad \text{(VII, 60)}$$

а временные сопротивления будут

$$R'_{ti} = \alpha_R \frac{a\Delta t}{k_1\Delta y\omega_t}. \qquad \text{(VII, 60а)}$$

По описанной выше методике были проведены расчеты для случая $k_1 = 10^{-3}$ *м/сут*, $a_1 = 10$ *м²/сут*, $m_1 = 10$ *м*, $km = k'm' = 20$ *м²/сут*, $a = a' = 10^5$ *м²/сут*, $Q = 1000$ *м³/сут*.

При расчетах методом конечных разностей для первого блока принималось $r_1 = 200$ *м*, а далее выдерживалось $r_{i+1}/r_i = 2$. Расчет производился с интервалом времени $\Delta t = 0{,}2$ *сут* до $t = 3$ *сут*. В среднем слое было задано $\Delta y = 2$ *м*.

Разбивка на блоки и сетка сопротивлений, принятые на сеточном электроинтеграторе при расчетах по сетке Либмана[1], приведены на рис. 71,*б*, *в*.

По результатам этих расчетов построены безразмерные графики зависимости изменения напоров в первом, втором и третьем блоках нижнего и верхнего слоя (рис. 73); на этом же графике построены соответствующие кривые, полученные по формуле (VII, 57). Совпадение кривых оказалось удовлетворительным, причем явно лучшие результаты дают расчеты на электроинтеграторе по сетке Либмана.

Полученные данные показывают, что упругий режим в малопроницаемых (раздельных) слоях может оказывать весьма существенное влияние на характер неустановившегося фильтрационного потока в водоносных горизонтах. Так, в водоносном горизонте, из которого производится откачка, подпитывание из малопрони-

[1] Составление сетки и выполнение расчетов проведено И. С. Пашковским и Ю. О. Зеегофером.

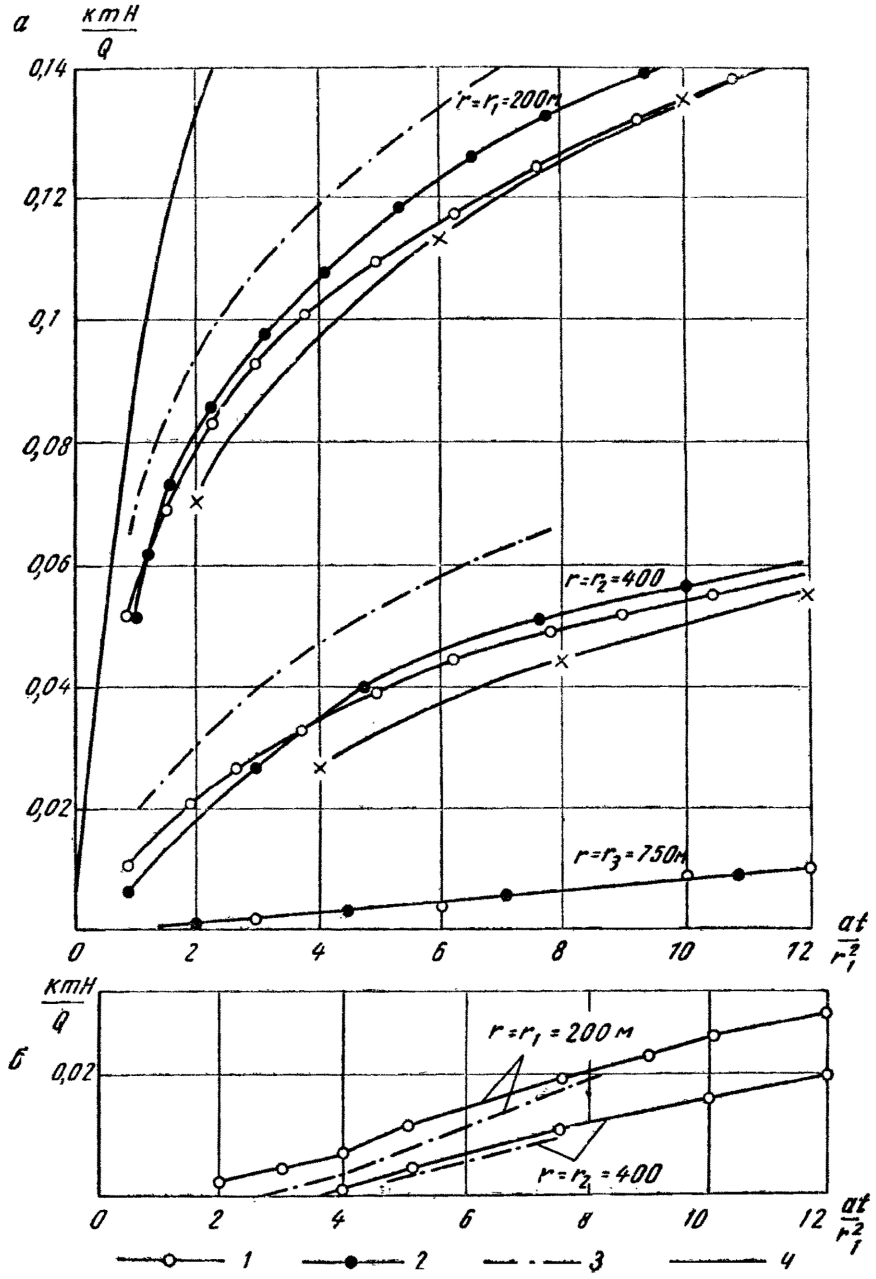


Рис. 73. График изменения уровней при откачке во взаимодействующих пластах: *а* — в рабочем горизонте, *б* — в соседнем горизонте; *1* — расчет на электроинтеграторе (по схеме Либмана), *2* — расчет по формуле (VII, 57); *3* — численный расчет по уравнению в конечных разностях, *4* — расчет по формуле (VII, 63а)

цаемого прослоя значительно уменьшает понижения уровня воды по крайней мере уже при $k_1 > 10^{-4}$ *м/сут*, причем скорость изменения напора уменьшается примерно вдвое. Неучет этого обстоятельства может привести примерно к такому же завышению проводимости пласта. Но особенно резко упругий режим в раздельных слоях влияет на характер взаимодействия водоносных пластов, поскольку передача напора в соседние горизонты происходит за счет его влияния со значительным запозданием, причем время запаздывания t_0 в передаче напора можно оценить по формуле

$$t_0 = (0{,}1 \div 0{,}15)\frac{m_1^2}{a_1}. \qquad \text{(VII, 61)}$$

Очевидно, что время откачки, имеющей целью изучение взаимодействия водоносных горизонтов, обязательно должно превышать величину t_0. В противном случае в процессе откачки взаимодействие горизонтов не будет отмечено даже тогда, когда оно в действительности имеет место.

Пользуясь формулой (VII,61), можно оценить коэффициент пьезопроводности раздельного слоя a_1 по данным опытной откачки, если отметить время запаздывания передачи напоров в соседние горизонты. Тогда в первом приближении можно считать

$$a_1 = \frac{m_1^2}{8t_0}. \qquad \text{(VII, 61a)}$$

Таким образом, как показывает предварительный анализ, влияние упругого режима в малопроницаемых прослоях имеет весьма важное значение, особенно при определении гидрогеологических параметров по данным фильтрационного опробования пластов в условиях неустановившейся фильтрации.

Учитывая приближенность постановки задач перетекания, указанную во введении к настоящей главе, и то, что однородность раздельных слоев можно рассматривать только существенно осредняя их свойства, можно рекомендовать несколько упрощенную постановку задач взаимодействия водоносных пластов при неустановившейся фильтрации, осредняя напоры в раздельных слоях по вертикали. Это упрощение соответствует заданию простейшей конечноразностной разбивки раздельного слоя, когда по вертикали он умещается в одном блоке (в котором имеет место средний по вертикальному сечению напор H_p). Тогда в уравнениях (VII,54) и (VII,56) члены $\left.\frac{\partial H}{\partial y}\right|_{y=0}$ и $\left.\frac{\partial H}{\partial y}\right|_{y=m_1}$ заменяются соответственно членами: $2\frac{H - H_p}{m_1}$ и $2\frac{H' - H_p}{m_1}$, так что эти уравнения принимают вид:

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right) - b^2(H - H_p),\quad b^2 = \frac{2k_1}{m_1 T},\quad T = km; \qquad \text{(VII, 62a)}$$

$$\frac{1}{a'}\cdot\frac{\partial H'}{\partial t}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H'}{\partial r}\right)-(b')^2(H'-H_p),\quad (b')^2=\frac{2k_1}{m_1T'},\ T'=k'm';\tag{VII, 62б}$$

а уравнение (VII,55) модифицируется следующим образом:

$$H+H'-2H_p=\frac{m_1^2}{2a_1}\cdot\frac{\partial H_p}{\partial t},\tag{VII, 62в}$$

поскольку в упрощенной постановке балансовое уравнение в раздельном слое будет:

$$q_p+q_p'=\beta_1 m_1\frac{\partial H_p}{\partial t},\ q_p=2k_1\frac{H-H_p}{m_1},\ q_p'=2k_1\frac{H'-H_p}{m_1},$$

(q_p и q_p' — расходы потока, поступающие в раздельный слой снизу и сверху; $\beta_1=\frac{k_1}{a_1}$ — коэффициент упругоемкости в раздельном слое).

Вычитая уравнения (VII,62а и б) одно из другого, найдем, что при одинаковых параметрах верхнего и нижнего слоев ($a=a'$ и $b=b'$) разница напоров в верхнем и нижнем слоях $\Delta H=H'-H$ описывается уравнением

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial\Delta H}{\partial t}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Delta H}{\partial r}\right)-b^2\Delta H,$$

т. е. в этом случае величина ΔH оказывается не зависящей от упругого режима в раздельном слое. Решение этого уравнения для рассмотренной выше задачи применительно к откачке с постоянным расходом выражается формулой (VII,53), в которой следует только заменить S на ΔH, а b^2 определить согласно (VII,62а).

Сложим теперь уравнения (VII,62а и б):

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial(H+H')}{\partial t}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial(H+H')}{\partial r}\right]-b^2(H+H'-2H_p).$$

Обозначая $H+H'=u$, разрешим это уравнение относительно H_p и подставим полученное выражение в уравнение (VII,62в):

$$\frac{1}{a_0}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)=\frac{m_1^2}{4a_1}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\,\partial t}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)-\frac{1}{a}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right],$$

$$\frac{1}{a_0}=\frac{1}{a}+\frac{m_1^2}{4a_1}b^2=\frac{1}{a}+\frac{k_1m_1}{2Ta_1}.$$

Приближенное решение этого уравнения можно получить, полагая производные высшего порядка, находящиеся в его правой части, равными нулю. Тогда:

$$u=\frac{Q}{T}f_c(\lambda),\ f_c(\lambda)=-\frac{1}{4\pi}Ei(-\lambda^2),\ \lambda=\frac{r}{2\sqrt{a_0t}}.$$

Зная ΔH и u, нетрудно составить выражения для напоров H и H'

$$H = \frac{u + \Delta H}{2} = \frac{Q}{2T}[f_c(\lambda) + f_п(\bar{r}, \alpha_п)], \quad \text{(а)}$$

$$H' = \frac{u - \Delta H}{2} = \frac{Q}{2T}[f_c(\lambda) - f_п(\bar{r}, \alpha_п)], \quad \text{(б)} \qquad \text{(VII, 63)}$$

$$\lambda = \frac{r}{2\sqrt{a_0 t}}, \quad \bar{r} = br = r\sqrt{\frac{2k_1}{m_1 T}}, \quad \alpha_п = \frac{1}{4b^2 a_0 t},$$

причем величина $f_п$ определяется по графику рис. 70.

Очевидно, что уравнение (VII,63б) может применяться только при $f_c(\lambda) > f_п(\bar{r}, \alpha_п)$.

При $\lambda < 0{,}2$ и $\bar{r} < 0{,}1$ можно считать

$$f_c(\lambda) = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{2{,}25 a_0 t}{r^2}, \quad f_п = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1{,}13}{\bar{r}}$$

и тогда

$$H = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{1{,}2\sqrt{a_0 t}}{br^2}, \quad H' = \frac{Q}{4\pi T} \ln 1{,}88 b \sqrt{a_0 t}.$$

Сопоставление расчетов по уравнению (VII,63) с расчетами на электроинтеграторе для разобранного выше примера дано на графике рис. 73; как видно, результаты сопоставления оказываются удовлетворительными.

§ 4. ДРЕНАЖ В ТРЕХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

Специфические условия формирования фильтрационного потока возникают при устройстве дренажа в трехслойной среде (рис. 74), когда два водоносных пласта — напорный и безнапорный — разделены слабопроницаемым прослоем, а дренажные скважины установлены в нижнем слое [16]. В этом случае при достаточно больших соотношениях $\frac{k_1}{k_2}$ и $\frac{k_3}{k_2}$ может иметь место заметное разделение потоков в верхнем и нижнем слоях вплоть до того, что поток в верхнем слое выйдет на откос в точке B, что может вызвать необходимость дополнительных инженерных мероприятий по его перехвату.

Рассмотрим задачу в условиях, когда ряд скважин расположен вдоль реки, причем, пользуясь методом сопротивлений, заменим ряд скважин сплошной траншеей с напором $H_л$ и сведем поток к линейному в плане.

Поскольку в пределах русла реки малопроницаемый прослой зачастую бывает размыт и нарушен, будем считать, что в сечении

$x=0$ напор в верхнем и нижнем горизонтах одинаков и соответствует уровню в реке.

Разделим поток на две зоны: верховую — до точки пересечения кривой депрессии с подошвой верхнего слоя (точка A) и низовую. Поток в низовой зоне несложен, так что прежде всего рассмотрим условия фильтрации в пределах верховой зоны.

Принимая в верхнем и нижнем слоях справедливой предпосылку Дюпюи, а в среднем слое учитывая только вертикальную фильтрацию, глубины потока h в верхнем слое и напоры H в нижнем слое описывают системой двух уравнений [16]:

$$k_1 \frac{d}{dx}\left(h \frac{dh}{dx}\right) = k_2 \frac{h-H}{m_2}, \quad \text{(а)}$$

$$k_3 m_3 \frac{d^2H}{dx^2} = k_2 \frac{H-h}{m_2}. \quad \text{(б)} \qquad \text{(VII, 64)}$$

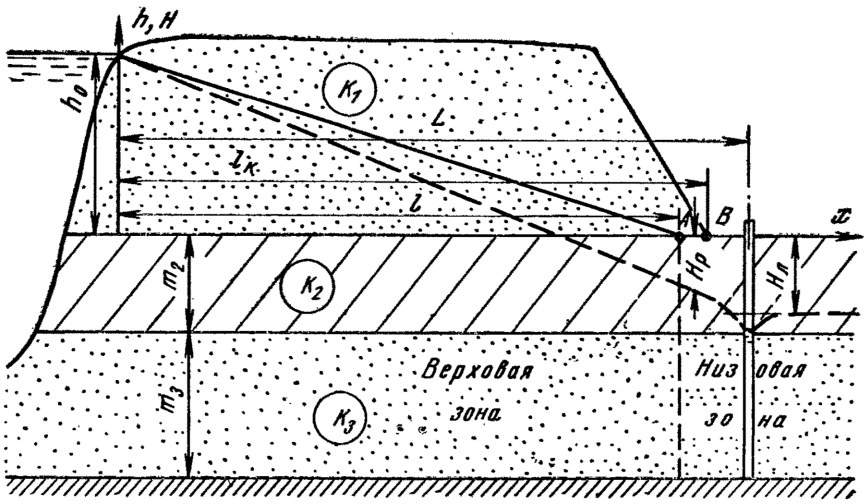


Рис. 74. Схема трехслойного потока

Сложив уравнения (VII,64а и VII,64б), произведя далее интегрирование и некоторые алгебраические преобразования, найдем уравнение, связывающее $H_р$ и l:

$$H_р = H_л \frac{l}{L} + h_0\left(1 + \frac{k_1 h_0}{2k_3 m_3}\right)\left(1 - \frac{l}{L}\right). \qquad \text{(VII, 65)}$$

Уравнение (VII,65) недостаточно для решения поставленной задачи, так как оно кроме l содержит и неизвестную величину $H_р$. Для составления дополнительного уравнения воспользуемся сле-

дующим приближенным методом, который назван нами «методом соответствия». Обозначив $\Delta H = H - h$, запишем уравнения (VII,64а и б) в виде:

$$k_1 \frac{d}{dx}\left(h \frac{dh}{dx}\right) = -\frac{k_2}{m_2} \Delta H, \quad \text{(а)}$$

$$k_3 m_3 \frac{d^2 H}{dx^2} = \frac{k_2}{m_2} \Delta H. \quad \text{(б)} \qquad \text{(VII, 66)}$$

Величину ΔH приближенно представим в виде полинома n-ной степени

$$\Delta H \cong \Delta H_n = a_1 \frac{x}{l} + a_2 \frac{x^2}{l^2} + \ldots + a_n \frac{x^n}{l^n}. \qquad \text{(VII, 67)}$$

Понятно, что чем выше степень этого полинома, тем ближе будут величины ΔH и ΔH_n. Однако с увеличением числа членов полинома возрастает и сложность решения, поэтому следует остановиться на возможно малом n, дающем практически достаточную точность. Следует также иметь в виду, что излишнее усложнение зависимости ΔH от x нецелесообразно с гидрогеологической точки зрения, так как и величина k_2 и характер ее изменения по длине потока обычно определяются с небольшой точностью. Поскольку в реальных условиях кривые депрессии оказываются довольно пологими, то практически можно положить

$$\Delta H \approx \Delta H_1 = H_p \frac{x}{l}. \qquad \text{(VII, 68)}$$

Подставим в (VII,66а и б) ΔH_1 вместо ΔH и интегрированием найдем выражения H_1 и h_1, которые являются первым приближением решения:

$$H_1 = h_0\left(1 - \frac{x}{l}\right) + H_p \frac{x}{L} + \frac{k_2 H_p x}{6 k_3 m_2 m_3 l}(x^2 - l^2), \qquad \text{(VII, 69)}$$

$$h_1 = \sqrt{h_0^2\left(1 - \frac{x}{L}\right) + \frac{k_2 H_p x}{3 k_1 m_2 l}(l^2 - x^2)}. \qquad \text{(VII, 70)}$$

Если бы решение было строгим, то ΔH_1 должно быть равным разности $H_1 - h_1$ при любом значении x в пределах $0 \leqslant x \leqslant l$. Приближенное же решение задачи можно получить, если удовлетворить равенство величин ΔH_n и $H_n - h_n$ хотя бы в нескольких конкретных точках (точки соответствия), количество которых определяется степенью полинома n. При полиноме первой степени можно выбрать одну точку соответствия при $x = 0{,}5\,l$.

Подставим в условие

$$H_1 - h_1 = \Delta H_1 \quad \text{при} \quad x = 0{,}5l \qquad \text{(VII, 71)}$$

выражения ΔH_1, H_1 и h_1, полученные из (VII,68), (VII,69) и (VII,70), при $x=0{,}5\ l$ после алгебраических преобразований найдем еще одно выражение, связывающее величины $H_р$ и l:

$$H_р = \frac{8k_з m_2 m_з}{k_2 l^2}\left(A - \sqrt{A^2 + h_0^2}\right), \qquad \text{(VII, 72)}$$

где

$$A = h_0 + 2\frac{k_з}{k_1} m_з. \qquad \text{(VII, 72а)}$$

Система уравнений (VII,65) и (VII,72) дает замкнутую связь между величинами $H_р$ и l; решение этой системы сравнительно несложно получить подбором, для чего уравнение (VII,65) удобнее представить в виде:

$$l = \frac{\frac{k_1 h_0}{2k_з m_з} A - H_р}{\frac{k_1 h_0}{2k_з m_з} A - H_л} L. \qquad \text{(VII, 73)}$$

Из совместного рассмотрения уравнений (VII,72) и (VII,73) можно найти значение напора $H_н$, при котором кривая депрессий в верхнем слое выйдет на откос котлована, если $l=l_к$:

$$H_н = \frac{8k_з m_2 m_з L}{k_2 l_к^2}\left(A - \sqrt{A^2 + h_0^2}\right) - h_0 \frac{L - l_к}{l_к} \cdot \frac{k_1 A}{2k_з m_з}. \qquad \text{(VII, 74)}$$

Как и следовало ожидать, значения $H_р$ и $H_л$ получаются отрицательными.

Поскольку погонный приток к линии скважин можно определить по формуле:

$$q = k_з m_з \frac{H_р - H_л}{L - l}, \qquad \text{(VII, 75)}$$

то, подставляя $H_р$ из выражения (VII,75), найдем формулу для определения дебита скважин:

$$Q_с = \frac{k_з m_з S_л + 0{,}5 k_1 h_0^2}{L}\sigma, \qquad \text{(VII, 76)}$$

или при заданном понижении уровня в скважинах:

$$Q_с = \frac{k_з m_з S_с + 0{,}5 k_1 h_0^2}{L + \sigma f_к}\sigma, \qquad \text{(VII, 76а)}$$

где $S_с$ и $S_л$ — понижения уровней в скважинах и на линии скважин относительно плоскости AB (подошвы верхнего слоя).

В случае выхода потока на откос заложением m величина образующегося при этом участка высачивания $h_в$ может определяться по приближенной формуле:

$$h_в = (m + 0{,}5)\frac{\bar{q}_0 - \beta \cdot S_л}{1 + (m + 0{,}5)\beta}, \qquad \text{(VII, 77)}$$

$$\bar{q}_0 = \frac{h_0^2}{2L}; \quad \beta = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{L}{3m_3}.$$

Эта задача рассматривалась также Л. Н. Павловской [12], которая при ее решении использовала прием осреднения функций Гиринского.

§ 5. О РЕЖИМЕ НАПОРНЫХ ГОРИЗОНТОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ НА ВОДОНОСНЫЕ ПЛАСТЫ

Как следует из общей теории упругого режима (§ 3, гл. I), изменение напоров в водоносных горизонтах могут происходить не только за счет гидравлических факторов, но и за счет изменения внешней нагрузки на водоносный пласт. *Влияние этого фактора может, в частности, создать обстановку «псевдосвязи» между напорными горизонтами, с одной стороны, и поверхностными и грунтовыми водами — с другой,* поскольку всякие изменения уровней поверхностных и грунтовых вод вызывают соответствующие изменения давления на кровлю нижележащих напорных пластов, которые в свою очередь влекут за собой изменения напоров воды в напорных горизонтах. Отсюда следует, что эти изменения напоров могут происходить при полном отсутствии гидравлической взаимосвязи напорных горизонтов с поверхностными и грунтовыми водами.

Рассмотрим некоторые конкретные проявления режима «псевдосвязи», возникающего при изменении внешнего давления на кровлю пласта.

В ряде случаев отмечается понижение напоров в напорных горизонтах при разработке расположенных под ними котлованов[1]. Характер этого процесса может объясняться влиянием двух основных факторов: фильтрации через малопроницаемые слои, отделяющие напорные горизонты от котлованов и проявления упругого режима фильтрации за счет уменьшения давления на кровлю напорного горизонта со стороны вышележащих грунтов при выемке котлована.

Дифференциальное уравнение, описывающее распределение напоров в условиях поставленной задачи, получится из уравнения (I,28), в котором следует положить:

---

[1] Такого рода явление наблюдалось, например, при разработке котлованов Волгоградского гидроузла (в пролейском горизонте) и особенно Саратовского гидроузла (в горизонте неокома).

$$b_1 = b = \sqrt{\frac{k_1}{kmm_1}},\ b_2 = 0,\ H_1 = H_к,\ p_к = \gamma_к \cdot h'_к,$$

$$v_к = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial p_к}{\partial t} = \frac{\gamma_к}{\gamma} \cdot \frac{\partial h'_к}{\partial t}, \qquad \text{(VII, 78)}$$

где $h_к'$ — глубина вынутой части котлована в данном сечении; $\gamma_к$ — средний в пределах этой глубины объемный вес грунтов котлована (вместе с содержащейся в них водой); km — проводимость напорного горизонта; m_1 и k_1 — мощность и коэффициент фильтрации слоя, отделяющего напорный горизонт от котлована; $H_к$ — напор (уровень) воды в котловане. Выражение для $v_к$ получено из условия, что давление на напорный горизонт от вышележащих горизонтов передается по вертикали без рассеивания его в стороны. Следует отметить, что в действительности снижаемое давление по кровле напорного горизонта будет несколько перераспределяться. Однако в связи с тем, что размеры крупных котлованов в плане обычно значительно превышают глубину заложения напорных горизонтов, имеющих практическое значение, предпосылку о вертикальной передаче давления можно в данном случае считать вполне приемлемой.

Уравнение (I,28) примет вид:

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + b^2 (H_к - H) - \alpha \frac{v_к}{a}. \qquad \text{(VII, 79)}$$

Общее аналитическое решение уравнения (VII,79) чрезвычайно сложно. Поэтому при необходимости наиболее полного учета конкретной обстановки целесообразно представить уравнение (VII,79) в конечных разностях. В этом случае изменение напора ΔH в элементе с плановыми размерами Δx и Δy при равномерной разбивке под котлованом за время Δt будет:

$$\Delta H = a\Delta t \left[\frac{H_{n+1} + H_{n-1} - 2H}{\Delta x^2} + \frac{H_{i+1} + H_{i-1} - 2H}{\Delta y^2} - b^2 (H - H_к) \right] -$$

$$- \alpha \frac{\gamma_к}{\gamma} \cdot \Delta h'_к, \qquad \text{(VII, 80)}$$

где H_{n+1}, H_{n-1} и H_{i+1}, H_{i-1} — напоры в соседних блоках по направлениям x и y, а $\Delta h_к'$ — изменение глубины котлована за время Δt.

Вместе с тем целесообразно рассмотреть некоторые частные решения уравнения (VII, 79). Так можно получить решение для неограниченного однородного потока, когда котлован прямоугольной формы в плане длиной 2A и шириной 2B разрабатывается с постоянной интенсивностью ($v_к$=const), а перетекание отсутствует. В этом случае под котлованом в прямоугольнике $-A \leqslant x \leqslant A$ и $-B \leqslant y \leqslant B$ имеет место уравнение

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - \alpha \frac{v_к}{a}, \qquad \text{(VII, 81)}$$

а вне пределов этого прямоугольника справедливо обычное уравнение упругого режима

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}. \qquad \text{(VII, 81а)}$$

Решение этой задачи позволяет получить [16а] следующее выражение для понижения уровня воды под центром котлована площадью: $\omega_к = 2A \times 2B$,

$$S=\alpha\frac{v_к\cdot\omega_к}{a}\cdot F_к\left(\frac{A}{B},\tau\right), \qquad \text{(VII, 82)}$$

где

$$\tau=\frac{at}{B^2},$$

$$F_к\left(\frac{A}{B},\tau\right)=-\frac{1}{4\pi AB}\int_0^A dy\int_0^B Ei\left(-\frac{x^2+y^2}{4at}\right)dx. \qquad \text{(VII, 82а)}$$

Для определения значений функций $F_к(\frac{A}{B}, \tau)$ можно обычно считать

$$F_к\left(\frac{A}{B},\tau\right)=-\frac{1}{4\pi}Ei\left(-\frac{r_k^2}{4at}\right), \qquad \text{(VII, 82б)}$$

причем $r_к$ — приведенный радиус площади котлована, который, как правило, можно определить по формуле

$$r_к = 0{,}09P_к, \qquad \text{(VII, 82в)}$$

где $P_к$ — периметр котлована.

Практический интерес представляют также зависимости для периода после разработки котлована. В этом случае начнет постепенно происходить восстановление напора под котлованом, причем понижение уровня посредине котлована относительно начального (статического) напора определится формулой:

$$S=\alpha\frac{v_к\omega_к}{a}\left[F_к\left(\frac{A}{B},\tau\right)-F_к\left(\frac{A}{B},\tau-\tau_0\right)\right], \qquad \text{(VII, 83)}$$

$$\tau=\frac{at}{B^2},\quad \tau_0=\frac{at_0}{B^2},$$

где t_0 — время, в течение которого разрабатывается котлован со скоростью $v_к$.

В работе [16а] приведены также рекомендации по учету разгрузки через слабопроницаемые прослои, проявляющиеся наряду с изменением внешней нагрузки.

Изменения давления на кровлю пласта происходят и при колебаниях уровней грунтовых вод над пластом. В этом случае

$$\frac{1}{\gamma}\frac{\partial p_к}{\partial t}=\mu v_{г.в}, \qquad \text{(VII, 84)}$$

где $v_{г.в}$ — скорость колебания уровня грунтовых вод в данном сечении (положительная при подъеме и отрицательная при спаде).

Рассмотрим, например, интересный частный случай возможного проявления псевдосвязи горизонтов при откачке из грунтового потока, когда может происходить изменение напоров в расположенном ниже напорном горизонте при отсутствии гидравлической связи между горизонтами. В этом случае понижение уровней в грунтовом потоке S_0 определится формулой (VI, 1) и

$$v_{г.в.} = \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial S_0}{\partial t} = \frac{Q}{4\pi T_0 t} e^{-\frac{r^2}{4a_0 t}}, \quad a_0 = \frac{T_0}{\mu};$$

где T_0 и a_0 — проводимость и коэффициент уровнепроводности безнапорного пласта.

В силу радиального характера потока дифференциальное уравнение (VII, 79) для этого случая (при $\varepsilon = 0$) принимает вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial H}{\partial r}\right) - \alpha \frac{Q}{4\pi a_0 t} e^{-\frac{r^2}{4a_0 t}}. \qquad \text{(VII, 85)}$$

Введением переменной $\lambda = \frac{r^2}{4at}$, приведем (VII, 85) к обыкновенному уравнению вида:

$$\lambda \frac{d^2H}{d\lambda^2} + (1 + 2\lambda) \frac{dH}{d\lambda} - Ae^{-\varepsilon\lambda} = 0, \qquad \text{(VII, 86)}$$

$$A = \frac{\alpha Q}{\pi a_0}; \quad \varepsilon = \frac{a}{a_0}.$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям задачи, дает следующее выражение для снижения напора S в напорном горизонте за счет псевдосвязи

$$S = \frac{A}{\varepsilon - 1}[-Ei(-\lambda) + Ei(-\varepsilon\lambda)]. \qquad \text{(VII, 87)}$$

В частном случае, если $a = a_0$, то $\varepsilon = 1$ и (VII, 87) принимает вид

$$S = Ae^{-\lambda}.$$

При длительной откачке, когда $\lambda < 0{,}1$ и $\varepsilon\lambda < 0{,}1$,

$$S_{пр} = A \frac{\ln \varepsilon}{\varepsilon - 1} = \frac{\alpha Q}{\pi a_0} \cdot \frac{\ln \varepsilon}{\varepsilon - 1}, \qquad \text{(VII, 88)}$$

а при $\varepsilon = 1$

$$S_{пр} = A = \frac{\alpha Q}{\pi a_0}. \qquad \text{(VII, 88а)}$$

Для количественной оценки процесса положим $Q \approx T_0 S_{ос}$, где $S_{ос}$ — понижение уровня в откачивающей скважине, $\mu = 0{,}1$, $\alpha = 1$. Тогда $A = 0{,}03\ S_{ос}$ и при $a = a_0$ ($\varepsilon = 1$) $S_{пр} = 0{,}03\ S_{ос}$, при $a = 10a_0$ ($\varepsilon = 10$) $S_{пр} = 0{,}008\ S_{ос}$, при $a = 100a_0$ ($\varepsilon = 100$) $S_{пр} = 0{,}0015\ S_{ос}$ и т. д. Как видно, заметное влияние псевдосвязи при откачке из грунтовых вод может проявляться при коэффициенте пьезопроводности напорного слоя a меньшем или лишь немного большем коэффициента уровнепроводности грунтового потока, из которого производится откачка.

Проявление псевдосвязи может наблюдаться при заливах полей (рисовых, хлопковых и т. п.). В качестве примера можно привести данные в районе г. Нукуса [1], где велись наблюдения за

[1] По материалам Прнаральской экспедиции, предоставленным автору гидрогеологом И. А. Сорокиной.

уровнями воды в аллювиальном горизонте (тонко- и мелкозернистые пески мощностью 12—15 *м*, прикрываемые супесчаным слоем мощностью до 2 *м*) и в залегающем глубже верхнемеловом горизонте (слабый песчаник с прослоями суглинка мощностью около 30 *м*), разделенными слоем тяжелого суглинка мощностью 4 *м*. В период 21—25/II был произведен залив картофельных полей с целью их промывки, причем в течение этого времени на поле поддерживался слой воды 10—20 *см*. Сразу же после залива пьезометры, расположенные у края полей, показали подъем уровня воды в аллювиальном горизонте на 53 *см*, а в меловом горизонте на 45 *см*. Вместе с тем в этом же месте производилась откачка из мелового горизонта, в процессе которой не было замечено снижения уровней в аллювиальном горизонте, что свидетельствует о слабой гидравлической связи между этими горизонтами.

В этом случае изменение напора может оцениваться так же, как и при выемке котлована, принимая только за $\omega_к$ площадь заливаемого поля, и

$$v_к = \frac{\Delta h_п}{\Delta t} = \frac{Q_п}{\omega_к}, \qquad \text{(VII, 89)}$$

где $\Delta h_п$ — слой воды, поступившей на поле за время Δt, $Q_п$ — средний расход воды, подаваемой на поле. При этом по формулам (VII,82), (VII,83) определяют не понижение, а повышение уровня подземных вод под полем. При наличии нескольких заливаемых полей суммарное повышение уровня находится сложением повышений уровня, определенного от залива каждого поля в отдельности.

В частности, расчеты изменений уровня воды при поливе полей описанного выше примера района г. Нукуса дали результаты, близкие наблюденным.

Существенное изменение нагрузки на водоносный пласт может произойти при колебаниях воды в реках, особенно в период паводка. Для периода подъема уровня в реке с постоянной скоростью $v_п$ при ширине реки $2B$, используя уравнение (II,17) для схемы полосовой инфильтрации, найдем, что изменение напора ΔH за время t на расстоянии x от середины реки будет

$$\Delta H = a\Delta h_р F_w\left(\tau, \frac{x}{B}\right), \qquad \text{(VII, 90)}$$

где $\Delta h_р$ — подъем уровня воды в реке за расчетный период времени. Если после подъема со скоростью $v_п$ за время $t_п$ следует спад со скоростью $v_с$, то величину ΔH определяют по уравнению:

$$\Delta H = av_п t F_w\left(\tau, \frac{x}{B}\right) - a(v_п + v_с)(t - t_п) F_w\left(\tau_п, \frac{x}{B}\right), \qquad \text{(VII, 90а)}$$

$$\tau_п = \frac{a(t - t_п)}{B^2}.$$

Рядом наблюдений [6, 17, 18] показана связь между колебаниями напора и атмосферного давления. Если считать, что изменение давления воздуха p_a без существенных потерь передается на кровлю напорного пласта, то

$$v_к = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p_a}{\partial t} . \qquad \text{(VII, 91)}$$

Для этого случая в конечноразностном уравнении (VII,80) $\gamma_к \Delta h'_к$ следует заменить на Δp_a, где Δp_a — изменение атмосферного давления за время Δt.

Рассматривая влияние атмосферного давления, можно обычно считать изменения давления слабо зависящими от расстояния и пренебрегать производными $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}$. Тогда уравнение (VII,79) принимает вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{a_v}{\gamma\left(\frac{\varepsilon}{E} + a_v\right)} \cdot \frac{\partial p_a}{\partial t} , \qquad \text{(VII, 92)}$$

т. е. изменение напоров оказывается пропорциональным изменению давления, а коэффициент пропорциональности зависит от соотношения характеристик сжимаемости грунта и воды. Это обстоятельство дает принципиальную возможность оценить коэффициент уплотнения грунта a_v, если известен модуль упругости воды E, зная соответствующие изменения атмосферного давления Δp_a и напора ΔH, по формуле:

$$a_v = \frac{\varepsilon}{E\left(\frac{\Delta p_a}{\gamma \Delta H} - 1\right)} . \qquad \text{(VII, 93)}$$

Эта формула была впервые выведена Джекобом (Jacob [18]), а затем иным путем была получена В. П. Яковлевым [17]. Известны так же наблюдения [20], зафиксировавшие изменение напоров за счет изменения внешних нагрузок при приливах и отливах моря, при прохождении поездов и т. п.

Однако проявления режима псевдосвязи отмечают не во всех случаях, когда оно должно иметь место, согласно изложенной теории этого процесса. Так, например, оказывается, что глубокие водоносные горизонты не всегда реагируют на изменения уровней в реках. По-видимому, в данном случае нельзя считать, что изменение давления передается по вертикали, так как существенную роль может играть жесткость всех покровных слоев, приводящая к перераспределению давления. Поэтому при дальнейших исследованиях динамики подземных вод в напорных пластах в связи с изменением внешних нагрузок следует поставить вопрос о необходимости учета напряженного состояния всего комплекса водоносных горизонтов и раздельных слоев.

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

x, y — координаты на плоскости;
r — радиальная координата;
t — время;
H – пьезометрический напор;
h — глубина фильтрационного потока до водоупора;
S — понижение уровня воды;
h_c, H_c — глубина потока и напор в скважине;
r_c — радиус скважины;
m — мощность водоносного пласта (для безнапорного потока $m=h$);
T — проводимость пласта (произведение среднего коэффициента фильтрации на мощность пласта);
μ — коэффициент водоотдачи (при опускании уровня воды) или коэффициент недостатка насыщения (при его подъеме);
a — коэффициент пьезопроводности (для напорного потока) или уровнепроводности (для безнапорного потока);
q_0 — погонный расход планового потока;
$h_{кап}$ — эффективная капиллярная высота;
w — интенсивность инфильтрации.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица функции erfc λ

λ	erfc λ	λ	erfc λ	λ	erfc λ	λ	erfc λ	λ	erfc λ
0,00	1,000	0,25	0,724	0,50	0,480	0,75	0,289	1,00	0,157
0,01	0,989	0,26	0,713	0,51	0,471	0,76	0,282	1,05	0,138
0,02	0,977	0,27	0,703	0,52	0,462	0,77	0,276	1,10	0,120
0,03	0,966	0,28	0,692	0,53	0,453	0,78	0,270	1,15	0,104
0,04	0,955	0,29	0,682	0,54	0,445	0,79	0,264	1,20	0,090
0,05	0,944	0,30	0,671	0,55	0,437	0,80	0,258	1,25	0,088
0,06	0,933	0,31	0,661	0,56	0,428	0,81	0,252	1,30	0,066
0,07	0,921	0,32	0,651	0,57	0,420	0,82	0,246	1,35	0,056
0,08	0,910	0,33	0,641	0,58	0,412	0,83	0,240	1,40	0,048
0,09	0,899	0,34	0,631	0,59	0,404	0,84	0,235	1,45	0,040
0,10	0,887	0,35	0,621	0,60	0,396	0,85	0,229	1,50	0,036
0,11	0,876	0,36	0,611	0,61	0,388	0,86	0,224	1,60	0,024
0,12	0,865	0,37	0,601	0,62	0,381	0,87	0,219	1,70	0,016
0,13	0,854	0,38	0,591	0,63	0,373	0,88	0,213	1,80	0,011
0,14	0,843	0,39	0,581	0,64	0,365	0,89	0,208	1,90	0,007
0,15	0,832	0,40	0,572	0,65	0,358	0,90	0,203	2,0	0,005
0,16	0,819	0,41	0,562	0,66	0,351	0,91	0,198	2,10	0,003
0,17	0,810	0,42	0,552	0,67	0,343	0,92	0,193	2,20	0,002
0,18	0,799	0,43	0,543	0,68	0,336	0,93	0,188	2,30	0,001
0,19	0,788	0,44	0,534	0,69	0,329	0,94	0,184	2,40	0,001
0,20	0,777	0,45	0,524	0,70	0,322	0,95	0,179	∞	0,000
0,21	0,766	0,46	0,516	0,71	0,315	0,96	0,175	—	—
0,22	0,756	0,47	0,506	0,72	0,309	0,97	0,170	—	—
0,23	0,745	0,48	0,497	0,73	0,302	0,98	0,166	—	—
0,24	0,734	0,49	0,488	0,74	0,295	0,99	0,161	—	—

$$\operatorname{erfc}\lambda = 1 - \Phi(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-x^2}\, dx$$

Приложение 2

Таблица функции $R(\lambda)$

λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$
0,00	1,000	0,20	0,623	0,5	0,280
0,01	0,978	0,21	0,607	0,6	0,209
0,02	0,956	0,22	0,592	0,7	0,154
0,03	0,934	0,23	0,578	0,8	0,112
0,04	0,913	0,24	0,558	0,9	0,0803
0,05	0,892	0,25	0,549	1,0	0,0568
0,06	0,872	0,26	0,535	1,1	0,0396
0,07	0,852	0,27	0,522	1,2	0,0272
0,08	0,832	0,28	0,509	1,3	0,0184
0,09	0,813	0,29	0,496	1,4	0,0122
0,10	0,794	0,30	0,483	1,5	0,0080
0,11	0,775	0,32	0,458	2,0	0,00076
0,12	0,757	0,34	0,434	2,5	0,000043
0,13	0,739	0,36	0,412		0,00
0,14	0,721	0,38	0,391		
0,15	0,704	0,40	0,370		
0,16	0,687	0,42	0,349		
0,17	0,670	0,44	0,331		
0,18	0,654	0,46	0,313		
0,19	0,639	0,48	0,296		
0,20	0,623	0,50	0,280		

$$R(\lambda) = (1 + 2\lambda^2)\operatorname{erfc}\lambda - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\lambda e^{-\lambda^2}$$

Приложение 3

Таблица функции F_{w0} (табл. 3)

τ	F_{w0}	τ	F_{w0}	τ	F_{w0}
0,05	1,000	1,5	0,637	12	0,287
0,1	0,994	2	0,583	14	0,268
0,2	0,963	2,5	0,537	16	0,253
0,3	0,924	3	0,503	18	0,240
0,4	0,884	4	0,451	20	0,229
0,5	0,849	5	0,413	25	0,207
0,6	0,818	6	0,384	30	0,190
0,7	0,790	7	0,361	40	0,167
0,8	0,764	8	0,342	50	0,151
0,9	0,741	9	0,325	60	0,138
1,0	0,720	10	0,311	100	0,108

При $\tau > 20$ можно считать $F_{w0} = \frac{2}{\sqrt{\pi\tau}} - \frac{1}{2\tau}$

Приложение 4

Таблица функции φ_w

τ	φ_w	$1-\varphi_w$	τ	φ_w	$1-\varphi_w$
0,00	1,000	0,00	0,5	0,300	0,700
0,05	0,990	0,10	0,6	0,235	0,765
0,08	0,841	0,159	0,7	0,183	0,817
0,10	0,802	0,198	0,8	0,143	0,857
0,15	0,712	0,288	0,9	0,112	0,888
0,20	0,630	0,370	1,0	0,087	0,913
0,25	0,557	0,443	1,2	0,053	0,947
0,30	0,492	0,508	1,4	0,033	0,967
0,35	0,435	0,565	1,6	0,020	0,980
0,40	0,384	0,616	2,0	0,007	0,993
0,45	0,340	0,660	2,5	0,002	0,998
0,50	0,300	0,700	3,0	0,001	0,999

Приложение 5

Таблица функции $-\mathrm{Ei}(-\lambda)$

λ	$-Ei(-\lambda)$	λ	$-Ei(-\lambda)$	λ	$-Ei(-\lambda)$
0,00	∞	0,23	1,11	0,46	0,611
0,01	4,01	0,24	1,08	0,47	0,598
0,02	3,35	0,25	1,04	0,48	0,585
0,03	2,96	0,26	1,01	0,49	0,572
0,04	2,68	0,27	0,985	0,50	0,560
0,05	2,47	0,28	0,957	0,55	0,503
0,06	2,30	0,29	0,931	0,60	0,454
0,07	2,15	0,30	0,906	0,70	0,374
0,08	2,03	0,31	0,882	0,80	0,311
0,09	1,92	0,32	0,858	0,90	0,260
0,10	1,82	0,33	0,836	1,00	0,219
0,11	1,74	0,34	0,815	1,10	0,186
0,12	1,66	0,35	0,794	1,20	0,158
0,13	1,59	0,36	0,775	1,30	0,136
0,14	1,52	0,37	0,775	1,40	0,116
0,15	1,46	0,38	0,737	1,50	0,100
0,16	1,41	0,39	0,719	2,00	0,049
0,17	1,36	0,40	0,702	3,00	0,013
0,18	1,31	0,41	0,686		
0,19	1,26	0,42	0,670		
0,20	1,22	0,43	0,655		
0,21	1,18	0,44	0,640		
0,22	1,15	0,45	0,625		

$$-Ei(-\lambda)=\int_{\lambda}^{\infty}\frac{e^{-x}}{x}dx;$$

с точностью до 1% при $\lambda<0{,}03$ и с точностью до 5% при $\lambda<0{,}1$ можно считать $-Ei(-\lambda)=\ln\frac{1}{\lambda}-0{,}58$

Приложение 6

Таблица функции $P(\lambda)$

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,00	0,564	0,28	0,328	0,62	0,148
0,01	0,554	0,29	0,321	0,64	0,141
0,02	0,544	0,30	0,314	0,66	0,133
0,03	0,535	0,31	0,307	0,68	0,127
0,04	0,525	0,32	0,301	0,70	0,120
0,05	0,516	0,33	0,294	0,72	0,114
0,06	0,506	0,34	0,288	0,74	0,108
0,07	0,497	0,35	0,282	0,76	0,102
0,08	0,488	0,36	0,276	0,78	0,096
0,09	0,479	0,37	0,272	0,80	0,091
0,10	0,470	0,38	0,264	0,82	0,086
0,11	0,461	0,39	0,258	0,84	0,081
0,12	0,452	0,40	0,252	0,86	0,077
0,13	0,444	0,41	0,246	0,88	0,072
0,14	0,435	0,42	0,241	0,90	0,068
0,15	0,427	0,43	0,235	0,92	0,064
0,16	0,419	0,44	0,230	0,94	0,060
0,17	0,410	0,45	0,225	0,96	0,057
0,18	0,402	0,46	0,219	0,98	0,053
0,19	0,394	0,47	0,214	1,00	0,050
0,20	0,387	0,48	0,209	1,10	0,036
0,21	0,379	0,49	0,204	1,20	0,026
0,22	0,371	0,50	0,200	1,30	0,018
0,23	0,364	0,52	0,190	1,40	0,013
0,24	0,356	0,54	0,181	1,50	0,009
0,25	0,349	0,56	0,172	1,60	0,006
0,02	0,342	0,58	0,164	1,80	0,002
0,27	0,335	0,60	0,156	2,00	0,001

$$P(\lambda) = i\,\mathrm{erfc}\,\lambda = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,e^{-\lambda^2} - \lambda\,\mathrm{erfc}\,\lambda$$

Приложение 7

Таблица функции $F_r(\xi, \theta)$

θ \ ξ	0,05	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0
0,1	0,41	0,35	0,29	0,20	0,13	0,10	0,070	0,040
0,3	0,98	0,80	0,63	0,40	0,23	0,16	0,100	0,050
0,5	1,42	1,14	0,88	0,53	0,29	0,18	0,105	0,055
1,0	2,28	1,85	1,37	0,70	0,35	0,20	0,120	0,040
2,0	2,77	2,15	1,63	0,87	0,42	0,22	0,115	0,035
∞	3,4	2,70	2,02	1,13	0,52	0,24	0,105	0,020

Примечание. Если $\theta > 1$, то интерполяцию значений $F_r(\xi, \theta)$ следует производить не по θ, а по $1/\theta$.

ЛИТЕРАТУРА

к главе I

1. Абрамов С. К. Подземные дренажи в промышленном и городском строительстве. Госстройиздат, М., 1960.
2. Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. Госстройиздат, М., 1960.
3. Абрамов С. К., Скиргелло О. Б., Чельцов М. И. Осушение шахтных полей и карьеров угольных месторождений. Госгортехиздат, М., 1961.
4. Аверьянов С. Ф. Управление режимом грунтовых вод вблизи гидротехнических сооружений. «Гидротехн. стр-во», 1949, № 7.
5. Аравин В. И. Расчеты и моделирование плановой фильтрации. Госэнергоиздат, Л., 1963.
6. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. Гостехтеориздат, М., 1953.
7. Баренблатт Г. И. Об автомодельных движениях сжимаемой жидкости в пористой среде. «Прикл. мат. и мех.», 1962, т. 16, вып. 6.
8. Баренблатт Г. И. О некоторых задачах неустановившейся фильтрации. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1954, № 6.
9. Баренблатт Г. И. О возможности линеаризации в некоторых задачах нестационарной фильтрации газа. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1956, № 11.
10. Баренблатт Г. И., Крылов А. П. Об упруго-пластическом режиме фильтрации. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1953, № 2.
11. Белаш П. М., Жогленко В. И., Кириличев А. М. Электрические модели из активных сопротивлений для решения задач упругого и газового режима. «Тр. Моск. ин-та нефтехим. и газов. пром.», 1964, вып. 47.
12. Бочевер Ф. М., Шестаков В. М. К расчету притока подземных вод к водозаборным сооружениям в напорном пласте с учетом частичного его осушения. «Научн. сообщ. ВНИИ ВОДГЕО». «Гидрогеология», 1962.
13. Булдей В. Р., Демченко В. Ф., Шаманский В. Е. Численное решение плановой задачи неустановившейся фильтрации на электронных вычислительных машинах. «Тр. совещ. по гидрогеол. и инж. геол. района Днепровских водохранилищ». Изд-во ДГУ, 1962.
14. Вевиоровская М. А., Кравченко И. П., Румянцев С. А. Методы аналогий применительно к фильтрационным расчетам. Изд-во МГУ, 1962.
15. Веригин Н. Н. Неустановившееся движение грунтовых вод вблизи водохранилищ. ДАН СССР, 1949, т. 16, № 4.
16. Волынский Б. А., Бухман В. Е. Модели для решения краевых задач. Физматгиз, М., 1960.
17. Воробков Л. Н., Гаврилко В. М., Лобачев П. В., Шеста-

ков В. М. Водопонижение в гидротехническом строительстве. Госстройиздат, М., 1960.
18. «Геология районов сооружений Волго-Дона». Под ред. В. Д. Галактионова. Госэнергоиздат, М., 1960.
19. Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. Сб. «Гидрогеол. и инж. геол.», 1947, № 9.
20. Гиринский Н. К. Комплексный потенциал потока со свободной поверхностью в пласте относительно малой мощности при $k=f(z)$. ДАН СССР, 1951, т. 29, № 6.
21. Григорьев В. М. О влиянии заиления речных русел на производительность береговых инфильтрационных водозаборов. «Водоснаб. и сан. техн.», 1957, № 6.
22. Григорьев В. М. Из опыта эксплуатации инфильтрационных водозаборов. «Тр. ин-та ВОДГЕО». Госстройиздат, М., 1958.
23. Григорьев В. М. Теоретические основы расчета инфильтрационных водозаборов с учетом заиления речных русел. «Водоснаб. и сан. техн.», 1960, № 8.
24. Гутенмахер и др. Руководство к электроинтеграторам типа ЭИ-12. Изд-во АН СССР, М., 1953.
25. Жериов И. Е. Расчеты захвата подземных вод. Изд-во АН УССР, Киев, 1954.
26. Каменский Г. Н., Климентов П. П., Овчинников А. М. Гидрогеология месторождений полезных ископаемых. Госгеолиздат, М., 1953.
27. Каменский Г. Н., Гавич И. К., Мясникова Н. А., Семенова С. М. Гидродинамические основы изучения режима грунтовых вод и его изменение под влиянием искусственных факторов. «Тр. лабор. гидрогеолог. проблем АН СССР им. Ф. П. Саваренского», 1960, т. 26.
28. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. ИЛ., М., 1962.
29. Коздоба Л. А., Михненко В. И. Решение задач нестационарной теплопроводности на сетках омических сопротивлений. «Докл. 4-й межвуз. конф. по моделированию». Изд-во МЭИ, 1962.
30. Костяков А. Н., Фаворин Н. Н., Аверьянов С. Ф. Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. Изд-во АН СССР, М., 1956.
31. Крылов М. М. К изучению динамики баланса грунтовых вод в целях гидрогеологического прогноза. «Изв. АН УзССР», 1947, вып. 2.
32. Лан Чжан-синь. Приближенный метод решения задачи нестационарной фильтрации газа в круговом пласте. «Тр. Моск. ин-та нефтехим. и газов. пром.», 1961, вып. 33.
33. Лейбензон А. С. Нефтепромысловая механика, ч. II. М., 1934.
34. Либман. Новый метод электрической аналогии для решения нестационарных задач теплопроводности. Сб. переводов «Механика», 1957, № 3.
35. Лукьяиов В. С., Вевиоровская М. А. Применение метода гидравлических аналогий к исследованиям фильтрации грунтовых вод. Сб. «Пробл. гидрогеол.». Госгеолтехиздат, М., 1960.
36. Маскет М. Течение однородной жидкости в пористой среде. Гостоптехиздат, М., 1952.
37. Мятиев А. Н. Напорный комплекс подземных вод и колодцы. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1947, № 9.
38. Николаев Н. С., Козлов Э. С., Полгородник Н. П. Аналоговая математическая машина УСМ-1. Госмашгиз, М., 1962.
39. Николаевский В. Н. К построению нелинейной теории упругого режима фильтрации жидкости и газа. «Прикл. мех. и техн. физика», 1961, № 4.
40. Нумеров С. Н. О применении метода ЭГДА при приближенном расчете нестационарных полей в сплошных средах. «Научн. докл. высш. школы». «Энергетика», 1958, № 1.
41. Олейник А. Я. Методика исследования плановых задач установившейся фильтрации на больших территориях методом ЭГДА. «Тр. Первого Укр. гидрогеол. совещ.». Изд. АН УССР, Киев, 1961, т. 1.
42. Огильви Н. А. Воды со свободной поверхностью в кровле пласта и расчет их осушения. «Подмоск. угольн. басс.», № 3, Углетехиздат, 1948.

43. «Опыт и методика изучения крупных водохранилищ», ч. I. Под ред. Г. С. Золотарева, Д. С. Соколова, Е. Г. Чаповского. Изд-во МГУ, 1959.
44. Плотников Н. И., Сыроватко М. В., Шеголев Д. И. Подземные воды рудных месторождений. Металлургиздат, М., 1957.
45. Пирвердяи А. М. Построение некоторых приближенных неавтомодельных решений задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде. «Прикл. мат. и мех.», 1960, т. 24, вып. 6.
46. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехтеориздат, М., 1952.
47. Семенов М. П., Лыкошин А. Г. Процессы кольматации горных пород и их значение для гидротехнического строительства». Сб. «Тр. лабор. инж. гидрогеол. ВОДГЕО», № 3, Госстройиздат, М., 1960.
48. Силин-Бекчурин А. И. Динамика подземных вод. Изд-во МГУ, 1958.
49. Скабалланович И. А. Методика гидрогеологических исследований и прогноза зоны подтопления населенных пунктов по берегам водохранилищ. «Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии». Научн. зап. Днепропетр. ун-та. Изд-во ДГУ, 1961, т. 75.
50. Скабалланович И. А., Сергеева В. С. Режим грунтовых вод Каменского массива в условиях влияния орошения и Каховского водохранилища. Научн. зап. Днепропетр. ун-та, т. 75, Изд-во ДГУ, 1961.
51. Соколов Ю. Д. Про безнапірнии приплив грунтових вод до дренажной галлереи при неявности инфильтрации. «Доповіді АН УРСР», 1952, № 4, 5.
52. Сыроватко М. В. Гидрогеология и инженерная геология при освоении угольных месторождений. Госгортехиздат, М., 1960.
53. Тейлор Д. Основы механики грунтов. Госстройиздат, М., 1960.
54. Теплицкий И. С. Неустановившаяся безнапорная фильтрация в глинистом пласте, подстилаемом водоупором. «Тр. Средне-Аз. н.-и. ин-та ирригации» 1960, т. 107.
55. Тетельбаум И. М., Ельметад Я. А. Электрическое моделирование неустаиовившихся процессов теплопередачи и диффузии в электролитической ванне. «Докл. 4-й конф. по физ. и мат. моделированию». Изд-во МЭИ, 1962.
56. Томович Р., Карплюс У. Быстродействующие аналоговые вычислительные машины. «Мир», М., 1964.
57. Троянский С. В., Белицкий А. С., Чекин А. И. Общая и горнорудничная гидрогеология. Госгортехиздат, М., 1960.
58. Цытович Н. А. Механика грунтов. Госстройиздат, М., 1951.
59. Чарный И. А. О методах линеаризации нелинейных уравнений типа уравнений теплопроводности. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1951, № 6.
60. Шестаков В. М. Неустановившаяся фильтрация при наклонном водоупоре. ДАН СССР, 1956, т. 108, № 5.
61. Шестаков В. М. Основы гидрогеологических расчетов при фильтрации из хранилищ промстоков. Изд-во ВНИИ ВОДГЕО, М., 1961.
62. Шестаков В. М. Некоторые вопросы теории упругого режима фильтрации. «Прикл. мех. и техн. физика», 1962, № 3.
63. Шестаков В. М. О влиянии упругого режима фильтрации в раздельных слоях на взаимодействие водоносных горизонтов. «Изв. ВУЗов», «Геология и разведка», 1963, № 10.
64. Щелкачев В. Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. ДАН СССР, 1945, т. 52, № 2.
65. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Гостехиздат, М., 1959.
66. Boussinesq. Essai sur la theorie des eaux courantes. Paris, 1877.
67. Broocs R. H. Unsteady flow of ground water into drain tile. «J. Irrig. Drain. Div.» Pros. ASCE, 1961, vol. 87, No. 2.
68. Brown R. H. Progress in Ground water studies with the electric analog model. «J. Amer. Water Works Ass». 1962, vol. 54, No. 8.
69. Jacob C. E. On the Flow of water in a elastic artesian aquifer. «Trans. Amer». Geoph. Union, 1940.
70. Hantush M. C. Modification of the theory of leaky aquifer. «J. of Ge-

ophisical Research», 1960, No. 10 (Перевод в сб.: «Вопросы гидрогеологических проблем». «Мир», М., 1964).
71. Haushied W., Kruse G., Unsteady flow of ground water into a surface Reservoir. «J. Hydr. Div.» Pros. ASCE, Hy 2, 1960, vol. 86.
72. Matsubara S. On the approximate solutions «for the differential equation of the unsteady flow.». Agric. Engng. Soc, Japan, 1958, vol. 25, No. 5, 6.
73. Suudara Raja Gyengar K. T. Unsteady flow of ground water into a surface reservoir. «J. Hydr. Div.» Proc. ASCE, 1961, vol. 87, No. 1.
74. Walton W. C., Prickett T. A. Hydrogiologic electric analog computer. «J. Hydr. Div». Pros. ASCE, Hy 6, 1963, vol. 89.

К главе II

1. Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. Госстройиздат, М., 1960.
2. Аверьянов С. Ф. Горизонтальный дренаж при борьбе с засолением орошаемых земель. Изд-во АН СССР, М., 1959.
3. Аравин В. И. Об экспериментальном исследовании неустановившегося движения грунтовых вод. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1941, т. 30.
4. Аравин В. И. Расчеты и моделирование плановой фильтрации. Госэнергоиздат, М., Л., 1963.
5. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. «Прикл. мат. и мех.», 1960, т. 24, вып. 5.
6. Бочевер Ф. М., Селюк Е. М. Применение метода ЭГДА для оценки подпора подземных вод и фильтрации в берегах водохранилищ. Изд-во ВНИИ ВОДГЕО, М., 1957.
7. Вевиоровская М. А., Кравченко И. П., Румянцев С. А. Метод гидравлических аналогий проф. В. С. Лукьянова и метод электрогидродинамических аналогий Н. Н. Павловского применительно к фильтрационным расчетам. Изд-во МГУ, 1962.
8. Веригин Н. Н. О течениях грунтовых вод при местной усиленной инфильтрации ДАН СССР, 1950, т. 70, № 5.
9. Веригин Н. Н. Режим грунтовых вод при колебаниях горизонта водохранилищ. «Гидротехн. стр-во», 1952, № 11.
10. Веригин Н. Н. О движении грунтовых вод вблизи плотин. ДАН СССР, 1954, т. 99, № 6.
11. Веригин Н. Н. Движение грунтовых вод в районах плотин, шлюзов и каналов. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1955, № 6.
12. Веригин Н. Н. Движение грунтовых вод вблизи водохранилищ, каналов и подпертых бьефов. «Тр. ин-та ВОДГЕО», Госстройиздат, М., 1958.
13. Веригин Н. Н., Шестаков В. М. Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде. Изд-во ВНИИ ВОДГЕО, М., 1954.
14. Гиринский Н. К. Приток воды в выработки, заложенные на междуречье в неоднородный по вертикали пласт. «Методы исследований и расчетов при инженерно-геологических и гидрогеологических работах». Госгеолиздат, М., 1951.
15. Дружинин Н. И. Применение метода ЭГДА при исследовании фильтрации на больших территориях. «Передовой, научн. техн. производств. опыт». Изд-во ВИНИТИ, М., 1957.
16. Жернов І. Е., Устинов С. О. Експериментальні дослідження неустановленного дренажу в гідроінтеграторах. Киев, 1961.
17. Каменский Г. Н., Гавич И. К., Мясникова Н. А., Семеиова С. М. Гидродинамические основы изучения режима грунтовых вод. «Тр. лабор. гидрогеол. проблем. им. Ф. П. Саваренского». Изд-во АН СССР, М., 1960, т. 26.
18. Каранфилов Т. С. Исследования с помощью гидравлического интегратора неустановившейся фильтрации из водоема в грунт. «Научн. докл. высш. школы». «Строительство», 1959, № 1.

19. Каранфилов Т. С. О точности фильтрационных расчетов на щелевом лотке. «Гидротехн. стр-во», 1960, № 2.
20. Костяков А. Н., Фаворин Н. Н., Аверьянов С. Ф. Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. Изд-во АН СССР, М., 1956.
21. Кравченко И. П. Расчет влияния паводка реки на поток грунтовых вод с учетом инфильтрации. «Вестн. Моск. ун-та», серия геол., 1960, № 4.
22. Крылов М. М. Основы мелиоративной гидрогеологии Узбекистана. Ташкент, 1959.
23. Лукьянов В. С., Вевиоровская М. А. Применение метода гидравлических аналогий к исследованиям фильтрации грунтовых вод. Сб. «Пробл. гидрогеол.», Госгеолиздат, М., 1960.
24. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Гостехтеориздат, М., 1952.
25. Мясникова Н. А. Прогноз подпора грунтовых вод. «Наука», М., 1964.
26. Олейник А. Я. Методика исследования плановых задач установившейся фильтрации на больших территориях методом ЭГДА. «Тр. Первого Укр. гидрогеол. совещ.», Киев, 1961, т. 1.
27. Опыт и методика изучения крупных водохранилищ, ч. I. Изд-во МГУ, 1959.
28. Полубаринова-Кочина П. Я. О неустановившихся движениях грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ. «Прикл. мат. и мех.», 1949, т. 13, вып. 2.
29. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехтеориздат, М., 1952.
30. Рудаков В. К., Туменко Н. Р. О расчетах подъема грунтовых вод в междуречном массиве при создании водохранилища. «Гидротехн. стр-во», 1962, № 2.
31. Скабалланович И. А. Гидрогеологические расчеты, изд. 2-е. Госгортехиздат, М., 1960.
32. Чжан Вей-цинь. Неустановившийся режим грунтовых вод под влиянием орошения. Сб. «Влияние орошения на режим грунтовых вод». Изд-во АН СССР, М., 1959.
33. Шестаков В. М. Основы гидрогеологических расчетов при фильтрации из хранилищ промстоков. Изд-во ВНИИ ВОДГЕО, М., 1961.
34. Шестаков В. М. Методика прогноза подпора грунтовых вод на прибрежных территориях. «Тр. совещ. по гидрогеол. и инж. геол. Днепровских водохранилищ». Изд-во ДГУ, 1962.
35. Шестаков В. М. Неустановившаяся фильтрация в двухслойной среде. «Изв. АН СССР», Отд. техн. наук, «Мех. и маш.», 1963, № 6.
36. Lithin. Drainage of agricultural Lands. N. Y., 1961.
37. Stallman R. W. Numerical analysis of regional water levels to define aquifer hydrology. «Trans. Amer. Geophys, Union», 1956, vol. 37, No. 4.
38. Todd D. K. Ground water hydrology. N-Y., 1959.
39. Zajiček V., Halek V., Čuštin J., Gyalokoy M. Vztahy pouchvych a podzemnich poříčnich vod. Bratislava, SAV, 1960.

К главе III

1. Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Влияние водохранилищ на прилегающие территории. Госстройиздат, М., 1960.
2. Биндеман Н. Н., Анохина К. Т. Определение гидрогеологических параметров по данным наблюдений за режимом грунтовых вод при паводках. Изд-во ВНИИ ВОДГЕО, М., 1957.
3. Вевиоровская М. А. Некоторые сведения о влиянии Куйбышевского водохранилища на грунтовые воды. «Бюл. МОИП», отд. геол. 1960, т. 35 (5).
4. Инструкция по расчетам неустановившегося движения грунтовых вод по уравнениям, представленным в конечных разностях. Госэнергонздат, М., 1957.
5. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Госгеолиздат, М., 1943.
6. Киселев П. А. Исследование баланса грунтовых вод по колебаниям их уровня. Минск, 1961.
7. Костяков А. Н., Фаворин Н. Н., Аверьянов С. Ф. Влияние оро-

сительных систем на режим грунтовых вод. Изд-во АН СССР, М., 1956.
8. Кошляков Н. С., Глинер В. М., Смирнов М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Физматгиз, М., 1962.
9. Лебедев А. В. Прогноз изменения уровня грунтовых вод на орошаемых территориях. Госгеолиздат, М., 1957.
10. Лебедев А. В. Определение коэффициента уровнепроводности по данным стационарных наблюдений за режимом грунтовых вод. «Разведка и охрана недр», 1961, № 7.
11. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Гостехтеориздат, М., 1962.
12. Минкин Е. Л. К вопросу о режиме уровня грунтовых вод в условиях орошения. «Сборник статей по геологии и гидрогеологии». Госгеолтехиздат, М., 1962.
13. Огильви Н. А. Определение параметров скорости распространения подпора в грунтовых водах путем анализа их режима. «Сов. геология», сб. 56, 1956.
14. Скабалланович И. А. Методика гидрогеологических исследований и прогноза зоны подтопления сельских населенных пунктов по берегам водохранилищ. «Вопр. гидрогеол. и инж. геол.». Научн. зап. Днепропетр. ун-та, 1961, т. 75.
15. Ху Чан-линь. Опыт и методика определения отношения коэффициента фильтрации к недостатку насыщения грунтов по режимным наблюдениям. Сб. «Мат-лы к V конф. мл. научн. сотр. и аспир. лабор. гидрогеол. проблем АН СССР». Изд-во «НТО Горное», М., 1960.
16. Черномашенцев Г. М. К вопросу определения гидрогеологических параметров путем анализа режима грунтовых вод во времени. «Вопр. гидрогеол. и инж. геол.». Научн. зап. Днепропетр. ун-та, 1961, т. 75.
17. Ferris I. Cyclic fluctuations of water level as a basis for determining aquifer transmissibility. Assoc. Int. Hydrol. Sc. Assamblee Generale de Bruxelles. 1951, vol. 2.
18. Rowe P. P. An Equation for Estimating Transmissibility and coefficient of storage from River — Level Fluctuations. «J. Geoph. Research.», 1960, vol. 65, No. 10. Discussion of Paper by P. P. Rowe — «J. Geoph. Research», 1961, vol. 66, No. 4.

К главе IV

1. Абрамов С. К., Бабушкин В. Д. Методы расчета притока воды к буровым скважинам. Стройиздат, М., 1955.
2. Абрамов С. К., Недрига В. П., Романов А. В., Селюк Е. М. Защита территорий от затопления и подтопления. Госстройиздат, М., 1961.
3. Аверьянов С. Ф. Расчет осушительного действия глубоких дренажей. «Научн. зап. МГМИ», 1948, т. 15.
4. Аверьянов С. Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод», сб. 1. Изд-во АН СССР, М., 1956.
5. Аравин В. И. Приток грунтовых вод к водозаборным совершенным колодцам. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1951, т. 46.
6. Аравин В. И. Исследование притока грунтовых вод к несовершенному колодцу при помощи щелевого лотка. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1959, т. 2.
7. Аравин В. И., Григорьева В. А. Исследование притока грунтовых вод к колодцу с изменяющейся длиной фильтрующей части. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1960, т. 65.
8. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. Гостехиздат, М., 1953.
9. Аравин В. И., Стрельцова Т. Д. Моделирование горизонтальных дрен и вертикальных противофильтрационных преград при экспериментальном изучении плановой фильтрации. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1962, т. 69.

10. Бабушкин В. Д. К вопросу определения водопроницаемости пород в зоне кольматации их. «Тр. Совещ. по вопр. водопонижения в гидротехн. стр-ве». Госстройиздат, М., 1959.
11. Борисов Ю. П. Определение дебита скважин при совместной работе нескольких скважин. «Тр. Моск. иефт. ин-та им. И. М. Губкина», вып. 11. Гостоптехиздат, М., 1951.
12. Борисов Ю. П. К гидродииамическим расчетам при упругом режиме. «Тр. ВНИИ Нефтегаз», 1956, вып. 8.
13. Бочевер Ф. М., Веригии Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатациоиных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, М., 1961.
14. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. Госстройиздат, М., 1962.
15. Гиринский Н. К. Определение коэффициента фильтрации. Госгеолиздат, М., 1950.
16. Ионат В. А. Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах. Таллин, 1962.
17. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Госгеолиздат, М., 1943.
18. Клиот-Дашинский М. И. Фильтрация жидкости в незначительную скважину в напорном пласте, подстилаемом сильно проницаемым грунтом. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук. «Мех. и маш.», 1960, № 5.
19. Ли Цы-цюнь. Приток жидкости к скважинам в неоднородных пластах. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук. «Мех. и маш.», 1960, № 5.
20. Ломизе Г. М., Нетушил А. В. Электроосмотическое водопонижение. Госэнергоиздат, М., 1958.
21. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Гостехтеориздат, М., 1952.
22. Маскет М. Движение однородной жидкости в пористой среде. Гостоптехиздат, М., 1949.
23. Насберг В. М. Краткие итоги исследований гидротехнической лаборатории по фильтрации. «Тр. ТНИСГЭИ», 1962, т. 14.
24. Нумеров С. Н. О фильтрации к несовершенной дренажной траншее в горизонтальном артезианском пласте. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1954, т. 52.
25. Нумеров С. Н. О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямолинейной цепочке совершеиных скважин. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1958, № 1.
26. Павловская Л. Н. Вопросы фильтрациоиного расчета водопонижения в строительных котлованах гидросооружений. «Тр. совещ. по водопонижению в гидротехн. строит.», Госстройиздат, М., 1959.
27. Павловская Л. Н. Экспериментальное исследование дополнительного фильтрационного сопротивлеиия в случае цепочки несовершениых скважии. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1959, т. 62.
27а. Павловская Л. Н. Моделирование ирригационной сети при исследовании плаиовой фильтрации методом ЭГДА. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1964, т. 75.
28. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехтеориздат, М., 1952.
29. Сегал Б. И. Пространственные задачи теории потенциала. «Изв. АН СССР», сер. мат. 1952, т. 6.
30. Трофименков Ю. Г. Расчеты водозабориых скважин с учетом промежутка высачивания. В сб. «Опыт искусственного понижеиия уровня грунтовых вод». Госэнергонздат, М., 1958.
31. Угинчус А. А. Расчет фильтрации через земляные плотины. Стройиздат, М., 1940.
32. Фнлимонов В. Д., Шестаков В. М. Учет гидродинамического несовершенства каналов и дрен при их моделировании. «Тр. координац. совещ. по фильтрации». Изд-во ВНИИГ, Л., 1965.
33. Форхгеймер Ф. Гидравлика. ОНТИ, М., 1935.
34. Хейн А. Л. Расчет забойных давлений в круговой батарее несовершенных

по степени вскрытия пласта скважин. «Тр. ВНИИ. Нефтегаз», 1957, вып. 10.
35. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостоптехиздат, М., 1948.
36. Чарный И. А. Расчет промежутка высачивания при безнапорном притоке к совершенным и несовершенным скважинам. «Тр. Моск. нефт. ин-та им. И. М. Губкина», 1956, вып. 14.
37 Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, М., 1956.
38. Шестаков В. М. Расчет водопонизительных установок сложных контуров в плане. Сб. «Опыт искусств. понижения уровня грунт. вод». Госэнергоиздат, М., 1956.
39. Шестаков В. М. Вопросы расчета водопонизительных установок сложных контуров в плане. «Тр. ин-та ВОДГЕО». Госстройиздат, М., 1958.
40. Шестаков В. М. Вопросы фильтрационного расчета совершенных и несовершенных скважин. «Тр. лабор. инж. гидрогеол. ВОДГЕО», сб. 3. Госстройиздат. М., 1960.
41. Шестаков В. М. О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин. «Тр. лабор. инж. гидрогеол.», сб. 4. Госстройиздат, М., 1962.
42. Borelli M. Trec-Surface flow toward partially penetrating wells. «Trans. Amer. Geophys. Union», 1955, vol. 36, No. 4.
43. Brons F., Marting V. The effect of restricted fluid entry on well productivity. «Petrol. Technol.», 1961, No. 2.
44. Hansen V. Unconfined ground-water flow to miltuple wells. «Trans. ASCE», 1953, vol. 118.
45. Nahrgang G. Zur Theorie vollkommenen und unvollkommenen Brunnen, 1954.
46. Schneebeli G. Sur l'hydraulique des puits. «Publication n° 41 de l'Association Internationale d'Hydrologue. Symposia Darcy», 1956, t. 2.

К главе V

1. Аверьянов С. Ф. Расчет осушительного действия глубоких дренажей. «Научн. зап. МГМИ», 1948; т. 15.
2. Аверьянов С. Ф. Расчет линейной системы артезианских колодцев». «Инж. сб.», Ин-т мех. АН СССР, 1949, т. 5, вып. 2.
3. Бочевер Ф. М. Гидрогеологические расчеты крупных водозаборов подземных вод и водопонизительных установок. Госстройиздат, М., 1963.
4. Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, М., 1961.
5. Бочевер Ф. М., Селюк Е. М. Применение метода ЭГДА для оценки подпора подземных вод и фильтрации в берегах водохранилищ. Изд-во ВНИИ ВОДГЕО, М., 1957.
6. Булдей В. Р. Методика расчета осушения обводненных месторождений полезных ископаемых с применением электрических моделей. Сб. «Застосування методу електрогідродинамічних аналогій до розв'язания деяких технічних задач». Киев, 1959.
7. Булдей В. Р., Шаманский В. Е. Расчет водопонижения при помощи электрических моделей. Киев, 1961.
8. Волынский Б. А., Бухман В. Е. Модели для решения краевых задач. Физматгиз, М., 1960.
9. Воробков Л. Н., Гаврилко В. М., Лобачев П. В., Шестаков В. М. Водопонижение в гидротехническом строительстве. Госстройиздат, М., 1960.
10. Гомонова К. В. К вопросу о модернизации притока к скважинам на электрических сетках. «Тр. УФНИИ», 1960, вып. 6.
11. Гутенмахер Л. И. и др. Руководство к электроинтеграторам типа ЭИ-12. Изд-во АН СССР, М., 1953.
12. Дружинин Н. И. Метод электрогидродинамических аналогий и его применение при исследовании фильтрации. Госэнергоиздат, М.-Л., 1956.
13. Лю Цы-цюнь. Приток воды к горизонтальным дренажным трубам в ко-

нечном двухслойном пласте. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук. «Мех. и маш.», 1961, № 3.
14. Ломизе Г. М., Нетушил А. В. Электроосмотическое водопонижение. Госэнергоиздат, М., 1958.
15. Огильви Н. А. К вопросу о расчетах каптажных буровых скважин в пластонапорных системах. «Тр. лабор. гидрогеол. проблем им. Ф. П. Саваренского», 1951, т. 10.
16. Павловская Л. Н., Шестаков В. М. Методические указания по фильтрационным расчетам водопонизительных установок. Изд-во ВНИИГ, Л., 1961.
17. Романов А. В. Приток воды к водозаборам подземных вод. «Вопр. фильтрацион. расчетов гидротехн. сооружений», сб. 1. Госстройиздат, М., 1952.
18. Толстов Ю. Г. Применение метода электрического моделирования физических явлений к решению некоторых задач подземной гидравлики. «Журн. техн. физ.», 1942, т. 12, вып. 10.
19. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостоптехиздат, М., 1948.
20. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, М., 1956.
21. Швидлер М. И. Решение плоских фильтрационных задач методом Монте-Карло. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук. «Мех. и маш.», 1963, № 1.
22. Шестаков В. М. О фильтрационном расчете вертикального дренажа и водопонижения на моделях ЭГДА. Сб. «Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений». Госстройиздат, М., 1964.
23. Шестаков В. М. Вопросы расчета крупных водопонизительных установок. «Тр. совещ. по вопр. водопонижения в гидротехн. строит.». Госстройиздат, М., 1959.
24. Щелкачев В. Н., Пыхачев Г. В. Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. Баку, 1939.

К главе VI

1. Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. Госстройиздат М., 1960.
2. Аравин В. И., Стрельцова Т. Д. Моделирование горизонтальных дрен и вертикальных противофильтрационных преград при экспериментальном изучении плановой фильтрации «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1962, т. 69.
3. Борисов Ю. П., Каменецкий С. Г., Яковлев В. П. Гидроинтегратор для решения радиальных задач неустановившейся фильтрации. «Тр. ВНИИ Нефтегаз», 1959, т. 19.
4. Бочевер Ф. М. Гидрогеологические расчеты водозаборов подземных вод и водопонизительных установок. Госстройиздат, М., 1963.
5. Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, М., 1961.
6. Веригин Н. Н. Движение грунтовых вод вблизи водохранилищ, каналов, подшертых бьефов и методы расчета подпора и потерь на фильтрацию. «Тр. ин-та ВОДГЕО». Госстройиздат, М., 1958.
7. Воробков Л. Н., Гаврилко В. М., Лобачев П. В., Шестаков В. М. Водопонижение в гидротехническом строительстве. Госстройиздат, М., 1950.
8. Гиринский Н. К. Определение коэффициента фильтрации. Госгеолиздат, М., 1950.
9. Жернов И. Е. Гидрогеологические расчеты осушения месторождений, разрабатываемых открытым способом. «Научн. зап. УкрНИИпроект», 1960, вып. 2.
10. Каменский Г. Н. Уравнения неустановившегося движения грунтовых вод в конечных разностях и применение их к исследованию явлений подпора. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1940, т. 4.

11. Каменский Г. Н., Гавич И. К. Мясникова Н. А., Семенова С. М. Гидродинамические основы изучения режима грунтовых вод. «Тр. лабор. гидрогеол. проблем им. Ф. П. Саваренского», 1960, т. 6.
12. Лукьянов В. С., Вевиоровская М. А. Применение метода гидравлических аналогий к исследованиям фильтрации грунтовых вод. Сб. «Проблемы гидрогеологии». Госгеолиздат, М., 1960.
13. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Гостехтеориздат, М., 1952.
14. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Гостоптехиздат, М., 1952.
15. Нумеров С. Н. О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямолинейной цепочке совершенных скважин. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1958, т. 1.
16. Павловская Л. Н., Шестаков В. М. Методические указания по фильтрационным расчетам водопонизительных установок. Изд-во ВНИИГ, Л., 1961.
17. Павловский Н. Н. Гидромеханический расчет плотин системы Сенкова. Собр. соч., т. 2. Изд-во АН СССР, М.-Л., 1956.
18. Пискунов Н. С. Определение положения контура нефтеносности. «Тр. ВНИИ Нефтегаз», 1954, вып. 6.
19. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехтеориздат, М., 1952.
20. Саульев В. К. Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток. Госфизматиздат, М., 1960.
21. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостоптехиздат, М., 1948.
22. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, М., 1956.
23. Швидлер М. И. Интерференция скважин при упругом режиме фильтрации. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1955, № 5.
24. Швидлер М. И., Сайфутдинова Р. З. Некоторые вопросы электромоделирования движения жидкости к скважинам в нефтяных пластах. «Тр. УФНИИ», 1958, вып. 3.
25. Шестаков В. М. Вопросы расчета водопонизительных установок сложных контуров в плане. «Тр. ин-та ВОДГЕО». Госстройиздат, М., 1958.
26. Шестаков В. М. О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин. «Тр. лабор. инж. гидрогеол.», сб. 4. Госстройиздат, М., 1962.
27. Шестаков В. М. Применение метода конечных разностей Г. Н. Каменского к фильтрационным расчетам водопонизительных и водозаборных установок. «Тр. лабор. гидрогеол. проблем. им. Ф. П. Саваренского», 1962, т. 40.
28. Theis C. The relation between the lowering of the piezometric surface und the rate and duration of discharge of a well usind ground — water storage. «Trans. Amer. Geoph. Union», 1953, vol. 5.

К главе VII

1. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах». «Прикл. мат. и мех.», 1960, т. 24, вып. 5.
2. Бочевер Ф. М. Неустановившийся приток грунтовых вод к линейному ряду скважин в артезианских бассейнах. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, «Мех. и маш.», 1960, № 1.
3. Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, М., 1961.
4. Васильев В. А., Хабиров А. С. Неустановившееся движение грунтовых вод к скважине вертикального дренажа. «Тр. Ташк. гос. ун-та», 1961, вып. 189.
5. Гармонов И. В., Иванов А. В., Нефедова Е. И., Смирнова Г. Н., Сугробов В. М. Подземные воды юга Западно-Сибирской

низменности. «Тр. лабор. гидрогеол. проблем им. Ф. П. Саваренского», 1961, т. 33.
6. Гармонов И. В., Коноплянцев А. А. Влияние искусственного понижения уровня подземных вод на состояние земной поверхности. «Разведка и охрана недр», 1964, № 2.
7. Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. «Вопр. гидрогеол. и инж. геол.», 1947, № 9.
8. Гусейн-Заде М. А. Некоторые вопросы учета проницаемости кровли и подошвы пласта при движении в нем жидкости. «Тр. МИНХ и ГП им. И. М. Губкина», 1961, вып. 33.
9. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Госгеолиздат, М., 1943.
10. Матвеенко Т. И. О неустановившейся фильтрации в одном и двух пластах. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, 1957, т. 6.
11. Мятиев А. Н. Действие колодца в напорном бассейне подземных вод. «Изв. Туркм. фил. АН СССР», 1946, № 3—4.
12. Павловская Л. Н. Исследование случая установившейся фильтрации в трехслойной среде. «Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», 1963, т. 73.
13. Полубаринова-Кочина П. Я. О радиусе влияния скважин. «Изв. Сиб. отд. АН СССР», 1960, № 5.
14. Чарный И. А. Фильтрация в пласте с непроницаемой кровлей и подошвой, разделенном слабопроницаемой перемычкой. «Труды Моск. нефт. ин-та им. И. М. Губкина», 1960, т. 33.
15. Шержуков Б. С. Неустановившаяся фильтрация в горизонтальные дрены при осушении торфяных месторождений напорно-грунтового питания. «Прикл. мех. и техн. физика», 1960, № 3.
16. Шестаков В. М. Расчет фильтрации в трехслойной среде. «Гидротехн. стр-во», 1956, № 4.
16а. Шестаков В. М. О фильтрации в напорных горизонтах при выемке котлованов или карьеров. «Изв. АН СССР», отд. канд. наук. «Мех. и маш.», 1962, № 2.
16б. Шестаков В. М. Неустановившаяся фильтрация в двухслойной среде. «Изв. АН СССР», отд. техн. наук, «Мех. и маш.», 1963, № 6.
16в. Шестаков В. М. О взаимодействии водоносных пластов с учетом упругого режима фильтрации в раздельных слоях. «Изв. ВУЗов». «Геология и разведка», 1963, № 10.
17. Яковлев В. П. Возможность промысловых определений коэффициентов сжимаемости нефтенасыщенности и нефтеотдачи пласта. «Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта. «Тр. ВНИИ Нефтегаз», 1959, вып. 21.
18. Jacob C. E. On the flow of water in an elastic aquifer. «Trans. Amer. Geoph. Union», 1940, No. 7.
19. Jacob C. E. Radial flow in a leaky artesian aquifer. «Trans. Amer. Geoph. Union», 1946, vol. 27, No. 11.
20. Ferris J. D., Knowles D. B., Brown R. H., Stallman R. W. Theory of aquifer test. «Geol. Servey Water — Suppley Paper», 1536—E, 1962.
21. Hantush M. S., Jacob C. E. Nonsteady radial flow in an infinte leaky aquifer. «Trans. Amer. Geoph. Union», 1955, vol. 36, No. 1.
22. Hantush M. S. Nonsteady flow to flowing wells in leaky aquifers. «J. of Geoph. Research», 1959, vol. 64, No. 8.
23. Hantush M. S. Modification of the theory of leaky aquifer. «J. of Geoph. Research», 1960, vol. 65, No. 11 (Перевод в сб.: «Вопросы гидрогеологических расчетов». «Мир», М., 1964).
24. Hantush M. S. Drainage wells in an leaky aquifer. «J. of the Hydraulic Div.», Pros. ASCE, Hy. 2, 1962, vol. 88, p. 1.
25. Witherspoon P. A., Mueller T. D., Donovan R. W. Conditions of untergraund gas-storage conditions in aquifer through investigations of ground-water hydrology. «J. of Petroleum Techn.» 1962, No. 5.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3

Глава I. **Гидродинамическая схематизация и вывод основных уравнений применительно к задачам подпора и искусственного понижения подземных вод** 5

§ 1. Вопросы гидродинамической схематизации 5

§ 2. Анализ основного уравнения планово-плоской фильтрации . 7

§ 3. Уравнение упругого режима фильтрации 14

§ 4. Учет сопротивления ложа рек, водохранилищ и каналов . . 18

§ 5. О моделировании плановой неустановившейся фильтрации . . 21

Глава II. **Методика прогноза подпора грунтовых вод на прибрежных территориях** 30

§ 1. Вопросы методики расчетов установившегося подпора грунтовых вод 30

§ 2. Вопросы методики расчетов неустановившегося подпора грунтовых вод 32

§ 3. Влияние инфильтрации или испарения на подпор грунтовых вод 46

§ 4. Особенности расчетов подпора в двухслойной среде . . . 53

Глава III. **Определение гидрогеологических параметров по данным режимных наблюдений** 60

§ 1. Установившийся режим фильтрации 60

§ 2. Неустановившийся режим фильтрации 64

§ 3. Особенности определения гидрогеологических параметров в двухслойной среде 73

§ 4. Об учете инфильтрационного питания при определении гидрогеологических параметров в период паводкового режима . . . 79

Глава IV. **Основы фильтрационных расчетов водопонижения и дренажа с применением метода фильтрационных сопротивлений** 84

§ 1. Общие положения метода фильтрационных сопротивлений . . 84

§ 2. Фильтрационный поток вблизи одиночных скважин 87

§ 3. Применение метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин 93

§ 4. О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов каналов и горизонтального дренажа 99

§ 5. Определение сопротивлений на гидродинамическое несовершенство дрен и каналов 107

§ 6. Определение местных сопротивлений по данным опытно-фильтрационных работ и режимных наблюдений 123

Глава V. **Расчеты водопонижения и дренажа в условиях установившейся фильтрации** 127

§ 1. Определение притока к водопонизительным установкам и расчет взаимодействующих скважин в типовых условиях питания . 128

§ 2. Общие положения расчета водопонизительных и дренажных установок в сложных условиях питания 133

§ 3. Ряды скважин и дрены в полосовом пласте 135
§ 4. Моделирование вертикального и горизонтального дренажа методом ЭГДА 148
§ 5. Расчеты систем скважин по методу сложения течений с применением моделей ЭГДА 152
§ 6. Особенности расчетов вертикального и горизонтального дренажа на сеточных электроинтеграторах 155
Глава VI. **Основы расчетов водопонижения и дренажа при неустановившемся режиме фильтрации** 162
§ 1. Неупорядоченные системы и ряды скважин при постоянной интенсивности водоотбора 162
§ 2. Систематический дренаж с постоянным понижением уровня . 166
§ 3. Два ряда дренажа с постоянным понижением уровня . . . 168
§ 4. Применение метода конечных разностей для расчетов систем скважин 171
Глава VII. **Некоторые вопросы взаимодействия водоносных горизонтов** . 177
§ 1. Анализ естественного потока подземных вод во взаимодействующих водоносных горизонтах 178
§ 2. Водопонижение в двухслойной среде 191
§ 3. Учет перетекания во взаимодействующих горизонтах при водопонижении и дренаже 195
§ 4. Дренаж в трехслойной среде 206
§ 5. О режиме напорных горизонтов при изменении внешней нагрузки на водоносные пласты 210
Приложения 217
Литература 221

Всеволод Михайлович Шестаков

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ ПОДПОРА ВОДОПОНИЖЕНИЯ И ДРЕНАЖА

Тематический план 1965 г. № 57

Редактор *Г. П. Ванторина*
Техн. редактор *Г. И. Георгиева*
Корректоры *Л. С. Клочкова, Г. И. Чугунова*

Сдано в набор 26/XI 1964 г.
Подписано к печати 12/VIII 1965 г.
Л-103653. Формат $60\times90^1/_{16}$
Физ. печ. л. 14,75. Уч.-изд. л. 16,60
Изд. № 605. Заказ 373
Тираж 2 200 экз. Цена 1 р. 30 к.

Издательство Московского университета
Москва, Ленинские горы
Административный корпус
Типография Изд-ва МГУ
Москва, Ленинские горы

ИЗДАТЕЛЬСТВО МГУ ИМЕЕТ В НАЛИЧИИ И ВЫСЫЛАЕТ НАЛОЖЕННЫМ ПЛАТЕЖОМ СЛЕДУЮЩИЕ КНИГИ ПО ГЕОЛОГИИ:

ЛАНГЕ О. К. **Подземные воды СССР, ч. I.** 1959 г., 270 стр., ц. 90 коп.

Книга содержит материал, освещающий гидрогеологические условия европейской части СССР, даются сведения о размещении водоносных горизонтов на территории СССР. Размещение грунтовых и артезианских вод рассматривается обособленно.

Издание рассчитано на студентов геологических факультетов университетов, геологоразведочных и горных институтов, техникумов, научных работников — гидрологов.

ЛАНГЕ О. К. **Подземные воды СССР, ч. II.** 1963 г., 282 стр., ц. 95 коп.

Книга посвящена региональной гидрогеологии азиатской части СССР. В ней рассмотрены гидрогеологические условия формирования и развития грунтовых и артезианских вод Западной и Восточной Сибири, Казахского низкогорья, Южного Приуралья и Северного Прикаспия, Семиречья и Средней Азии.

Учебное пособие рассчитано на студентов университетов гидрогеологической и инженерно-геологической специальностей, горных, геологоразведочных и других вузов. Книга может быть полезна для лиц, практически работающих в области водоснабжения, осушения, орошения и мелиорации почв, использования подземных вод с лечебными целями и как промышленного сырья.

ЛЕОНТЬЕВ О. К. **Краткий курс морской геологии.** Учебное пособие для вузов. 1963 г., 462 стр., ц. 1 р. 22 к.

В первой главе книги дается общая характеристика задач морской геологии, ее основных направлений и сведения по истории ее формирования. В следующих главах приводятся данные о рельефе дна мирового океана, рассматривается геологическая структура океана и дается обзор эндогенных геологических и экзогенных факторов. Последующие главы освещают основные вопросы осадкообразования в морях и океанах, содержат обзор и классификацию типов современных морских отложений. Далее рассматриваются вопросы геологического и геоморфологического развития морских берегов, освещаются особенности геологического строения, осадков и рельефа шельфа, переходной зоны и ложа океана, излагается проблема происхождения и развития океанов. В последней главе освещаются вопросы практического применения данных морской геологии.

Книга представляет собой учебное пособие по курсу морской геологии для студентов океанологической специальности. Может быть использована студентами геоморфологической специальности географических факультетов университетов и студентами геологических факультетов.

Мерзлотные исследования, вып. IV. Под ред. В. А. Кудрявцева. 1964 г., 424 стр., ц. 1 р. 88 к.

Сборник посвящен актуальным вопросам исследования сезонного промерзания грунтов и многолетнемерзлых горных пород, методике прогноза их изменения в связи с хозяйственной деятельностью человека, изучению свойств мерзлых пород и льдов, а также результатам региональных мерзлото-гидрогеологических исследований, выполненных за последние годы на кафедре мерзлотоведения геологического факультета МГУ.

Сборник рассчитан на широкий круг геологов, инженеров—геологов, гидрогеологов и строителей, работающих в районах многолетнемерзлых пород или с сезонным промерзанием грунтов, а также на преподавателей и студентов средних и высших специальных учебных заведений.

ОРНАТСКИЙ Н. В. **Механика грунтов.** Учебник для университетов. 1962 г., 446 стр., ц. 50 коп.

В учебнике дано общее описание механических схем, применяемых для расчетного моделирования состояния горных пород, изложены физические основы механики отдельных видов горных пород, дано обоснование показателей механических свойств этих пород. Рассмотрены основные задачи механики, связанные с оценкой условий состояния грунтов в массивах и в основаниях сооружений.

Учебник рассчитан на студентов геологических специальностей, на читателей, не имеющих специальной подготовки по строительной механике, но знакомых с основами механики по общему курсу физики.

САВЕЛЬЕВ Б. А. **Строение, состав и свойства ледяного покрова морских и пресных водоемов.** 1963 г., 540 стр., ц. 2 р. 70 к.

В первом разделе работы рассматривается микростроение льда, условия образования зародыша, термодинамика и кинетика кристаллизации, формирование, преобразование и разрушение ледяного покрова. Второй раздел посвящен химическому составу ледяного покрова, фазовому составу ледяного покрова, процессам миграции и избирательному химическому высаливанию. В третьем разделе рассматриваются процессы образования пор при формировании ледяного покрова и дальнейшее изменение пористости.

Издание рассчитано на студентов естественных факультетов в качестве учебного пособия по гляциологии, по различным научным и техническим вопросам, связанным со льдом и мерзлыми горными породами.

ЧЕБОТАРЕВ Н. П. **Учение о стоке.** 1962 г., 406 стр., ц. 2 р. 50 к.

В книге излагаются теоретические исследования, методы и расчеты для практического применения вопросов стока речных бассейнов. Рассматриваются факторы стока, стока половодья, дождевого стока, стока подземного питания, годового и внутригодового стоков и твердого стока.

Издание рассчитано на студентов университетов и гидрометеорологических институтов, инженеров (гидрологов, гидротехников, мелиораторов), аспирантов и научных работников по гидрологической специальности.

Заказы следует направлять по адресу: Москва, В-234.
Издательство МГУ. Отдел распространения.