

ISSN 0130—4887

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ И КОНТРОЛЮ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

ТРУДЫ
СРЕДНЕАЗИАТСКОГО РЕГИОНАЛЬНОГО
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА
им. В. А. БУГАЕВА

Выпуск 111 (192)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ

МОСКВА
ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
1986

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ И КОНТРОЛЮ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ

ТРУДЫ
СРЕДНЕАЗИАТСКОГО РЕГИОНАЛЬНОГО
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА
им. В. А. БУГАЕВА

Выпуск

111(192)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ

Под редакцией
д-ра техн. наук Ю. М. ДЕНИСОВА,
канд. геогр. наук Л. Н. БОРОВИКОВОЙ



Сборник содержит работы по описанию процессов, происходящих в растительном покрове и почве, формированию снежного покрова в горах и прорыву ледниковых озер, а также по метеорологии и гидродинамике.

Кроме того, в него включены статьи по численным методам построения изолиний метеоэлементов.

Сборник рассчитан на специалистов агро- и гидрометеорологов.

РАДИАЦИОННЫЙ РЕЖИМ РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА

Исследованию радиационного режима растительного покрова посвящено значительное количество работ. Большой вклад в его изучение внесла эстонская школа с ее лидером в этом направлении Ю.К. Россом [4, 9]. Следует также отметить работы А.И. Будаговского [1 - 3] и Е.А. Лопухина [5 - 7].

По ряду причин в практических расчетах полную систему уравнений, описывающую перенос радиации в растительном покрове, использовать трудно. Здесь мы используем полуэмпирические и эвристические соотношения.

Обозначим через $J_{\kappa\uparrow}$ поток суммарной коротковолновой радиации в растительном покрове, направленный снизу вверх, и через $J_{\kappa\downarrow}$ - поток суммарной коротковолновой радиации, направленный сверху вниз. Тогда для этих потоков можно записать следующие соотношения:

$$\frac{\partial J_{\kappa\uparrow}}{\partial z} = - \sum_p a_{\kappa p} \beta_p J_{\kappa\uparrow} + \sum_p a_{\kappa p} \beta_p A_p J_{\kappa\downarrow}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial J_{\kappa\downarrow}}{\partial z} = \sum_p a_{\kappa p} \beta_p J_{\kappa\downarrow} - \sum_p a_{\kappa p} \beta_p A_p J_{\kappa\uparrow}, \quad (2)$$

где $a_{\kappa p}$ - безразмерный коэффициент, характеризующий поглощение и рассеяние коротковолновой радиации фитоэлементами; β_p - удельная поверхность p -го фитоэлемента (для листьев односторонняя) и A_p - альбедо p -го фитоэлемента.

Формулы (1) и (2) можно записать более компактно

$$\frac{\partial J_{\kappa\uparrow}}{\partial z} = -\mu_{\kappa} J_{\kappa\uparrow} + \gamma_{\kappa} J_{\kappa\downarrow}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial J_{\kappa\downarrow}}{\partial z} = \mu_{\kappa} J_{\kappa\downarrow} - \gamma_{\kappa} J_{\kappa\uparrow}, \quad (4)$$

где

$$\mu_{\kappa} = \sum_p a_{\kappa p} \beta_p, \quad (5)$$

$$\gamma_{\kappa} = \sum_p a_{\kappa p} \beta_p A_p. \quad (6)$$

Граничные условия для этих дифференциальных уравнений будут следующими:

если Z_R - высота растительного покрова, то

$$\text{при } \bar{z} = Z_R \quad J_{K\downarrow}(\bar{z}_R) = J_{K0}; \quad (7)$$

$$\text{при } \bar{z} = 0, \quad J_{K\uparrow}(0) = A_n J_{K\downarrow}(0), \quad (8)$$

где A_n - альбедо почвы.

Найдем из (3) $J_{K\downarrow}$:

$$J_{K\downarrow} = \frac{1}{V_K} \frac{\partial J_{K\uparrow}}{\partial \bar{z}} + \frac{\mu_K}{V_K} J_{K\uparrow} \quad (9)$$

и подставим это значение в (4)

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{V_K} \frac{\partial J_{K\uparrow}}{\partial \bar{z}} + \frac{\mu_K}{V_K} J_{K\uparrow} \right) = \frac{\mu_K}{V_K} \frac{\partial J_{K\uparrow}}{\partial \bar{z}} + \frac{(\mu_K^2 - V_K^2)}{V_K} J_{K\uparrow}. \quad (10)$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка, при μ_K и V_K , зависящих от $\bar{z}$, аналитически не решается. Если же характеристики растительного покрова по глубине неизменные, в частности β_p не зависит от $\bar{z}$, то μ_K и V_K могут зависеть только от времени и (10) запишется

$$\frac{\partial^2 J_{K\uparrow}}{\partial \bar{z}^2} - (\mu_K^2 - V_K^2) J_{K\uparrow} = 0. \quad (11)$$

Общим решением (11) будет

$$J_{K\uparrow} = C_1 e^{E_K \bar{z}} + C_2 e^{-E_K \bar{z}}, \quad (12)$$

где

$$E_K = \sqrt{\mu_K^2 - V_K^2}. \quad (13)$$

Подставим (12) в (9)

$$J_{K\downarrow} = C_1 \frac{(\mu_K + E_K)}{V_K} e^{E_K \bar{z}} + C_2 \frac{(\mu_K - E_K)}{V_K} e^{-E_K \bar{z}}. \quad (14)$$

Обозначим

$$A_K = \frac{V_K}{\mu_K + E_K} = \frac{\mu_K - E_K}{V_K}. \quad (15)$$

Тогда

$$J_{K\downarrow} = \frac{C_1}{A_K^*} e^{E_K \bar{z}} + C_2 A_K^* e^{-E_K \bar{z}}. \quad (16)$$

Используя равенства (11) и (16), а также граничные условия (7) и (8), найдем коэффициенты C_1 и C_2 :

$$C_1 = J_{K0} \frac{A_K^* (1 - A_K A_n) e^{-E_K \bar{z}_R}}{[1 - A_n A_K^* - A_K^* (A_K^* - A_n) e^{-2E_K \bar{z}_R}]}, \quad (17)$$

$$C_2 = J_{KO} \frac{(A_K^* - A_n) e^{-E_K z_R}}{[1 - A_n A_K^* - A_K^* (A_K^* - A_n) e^{-2E_K z_R}]} \quad (18)$$

Теперь можно записать окончательные выражения для $J_{K\downarrow}$ и $J_{K\uparrow}$ и установить физический смысл значения A_K^* :

$$J_{K\downarrow} = J_{KO} \frac{[(1 - A_n A_K^*) e^{-E_K(z_R - z)} - A_K^* (A_K^* - A_n) e^{-E_K(z_R + z)}]}{[1 - A_n A_K^* - A_K^* (A_K^* - A_n) e^{-2E_K z_R}]}, \quad (19)$$

$$J_{K\uparrow} = J_{KO} \frac{[A_K^* (1 - A_n A_K^*) e^{-E_K(z_R - z)} - (A_K^* - A_n) e^{-E_K(z_R + z)}]}{[1 - A_n A_K^* - A_K^* (A_K^* - A_n) e^{-2E_K z_R}]}. \quad (20)$$

При $z = z_R$ величина восходящей радиации на уровне растительного покрова равна

$$J_{K\uparrow} = J_{KO} \frac{[A_K^* (1 - A_n A_K^*) - (A_K^* - A_n) e^{-2E_K z_R}]}{[1 - A_n A_K^* - A_K^* (A_K^* - A_n) e^{-2E_K z_R}]}. \quad (21)$$

Если высота растительного покрова очень большая — теоретически бесконечная $z_R \rightarrow \infty$ или очень большая удельная поверхность $E_K \rightarrow \infty$, то из (21) следует

$$J_{K\uparrow} (z_R \rightarrow \infty) = J_{KO} A_K^*,$$

или

$$A_K^* = \frac{J_{K\uparrow} (z_R \rightarrow \infty)}{J_{KO}}, \quad (22)$$

т. е. A_K^* есть альbedo растительного покрова при бесконечно большой его высоте стояния или при бесконечно большой удельной поверхности.

J_{KO} — есть интенсивность суммарной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность над растительным покровом. Она берется из наблюдений. При отсутствии наблюдений поступление суммарной радиации рассчитывается. Мы приведем здесь наиболее простую, приближенную формулу для расчета J_{KO} :

$$J_{KO} = \begin{cases} \frac{Q}{T_c \chi} (1 + \cos \omega_c \tau) & \text{для } \tau_\delta \leq \tau \leq \tau_3, \\ 0 & \text{для } \tau < \tau_\delta \text{ и } \tau > \tau_3, \end{cases} \quad (23)$$

где Q — суточная сумма суммарной радиации на горизонтальную поверхность;

$$\chi = \frac{1}{\pi} [\pi \cos(-U) + \sqrt{1 - U^2}]; \quad (24)$$

$$U = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta; \quad (25)$$

φ — широта местности; δ — солнечное склонение; τ_δ — время восхода Солнца:

$$\tau_\delta = -\frac{T_c}{2\pi} \arccos(-U); \quad (26)$$

τ_z - время захода Солнца:

$$\tau_z = \frac{T_c}{2\pi} \arccos(-U); \quad (27)$$

τ - время, отсчитываемое от истинного полудня; T_c - продолжительность суток;

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}; \quad (28)$$

$$\delta = 23,5^\circ \sin \frac{2\pi}{365} (t - 81), \quad (29)$$

где t - время в сутках, отсчитываемое от начала года (от первого января).

Суточная сумма суммарной радиации Q находится для данной точки либо путем интерполяции, либо на основе имеющихся методов расчета [10].

Длинноволновое излучение в растительном покрове определяется следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{g\downarrow}}{\partial z} = & - \sum_p a_{gp} \epsilon_g \beta_p J_{g\downarrow} + \sum_p a_{gp} (1 - \epsilon_g) \beta_p J_{g\uparrow} + \\ & + \sum_p a_{gp} \epsilon_g \beta_p \sigma T_p^4, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\frac{\partial J_{g\uparrow}}{\partial z} = \sum_p a_{gp} \epsilon_g \beta_p J_{g\downarrow} - \sum_p a_{gp} (1 - \epsilon_g) \beta_p J_{g\uparrow} - \sum_p a_{gp} \epsilon_g \beta_p \sigma T_p^4, \quad (31)$$

где ϵ_g - коэффициент серости (черноты) фитоэлементов (принятый для всех элементов одинаковым); a_{gp} - безразмерный коэффициент, характеризующий поглощение и рассеяние длинноволновой радиации; T_p - абсолютная температура фитоэлементов; σ - постоянная Стефана-Больцмана.

Граничными условиями будут

$$\text{при } z = z_R \quad J_{g\downarrow} = J_{g0}, \quad (32)$$

$$\text{при } z = 0 \quad J_{g\downarrow}(0) = \epsilon_{gn} \sigma T_{no}^4 + (1 - \epsilon_{gn}) J_{g\downarrow}(0). \quad (33)$$

Здесь ϵ_{gn} - коэффициент серости (черноты) почвы, T_{no} - абсолютная температура поверхности почвы, J_{g0} - поток длинноволновой радиации из атмосферы к поверхности растительного покрова.

При отсутствии данных измерений для J_{g0} эта величина может быть приближенно вычислена по формуле

$$J_{g0} = \epsilon_{ga} \sigma (0,62 + 0,05 \sqrt{e^*}) [1 + 0,12(N + N_H)] T_B^4, \quad (34)$$

где ϵ_{ga} - коэффициент серости атмосферы, e^* - влажность воздуха в миллибарах и T_B - абсолютная температура воздуха берутся на высоте 2 м над растительным покровом; N и N_H - общая и нижняя облачность в долях единицы.

Обозначим

$$\mu_g = \sum_p \alpha_{gp} \epsilon_g \beta_p, \quad (35)$$

$$\nu_g = \sum_p \alpha_{gp} (1 - \epsilon_g) \beta_p, \quad (36)$$

$$B_g = \sum_p \alpha_{gp} \epsilon_g \beta_p T_p^4 \quad (37)$$

Тогда (30) и (31) запишутся

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_g}{\partial z} + \mu_g \mathcal{Y}_g = \nu_g \mathcal{Y}_g + \sigma B_g, \quad (38)$$

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_g}{\partial z} - \mu_g \mathcal{Y}_g = -\nu_g \mathcal{Y}_g - \sigma B_g. \quad (39)$$

Из (38) найдем $\mathcal{Y}_g$ и подставим эту величину в (39):

$$\mathcal{Y}_g = \frac{1}{\nu_g} \frac{\partial \mathcal{Y}_g}{\partial z} + \frac{\mu_g}{\nu_g} \mathcal{Y}_g - \frac{\sigma}{\nu_g} B_g. \quad (40)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\nu_g} \frac{\partial \mathcal{Y}_g}{\partial z} + \frac{\mu_g}{\nu_g} \mathcal{Y}_g - \frac{\sigma}{\nu_g} B_g \right) - \frac{\mu_g}{\nu_g} \frac{\partial \mathcal{Y}_g}{\partial z} - \\ - \frac{\mu_g^2}{\nu_g} \mathcal{Y}_g + \frac{\mu_g}{\nu_g} \sigma B_g = -\nu_g \mathcal{Y}_g - \sigma B_g. \end{aligned} \quad (41)$$

Если предположить, что μ_g и ν_g не зависят от z , т.е. β_p не зависит от z , то (41) запишется

$$\frac{\partial^2 \mathcal{Y}_g}{\partial z^2} - (\mu_g^2 - \nu_g^2) \mathcal{Y}_g = \sigma \frac{\partial B_g}{\partial z} - (\mu_g + \nu_g) \sigma B_g. \quad (42)$$

Выражение (42) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородность обусловлена длинноволновым излучением нагретых фитоэлементов.

Общим решением уравнения (42) будет

$$\mathcal{Y}_g = C_1 e^{E_g z} + C_2 e^{-E_g z} + \frac{\sigma}{E_g} \int_0^z \left[\frac{\partial B_g}{\partial \xi} - (\mu_g + \nu_g) B_g \right] \operatorname{sh} E_g (z - \xi) d\xi, \quad (43)$$

где

$$E_g = \sqrt{\mu_g^2 - \nu_g^2}. \quad (44)$$

Подставляя (43) в (40), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_g = \frac{(\mu_g + E_g)}{\nu_g} e^{E_g z} C_1 + \frac{(\mu_g - E_g)}{\nu_g} e^{-E_g z} C_2 + \\ + \frac{\sigma}{\nu_g} \int_0^z \left[\frac{\partial B_g}{\partial \xi} - (\mu_g + \nu_g) B_g \right] \left\{ \operatorname{ch} E_g (z - \xi) + \right. \\ \left. \frac{\mu_g}{E_g} \operatorname{sh} E_g (z - \xi) \right\} d\xi - \frac{\sigma}{\nu_g} B_g. \end{aligned} \quad (45)$$

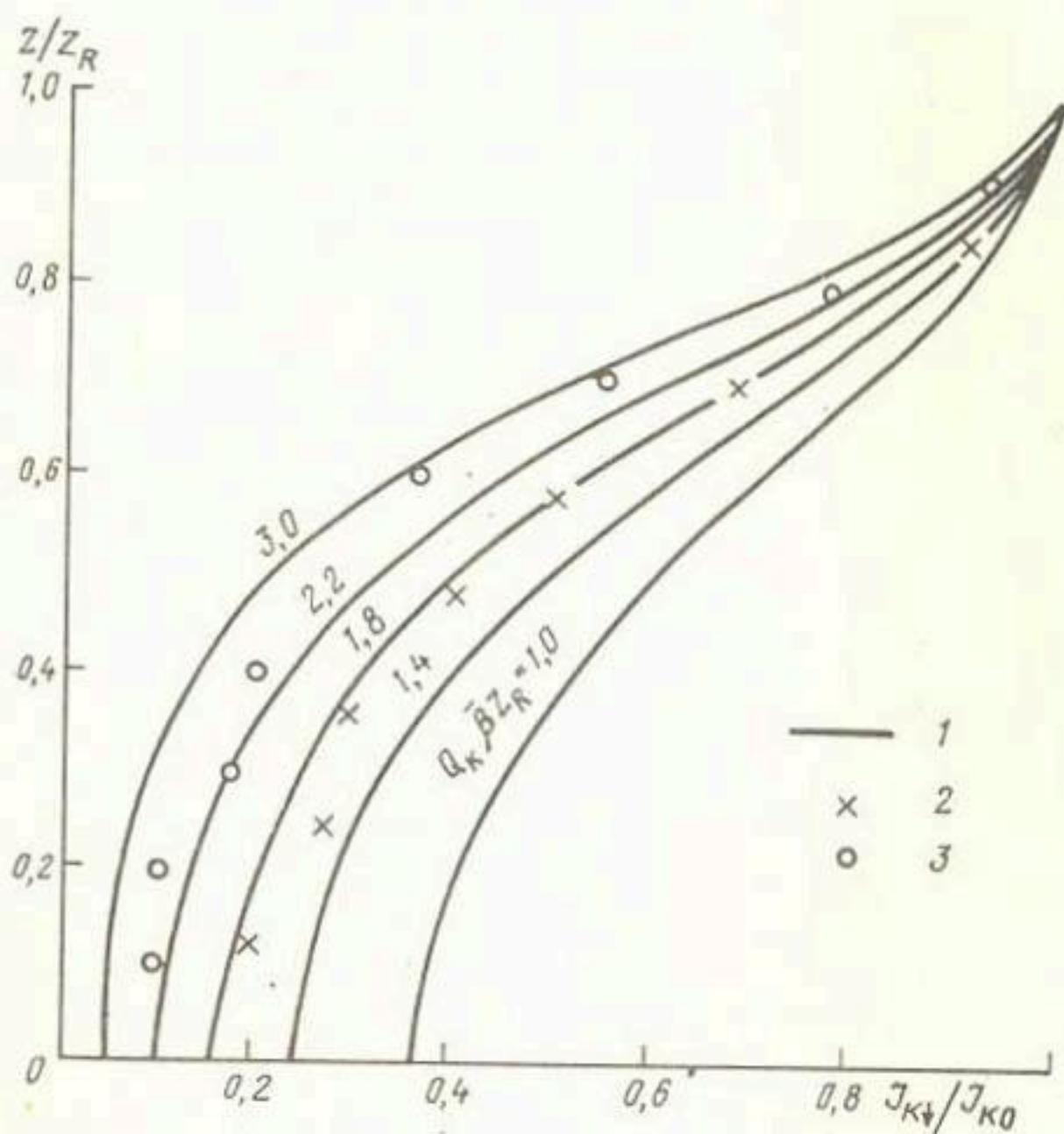
Учитывая граничные условия (32) и (33), а также выражения (43) и (45), найдем значения C_1 и C_2 :

$$C_1 = A_g^* e^{-E_g z_R} \times \frac{[J_{g0} - \Phi^*(z_R) + \frac{\sigma}{V_g} B_g(z_R) - A_g^* \psi_g e^{-E_g z_R}]}{\left\{ 1 - A_g^* e^{-2E_g z_R} \times \frac{[A_g^* - (1 - \epsilon_{gn})]}{[1 - (1 - \epsilon_{gn}) A_g^*]} \right\}}, \quad (46)$$

$$C_2 = \psi_g - e^{-E_g z_R} \times \frac{[A_g^* - (1 - \epsilon_{gn})]}{[1 - (1 - \epsilon_{gn}) A_g^*]} \times \frac{[J_{g0} - \Phi^*(z_R) + \frac{\sigma}{V_g} B_g(z_R) - A_g^* \psi_g e^{-E_g z_R}]}{\left\{ 1 - A_g^* e^{-2E_g z_R} \times \frac{[A_g^* - (1 - \epsilon_{gn})]}{[1 - (1 - \epsilon_{gn}) A_g^*]} \right\}}, \quad (47)$$

где

$$A_g^* = \frac{V_g}{\mu_g + E_g} = \frac{\mu_g - E_g}{V_g}, \quad (48)$$



Доля прошедшей нисходящей радиации J_{kt}/J_{k0} в хлопчатнике:

1 — рассчитанные значения; 2, 3 — измеренные 23 УП и 12 УШ соответственно

$$\Phi^*(z_R) = \frac{\sigma}{V_g} \int_0^{z_R} \left[\frac{\partial B_g}{\partial \xi} - (\mu_g + V_g) B_g \right] [ch E_g (z_R - \xi) + \frac{\mu_g}{E_g} sh E_g (z_R - \xi)] d\xi, \quad (49)$$

$$\psi_g = \frac{[\varepsilon_{gn} \sigma T_{no}^4 - (1 - \varepsilon_{gn}) \frac{\sigma}{v_g} B_g(0)]}{[1 - (1 - \varepsilon_{gn}) A_g^*]} \quad (50)$$

На рисунке показана рассчитанная и измеренная Ф.А. Муминовым [8] доля прошедшей нисходящей коротковолновой радиации $J_{k\downarrow}/J_{k0}$ в хлопчатнике в зависимости от относительной глубины z/z_k и параметра $\alpha_k \bar{\beta} z_k$, где $\bar{\beta}$ — средняя удельная поверхность хлопчатника.

Распределение удельной поверхности хлопчатника с высотой внутри него аппроксимировано нами, согласно эмпирическим данным, выражением

$$\beta = 6 \bar{\beta} \frac{z}{z_k} \left(1 - \frac{z}{z_k} \right). \quad (51)$$

Крестики на рисунке относятся к измерениям 23 июля, а кружочки — к 12 августа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б у д а г о в с к и й А. И., Л о з и н с к а я Е. А. Система уравнений тепло-и влагообмена в растительном покрове. — Водные ресурсы, 1976, № I, с. 78-94.
2. Б у д а г о в с к и й А. И., Н и ч и п о р о в и ч А. А., Р о с с Ю. К. Количественная теория фотосинтеза и ее использование для решения научных и практических задач физической географии. — Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1964, № 6, с. 13-27.
3. Б у д а г о в с к и й А. И., Р о с с Ю. К. Основы количественной теории фотосинтетической деятельности посевов. — В кн.: Фотосинтезирующие системы высокой продуктивности. М., Наука, 1966, с. 51-58.
4. Б у д а г о в с к и й А. И., Р о с с Ю. К., Т о о м и н г Х. Г. Вертикальное распределение потоков длинноволновой радиации и радиационного баланса в растительном покрове. — В кн: Актинометрия и оптика атмосферы. Вальгус, 1968, с. 299-307.
5. Л о п у х и н Е. А. О спектральном поглощении радиации хлопчатником. — ДАН УзССР, 1948, № 9, с. 13-17.
6. Л о п у х и н Е. А. К вопросу о радиационном режиме хлопчатника. — Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1950, т. 14, № 3, с. 260 - 266.
7. Л о п у х и н Е. А. Приближенный метод учета распределения суммарной радиации среди хлопчатника. — Труды Ташкентской ГО, 1951, вып. 5, с. 79-81.
8. М у м и н о в Ф.А. Тепловой баланс и формирование урожая хлопчатника. — Труды САНИТМИ, 1970, вып. 50(65), с. 18-25.

9. Росс Ю. К. Радиационный режим и архитектура растительного покрова. - Л.: Гидрометеиздат, 1975, - 339 с.
10. Сивков С. И. Методы расчета характеристик солнечной радиации. - Л.: Гидрометеиздат, 1968, - 232 с.

А.И.Сергеев, А.Н.Морозов

О ЗНАЧЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЗАВИСИМОСТИ ПОТЕНЦИАЛА ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ ОТ ВЛАЖНОСТИ

Перенос влаги в почвогрунтах при неполном ее насыщении описывается дифференциальным уравнением [2]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{(1-\alpha_1)} \operatorname{div} \vec{q}_4 = - \frac{\varepsilon_{\text{чп}}}{\rho_4 (1-\alpha_1)}, \quad (1)$$

где q_4 - поток воды через единицу поверхности пористого тела в единицу времени

$$\vec{q}_4 = -K_B \operatorname{grad} (x - \Phi_4); \quad (2)$$

φ - влагонасыщенность почвогрунтов; $(1-\alpha_1)$ - пористость; $\varepsilon_{\text{чп}}$ - масса воды, перешедшая в пар за единицу времени в единице объема; ρ_4 - плотность воды; K_B - коэффициент влагопроводности; $(x - \Phi_4)$ - суммарный потенциал почвенной влаги.

Для решения задачи влагопереноса в зоне аэрации с помощью уравнения (1) при соответствующих граничных и начальных условиях необходимо иметь аналитическое выражение зависимости потенциала почвенной влаги от влажности почвы. $\Phi_4 = f(\varphi)$.

Зависимость потенциала почвенной влаги от влажности почвы носит совершенно индивидуальный характер, т.е. каждая почва с ее водно-физическими свойствами имеет свою кривую.

Найти обобщенное выражение функции $\Phi_4 = f(\varphi)$ для всего разнообразия почвогрунтов с учетом их особенностей - задача достаточно сложная. Попытки в этом направлении делались многими исследователями. Это привело к появлению большого количества эмпирических и полуэмпирических формул, аппроксимирующих зависимость потенциала почвенной влаги от влажности почвы [1,2,4,5,7,10,11], причем все формулы описывают только отдельные участки кривой зависимости. $\Phi_4 = f(\varphi)$.

Значительная работа в поиске обобщенной кривой потенциала почвенной влаги выполнена Б.Н. Мичуриным [5]. Им исследован ряд уравнений на возможность их использования для аппроксимации зависимости $\Phi_4 = f(\varphi)$. В результате анализа Мичурин получил единую для раз-

личных типов почв зависимость приведенного давления (отношения давления почвенной влаги к удельной поверхности и коэффициенту поверхностного натяжения) от содержания свободной влаги в почве. Однако эту зависимость трудно использовать в расчетах, так как удельная поверхность является нестандартной и весьма трудно определяемой характеристикой почв.

При исследовании процессов влаго- и теплопереноса в почвогрунтах (вывод уравнений (1), (2)) с позиции гидродинамики многофазных и многокомпонентных сред Ю.М. Денисовым [2] вскрыта структура зависимости потенциала почвенной влаги от ее насыщения

$$\Phi_4 = M \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \varphi}}{\varphi} \right)^m + N \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \varphi}}{1 - \sqrt{1 - \varphi}}. \quad (3)$$

Здесь m , M и N — параметры, зависящие от физико-химических свойств почвогрунтов (скелета) и водного раствора

$$M = \frac{A}{\gamma_4 \delta_n^m}, \quad N = \frac{K_z \sigma'}{2 \gamma_4 \delta_n}; \quad (4)$$

A — постоянная величина, равная 10^{-12} — 10^{-13} при $m = 3$ [5, 6]; γ_4 — удельный вес воды; δ_n — радиус пор; K_z — коэффициент пропорциональности; σ' — коэффициент поверхностного натяжения.

Анализ выражения (3) показывает, что эта зависимость достаточно хорошо аппроксимирует сложную кривую потенциала почвенной влаги и согласуется, при известных значениях параметров (m , M , N), с экспериментальными данными [3].

Казалось бы, структура параметров M и N известна: их можно определить по (4), зная водно-физические характеристики почвы. Имея значения параметров M и N и приняв $m = 3$, по формуле (3)

можно для данного типа почв рассчитать кривую потенциала почвенной влаги $\Phi_4 = f(\varphi)$. Однако реальные почвогрунты имеют весьма сложное строение и в большинстве своем являются анизотропными средами. При моделировании процессов в них вносятся элементы идеализации, и поэтому параметры, определяемые по формулам (4), не дают хорошей сходимости рассчитанных величин с экспериментальными данными. С тем, чтобы учесть особенности реальных почвогрунтов, влияющих на характер кривой $\Phi_4 = f(\varphi)$, необходимо решать обратную задачу: по экспериментальным данным определить значение параметров m , M , N .

Для оптимизации этих параметров был использован метод, разработанный К.А. Исламовым [3, 8].

Поиск параметров проводился по данным экспериментальных исследований института "Средазгипроводхлопок". Образцы почвогрунтов ненарушенной структуры из Голодной, Каршинской и Джизакской степей подвергались комплексной обработке и классифицировались по гранулометрическому составу и общей удельной поверхности [9]. При этом определялись следующие водно-физические характеристики: объемный и удельный

вес, пористость, удельная поверхность, максимальная гигроскопическая влага, содержание труднорастворимых (гипс, карбонаты) и легкорастворимых солей [2] .

Измерение потенциала почвенной влаги при заданной влажности почвы проводилось методом мембранных прессов Ричардсона [5] . Всего было исследовано 110 образцов различного гранулометрического состава (песок, супесь, легкий суглинок, средний суглинок, тяжелый суглинок и легкая глина).

Анализ полученных значений параметров при их одновременном поиске показал, что параметр m принимает значения в пределах 2 - 6. При этом не наблюдается какой-либо закономерности его распределения в зависимости от типа почв и их характеристик. В таблице показана частота повторений различных значений параметра m .

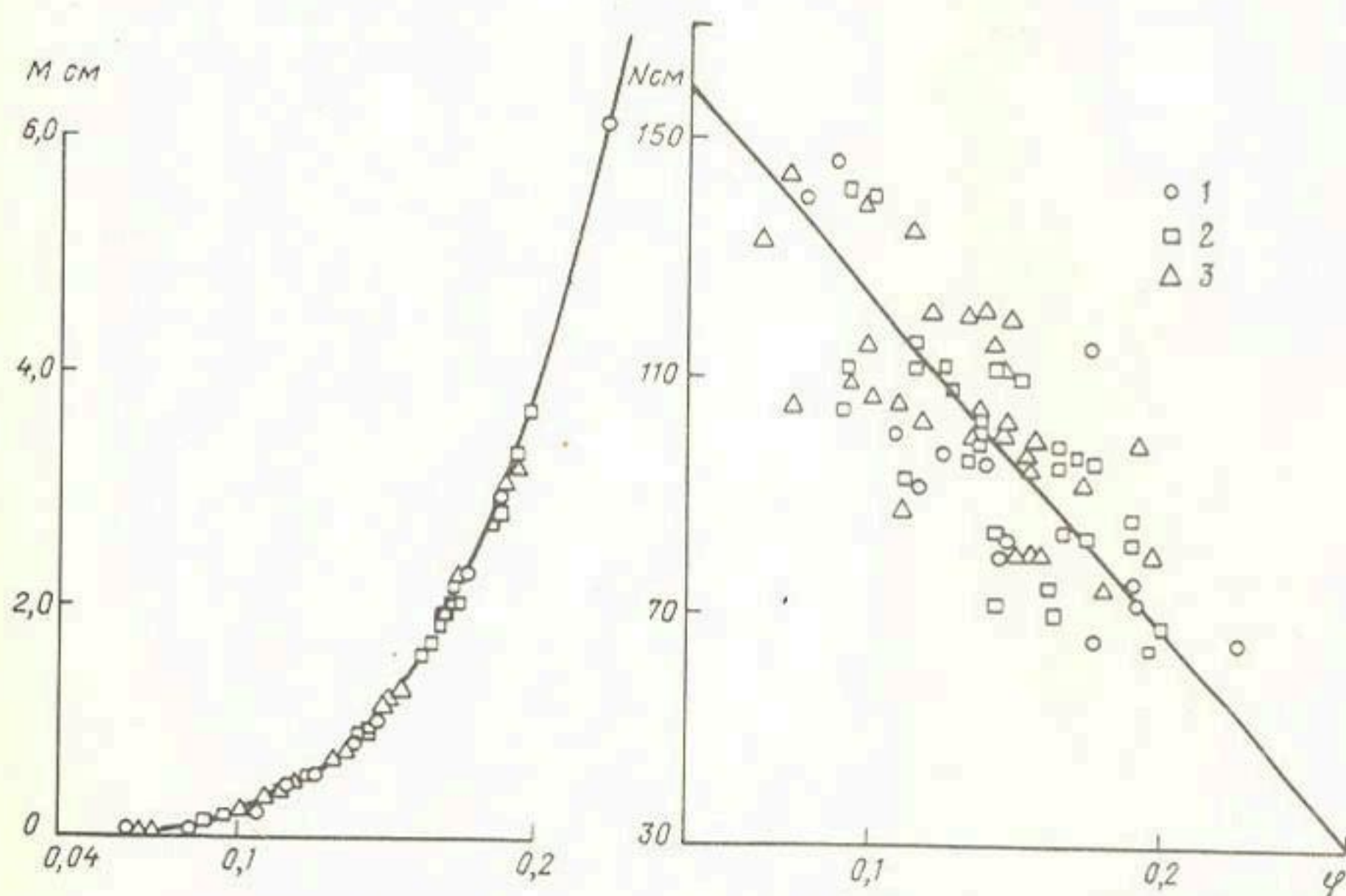


Рис. 1. Зависимости параметров M и N от максимальной гигроскопической влаги:

1 - супесь, 2 - суглинок средний, 3 - суглинок легкий

$m \dots$	$< 2,61$	$2,61 -$	$3,01 -$	$3,41 -$	$3,81 -$	$4,21 -$	$4,61 -$	$5,01 -$	$> 5,41$
		3,00	3,40	3,80	4,20	4,60	5,00	5,40	
$n\%$	1,0	3,3	16,2	19,4	28,4	10,6	9,0	9,9	2,2

Согласно таблице для большинства кривых значение параметра m находится в пределах 3,80 - 4,20, что позволяет принять для дальнейших расчетов $m = 4,0$. Для этого значения параметра m функции $\varphi_4 = f(\varphi)$ были вновь определены параметры M и N .

Проведенный анализ полученных значений параметров в зависимости от типа почвы и ее характеристик не дали положительных результатов. Связей между параметрами M и N и физическими характеристиками (ρ_n , $(1-\alpha_n)$, β_c) не обнаружено.

Продолжая поиск, нам удалось найти зависимость между максимальной гигроскопической влагой и параметрами M , N функции $\varphi_4 = f(\varphi)$.

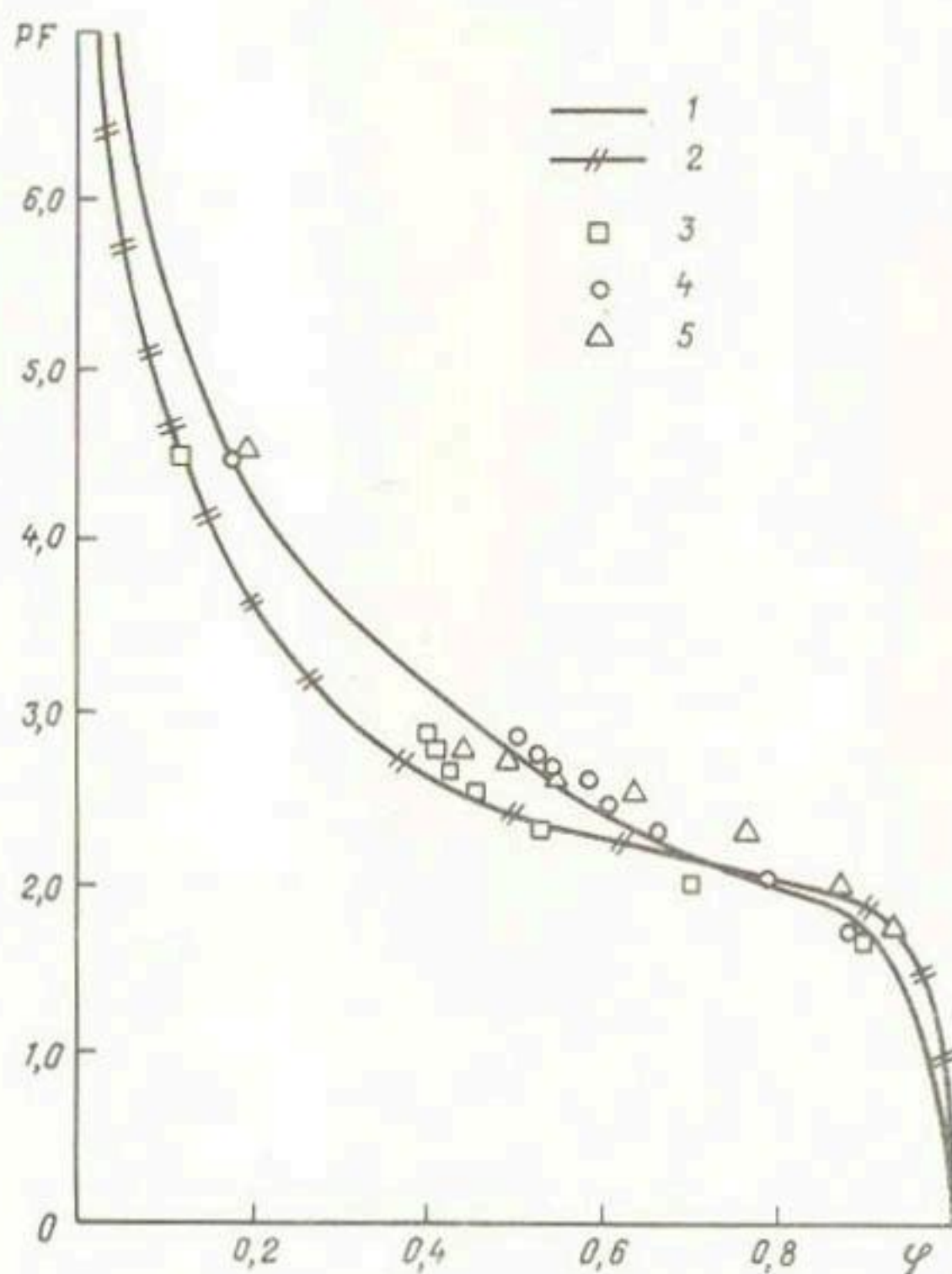


Рис. 2. Зависимость потенциала почвенной влаги (PF) от насыщения почвы:
1, 2 - рассчитанные значения для суглинка и супеси соответственно; 3 - измеренные значения для супеси; 4, 5 - измеренные значения для среднего и легкого суглинка

Для параметра M эта зависимость представляется в виде показательной функции (рис. 1 а).

$$M = A_0 \varphi_{mg}^{\beta}, \quad (5)$$

где

$$A_0 = 2964, \quad \beta = 4,14.$$

Зависимость параметра N от максимальной гигроскопической влаги почвы не отличается высокой теснотой и может быть описана линейным уравнением (рис. 1 б)

$$N = \alpha \varphi_{mg} + B, \quad (6)$$

где

$$\alpha = -563, \quad B = 180,7.$$

Сопоставление рассчитанных величин потенциала почвенной влаги с данными экспериментальных измерений показало, что отклонения не превышают 15% (рис. 2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г л о б у с А. М. Экспериментальная гидрофизика почв. - Л.: Гидрометеиздат, 1969.-352 с.
2. Д е н и с о в Ю. М. Математическая модель переноса влаги, тепла и солей в почвогрунтах. - Метеорология и гидрология, 1978, № 3, с. 71-79.
3. И с л а м о в К. А. Об одном способе поиска оптимальных параметров в задаче влагопереноса в почвогрунтах. - Труды САНИИ, 1979, вып. 63(144), с. 18-22.
4. М а т е м а т и ч е с к о е описание основных гидрофизических характеристик почв / Д. Варалляи, Е.В. Мироненко, Я.А. Пачепский, К. Райкаи, Р.А. Щербаков. Препринт. Пушкино, Изд-во ОНТИ НЦБИ, 1981. - 28 с.
5. М и ч у р и н Б. Н. Энергетика почвенной влаги. - Л.: Гидрометеиздат, 1975. - 140 с.
6. Н е р п и н С. В., Ч у д н о в с к и й А. Ф. Физика почв. - М.: Наука, 1967.-583 с.
7. П а в л о в а К. К., К а л ю ж н ы й И.Л. Обобщенные зависимости потенциала почвенной влаги и влагопроводности почв от влажности. - Труды ГТИ, 1980, вып. 268, с. 51-57.
8. П о и с к оптимальных параметров кривой потенциала почвенной влаги. Алгоритмы и программы.-Информационный бюллетень. 1980, вып. 4(36).
9. Р е ш е т о в Г. Г. Методика качественной и мелиоративной оценки почв аридной зоны для целей орошения. - В кн.: обосно-

вание проектных решений современных мелиоративных систем Средней Азии. Ташкент, 1982, с. 3-13.

10. Р о д е А. А. Основы учения о почвенной влаге. Т. I. - Л.: Гидрометеиздат, 1965. - 664 с.

11. С т е п а н о в Л. Н. Соотношение между капиллярным потенциалом (давлением) и количеством почвенной влаги. - Почвоведение, 1979, № 5, с. 57-63.

И.Д. Шенцис

МАКРОМАСШТАБНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СНЕЖНОГО ПОКРОВА НА ТЕРРИТОРИИ ГОРНОГО РЕГИОНА

Предлагается детерминированная модель формирования снежного покрова на территории горного региона. Входная информация - данные об осадках и температуре воздуха, измеренные на сети станций и постов, на выходе модели - распределение снежного покрова на территории горного региона и в более обобщенном виде снегозапасов по высотным зонам частных бассейнов. Расчет по модели ведется в координатах $(Z, \bar{x}_1, \bar{x}_2, t)$, где Z - высота местности; $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ - декартовы координаты на плоскости, t - время. Шаг расчета - декада, расчетный период начинается с октября.

От существующих моделей формирования снежного покрова в горах [5, 7] предлагаемая модель отличается пространственным масштабом. Существующие модели работают в координатах (Z, t) , поэтому область их применения ограничена размерами территории, в пределах которой наблюдается зависимость метеоэлементов от высоты местности. Особенно жестко это ограничение проявляется для осадков. Так, зависимость сезонных сумм осадков от высоты прослеживается в бассейнах площадью до 1,0 - 1,5 тыс. км² на периферийных, хорошо увлажненных склонах горных хребтов и лишь до 400-500 км² на неблагоприятно ориентированных склонах и во внутригорных районах со сложным орографическим строением. На больших территориях под действием экранированности и других факторов макрорельефа зависимость осадков от высоты "размывается".

Поэтому необходимым условием построения макромасштабной модели формирования снежного покрова на горной территории явилась разработка метода расчета поля осадков в горах с учетом, кроме высоты местности, факторов макрорельефа [10]. При этом была использована возможность представления поля норм осадков на горной территории в виде зависимости от высоты местности и показателей макроорографии, в качестве которых могут быть использованы расстояния до некоторых центров наиболее активного влияния рельефа на процессы осадкообразования [1].

Расчет поля осадков проводится на территории горного региона, под которым в данной работе понимается часть горной территории, в пределах которой наблюдается определенная общность осадкообразующих синоптических процессов и единообразие воздействия на них макроорографии. Определяемый таким образом горный регион чаще всего представляет собой склон горного хребта первого порядка либо бассейн притока второго порядка одной из основных рек Средней Азии, со значительной площадью (от нескольких тысяч до десятков тысяч квадратных километров) и достаточно сложным орографическим строением.

Предложенный подход к расчету поля осадков [10] представляет собой развитие для многомерного случая метода, предложенного Ю.М. Денисовым для одномерной связи осадков с высотой местности в бассейне [7], и заключается в следующем.

Пусть поле осадков описывается некоторой многомерной функцией, например

$$x = x(\xi, L, F, t), \quad (1)$$

где ξ — высота местности; L, F — факторы, характеризующие макрорельеф; t — время. Разложим функцию (1) в ряд Тейлора по первым трем переменным в окрестности некоторой точки с координатами (ξ_0, L_0, F_0) (назовем ее нулевой точкой) и ограничимся членами разложения второго порядка. Пронормировав коэффициенты разложения по величине осадков в нулевой точке $x(\xi_0, L_0, F_0, t)$, получим выражение для расчета осадков в виде:

$$\begin{aligned} x(\xi_i, L_i, F_i, t) = & x(\xi_0, L_0, F_0, t) [1 + \kappa_2(\xi_i - \xi_0) + \\ & + \kappa_3(\xi_i - \xi_0)^2 + \kappa_4(L_i - L_0) + \kappa_5(L_i - L_0)^2 + \kappa_6(\xi_i - \xi_0)(L_i - L_0) + \\ & + \kappa_7(F_i - F_0) + \kappa_8(F_i - F_0)^2 + \kappa_9(\xi_i - \xi_0)(F_i - F_0) + \\ & + \kappa_{10}(L_i - L_0)(F_i - F_0)] = x(\xi_0, L_0, F_0, t) \cdot M(\xi_i, L_i, F_i). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ξ_i, L_i, F_i — координаты точки поля в принятой пространственной системе координат; $\kappa_2, \kappa_3, \dots, \kappa_{10}$ — относительные параметры, равные коэффициентам разложения в ряд, деленным на $x(\xi_0, L_0, F_0, t)$ — сумму осадков в нулевой точке; через $M(\xi_i, L_i, F_i)$ обозначено выражение в квадратных скобках. Порядок записи членов разложения в (2) определяется удобством последовательного введения учитываемых факторов.

Относительные параметры $\kappa_2, \kappa_3, \dots$ в (2) определяются по данным о нормах осадков с помощью метода наименьших квадратов. Далее выдвигается гипотеза об устойчивости относительных параметров от года к году

и возможности использования параметров, определенных по нормам, для расчета временных реализаций поля осадков. Численные эксперименты подтвердили приемлемость этой гипотезы, а также необходимость и возможность учета внутригодового хода относительных параметров с месячным шагом.

Расчет поля осадков в момент времени t начинается с "приведения" измеренных осадков к нулевой точке

$$x(x_0, L_0, F_0, t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n_1} \frac{x(x_j, L_j, F_j, t)}{M(x_j, L_j, F_j)} \quad (3)$$

Здесь x_j, L_j, F_j - координаты пунктов измерения осадков (высота и расстояние до некоторых орографических центров); n_1 - число пунктов; $x(x_j, L_j, F_j, t)$ - осадки, измеренные в этих пунктах в момент времени t . Далее расчет осадков в любой точке поля во времени t ведется по формуле (2).

Отметим, что относительные параметры определяются по гораздо более обширной информации (нормы осадков, измеренных на сети станций, постов, суммарных осадкомеров, рассчитанные нормы годовых сумм осадков на высоте фирновой линии ледников [6], оценки норм осадков по измерениям снежного покрова), чем те данные измерений, которые могут быть использованы для расчета временной реализации поля осадков в момент времени t по (3), (2).

Оценка модели формирования снежного покрова и, в частности, метода расчета осадков проведена на территории горного обрамления восточной части Ферганской долины. В пределах этой территории выделены два резко отличающихся по режиму формирования осадков горных региона: юго-западный склон Ферганского хребта и северный склон Алайского хребта (рис. 1).

Открытый и благоприятно ориентированный к влагонесущим потокам юго-западный склон Ферганского хребта хорошо увлажнен, характеризуется сравнительно равномерным возрастанием осадков с высотой и вдоль склона по мере приближения к боковому хребту Баубашата, стык которого с Ферганским хребтом образует своеобразный орографический "мешок". В качестве аргументов для расчета осадков в этом регионе использованы высота местности (x) и расстояние от точки стыка Ферганского и Алайского хребтов (L).

Северный склон Алайского хребта неблагоприятно ориентирован, что определяет существенно меньшее увлажнение, и характеризуется сложной орографией с наличием мощных гребней, параллельных главному. В результате затеняющего воздействия этих и боковых водораздельных гребней внутригорные территории получают гораздо меньшее количество осадков, чем периферийные на той же высоте. В качестве аргументов для расчета осадков в этом регионе использована высота местности (x), расстоя-

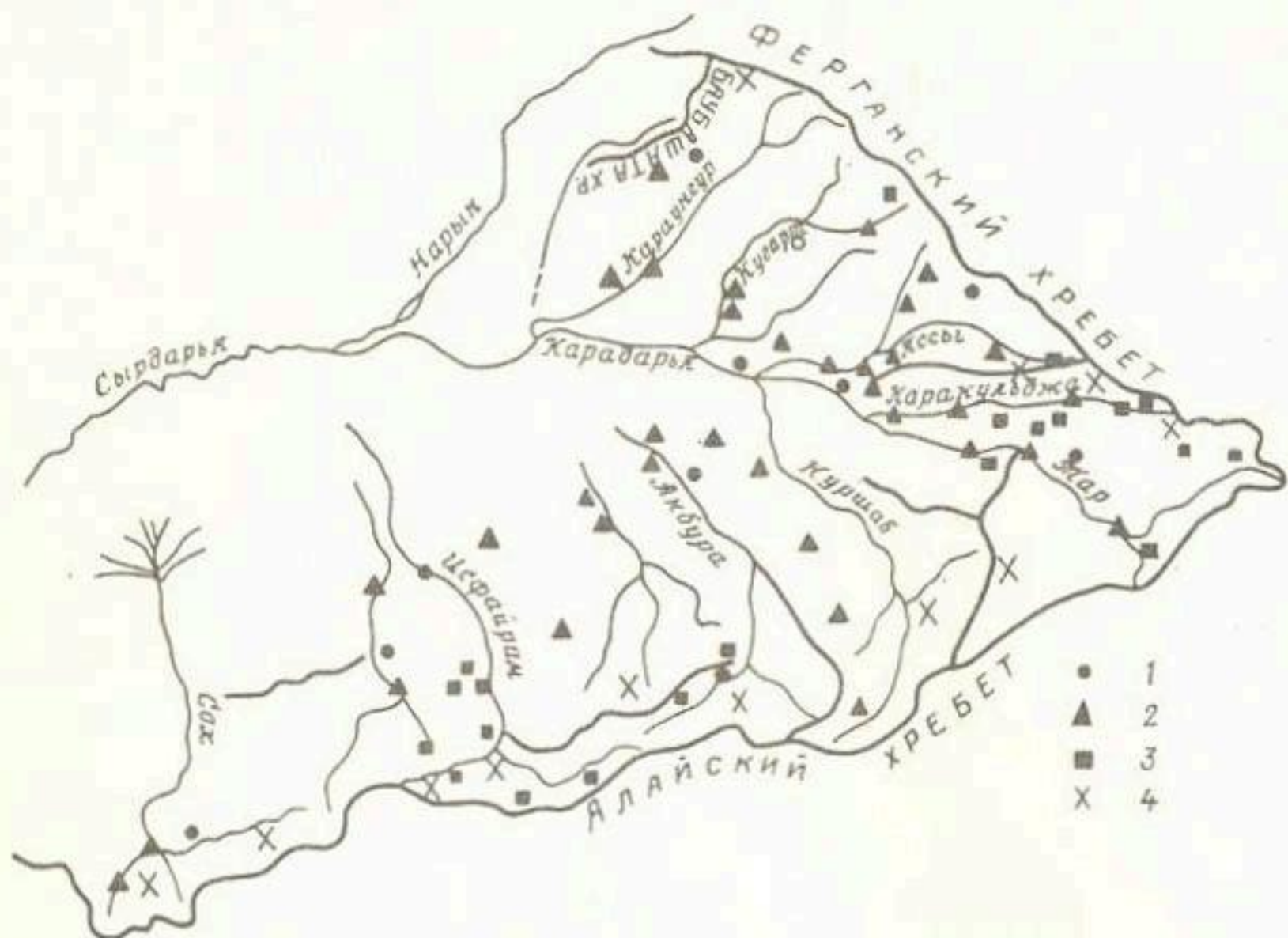


Рис. 1. Схема орографии юго-западного склона Ферганского хребта и северного склона Алайского хребта и осадкомерная сеть на этой территории:

1 — станции, 2 — посты, 3 — суммарные осадкомеры, 4 — осредненные точки расчета годовых сумм осадков на высоте фирновой линии ледников

ние ($\angle$) от точки стыка Ферганского и Алайского хребтов и угол (φ), отсчитываемый от оси Алайского хребта по часовой стрелке.

Для обоих регионов по нормам осадков были определены относительные параметры (с учетом их годового хода по месяцам) (рис.2). Для Ферганского хребта их оказалось 5 (с K_1 по K_5), для Алайского хребта — 9 (с K_1 по K_9). Однако в последнем случае без существенной потери точности расчета число параметров можно уменьшить до 6 (с K_1 по K_6), приняв вместо квадратной линейную зависимость осадков от аргумента φ .

Как показали расчеты (табл.1), выбранная система аргументов и аппроксимация поля норм осадков в виде (2) оказались вполне удовлетворительными. В качестве оценок использованы величины средней квадратической ошибки (S) и ошибок (δ) 10 и 50%-ной обеспеченности в процентах относительно среднего слоя поля осадков ($\bar{x}$).

Как пример на рис. 3 показан вид аппроксимирующей функции для поля норм осадков за холодный период (октябрь-март) на юго-запад-

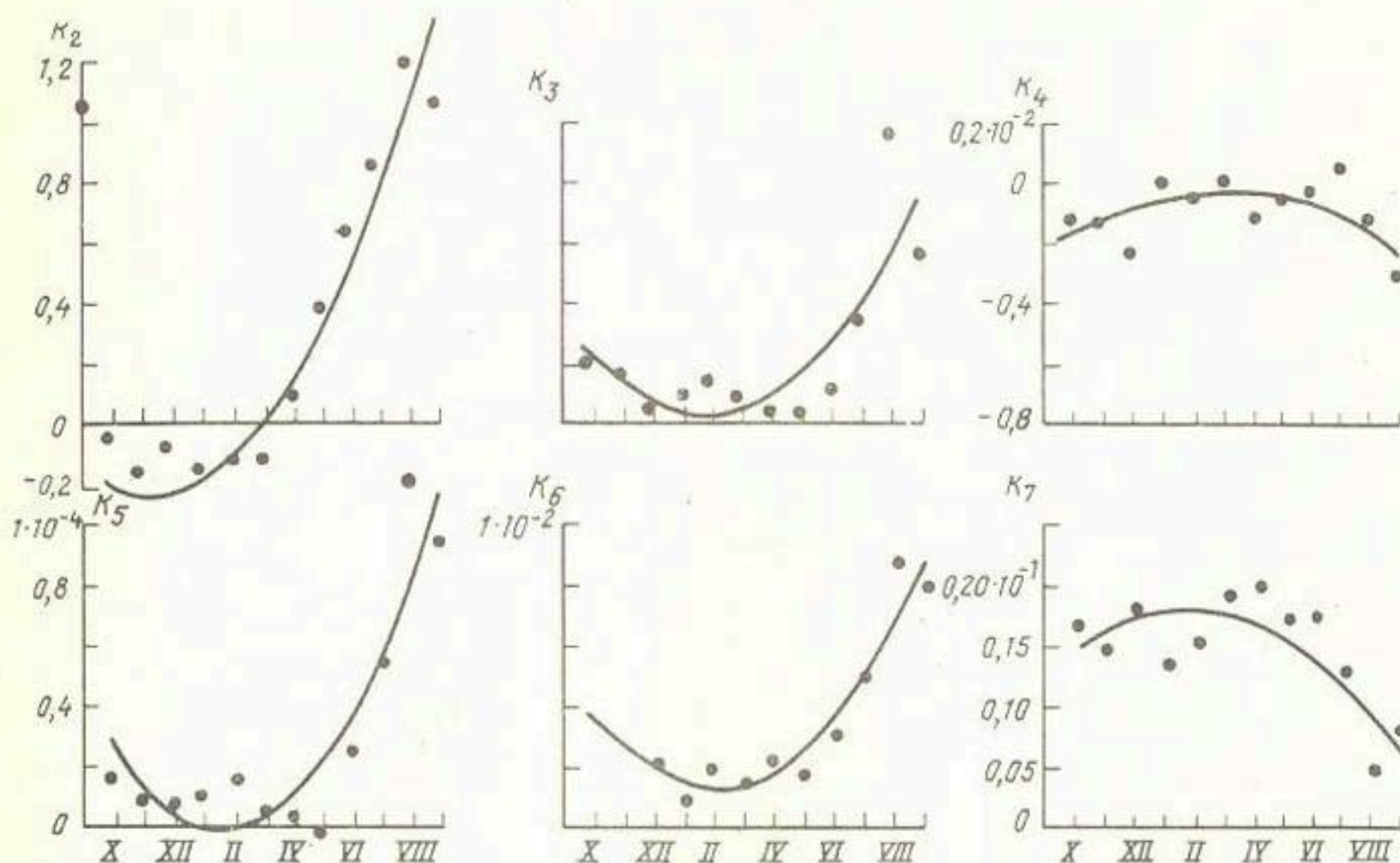


Рис. 2. Внутригодовой ход относительных параметров K ($i = 2+7$) в формуле (2) для расчета поля осадков.

ном склоне Ферганского хребта (точками нанесены исходные данные измерений).

На рис. 4 приведена связь измеренных и рассчитанных норм осадков за тот же период в обоих рассматриваемых регионах.

Для включения изложенного метода расчета поля осадков в модель формирования снежного покрова на территории горного региона необходимо согласование декартовых координат (Z, ξ, η) с системой принятых показателей макроореграфии. В рассматриваемом случае в узлах регулярной квадратной сетки, на которой ведется счет по модели, были определены значения высоты местности и рассчитаны величины L (расстояние от точки стыка Ферганского и Алайского хребтов) и φ (угол, отсчитываемый от оси Алайского хребта).

Снегонакопление в узлах сетки рассчитывается как результат взаимодействия приходной и расходной частей баланса: выпадения и накопления твердых осадков и их убыли (таяния и испарения) с учетом задержания талой воды в толще снега и замерзания ее при заморозках.

Для разделения осадков на жидкие и твердые, а также для расчета убыли снега в узлах сетки определяется температура воздуха в зависимости от высоты местности

$$\theta(z_i, t) = \theta(z_0, t) - \gamma(z_i - z_0). \quad (4)$$

Таблица I

Оценки расчета сумм осадков за холодный период
(октябрь - март)

Год	Ферганский хребет				Алайский хребет			
	$\bar{x}$ мм	S мм	$\delta_{50\%}$	$\delta_{10\%}$	$\bar{x}$ мм	S мм	$\delta_{50\%}$	$\delta_{10\%}$
1964	466	40	6	14	216	59	19	44
1965	229	21	6	15	92	21	16	38
1966	645	79	8	20	273	62	16	37
1967	340	44	9	21	152	43	19	46
1968	350	55	11	26	169	59	24	57
1969	657	81	8	20	281	59	14	34
1970	471	61	9	21	205	58	20	46
1971	370	56	10	25	148	40	19	44
1972	359	40	8	18	170	36	14	35
1973	449	55	8	20	217	29	9	21
Норма	414	36	7	14	210	48	12	30

Здесь $\theta(z_i, t)$ - температура воздуха в i -м узле на высоте z_i в момент времени t ; $\theta(z_0, t)$ - "приведенная" к нулевой точке на высоте z_0 температура воздуха в момент времени t ; γ - градиент изменения температуры с высотой местности, годовой ход которого аппроксимируется косинусоидой [7]. "Приведенная" температура рассчитывается как

$$\theta(z_0, t) = \frac{1}{n_2} \sum_{j=1}^{n_2} [\theta(z_j, t) + \gamma(z_j - z_0)], \quad (5)$$

где $\theta(z_j, t)$ - температура воздуха, измеренная в j -м пункте в момент времени t ; n_2 - число пунктов измерения.

Разделение декадных сумм осадков на жидкие и твердые по значению среднедекадной температуры воздуха проводилось по методике, предложенной в [3].

Для расчета таяния использована в несколько модифицированном виде методика, предложенная автором в [9]. Суточная интенсивность таяния h_T рассчитывается в зависимости от среднесуточной температуры воздуха θ :

$$h_T = \alpha (\theta - \theta_0)^\beta, \quad (6)$$

где параметры α , β и θ_0 (температура начала таяния) меняются в течение года.

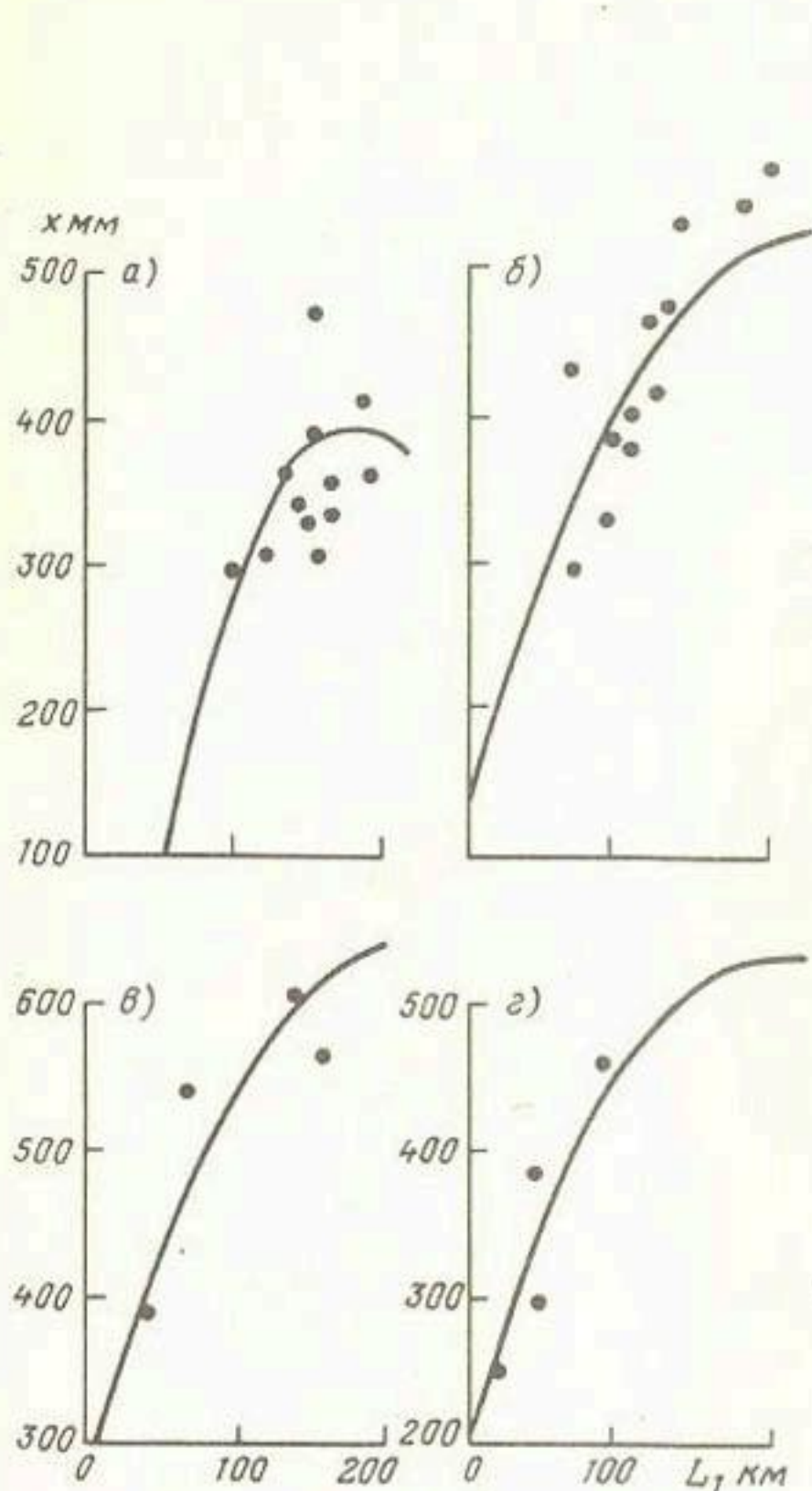


Рис. 3. График зависимости норм осадков за октябрь-март от расстояния от точки стыка Ферганского и Алайского хребтов на юго-западном склоне Ферганского хребта в разных высотных зонах:
а - 1,0 км, б - 1,5 км, в - 2,75 км, г - 4,0 км. Точки - данные измерений

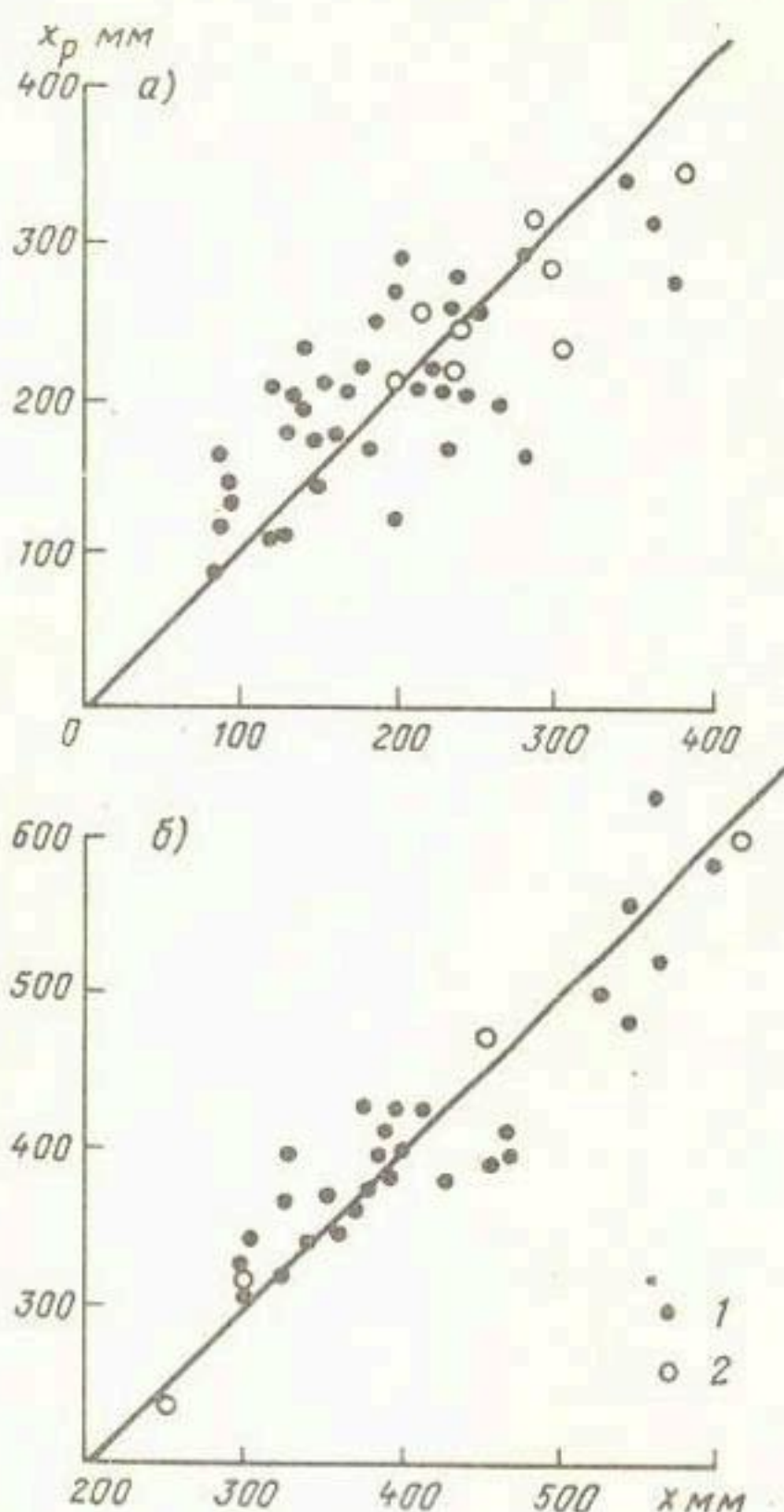


Рис. 4. График связи норм измеренных и рассчитанных сумм осадков за октябрь-март на северном склоне Алайского хребта (а) и юго-западном склоне Ферганского хребта (б):
1 - станции, посты, суммарные осадкомеры, 2 - точки расчета осадков на фирновой линии ледников

При положительной среднедекадной температуре воздуха слой таяния за декаду считается как

$$h_d = h_r m, \quad (7)$$

где m - число суток в декаде; h_r - суточная интенсивность таяния, рассчитываемая по (6).

При отрицательной среднедекадной температуре слой таяния рассчитывается с учетом внутридекадного распределения температуры воздуха [3]. Для этого в области отрицательных температур зависимость (6) линеаризуется

$$h_T = \alpha' (\theta - \theta_{кр}), \quad (8)$$

где α' , $\theta_{кр}$ — параметры, меняющиеся в течение года.

При отрицательной среднедекадной температуре воздуха слой таяния за декаду считается по [3] следующим образом:

$$h_d = \alpha' m \left[\frac{\sigma \exp(-\theta_{кр}^2)}{\sqrt{2\pi}} + \frac{(\theta + \theta_{кр})}{2} (1 - \operatorname{erf}(\theta_{кр})) \right]. \quad (9)$$

Здесь α' , $\theta_{кр}$ — параметры в формуле (8), m — число суток в декаде, θ — среднедекадная температура, σ — стандарт отклонения среднесуточной температуры воздуха от среднедекадной внутри декады, erf — интеграл Лапласа.

Величина σ рассчитывается по следующим формулам:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{мес}^2 - \Delta},$$

$$\sigma_{мес} = \alpha_1 \cos\left(\frac{\pi M}{6} - \alpha_2\right) + \alpha_3,$$

$$\alpha_1 = -0,087 Z + 1,30, \quad (10)$$

$$\alpha_2 = 0,62,$$

$$\alpha_3 = -0,19Z + 3,75,$$

где $\sigma_{мес}$ — стандарт отклонения среднесуточных температур воздуха от среднемесячной температуры; M — календарный номер месяца; Z — высота местности; Δ — величина, учитывающая среднее отклонение среднедекадных температур воздуха от среднемесячной внутри месяца, берется в расчет согласно табл. 2.

В модели учитывается также водоудерживающая способность снежного покрова и возможное замерзание талой воды, задержанной в толще снега, при заморозках [5].

Рассчитанное территориальное распределение снежного покрова позволяет построить оперативную карту и оценить распределение снегозапасов по высотным зонам в каждом частном бассейне региона.

Для испытания и оценки модели были проведены расчеты на территории юго-западного склона Ферганского хребта и северного склона

Δ в формуле (10) с учетом
внутригодового хода

Месяц	Δ	Месяц	Δ
Октябрь	3,0	Апрель	2,0
Ноябрь	2,8	Май	2,0
Декабрь	2,0	Июнь	1,5
Январь	1,0	Июль	0,6
Февраль	1,2	Август	1,0
Март	2,0	Сентябрь	3,0

Алайского хребта в 1970–1981 гг., показавшие в большинстве случаев вполне удовлетворительное соответствие рассчитанных и измеренных снегозапасов. В качестве иллюстрации на рис. 5 приведены результаты расчета

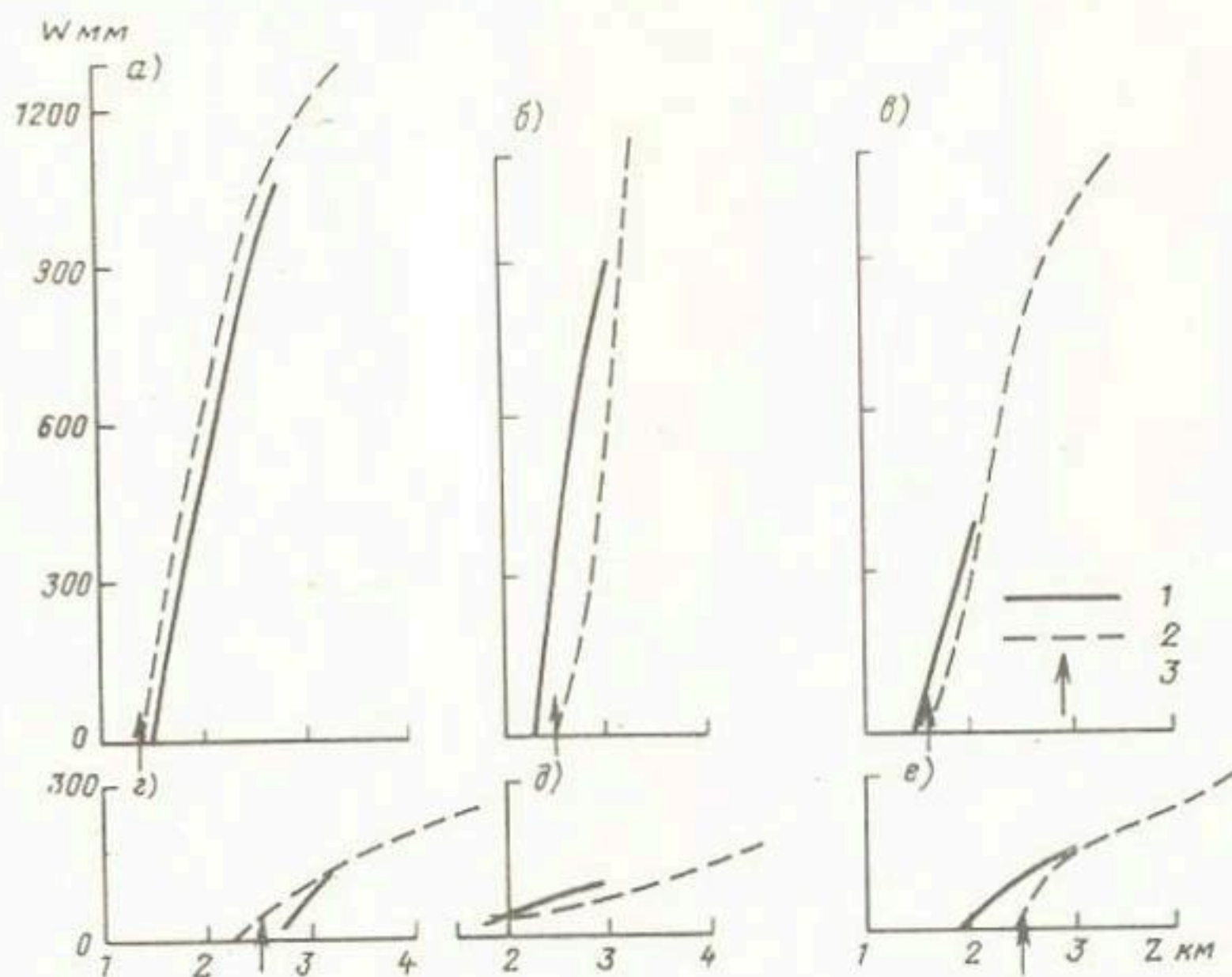


Рис. 5. Измеренные (1) и рассчитанные по модели (2) снегозапасы в 1969 г. в бассейнах рек Кутарт, 3-я декада марта (а); 3-я декада мая (б); Яссы, 3-я декада марта (в); Акбурн, 3-я декада марта (г); Сох, 3-я декада января (д); Исфайрамсай, 3-я декада марта (е); 3 - высота ССТ по спутниковой информации

снежного покрова в 1969 г. Для оценки расчета там же нанесены результаты измерений в виде средних в зоне снегозапасов, полученных по наземным (маршрутным и декадным) снегосъемкам и авиадистанционным измерениям по рейкам, с учетом площади заснеженности высотной зоны. Площадь заснеженности определялась по данным о высоте снеговой границы (наземные и авиационные наблюдения, спутниковая информация) с помощью номограммы (рис.6), построенной на основании обработки результатов

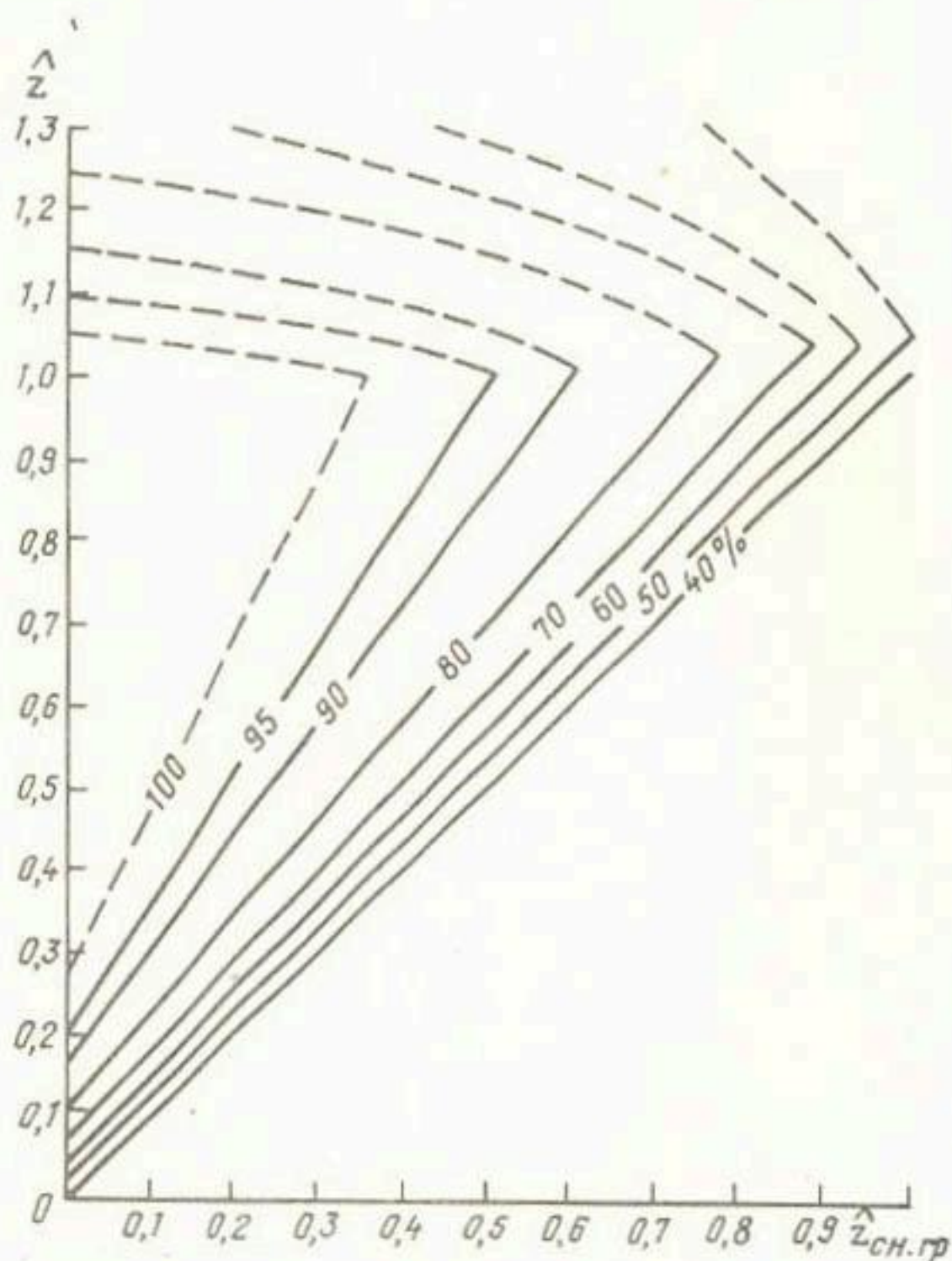


Рис. 6. Номограмма для расчета относительной площади заснеженности высотных зон горных бассейнов в зависимости от высоты сезонной снеговой границы

аэрофотосъемки в бассейнах рек Ахангаран и Варзоб. Использование обобщенных координат позволило построить единую зависимость площади заснеженности высотных зон от высоты снеговой границы. Показатели высоты местности ($\hat{z}$) и высоты снеговой границы ($\hat{z}_{сн}$) приведены к виду

$$\hat{z} = \frac{z - z_{\min}}{Az},$$

$$\hat{z}_{\text{сн}} = \frac{z_{\text{сн}} - z_{\min}}{Az}. \quad (\text{II})$$

Здесь $z_{\min}$ — нижняя граница залегания устойчивого снежного покрова,
 Az — амплитуда высоты местности в бассейне, равная

$$Az = z_{\max} - z_{\min}, \quad (\text{I2})$$

где $z_{\max}$ — высота, выше которой лежат 5% площади бассейна — пригребневая зона с интенсивным ветровым перераспределением снежного покрова.

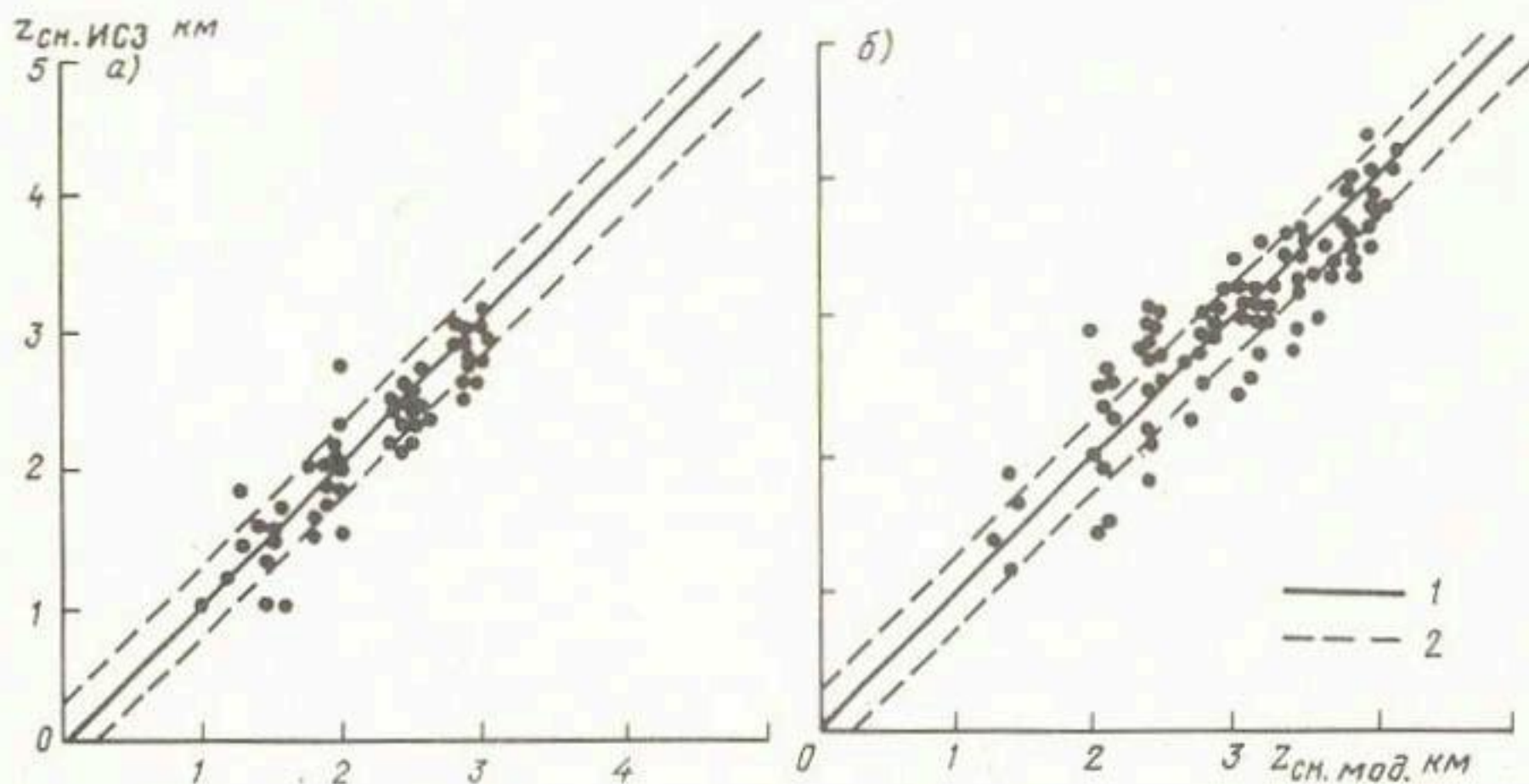


Рис. 7. Сравнение высот ССТГ, рассчитанных по модели и определенных по спутниковой информации, в бассейнах на юго-западном склоне Ферганского хребта (а) и на северном склоне Алайского хребта (б):

1 — линия равных значений, 2 — линии, фиксирующие ошибку ± 250 м

Приближенную оценку площади заснеженности этой зоны дает верхняя часть номограммы.

За высоту снеговой границы, согласно [2], принята высота зоны с 40%-ной площадью заснеженности. Это подтверждает и проведенная нами обработка данных аэрофотосъемок по методике [4], но при дополнительном учете выпадающих весной твердых осадков, с целью построения интегральных кривых распределения снежного покрова по территории в пределах высотных зон на момент накопления максимальных снегозапасов. Оказалось, что из-за неравномерного залегания снежного покрова по

площади полное стаивание среднего слоя максимальных снеготопавов происходит при площади заснеженности порядка 40%.

Если модель рассчитывает средний снеготопав в зоне, то высота сезонной снеговой границы, получаемая как высота нулевых снеготопавов, соответствует именно такой площади заснеженности.

Для оценки модели представляет интерес сравнение рассчитанной высоты ССТ с аналогичной величиной, определенной по спутниковой информации низкого разрешения (рис.7). Последняя в зависимости от методики обработки снимков и их разрешения может соответствовать различной площади заснеженности [8, II, I2]. На спутниковых снимках низкого разрешения проведение линии наибольших контрастов белого и черного тонов позволяет определить высоту ССТ в бассейне, приблизительно соответствующую зоне с 40 - 50%-ной площадью заснеженности. Поэтому сравнение высот ССТ на рис. 7 хотя несколько условно, но правомерно.

При использовании спутниковой информации более высокого разрешения в задачах оценки и корректировки модели формирования снежного покрова в горах особую важность приобретает решение таких вопросов, как идентификация высоты ССТ по снимкам разного разрешения и учет в модели неравномерности залегания снега в высотной зоне и на площадке, размер которой определяется шагом расчетной сетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б о г д а н о в а Л.Ф., Г е т к е р М.И. Статистический анализ и учет влияния орографии при расчетах осадков на Тянь-Шане. - Труды САННИИМИ, 1975, вып. 25(106), с. 116-144.
2. Г л а з ы р и н Г.Е., Ц а р е в Б.К. Возможность совместного использования наземной метеорологической информации и сведений о высоте сезонной снеговой границы для оперативных расчетов распределения снеготопавов в горах. - Труды САННИИ, Госкомгидромета, 1984, вып. 98(179).
3. Г л а з ы р и н Г.Е. К расчету количества твердых осадков таяния в горах. - Труды САННИИ Госкомгидромета, 1984, вып. 99(180).
4. Д е н и с о в Ю.М. Метод расчета распределения снежного покрова в горах по данным аэрофотосъемок и температуре воздуха. - Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук, 1963, № 6, с. 73-79.
5. К о м а р о в В. Д., М у х и н В. М., П о л у н и н А. Я. Модель формирования снежного покрова и поступления воды на поверхность горного бассейна. - Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 163, с. 38-73.
6. К р е н к е А. Н. Дополнения к программе и методическим указаниям по составлению Атласа снежно-ледовых ресурсов Мира. Раздел: Режим ледников. - Материалы гляциологических исследований. Хроника. Обсуждения, 1980, вып. 39, с. 20-23.

7. М а т е м а т и ч е с к о е моделирование процесса стока горных рек / Л.Н.Боровикова, Ю.М.Денисов, Е.Б. Трофимова, И.Д. Шенцис. - Труды САНИТМИ, 1972, вып. 61(76). - 150 с.
8. П р о к а ч е в а В. Г., У с а ч е в В.Ф. Оценка точности картирования границы снежного покрова в горах по телевизионным изображениям ИСЗ "Метеор" (на основе подспутникового эксперимента в районе Станового нагорья). - Труды ГТИ, 1980, вып. 276, с. 35-43.
9. Ш е н ц и с И. Д. К вопросу расчета таяния снежного покрова по температуре воздуха. - Труды САНИИ Госкомгидромета, 1981, вып. 91(172), с. 3-13.
10. Ш е н ц и с И. Д. Метод расчета макромасштабного поля осадков в горах. - Труды САНИИ Госкомгидромета, 1982, вып. 94(175), с. 40-52.
11. R a n g o A., S a l o m o n s o n V.V. Regional flood mapping from Spaise. - Water Resours. Res., 1974, vol. 10, N 3, p.473-484.
12. R a n g o A., S a l o m o n s o n V. V., F o s t e r J. Employment of Satellite Snowcover observations for improving seasonal runoff estimates. - Operational applications of Satellite Snowcover observations NASA - SP - 391 - Wash. D. C., 1975, p. 157-174.

И.Д. Шенцис, В.Б. Ионова

МЕТОДЫ КОРРЕКТИРОВКИ РАСЧЕТА СНЕГОЗАПАСОВ В ГОРАХ ПО МОДЕЛИ ДАННЫМИ ИЗМЕРЕНИЙ

Оперативная оценка снегозапасов как определяющего фактора формирования стока горных рек является важным и необходимым условием повышения точности гидрологических прогнозов. Проводимые в настоящее время в горах наземные, авиадистанционные и спутниковые измерения снежного покрова не обеспечивают необходимой для этого систематической во времени и по территории информацией. Данные этих измерений различны по виду измеряемых характеристик (толщина и водность слоя снега, пло-

щадь заснеженности, высота сезонной снеговой границы), точности, масштабу осреднения по площади, регулярности, объему, месту и времени. В связи с этим встает вопрос комплексной оценки снеготанпасов в горах не только на основе данных измерений снежного покрова, но также путем совмещения последних с результатами расчета по математической модели формирования снежного покрова на основе наземной метеоинформации [3, 5].

Вопрос этот рассматривается не впервые. Общий подход и результаты численной реализации некоторых методов его решения приведены в [1, 4]. Задача формулируется следующим образом.

Расчет снежного покрова по математической модели неточен вследствие неполной адекватности модели природным процессам, возможной неточности задаваемых параметров, недостаточной полноты исходных данных и их погрешностей. Структура указанной модели позволяет проводить корректировку расчета данными измерений в любой расчетный момент времени. Для этого измерения должны обеспечить оценку снеготанпасов по высотным зонам бассейна (в частном случае, высоту сезонной снеговой границы).

Корректировать счет по модели можно, задавая новые начальные условия, либо подбирая оптимальные параметры, либо то и другое вместе.

Для проведения систематической корректировки модели весьма перспективным представляется использование спутниковой информации о площади заснеженности водосборов, позволяющей определить высоту сезонной снеговой границы (ССГ) в каждом из них. В этом направлении сделан ряд попыток.

Так, в работе В.Г.Коновалова [4] предложен метод корректировки расчета снеготанпасов по модели путем задания начальных условий по спутниковым данным о высоте ССГ. Но для задания начальных условий требуется не точка "нулевых" снеготанпасов, а кривая распределения снеготанпасов по высотным зонам во всем расчетном интервале изменения высоты местности в бассейне. Отметим, что задания такой полной кривой высотного распределения снеготанпасов не только спутниковая информация, но и другие современные методы измерений обеспечить не могут.

В работе предложен способ подбора аналога высотного распределения снеготанпасов по величине высоты ССГ. В зависимости от соотношения рассчитанной и измеренной высот ССГ поиск аналога осуществляется в период работы модели, предшествующий дате корректировки, либо после нее (в последнем случае теряется оперативность корректировки).

Однако возможность такого подбора аналога не обоснована и внушает

серьезные сомнения. В работе не проверено качество соответственно рассчитываемого распределения снеготоплив по высоте.

Кроме того, при корректировке только начальными условиями вследствие инерционности модели ее погрешности и ошибки параметров начинают существенно сказываться уже через несколько расчетных шагов после даты корректировки.

В [1] изложены метод и результаты корректировки модели путем оптимизации ее параметров. В качестве исходных данных также взяты высоты ССТ, определенные по спутниковым снимкам.

Использованный в работе аналитический метод оптимизации параметров заставил авторов значительно упростить модель, уменьшив число оптимизируемых параметров до двух (по одному на приходную и расходную части баланса снеготоплива), а также использовать не совсем обоснованную гипотезу о пропорциональности поправок к рассчитанным величинам таяния и осадков самим этим величинам. В результате оказалось, что хотя аппарат оптимизации параметров с целью подбора заданной высоты ССТ работает хорошо, но соответственно рассчитанное распределение снеготоплив по высотным зонам не вяжется с его оценками по данным наземных измерений (откорректированные снеготопливы существенно ниже измеренных и хуже, чем рассчитанные по модели без корректировки).

В настоящей работе также предлагается способ корректировки модели формирования снежного покрова данными измерений путем воздействия на ее параметры (оптимизация параметров).

При этом, как и в рассмотренных выше работах, принята разработанная Ю.М. Денисовым модель [5], позволяющая рассчитывать снеготопливы по высотным зонам бассейна, используя в качестве входа наземную метеоинформацию. В модели дополнительно учтены водоудерживающая способность толщи снега, возможное замерзание при заморозках [3] талой воды, удержанной снегом, принята зависимость температуры разделения осадков на жидкие и твердые от высоты местности по [2], а также изменен алгоритм расчета таяния снега по температуре воздуха [8]. На последнем остановимся подробнее, так как это понадобится ниже.

Суточная интенсивность таяния h_T рассчитывается по величине среднесуточной температуры воздуха θ :

$$h_T = L (\theta - \theta_0)^\beta, \quad (1)$$

где L , β и θ_0 — параметры.

Величины параметров изменяются в течение года и связаны между собой

$$\begin{aligned} L &= 10,0 \exp(0,89 \theta_0) + 0,58, \\ \beta &= -5,25 \exp(0,542 \theta_0) + 1,74. \end{aligned} \quad (2)$$

Внутригодовой ход параметра θ_0 — температуры начала таяния — описывается следующей кусочно-линейной функцией:

$$\begin{aligned} \text{с октября по февраль} \quad \theta_0 &= -3,5, \\ \text{с марта по июнь} \quad \theta_0 &= -0,975 m - 1,75, \\ \text{с июля по октябрь} \quad \theta_0 &= 0,875 m - 12,2, \end{aligned}$$

где m — календарный номер месяца.

Параметр θ_0 представляет расходную часть баланса в процессе снегонакопления. Приходную часть баланса представляют относительные параметры κ_2 , κ_3 , используемые при описании изменения осадков с высотой местности в виде

$$x(t, z) = x(t, z_0) [1 + \kappa_2(z - z_0) + \kappa_3(z - z_0)^2], \quad (3)$$

где $x(t, z)$ — осадки в момент времени t на высоте z ; $x(t, z_0)$ — то же на высоте z_0 . Внутригодовой ход параметров κ_2, κ_3 описывается косинусоидой

$$\begin{aligned} \kappa_2(m) &= \bar{\kappa}_2 + \nu_2 \cos \frac{\pi}{6} (m - \tau_2), \\ \kappa_3(m) &= \bar{\kappa}_3 + \nu_3 \cos \frac{\pi}{6} (m - \tau_3) \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\bar{\kappa}_2, \bar{\kappa}_3$ — средние за год значения параметров; ν_2, ν_3 — полуамплитуды; τ_2, τ_3 — сдвиг по фазе соответственно.

Для оптимизации параметров $\theta_0, \kappa_2, \kappa_3$, т.е. подбора их с целью наилучшего совпадения измеренных и рассчитанных снегозапасов на дату (либо ряд дат) корректировки использован численный метод (универсальная программа Розенброка-Стори) [6]. За критерий качества при этом взята величина средней квадратической ошибки отклонения рассчитанных снегозапасов от измеренных.

Были проверены два вида корректировки, названные "непрерывная" и "кусочно-непрерывная".

При непрерывной корректировке оптимизируются коэффициенты ν_2, ν_3 , τ_2, τ_3 годового хода параметров κ_2, κ_3 в (4) и параметр θ_0 за три месяца, включая месяц с последней корректировкой и два предшествующих. Для снижения влияния случайных погрешностей измерений при непрерывной корректировке используются все имеющиеся данные снегосъемок с начала года до даты последней корректировки и подправляется расчет за весь рассматриваемый период снегонакопления в этом году.

При кусочно-непрерывной корректировке оптимизируются параметры $\theta_0, \kappa_2, \kappa_3$ за два месяца, включая месяц с последней корректировкой и предшествующий. Для корректировки модели используются данные измерений лишь за эти два месяца и соответственно подправляется расчет только за эту часть периода снегонакопления. Понятно, что такой

подход может дать эффект только при регулярном поступлении данных измерений для корректировки расчета по модели.

Оптимизация параметров позволяет рассчитать распределение снегозапасов по высотным зонам бассейна на дату последней корректировки, наиболее близкое (согласно критерию качества и в пределах возможности модели и исходных метеоданных) к измеренным снегозапасам. Это новое распределение служит откорректированными начальными условиями для последующего расчета при откорректированных параметрах.

В случае непрерывной корректировки последующий после корректировки ход κ_2 , κ_3 оптимально определен. Сложнее обстоит дело с заданием откорректированных значений параметров κ_2 , κ_3 в случае кусочно-непрерывной корректировки и параметра θ_0 - в обоих случаях. Их необходимо экстраполировать на дальнейший после корректировки период расчета с учетом полученных оптимальных значений на даты корректировок. Для этого используем разложение функций годового хода параметров в ряд Тейлора и гипотезу о постоянстве относительных коэффициентов ряда. Рассмотрим этот способ подробнее на примере параметра κ_2 .

Годовой ход $\kappa_2 = f(t)$ представляется косинусоидой (4). Его разложение в ряд Тейлора в точке t_0 имеет вид

$$\begin{aligned} \kappa_2(t) &= \kappa_2(t_0) + \frac{f'(t_0)}{1!} (t-t_0) + \frac{f''(t_0)}{2!} (t-t_0)^2 + \\ &+ \dots + \frac{f^{(n)}(t_0)}{n!} (t-t_0)^n + R_n = \\ &= \kappa_2(t_0) \left[1 + \sum_{i=1}^n \mathcal{L}_i (t-t_0)^i \right] + R_n, \end{aligned} \quad (5)$$

где $f'(t_0)$, $f''(t_0)$, ..., $f^{(n)}(t_0)$ - первая, вторая и т.д. производные $f(t)$ в точке t_0 ; $\mathcal{L}_i$ - относительные коэффициенты; R_n - остаточный член разложения

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (\xi - t_0)^{n+1}, \quad \xi \in [t, t_0]. \quad (6)$$

Для косинусоиды (4)

$$R_n \leq \frac{\nu_2 \kappa^{n+1}}{(n+1)!}.$$

При $n=9$ $|R_9| \leq 0,05 \nu_2$, поэтому с точностью до 5% полуамплитуды годового хода ν_2 ограничимся девятью членами разложения (5):

$$\kappa_2(t) = \kappa_2(t_0) \left[1 + \sum_{i=1}^9 \mathcal{L}_i (t-t_0)^i \right]. \quad (7)$$

Пусть корректировка модели производилась M раз. Тогда имеются M оптимальных значений параметра: $\kappa_{2, \text{опт}}(t_1)$, $\kappa_{2, \text{опт}}(t_2)$, ..., $\kappa_{2, \text{опт}}(t_j)$, ..., $\kappa_{2, \text{опт}}(t_M)$, где t_j - даты корректировок.

Для того чтобы по формуле (7) проэкстраполировать параметр κ_2 на период $t > t_M$ (где t_M — дата последней корректировки), необходимо знать $\kappa_2(t_0)$ и $\mathcal{L}_i$. Коэффициенты $\mathcal{L}_i$ принимаем постоянными и предварительно рассчитываем, приняв $t_0 = 6$ (расчетный шаг по времени — месяц):

$$\mathcal{L}_i = \frac{f^{(i)}(t_0)}{i! \kappa(t_0)} = \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^i y_2 \cos \frac{\pi}{6} [3(i+2) - \tau_2]}{i [\kappa_2 + y_2 \cos \frac{\pi}{6} (6 - \tau_2)]} \quad (8)$$

Полученные оптимальные значения κ_2 "приводим" к точке t_0 ;

$$\kappa_2(t_0) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\kappa_{2, opt}(t_j)}{1 + \sum_{i=1}^{\infty} \mathcal{L}_i (t_j - t_0)^i} \quad (9)$$

Аналогичным образом экстраполируются значения параметров κ_3, θ_0 .

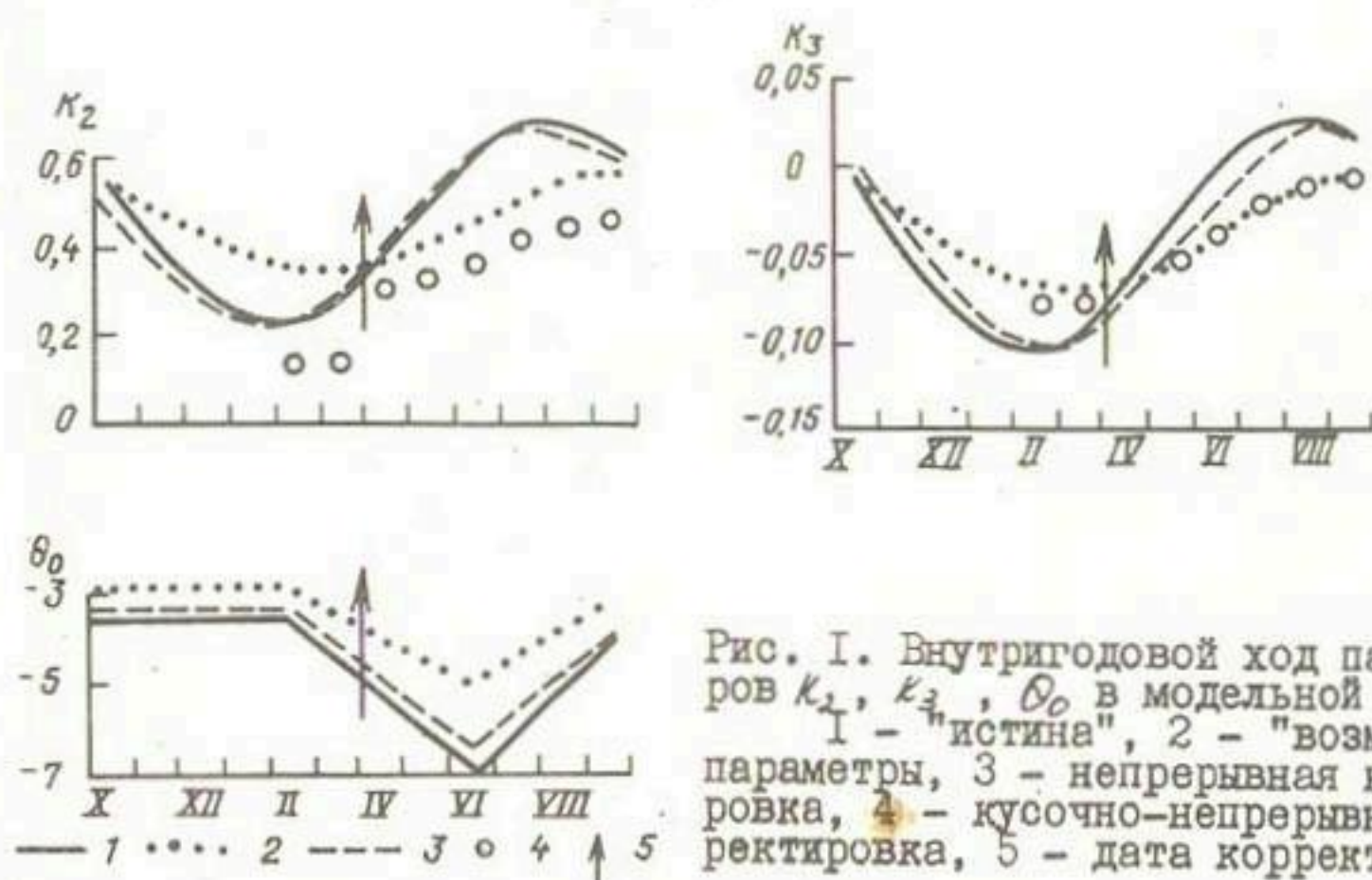
Прежде чем перейти к натурным данным, изложенные выше методы корректировки были проверены на модельной задаче. Для этого расчет снегозапасов по модели в бассейне р. Ахангаран за 1958–1959 гг. был принят за "истину", соответствующую объективно существующему в природе распределению снежного покрова. Принятые за "истинные" параметры модели были определены по нормам осадков и температуры воздуха либо заданы эмпирически [5]. Далее параметры были "возмущены" таким образом, чтобы расчет по модели на тех же исходных метеоданных существенно отличался от "истины". Для корректировки "возмущенной" модели использовались результаты расчета при "истинных" параметрах. По ним же оценивались эффекты корректировки и оптимизации параметров.

Расчеты показали, что оба метода (непрерывная и кусочно-непрерывная корректировки) дают вполне удовлетворительные (таблица) и практически одинаковые результаты при регулярном поступлении данных снего-съемок, хотя ход оптимальных и экстраполированных параметров κ_2, κ_3 в случае непрерывной корректировки более закономерен и ближе к "истинному". Результаты оптимизации и экстраполяции параметра таяния θ_0 в обоих случаях одинаковы (рис. 1).

Однако при близких результатах кусочно-непрерывная корректировка дает выигрыш машинного времени при счете в 5–6 раз.

На рис. 2 показаны результаты корректировки модельной задачи 31 марта. Там же приведены результаты расчета при экстраполированных параметрах на конец апреля, мая и июня.

Установив на модельной задаче принципиальную возможность корректировки расчета снегозапасов по модели данными измерений, далее мы провели испытания обоих видов корректировки на натурных данных в бассейне р. Ахангаран с 1957 по 1961 г. При этом были использованы результаты наземных снегосъемок (маршрутных и линейных) и аэрофотосъемки [7]. Для сопоставления с рассчитанными по модели средними снего-



запасами в высотных зонах бассейна аналогичные величины оценивались по данным снегосъемок с учетом площади заснеженности по аэрофотосъем-

Средние квадратические ошибки расчета снегозапасов по модели без корректировки и с корректировкой

Год	Дата корректировки	Средняя квадратическая ошибка, мм		
		модель без корректировки	непрерывная корректировка	кусочно-непрерывная корректировка
Модельная задача	31 III	187	3	51
	31 I, 31 III	187	4	3
	28 III	25	12	11
	25 IV	40	14	18
1957	28 III	49	36	37
	17 IV	290	92	60
1958	28 III	94	35	41
1959	29 III	87	38	29
1960	27 IV	119	73	86
1961	27 III	106	50	84

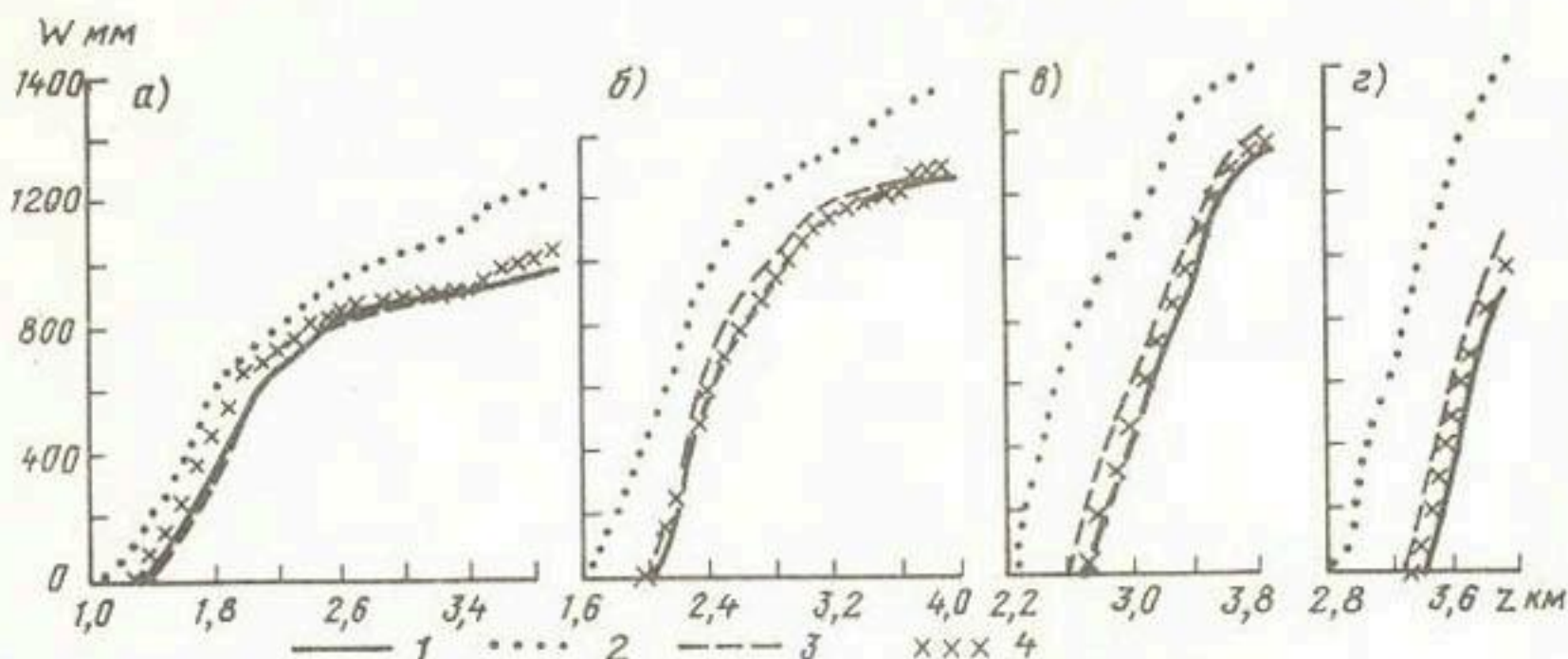


Рис. 2. Результаты корректировок на модельной задаче: расчет снегозапасов по высотным зонам при оптимальных параметрах 31 марта (а) и при экстраполированных параметрах 30 апреля (б), 31 мая (в), 30 июня (г):

Усл. обозначения см. рис. I.

ке. По аэрофотосъемке определялась также высота сезонной снеговой границы, за которую принята высота зоны с 40%-ной заснеженностью I. Данные о высоте ССТ в корректировку не включались, а использовались как независимый материал для оценки эффекта корректировки модели данными снегосъемок.

Как видно из таблицы, эффект корректировки на натурных данных не столь ярко выражен, как в модельной задаче (что естественно, так как модель не полностью адекватна природе, как это было принято в модельной задаче), но все же проявляются четко и однозначно. Средняя квадратическая ошибка расчета снегозапасов при корректировке модели данными измерений снижается в 2-3 и более раз.

В качестве примера на рис. 3 показаны результаты расчета снегозапасов по модели без корректировки и с корректировкой в бассейне р. Ахангаран в 1958 г. В начале весны (28 марта) расчет по модели настолько близок к измеренным снегозапасам, что корректировка не дает эффекта (рис. 3 а). Но на 27 апреля расхождения между расчетом и измерениями уже существенны и корректировка дает значительный эффект (рис. 3 б). Расчет в конце мая и июня (рис. 3 в, г) по экстраполированным после корректировок параметрам не может быть оценен с достаточной надежностью из-за отсутствия данных снегосъемок. Однако оценки высоты ССТ по аэрофотосъемке подтверждают положительный эффект корректировки и в этот период. Подобные оценки за весь расчетный период (1957 -

1961 гг.) показали (рис. 4 а) достаточно хорошее совпадение высот ССТ, рассчитанных по модели и определенных по аэрофотосъемке, что несколько затрудняет оценку эффективности корректировок. Тем не менее эффект все же виден: на рис. 4 б связь измеренных и рассчитанных по

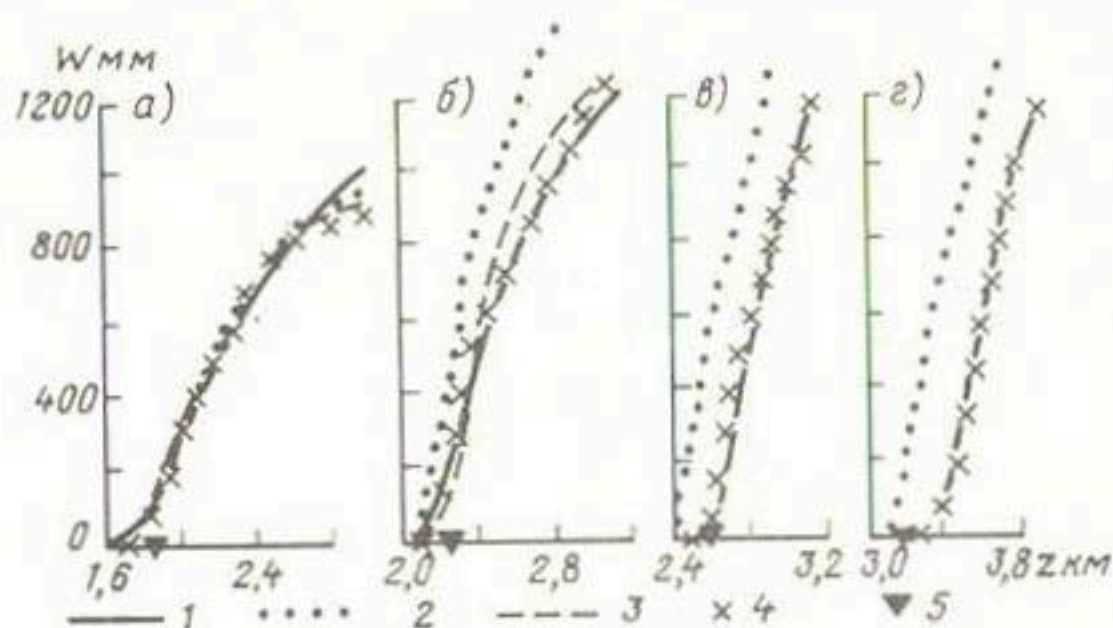


Рис. 3. Результаты корректировок модели на натурных данных (басс. р. Ахангари, 1958г.): расчет снегов запасов по высотным зонам при оптимальных параметрах 26 марта (а) и 27 апреля (б) при экстраполированных параметрах 31 мая (в) и 30 июня (г): 1 – высотное распределение снегов запасов по данным измерений, 2 – расчет по модели без корректировок, 3 – непрерывная корректировка, 4 – кусочно-непрерывная корректировка, 5 – высота сезонной снеговой границы

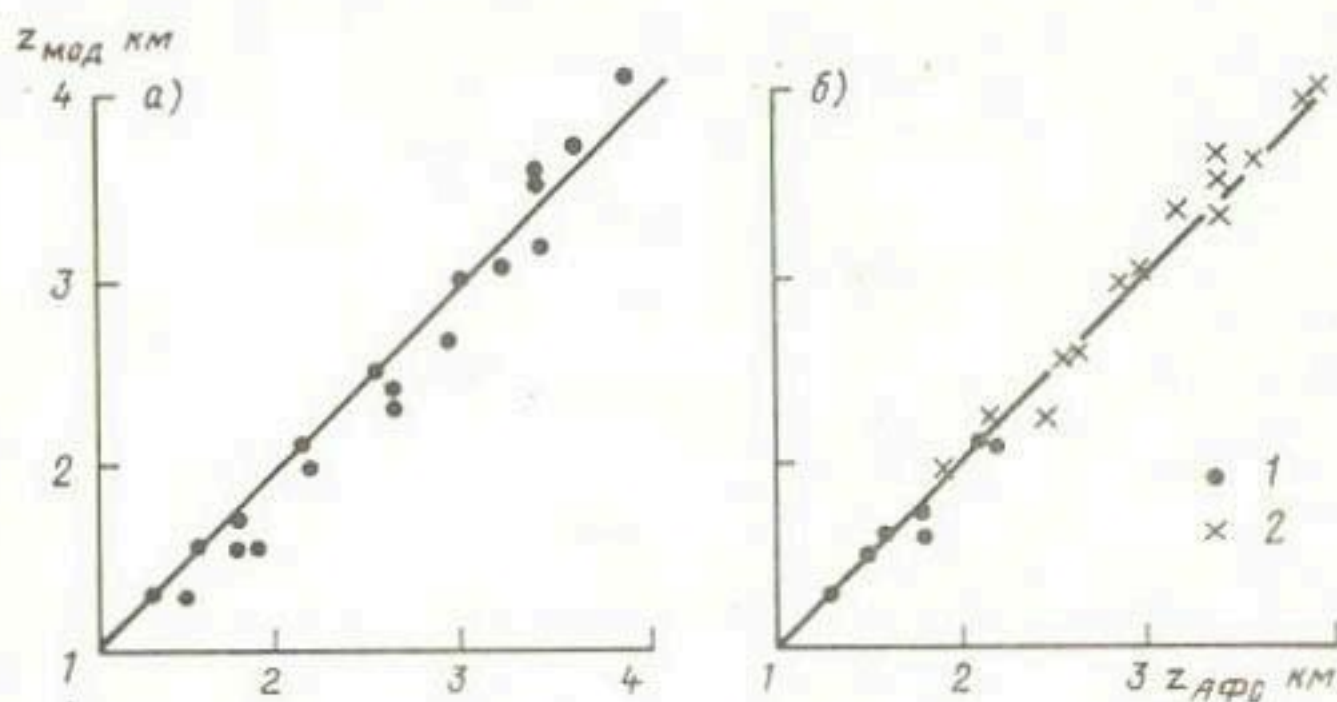


Рис. 4. Связь высоты ССГ по данным аэрофотосъемки (АФС) и модели без корректировок (а) и с корректировкой (б): 1 – расчет при оптимальных параметрах, 2 – расчет при экстраполированных параметрах

модели (при оптимальных либо экстраполированных после корректировок параметрах) значений высоты ССГ теснее, чем в предыдущем случае.

До сих пор речь шла о корректировке расчета по модели данными измерений во всем диапазоне изменения высоты местности в бассейне либо в значительной его части. Проведенные расчеты показали также возможность и эффективность корректировки модели только данными о высоте ССГ с использованием предложенного численного аппарата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глазырин Г.Е., Царев Б.К. Возможность совместного использования наземной метеорологической информации и сведений о высоте сезонной снеговой границы для оперативных расчетов распределения снегозапасов в горах. - Труды САНИИ, Госкомгидромета, 1984, вып. 98(179).
2. Глазырин Г.Е. К расчету количества твердых осадков и таяния в горах. - Труды САНИИ Госкомгидромета, 1984, вып. 99(180).
3. Комаров В.Д., Мухин В.М., Полунин А.Я. Модель формирования снежного покрова и поступления воды на поверхность горного бассейна. - Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 163, с. 38-73.
4. Коновалов В.Г. Использование спутниковой информации в математической модели формирования снежного покрова в горах. - Труды САНИИ Госкомгидромета, 1980, вып. 71(152), с. 3-10.
5. Математическое моделирование процессов стока горных рек /Л.И.Боровикова, Ю.М.Денисов, Е.Б. Трофимова, И.Д. Шенцис. - Труды САНИИ ГМИ, 1972, вып. 61(76). - 150 с.
6. Розенброк Х., Стори С. Вычислительные методы для инженеров-химиков. - М.: Мир, 1968. - 440 с.
7. Черноголов В.П. Аэрофотосъемка снежного покрова в верховьях р. Ангрен для гидрологических целей. - Л.: Гидрометеиздат, 1966. - 128 с.
8. Шенцис И.Д. К вопросу расчета таяния снежного покрова по температуре воздуха. - Труды САНИИ Госкомгидромета, 1981, вып. 91(172), с. 3-13.

Г.Е. Глазырин, А.Г. Каган

РАСЧЕТ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОРЫВА ОЗЕРА МЕРЦБАХЕРА

Быстрое хозяйственное освоение бассейна р. Сарыджас, воды которой уходят в Китай, потребовало пристального изучения природных условий этого своеобразного района, в частности опасных природных явлений. Одним из них являются ежегодные прорывы ледниково-подпрудного оз. Мерцбахера. Описания этого экзотического феномена приводятся в ряде работ [1, 6 и др.] .

Озеро образовалось на том месте, где когда-то ледн. Северный Инылчек впадал в ледн. Южный Инылчек [5] . Различные авторы приводят разные данные о его размерах и глубине, так как получены они были во время краткосрочных экспедиций, попадавших на различные моменты его наполнения. Последние, видимо, наиболее точные сведения, относящиеся к 1981 г., были нам любезно предоставлены В.А.Кузьмиченком: при максимальном наполнении площадь $-3,81 \text{ км}^2$; максимальная глубина -76 м ; объем $-0,129 \text{ км}^3$. Очевидно, в другие годы к моменту прорыва эти характеристики должны отличаться, во-первых, из-за подвижности южной границы, представляющей собой ледяную стену, которой оканчивается затекающий в долину Северного Инылчека поток Южного Инылчека, отчленяющийся от главного ствола последнего; во-вторых, из-за в значительной мере случайной даты прорыва, о чем будет сказано ниже.

Причины прорывов подобных озер пока не совсем ясны, обзор существующих гипотез приведен в [4, 10] . Наиболее вероятна следующая: при достаточном подъеме уровня воды начинает всплывать подпружкая озеро ледяная дамба, она трескается, в ее тело проникает вода, которая наконец находит путь вниз по системе трещин и внутриледных каналов. Затем происходит лавинообразное расширение возникшего канала под действием таяния за счет отдачи тепла озерной водой и преобразования кинетической энергии потока в тепло.

В табл. I приведены данные об известных датах прорывов оз. Мерцбахера, которые нам удалось собрать из разных источников.

Таблица I

Известные даты прорывов оз. Мерцбахера

Год	Дата	Год	Дата
1932	8-12 IX	1959	26 УШ
1933	3-я декада августа	1960	24 УП и 4 IX
1935	1-я декада сентября	1961	9 IX
1936	1-я декада октября	1962	22-28 IX
1937	1-я декада октября	1963	11-19 IX
1938	3-я декада октября	1964	21-28 IX
1940	2-я декада октября	1965	26 УШ- 1 IX
1941	1-я декада октября	1966	4 УП и 27 XII
1942	1-я декада октября	1967	7-14 IX
1943	22 IX- 2 X	1970	1 IX
1949	1-3 УШ	1978	1-я декада сентября
1954	24-31 УШ	1979	Прорыва нет
1956	4 IX	1980	20-29 У и 4-12 IX
1957	25 УП и 31 УШ	1981	8-16 УП и 7-14 УШ
1958	1-я декада сентября	1982	14-21 УШ

Очевидно, что прогнозы характеристик прорывных паводков имеют большое значение, так как позволяют если не предотвратить, то, во всяком случае, уменьшить ущерб, приносимый ими. Прогнозировать необходимо момент прорыва и гидрологические параметры паводков — гидрограф и максимальный расход.

Прогноз момента прорыва может быть дан хотя и не очень точно, но с довольно большой заблаговременностью по скорости накопления воды в озере [1]. Прорыв происходит обычно, когда уровень воды достигает некоторой критической величины (хотя, к сожалению, это не всегда так). Точность такого прогноза, вероятно, около 5–7 дней, заблаговременность — 2–3 недели. Этот метод обладает одним существенным недостатком: он требует постоянных уровенных наблюдений на озере, а это, учитывая отдаленность района и суровые природные условия, пока не выполнимая задача.

Одной из последних работ в этом направлении является статья Д.П. Соколова и А.Ю. Леоновой [7]. Суть их метода такова: по данным наблюдений нескольких лет установлено, что прорыв озера приурочен в среднем к моменту накопления 1150° положительных среднесуточных значений температуры воздуха на метеостанции Койлю. К сожалению, в их работе не указано, с какого момента следует накапливать эту сумму: с даты предыдущего прорыва или начала года. Видимо, с начала года. Чтобы обеспечить большую заблаговременность, ими построены графики связи между сроками накопления этой суммы и 50, 75, 80 и 90% этой величины. Такие зависимости дают возможность предсказать дату прорыва с разной заблаговременностью.

Авторы работы отмечают, что предлагаемая ими методика не подтверждена прогнозами. Мы попытались выполнить эту проверку и ее результаты показаны в табл. 2, в которой приведены истинные и вычисленные даты прорывов, а также суммы положительных значений температуры воздуха, накопленные на станции Койлю от предыдущего прорыва и начала года к моменту очередного прорыва. При этом мы рассмотрели все случаи, когда удалось собрать необходимые для расчета данные. Как видим, ошибка достигает полутора-двух месяцев и даже больше. Средние квадратические ошибки расчета оказались равными 44 дням, если отсчет вести от предыдущего прорыва, и 40 дням, если от начала года.

Сходная попытка была предпринята и нами, только мы считали сумму положительных значений температуры от начала года непосредственно на высоте озера, рассчитывая их там с помощью вертикального температурного градиента $\gamma = 6,5$ °С/км и используя в качестве опорной ту же ст. Койлю. Результат также оказался отрицательным.

Видимо, момент прорыва — в значительной степени величина случайная. Действительно, необходимым условием является накопление достаточного объема воды в озере, но затем вступает в свои права случай. О том же

Таблица 2

Проверка расчета времени начала прорыва
оз. Мерцбахера по методике [7]

Год	Дата прорыва			Ошибка, дни	
	истинная	расчет от предыдущего прорыва D_1	расчет с I января, D_2	$D_1 - D$	$D_2 - D$
1954	24 УШ		7 IX		14
1956	4 IX		27 УШ		-8
1957	25 УП и 30 УШ	30 УШ	30 X	36; -1	97; 30
1958	I-я декада сентября	15 УП и 15 УШ	6 IX	-47; -16	0
1959	26 УШ	29 УП	6 IX	-28	11
1960	24 УП и 4 IX	6 УШ	16 IX	13; -29	54; 14
1961	9 IX	24 УП и 8 УШ	21 УП	-77; -32	-19
1962	22 IX	24 УШ	29 УШ	-29	-24
1963	11 IX	29 УШ	3 IX	-14	-8
1964	21 IX	5 IX	27 IX	-19	6
1965	26 УШ	1 IX	14 IX	6	19
1966	4 УП и 27 XII	11 УШ	3 IX	39; -138	62; -115
1967	7 IX	6 УП и 7 IX	7 IX	-92; 0	0
1970	1 IX		3 IX		2
1978	I-я декада сентября		14 УШ		-17
1979	Прорыва нет		8 IX		
1980	20 У и 2 IX		24 УШ		11; -96

свидетельствуют и прорывы, происходящие иногда зимой, когда накопление положительной температуры давно окончилось, например, второй прорыв 1966 г. или первый - 1980 г.

Прогноз максимального расхода (Q_{mx}). Исходя из механизма формирования прорывных ледниковых паводков, можно ожидать, что максимальный расход связан с объемом подпруженного озера (V_{mx}). Действительно, такая связь имеется и, согласно [8], имеет вид

$$Q_{mx} = 75 V_{mx}^{0,67},$$

где размерность Q_{mx} - м³/с, а V_{mx} - 10⁶ м³. Судя по приведенному в работе графику, возможна ошибка расчета в 3-5 раз. Для оз. Мерцбахера (прорыв 1981 г.) эта формула дает Q_{mx} 1950 м³/с.

Для расчета гидрографа прорывного паводка нам известно 3 методики, не имеющие принципиальных различий [2, 3, 9]. Метод Г.Е. Глазырина и Л.Н. Соколова [3] сводится к решению смешанной системы уравнений:

$$\begin{cases} f(h) \frac{dh}{dt} = -q(t), \\ q = K S^{\frac{4}{3}} \left(\sin \varphi + \frac{h}{\ell} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \frac{dS}{dt} = q (2,21 \cdot 10^{-5} \sin \varphi + 0,0139 \frac{v_g}{\ell}), \end{cases} \quad (I)$$

где h – уровень воды в озере над входом в канал (туннель) стока; $f(h)$ – кривая площадей озера; q – расход воды в туннеле; S – площадь сечения туннеля; φ – уклон канала; ℓ – его длина; v_g – температура озерной воды; K – эмпирический коэффициент, принятый, согласно [3], $K=6,1$. Для оз. Мерцбахера значения $\sin \varphi = 0,0205$ и $\ell = 16000$ м определены по крупномасштабной карте.

В [3] указывалось, что результаты расчета очень чувствительны к температуре озерной воды, как правило, не известной. В 1961 г. ее величина была измерена в одной точке на поверхности и оказалась равной $4,6^{\circ}\text{C}$. Учитывая, что часть дна и бортов озера сложена льдом, можно ожидать, что летом в нем наблюдается прямая стратификация или гомотермия. Тогда следует принять $v_g = 4,0^{\circ}$.

Нами были выполнены расчеты гидрографов прорыва по системе уравнений (I) при трех значениях v_g : $4,8$; $4,0$; $3,5^{\circ}$. Максимальные расходы воды на выходе из туннеля получились равными соответственно 4420, 3510 и 3040 м³/с.

Ю.Б. Виноградов [2], исходя из несколько иных предпосылок об истечении воды из озера, получил следующее выражение для расхода (в приведенное в работе [2] выражение подставлены константы):

$$q = \mathcal{L} \left\{ \frac{3,26 \cdot 10^5}{\ell} \left[(427 v_g + \Delta h) (v_0 - v) + \frac{\alpha}{m+1} (v_0^{m+1} - v^{m+1}) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \sqrt{\alpha v^m}. \quad (2)$$

Здесь $\mathcal{L}$ – эмпирический параметр, зависящий от длины канала; для оз. Мерцбахера $\mathcal{L} = 0,25$; v_0 и v – начальный и текущий объемы воды в озере; Δh – превышение точки входа в ледяной туннель над точкой выхода из него на конце ледника; $\alpha = 0,00309$ и $m = 0,543$ – параметры эмпирической зависимости, связывающей глубину озера с его объемом:

$$h = \alpha v^m; \quad \Delta h = 328 \text{ м.}$$

Решение уравнения (2) совместно с простым уравнением

$$\frac{dv}{dt} = -q(t)$$

дает искомый гидрограф. Расчеты вновь были выполнены при указанных выше трех значениях температуры воды в озере. Максимальные расходы получились равными: 3490, 2890, 2530 м³/с. Разница с рассчитанными с помощью системы (I) составляет 17–20%.

На рис. I показаны рассчитанные двумя методами гидрографы прорыва при $v_g = 4,0^{\circ}$. Видно их большое сходство. К сожалению, трудно ска-

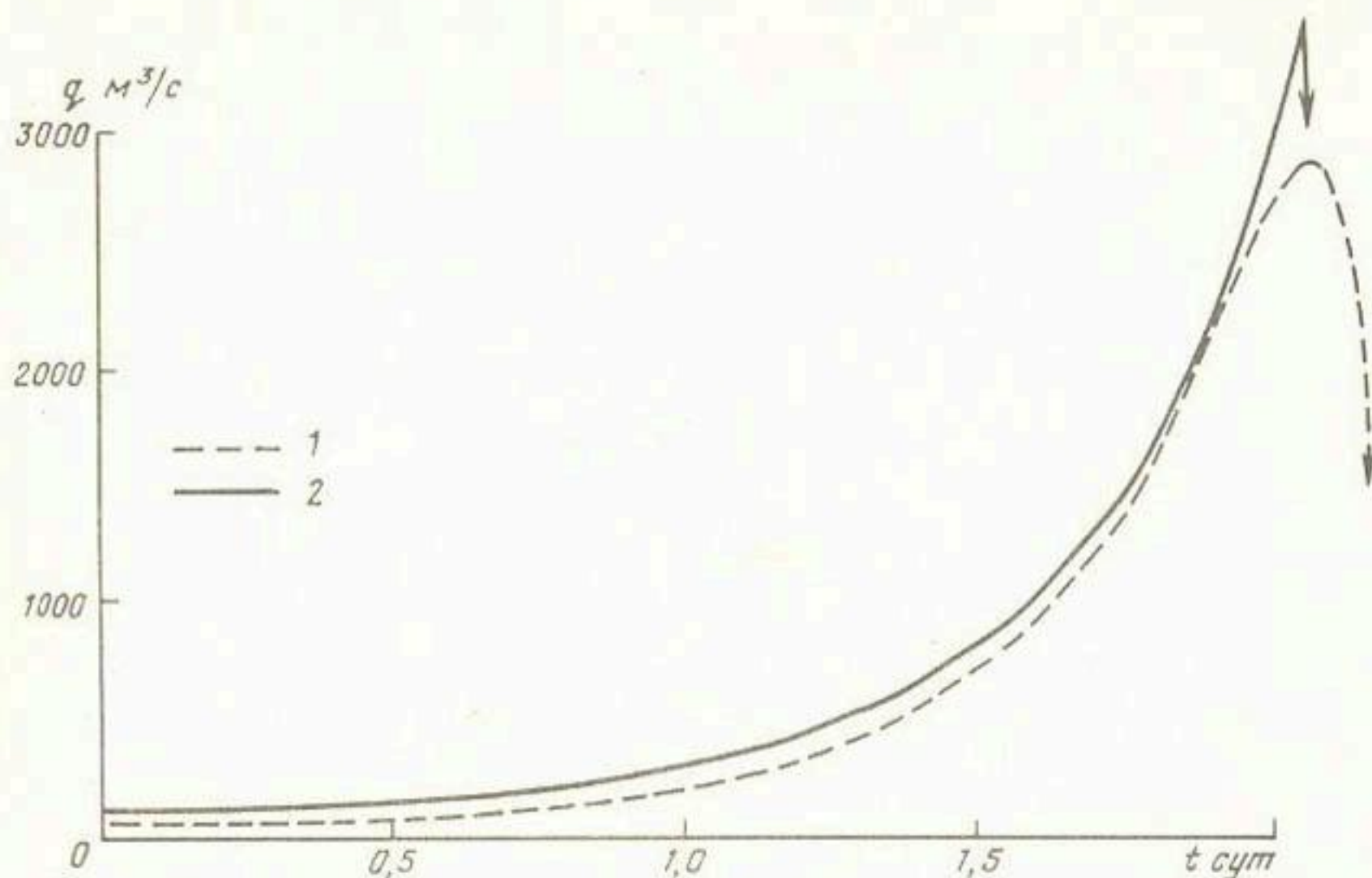


Рис. 1. Гидрографы прорыва озера Мерцбахера в 1981 г., рассчитанные при температуре воды в озере $4,0^{\circ}\text{C}$ по методам Ю.Б. Виноградова (1) и Г.Е. Глазырина, Л.Н. Соколова (2)

зять, какой из них больше соответствует действительному гидрографу. Прежде всего у нас нет эталона. Гидрометрический створ на р. Инылчек находится примерно в 60 км от конца ледника, долина очень широкая и должно происходить сильное распластывание паводка. Поэтому данные водомерного поста не могут служить критерием, а других у нас нет. Видимо, на основе имеющихся материалов можно заключить, что и та и другая методики дают равнозначные результаты.

К сожалению, нам не удалось проверить пригодность методики, описанной в [9]. Подстановка указанных там параметров приводила к нереальным результатам расчета.

Наконец, рассмотрим еще один факт. На рис. 2 показан гидрограф стока р. Инылчек в 1981 г. в упомянутом створе. Первый из высоких паводков вызван прорывом озера, но его объем, полученный расчленением гидрографа, оказался на 30% больше, чем начальный объем воды в озере. Это свидетельствует о том, что прорыв служит, во всяком случае иногда, как бы пусковым механизмом для высвобождения воды также из каких-то внутриледниковых емкостей. Мало того, второй паводок объемом $0,059 \text{ км}^3$ прошел по реке, когда в озере воды не было. А это значит, что сработала какая-то крупная полость в теле ледника. Возможно, что вторые паводки, имевшие место в отдельные годы, также не связаны с озером. Ведь они регистрировались только в реке. Это обстоятельство заставля-

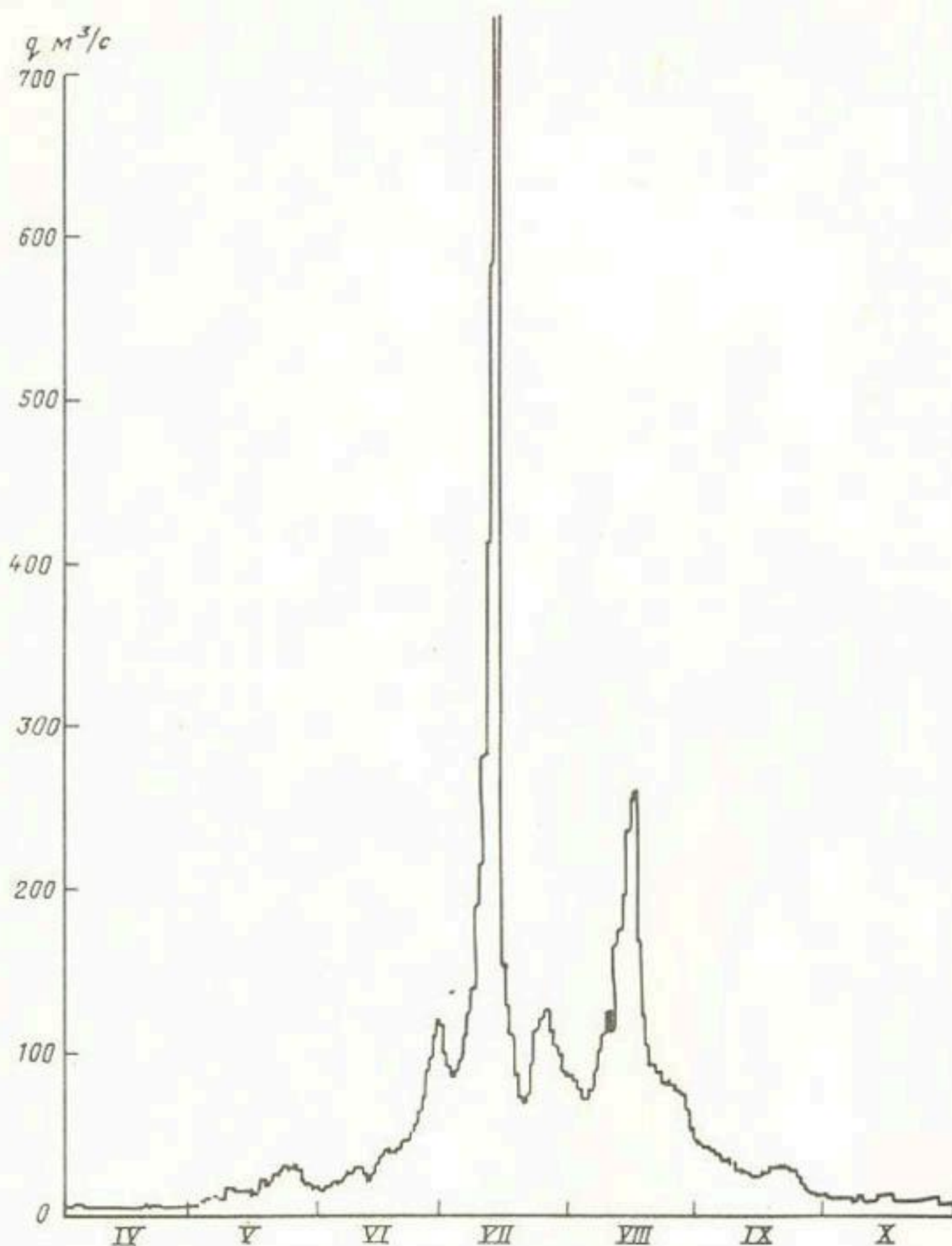


Рис. 2. Гидрограф стока р. Иньлечек в 1961 г. в створе, расположенном в 60 км ниже ледника

ет по-новому взглянуть на расчет паводков, вызванных прорывами оз. Мерцбахера: в прикладных задачах надо быть готовым к значительно большему их объему, чем объем этого озера. Например, объем паводка 1963 г. равен $0,260 \text{ км}^3$ [8]. Маловероятно, что озеро тогда было в два раза больше.

В заключение мы вынуждены отметить, что проблема расчета и прогноза паводков, вызываемых прорывами подпруженных ледниками озера, пока далека от окончательного решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б а к о в Е. К. , А й р а п е т ь я н ц С. Э. Плененное озеро. - Природа, 1969, № 5, с. 84-87.
2. В и н о г р а д о в Ю. Б. Гляциальные прорывные паводки и селевые потоки. - Л.: Гидрометеиздат, 1977. - 155 с.
3. Г л а з ы р и н Г. Е., С о к о л о в Л. Н. Возможность прогноза характеристик паводков, вызываемых прорывами ледниковых озер. - Материалы гляциол. исслед. Хроника. Обсуждения. 1976, вып. 26, с. 78-84.
4. Г о л у б е в Г. Н. Гидрология ледников. - Л.: Гидрометеиздат, 1976. - 247 с.
5. Р а ц е к В. И. Оледенение массива пика Победы. - В кн.: Географический сборник, вып. IV. М.-Л., Изд-во АН СССР, 1954, с. 59-81.
6. Р ы ж о в И. Е. К заоблачному озеру. - М.: Географгиз, 1959. - 103 с.
7. С о к о л о в Д. П. , Л е о н о в а А. Ю. Прогноз сроков прорыва ледниково-подпрудного озера Мерцбахера. - Межвузовский сборник. Ленинградский гидрометеорологический институт, 1981, вып. 74, с. III-II6.
8. C l a g u e J. J., M a t h e w s W. H. The magnitude of jökulhlaups.-J. Glaciol., 1973, vol.12, N 66, p. 501 - 504.
9. C l a r k e G. K. C., M a t h e w s W. H. Estimates of the magnitude of glacier outburst floods from lake Donjek, Yukon Territory, Canada. - Canad. J. of Earth Sci., 1981, vol. 18, N 9, p. 1452 - 1463.
10. M a r c u s M. G. Periodic drainage of glacier-dammed Tulsequah lake, British Columbia. - The Geograph. Rev., vol.10, N 1, 1960, p. 89-106.

А.Г. Савицкий

О ВОЗМОЖНОСТИ РЕШЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ВОДОЕМЕ С ЧАСТИЧНЫМ УЧЕТОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ДАВЛЕНИЯ

Нами была поставлена задача нахождения поля течений бароклинной жидкости в трехмерной области. Задачи подобных типов могут быть решены только с помощью быстродействующих ЭВМ. В литературе такие задачи сокращенно называют гидродинамическими задачами.

В настоящее время разработано достаточно много методов решения гидродинамических задач. Самая же разработанная их часть - это методы

счета с помощью конечных разностей. Но кроме выбора метода счета важное значение имеет постановка задачи. Так как постановка задачи, метод счета да и сама возможность и простота алгоритмизации процесса вычислений находятся в диалектической взаимосвязи, ценность всякой постановки заключается в возможности ее численной реализации. Одной из самых известных постановок, обладающих хорошими возможностями для практических расчетов, является эволюционная постановка задачи Г.И. Марчука [4] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{U}^* U - \ell U + \frac{\partial P_0}{\rho_0 \partial x} + \frac{\partial P_{ст}}{\rho \partial x} &= \nu \Delta U, \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{U}^* V + \ell U + \frac{\partial P_0}{\rho_0 \partial y} + \frac{\partial P_{ст}}{\rho \partial y} &= \nu \Delta V, \\ \frac{\partial P_0}{\partial t} + g \rho \int_0^H \frac{\partial W}{\partial z} dz &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{U}^{*+\Delta t} &= 0. \end{aligned} \quad (I)$$

Система уравнений (I) замыкается уравнениями сохранения солей, тепла и уравнением состояния

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{U}^* S + \delta_s \int_z^H \left(- \frac{\partial W}{\partial z} \right) dz &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{U}^* T + \delta_T \int_z^H \left(- \frac{\partial W}{\partial z} \right) dz &= 0, \\ \rho &= \rho(S, T). \end{aligned} \quad (2)$$

В уравнениях систем (I) и (2) использованы следующие обозначения

- ρ_0 - средняя плотность воды,
- U, V, W - составляющие вектора скорости движения воды,
- ν - коэффициент кинематической вязкости,
- ℓ - параметр Кориолиса,
- T, S - температура и соленость воды, соответственно,
- g - ускорение свободного падения,
- Δ - лапласиан,
- $\vec{U}^*$ - вектор скорости движения воды в предыдущий момент времени
- $P_{ст}$ - гидростатическое давление,
- P_0 - давление, обусловленное уровнем свободной поверхности,
- δ_s, δ_T - параметры.

По данной постановке задачи и ее модификациям с использованием стандартных граничных условий решались гидродинамические задачи циркуляции воды в океанах [5], на оз. Байкал [4], Черном и Бал-

тийском морях [6]. Полученные результаты соответствовали реально существующим картинам течений.

В постановке задачи Г.И. Марчука давление принято гидростатическим. Ниже мы покажем, что возможен частичный учет гидродинамической составляющей давления.

Интересна попытка Гущина и Щенникова проводить устойчивый счет гидродинамических задач на основе следующей трехэтапной схемы расчета, используя полные уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости [8] при некоторых общепринятых граничных условиях:

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{\bar{U} - U^n}{\tau} &= - (U^n \nabla) U^n + \nu \Delta U^n, \\ 2. \quad \Delta P &= \frac{\Delta U}{\tau}, \quad \nabla U^{n+1} = \operatorname{div} U^{n+1} = 0, \\ 3. \quad U^{n+1} &= \bar{U} - \tau \nabla P. \end{aligned} \quad (3)$$

В данном случае научную ценность представляет сама схема расчета, нежели постановка задачи. Видно, что для того, чтобы погасить неустойчивость, возникающую при расчете гидродинамического давления, авторы дифференцировали отделенный расщеплением член, его содержащий [1]. В своей работе они, тем не менее, отмечали, что самые большие трудности возникали на втором этапе приведенной схемы. Мы не останавливаемся на описании алгоритмизации вычислительного процесса, так как решаемые уравнения первого, второго и третьего этапов достаточно хорошо описаны в вузовских учебниках [1]. К сожалению, этот способ решения неприменим к поставленной нами задаче, так как не допускает возможности рассчитать движение сжимаемой жидкости.

Попытки повысить устойчивость решения уравнений движения при приближенном их решении путем дифференцирования хорошо видны в переходе к "непримитивным переменным". Этот термин широко распространен за рубежом, и мы считаем целесообразным пояснить его. "Непримитивными переменными" называются новые искомые величины, полученные путем дифференцирования уравнений движения Навье-Стокса [3]. Чаще всего это поле вектора вихря и функции тока.

Для плоских и осесимметричных гидродинамических задач разработаны методики конечно-разностного счета, имеющие название: постановка задачи - "завихренность-функция тока" [8] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial t} + d\omega \vec{U}^T \xi &= \nu \Delta \xi, \\ -\xi &= \Delta \psi, \end{aligned} \quad (4)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

где ξ - завихренность потока, ψ - функция тока.

При данной постановке задачи ее алгоритмизация и расчет осуществляется на основе трехэтапной схемы. На некотором шаге по времени на основании известного с предыдущего момента времени поля скоростей рассчитывается поле вихрей. Затем рассчитывается поле функции тока на основе только что найденного поля вихрей. В конце вычислительного цикла находится поле скоростей по полю функций тока, затем расчет повторяется на новом шаге по времени. Данные методики были применены для расчетов сердечных клапанов [8]. Однако, как пишут авторы, данные схемы нельзя распространить ни на трехмерные задачи, ни на сжимаемую жидкость. Также авторами отмечалось, что необходимо было вычислять вектор вихря на границах области решения, а ведь такие граничные условия отсутствуют в физической постановке задачи.

Сейчас будет показано, что возможен частичный учет гидродинамической составляющей давления даже в случае сжимаемой жидкости. Сразу следует отметить, что использование полных уравнений Навье-Стокса при приближенном их решении ведет к появлению фиктивных волн и, в конечном случае, к неустойчивости.

Для задач, в которых область решения имеет слабо искривленную свободную поверхность, а отношение средней глубины к радиусу кривизны, характерному для ее нижней части, удовлетворяет следующему соотношению:

$$\alpha^4 < \alpha^{3+\Delta} \ll \alpha^2 < \alpha' < \alpha^0, \quad 0 < \Delta \leq 1, \quad (5)$$

где α - отношение средней глубины области решения к характерному радиусу кривизны дна, возможна следующая постановка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + (\vec{U} \nabla) \vec{V} \Big|_x &= - \frac{\partial P_0}{\rho_0 \partial x} - \frac{\partial P_{\text{ст}}}{\rho \partial x} + \nu \Delta U, \\ \frac{\partial U}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} \Big|_y &= - \frac{\partial P_0}{\rho_0 \partial y} - \frac{\partial P_{\text{ст}}}{\rho \partial y} + \nu \Delta U, \\ \rho_0^z &= \mu \frac{\partial W}{\partial z} + \rho_0^{z+1}, \\ \operatorname{div} \vec{V} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для сжимаемой жидкости данная постановка дополняется системой уравнений (2). Докажем теперь законность данной постановки задачи, при условии (5).

Направим ось z вниз и введем следующие обозначения: H - средняя глубина водоема; ℓ - средний радиус кривизны его дна; V, U - составляющие скорости в горизонтальном направлении; W - скорость воды в вертикальном направлении. Вертикальную составляющую уравнения движения в напряжениях можно записать следующим образом [7] :

$$\frac{\partial \rho W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{xz} - \rho U W) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_{yz} - \rho V W) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_{zz} - \rho W^2) = 0, \quad (7)$$

где ρ — плотность воды; $\rho_{xz}, \rho_{yz}, \rho_{zz}$ — составляющие тензора напряжений.

Другие два уравнения движения мы намеренно не написали, так как нетрудно проверить, что они вследствие наших дальнейших действий не изменятся.

Напишем теперь уравнение несжимаемости и соотношения, выражающие обобщенную гипотезу Ньютона,

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

$$\rho_{xz} = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right),$$

$$\rho_{zz} = -P_1 + 2\mu \frac{\partial W}{\partial z},$$

$$\rho_{yz} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right). \quad (9)$$

Вместо размерных координат и скоростей введем безразмерные

$$\begin{aligned} x &= \ell x_1, & y &= \ell y_1, & z &= H z_1, \\ U &= \bar{U} U_1, & V &= \bar{U} V_1, & W &= \bar{W} W_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя выражения (10) в уравнение (8), получим

$$\frac{\partial V_1}{\partial y_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\bar{W} \ell}{\bar{U} H} \frac{\partial W_1}{\partial z_1} = 0. \quad (11)$$

Исходя из равнозначности членов уравнения (11), можно заключить, что

$$\bar{W} \ell = \bar{U} H \Rightarrow \bar{W} = \alpha \bar{U}, \quad \alpha = H/\ell. \quad (12)$$

Введем характерное число Рейнольдса

$$Re = \frac{\bar{U} \ell}{\nu}. \quad (13)$$

Так как известно, что средняя скорость пропорциональна перепаду давления и квадрату толщины слоя [7], мы сможем ввести безразмерное давление следующим соотношением:

$$P = \frac{\mu \bar{U} \ell}{H^2} P_1 = \frac{\rho \bar{U}^2}{Re \alpha^2} P_1. \quad (14)$$

Обобщенная гипотеза Ньютона в безразмерной форме запишется в виде

$$\rho_{xz} = \frac{\rho \bar{U}^2}{\alpha Re} \left(\frac{\partial U_1}{\partial z_1} + \alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial x_1} \right),$$

$$P_{xz} = \frac{\rho \bar{U}^2}{\alpha^2 Re} \left(-P_1 + 2\alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial x_1} \right), \quad (15)$$

$$P_{yz} = \frac{\rho \bar{U}^2}{\alpha Re} \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial y_1} \right).$$

Используя выражения (8) - (15), запишем уравнение движения (7) в безразмерном виде

$$\frac{Re \alpha^2 \partial \rho W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\alpha^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial x_1} + Re \alpha^2 W_1 U_1 \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} (-P_1 + 2\alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial x_1} - Re \alpha^4 W_1^2) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left[\alpha^2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial y_1} - Re \alpha^2 V_1 W_1 \right) \right]. \quad (16)$$

Если число Рейнольдса (13) не превосходит величины, обратной α^2 , то учитывая соотношение (5), запишем (16) в виде

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1 \partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-P_1 + 2\alpha^2 \frac{\partial W_1}{\partial x_1} \right) + \alpha^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial x \partial y} = 0. \quad (17)$$

Отметим, что соотношение (5) выполняется для большинства водоемов.

Используя уравнение несжимаемости, выражение (17) мы сможем записать в виде

$$-\frac{\partial P_1}{\partial x} + \alpha^2 \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} = 0. \quad (18)$$

Возвращаясь к размерным величинам, запишем уравнение (18) следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}. \quad (19)$$

Полученное выражение допускает интегрирование в явном виде. Вместо постоянной интегрирования следует взять гидродинамическое давление вышележащего слоя, это действие придаст полученному выражению физический смысл, превратив его в вертикальную составляющую тензора напряжений

$$P_g^x = \mu \frac{\partial W}{\partial x} + P_g^{x+\Delta x}, \quad (20)$$

что и требовалось доказать.

Решение гидродинамической задачи в соответствующей постановке может осуществляться по следующей схеме. Из первых двух уравнений движения (6), квадратичные члены которых линеаризованы относительно малого промежутка времени [4], на основании данных о начальных значениях полей плотности, скорости и граничных условий определим поля горизонтальных составляющих скорости на конец выбранного интервала времени. Затем методом бегущего счета из уравнения несжимаемости определим вертикальную составляющую скорости. На основании найденного поля вертикальной составляющей скорости из уравнения (19) найдем поле гид-

родинамического давления. На этом цикл расчета для несжимаемой жидкости заканчивается, а для сжимаемой жидкости данный цикл расчета дополняется решением системы уравнений (2). Затем весь ход вычислений повторяется на следующем временном интервале. При расчете надо помнить, что счет значительно упрощается, если находить поле вертикальной составляющей скорости двигаясь вертикально вверх, а при вычислении давления сверху вниз. В противном случае придется каждый раз вычислять постоянную интегрирования и проводить пересчет уже с ней.

В случае невыполнения условия (5) возможно приближенное решение гидродинамической задачи с помощью "непримитивных переменных" для трехмерной области с учетом сжимаемости жидкости.

Применение операции "вихрь" к уравнениям движения Навье-Стокса приводит к полному исчезновению члена, содержащего давление несжимаемой жидкости. Посмотрим, нельзя ли каким-нибудь способом сохранить гидродинамическую часть давления так, чтобы полученные уравнения описывали движение сжимаемой жидкости, а алгоритмизация значительно не усложнялась. Данный способ мог бы быть следующим. Допустим, что общее давление, стоящее под знаком градиента, мы разбили на две части, потребовав выполнения следующего равенства:

$$\frac{\text{grad } \rho}{\rho} = \frac{\text{grad } \rho_g}{\rho} + \frac{\text{grad } \rho_{ст}}{\rho} \approx \frac{\text{grad } \rho_g}{\rho_0} + \frac{\text{grad } \rho_{ст}}{\rho}, \quad (21)$$

где ρ_g - гидродинамическое давление, $\rho_{ст}$ - гидростатическое давление, ρ_0 - средняя плотность жидкости.

Если же мы теперь применим операцию "вихрь" к уравнению Навье-Стокса, учитывая равенство (21), то получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{\Omega} - (\vec{\Omega} \nabla) \vec{V} = \text{rot} \frac{\text{grad } \rho_{ст}}{\rho_0} + \nu \Delta \vec{\Omega}. \quad (22)$$

Мы будем решать гидродинамическую задачу в два этапа. При взятых с предыдущего интервала времени составляющих вектора скорости движения воды, начальных значений поля "вихря" вычислим на конец выбранного интервала времени новое поле "вихря". Однако для продолжения счета нам придется по заданному полю вектора "вихрь" и полю расхожденности потока определить поле вектора скорости. Как известно из курса гидродинамики [3], "вихрь" определяется через проекции скорости и, проводя их последовательное дифференцирование и последовательное вычитание, можно получить уравнение Пуассона относительно составляющих вектора скорости движения воды

$$\Delta \vec{V} = - \text{rot } \vec{\Omega} - \text{grad } \text{div } \vec{V}. \quad (23)$$

Можно показать, что решение уравнения (23) относительно составляющих вектора скорости и решение обратной гидродинамической задачи по известному методу с использованием теоремы Гельмгольца [3] тождественны. Но при приближенном решении уравнение (23) требует

одного итерационного процесса, а обычный путь - трех. После решения уравнения Пуассона (23) методом установления [5] переходим к решению уравнения (22) на новом временном интервале. В случае сжимаемой жидкости внутри только что описанного цикла между первым и вторым его этапом решается система уравнений (2) с целью нахождения гидростатического давления, плотности воды, ее минерализации и тепловых характеристик. Граничные условия для поля "вихря" рассчитываются по известным методикам [4] .

Теперь следует сказать несколько слов об определении уровня свободной поверхности, значение которого, как правило, входит в формулу для вычисления гидростатического давления [4] .

Поле уровней свободной поверхности обычно вычисляют, решая следующее уравнение [4] :

$$\frac{\partial z_n}{\partial t} + \operatorname{div} (z_n - z_q) \vec{U}_{cp} = 0, \quad (24)$$

где z_n , z_q - координаты уровня свободной поверхности и дна соответственно, $\vec{U}_{cp}$ - вектор горизонтального перемещения слоя воды $z_n - z_q$.

Но уравнение (24) можно привести к виду более удобному для расчета и требующему меньшей оперативной памяти ЭВМ.

Для этого уравнение несжимаемости (8) проинтегрируем от уровня свободной поверхности воды в водоеме до его дна

$$- \int_{z_q}^{z_n} \frac{\partial W}{\partial z} dz = \int_{z_q}^{z_n} \frac{\partial V}{\partial x} dz + \int_{z_q}^{z_n} \frac{\partial U}{\partial y} dz. \quad (25)$$

Внося интеграл под знак производной и применяя теорему о среднем значении интеграла, получим

$$- W \Big|_{z=z_n} = \operatorname{div} (z_n - z_q) \vec{U}_{cp} - \vec{U}_{cp} \Big|_{z=z_n} \operatorname{grad} z_n. \quad (26)$$

Складывая уравнения (25) и (24), получим новую форму записи уравнения (24):

$$\frac{dz_n}{dt} = W \Big|_{z=z_n}. \quad (27)$$

Следует только помнить, что W - это та вертикальная составляющая скорости, которая получается при расчете из уравнения несжимаемости. Уравнение (27) позволяет, в целях повышения устойчивости, пользоваться методом сдвинутых сеток [1] .

С целью количественной проверки по предложенным методам счета были рассчитаны поля течений в водоеме, аналогом которого является детально изученная физическая модель [2] . Гидродинамическая задача решалась неявно, методом прогонок. Результаты расчетов совпадали качественно с опытными данными уже на первых шагах по времени. Количественно же соответствие рассчитанных и измеренных результатов наступало через один час на ЭВМ ЕС-1022 (рис. 1). Ошибка не превышала

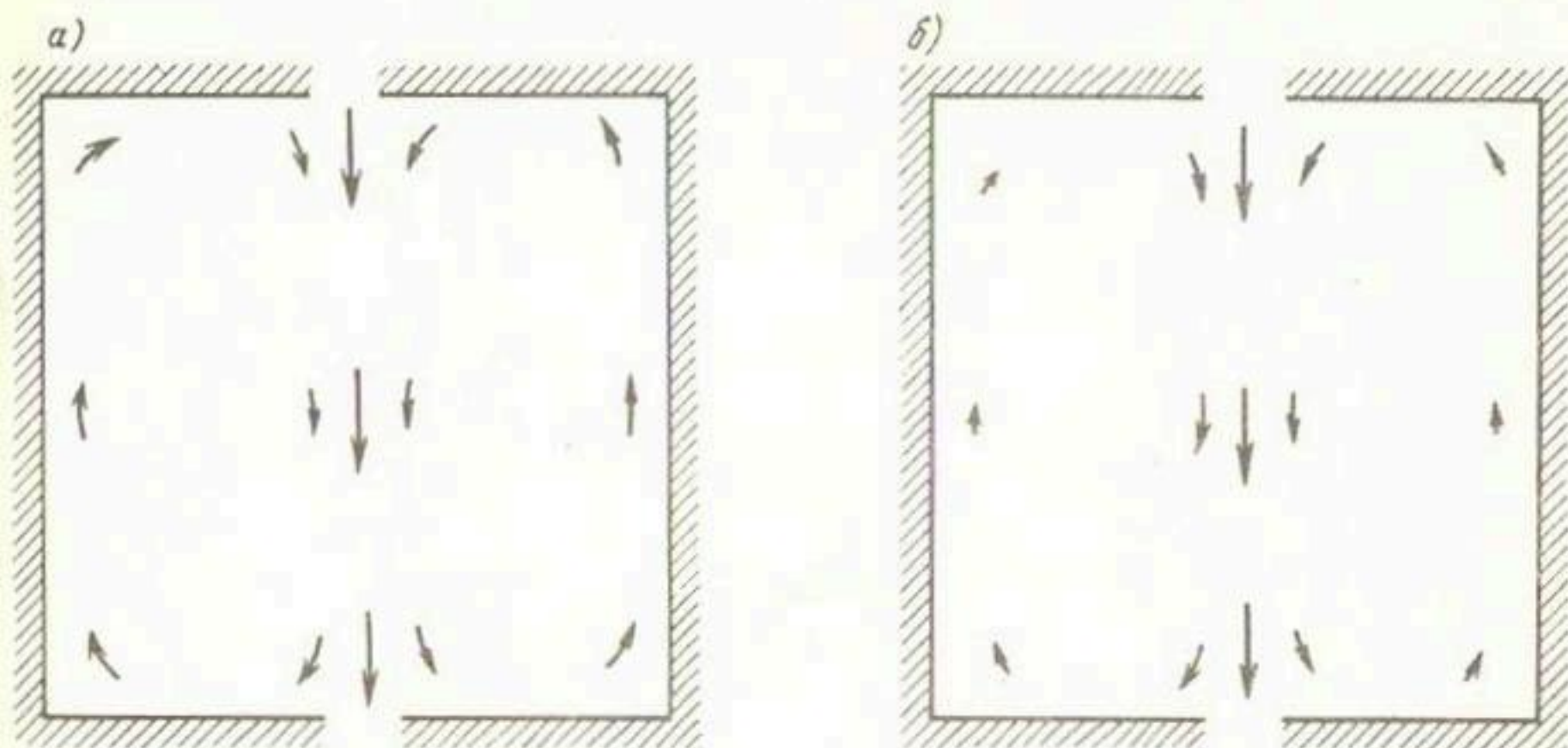


Рис. 1. Схема течений в плане:
а - опытные данные [2] ; б - результаты решения общей гидродинамической задачи (6) на ЭВМ. Масштаб 1:12,4. Масштаб для изображения вектора скорости 1 см - 12 см/с

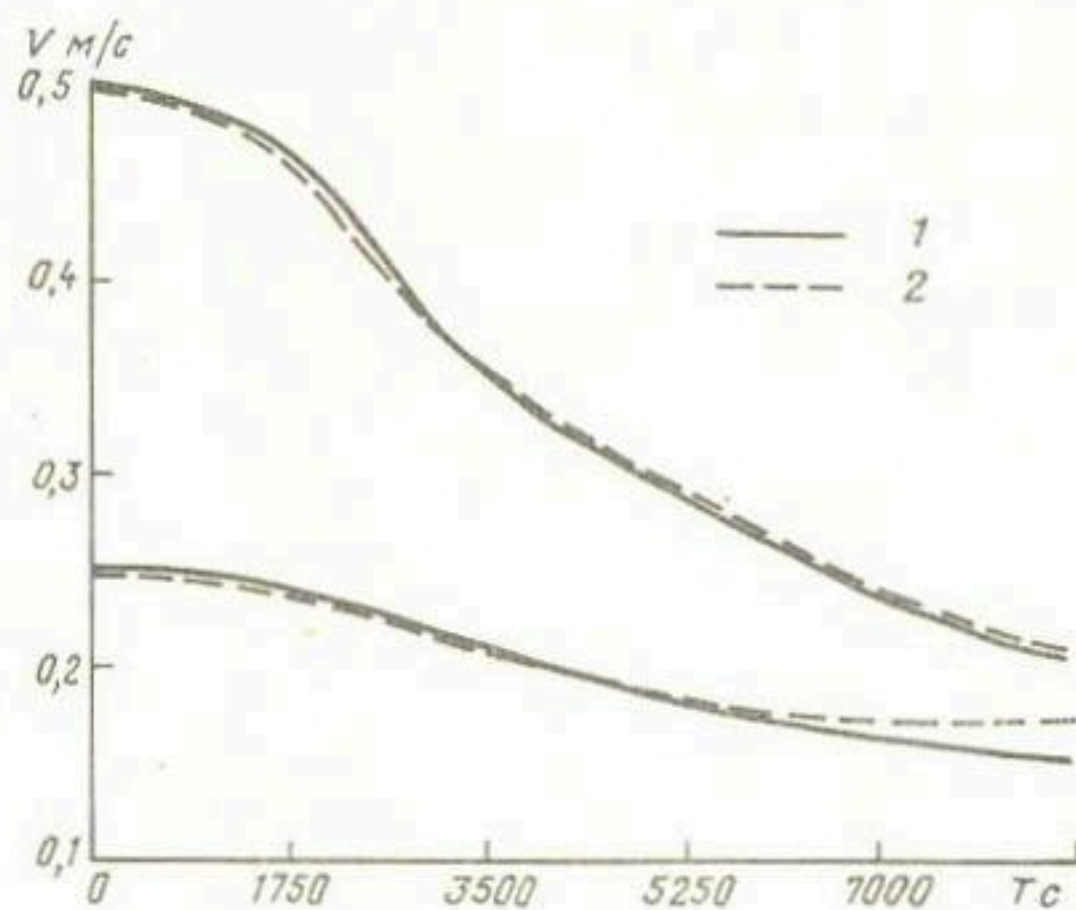


Рис. 2. Аналитическое решение задачи о распространении вихревой нити и приближенное решение этой же задачи на ЭВМ, на основе уравнений (22), (23) для двух точек водоема, удаленных от вихревой нити на расстояния в 100 м (верхние кривые) и 200 м (нижние кривые):
1 - аналитическое решение, 2 - численное решение

10% и в основном принадлежала к расчетам, полученным на основе постановки задачи в "непримитивных переменных". На рис. 1 ясно видны две вихревые зоны, обусловленные резким расширением потока при втекании в водоем, которые иногда получаются в расчетах и наблюдаются на физических моделях [8] .

Для водоема, размеры которого в две тысячи раз превосходят размеры реальной модели, удалось получить поле вектора движения воды с учетом ее бароклинности, не противоречащее общим представлениям о схеме течений, которые могли бы там возникнуть. На рис. 2 показан процесс диффузии вихревой нити, рассчитанный при постановке задачи в "непримитивных переменных". Полученные результаты сравнивались с аналитическим решением задачи о диффузии вихревой нити в бесконечно протяженной вязкой несжимаемой жидкости. Коэффициент счетной вязкости подбирался эмпирически.

В дальнейшем предполагается применить эти методы расчета для решения гидродинамических задач в естественных водоемах с целью прогнозов термического и солевого режимов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. - М.: Наука, 1977, - 439 с.
2. Караушев А. В. Проблемы динамики естественных водных потоков. - М.: Гидрометеиздат, 1960, - 392 с.
3. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. I и 2. - М.: Физматгиз, 1963, - 583 с.
4. Марчук Г. И. Математические модели циркуляции в океане. - Новосибирск: Наука (Сиб. отд.), 1980. - 288 с.
5. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. - Л.: Гидрометеиздат, 1974, - 303 с.
6. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. - М.: Наука, 1962, - 320 с.
7. Слезкин Н. А. Динамика вязкой жидкости. - М.: Техиздат, 1955, - 520 с.
8. Численные методы в динамике жидкостей. - М.: Мир, 1981, - 407 с.

К.А. Исламов

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО СПЕКТРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ АТМОСФЕРЫ

В работе [2] разработана спектральная двухуровневая модель динамики атмосферы в сигма-координатах, использующая спектрально-сеточное преобразование относительно горизонтальных полей и конечно - раз-

ностное представление относительно вертикали и времени. В данной работе приводятся результаты численных экспериментов по модели, аналогичной [2], в которой применен способ вычисления нелинейных членов уравнений гидротермодинамики в спектральной форме, предложенный в [1]. Этот способ в 1,5 раза экономичнее метода спектрально-сеточного преобразования с точки зрения вычислительного времени.

Исходная система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = - \vec{V} \nabla \mathcal{U} - \dot{\sigma} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \sigma} - \frac{RT}{\alpha \cos \varphi} \frac{\partial \rho_s}{\rho_s \partial \lambda} + \\ + \left(f + \frac{\mathcal{U}}{\alpha} \operatorname{tg} \varphi \right) \mathcal{V} - \frac{1}{\alpha \cos \varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda},$$

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} = - \vec{V} \nabla \mathcal{V} - \dot{\sigma} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \sigma} - \frac{RT}{\alpha} \frac{\partial \rho_s}{\rho_s \partial \varphi} - \\ - \left(f + \frac{\mathcal{U}}{\alpha} \operatorname{tg} \varphi \right) \mathcal{U} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda},$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = - \vec{V} \nabla \Theta - \dot{\sigma} \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma},$$

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = - \tilde{\mathcal{D}} - \tilde{A},$$

$$\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = - \mathcal{D} - \tilde{\mathcal{D}} - A + \tilde{A},$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = - \frac{RT}{\sigma}.$$

Обозначения в модели такие же, как и в работе [2].

Граничные условия:

на Земле $\sigma = 1, \quad \dot{\sigma} = 0,$

на верхней границе $\sigma = 0, \quad \dot{\sigma} = 0.$

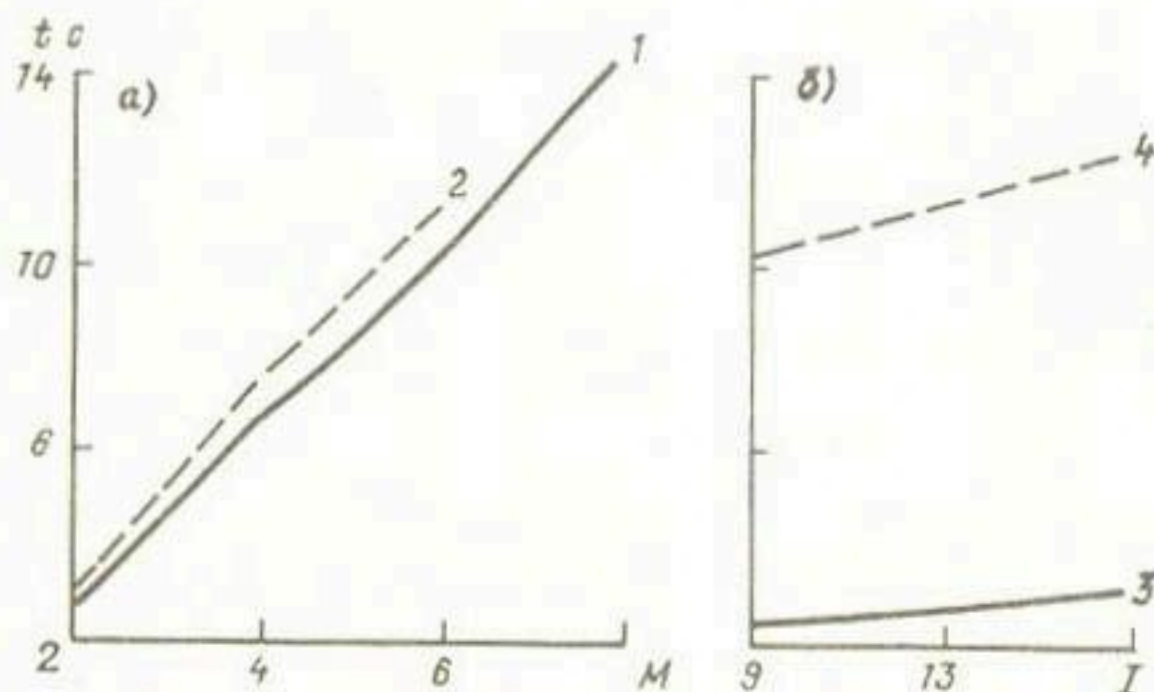
Решение данной замкнутой системы с шестью неизвестными $\mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{T}, \Phi, \rho_s, \dot{\sigma}$ по горизонтальным переменным ищется для полусферы, предполагая периодичность по λ и отсутствие потока количества движения и тепла через экваториальную границу: $\mathcal{V} = 0$ на экваторе.

Исходные уравнения модели обладают инвариантами. В модели сохраняются масса атмосферы, первый и второй моменты потенциальной температуры и полная энергия.

С двухуровневым вариантом модели были проведены численные экспери-

менты с целью выяснить влияние спектрального усечения на время счета ЭВМ.

На рис. а показана зависимость зонального волнового числа M от времени при фиксированных меридиональных числах $J=9$ и $J=13$. Из рисунка видно, что "временной вклад" $\Delta \tau_M$ усечения при $J=13$ больше, чем при $J=9$. Под термином "временной вклад" усечения подразумевается разность $\Delta \tau_M = \tau_{M+K} - \tau_M$, где τ_{M+K}, τ_M - время, затрачиваемое моделью соответственно при спектральных усечениях $M+K$ и M при фиксированном J , здесь K - целое положительное число.



Зависимость времени счета от зонального (а) и меридионального (б) спектрального усечения:

1, 2 - временной вклад $\Delta \tau_M$ соответственно при $J=9, J=13$;
3, 4 - временной вклад $\Delta \tau_J$ при $M=2, M=6$

Из рис. б видно, что временной вклад J

$$\Delta \tau_J = \tau_{J+K} - \tau_J$$

имеет большее значение при $M=6$, чем при $M=2$.

Если сравнить рис. а и б, то видно, что $\Delta \tau_M$ примерно на порядок превышает $\Delta \tau_J$, т.е. изменение M более существенно влияет на время счета, чем изменение J .

С использованием спектральной двухуровневой модели по реальным данным был выполнен ряд прогнозов на двое суток. Усечение бралось $M=8, J=19$, т.е. учитывалась 81 гармоника. В качестве начального поля брался только геопотенциал от 7 декабря 1966-1968 гг.

Чтобы исключить двухсуточные колебания атмосферы, фактическое поле геопотенциала Φ сглаживалось посредством осреднения по трем суткам $t-1, t, t+1$ согласно формуле

$$\tilde{\Phi}_{\text{факт}} = \frac{\Phi_{\text{факт}}^{t-1} + 2 \Phi_{\text{факт}}^t + \Phi_{\text{факт}}^{t+1}}{4}$$

Коэффициенты разложения функции тока $\psi_{m,n}$ находились, используя линейное уравнение баланса в спектральной форме.

При $m=0$ вычисления проводились по формуле

$$\psi_{0,n+1} = \frac{1}{[(n+2)^2-1]} D_{0,n+2} \left[\frac{(n+2)(n+3)}{2\Omega} \varphi_{0,n+2} - \right. \\ \left. - (n+2)(n+4) D_{0,n+3} \varphi_{0,n+3} \right], \\ n = J-3, J-5, \dots, 2, 0, \quad \varphi_{0,J} = 0.$$

При $m \neq 0$ используется формула

$$\psi_{m,n+1} = \frac{1}{n(n+2)} D_{m,n+1} \left[\frac{1}{2\Omega} n(n+1) \varphi_{m,n} - (n^2-1) D_{m,n} \varphi_{m,n-1} \right],$$

где

$$D_{m,n} = \sqrt{\frac{m^2 - n^2}{4n^2 - 1}};$$

$\varphi_{m,n}$ - коэффициент сферических гармоник геопотенциала.

Компоненты горизонтальной скорости U, V в гармониках определялись из следующих соотношений:

$$U_{m,n} = \frac{1}{a} [(n-1) D_{m,n} \psi_{m,n-1} - (n+2) D_{m,n+1} \psi_{m,n+1}],$$

$$V_{m,n} = \frac{1}{a} \pm m \psi_{m,n}.$$

Одним из критериев устойчивости вычислительной модели является сохранение инвариантов. Во всех численных экспериментах в течение одних суток полная энергия изменялась не более чем на 0,0001 первоначальной величины, что свидетельствует о хорошем сохранении инварианта модели.

Для количественной оценки успешности прогнозов вычислялась относительная ошибка ε , в которую включен фактор сравнения со средним климатическим значением за каждый день,

$$\varepsilon = \left[\frac{(\bar{\Phi}_{\text{факт}}^t - \bar{\Phi}_{\text{пр}}^t)^2}{(\bar{\Phi}_{\text{факт}}^t - \bar{\Phi}_{\text{ср.кл.}}^t)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \\ = \left\{ \frac{\sum_m \sum_n v [\text{mod}((\bar{\Phi}_{m,n})_{\text{факт}}^t - (\bar{\Phi}_{m,n})_{\text{пр}}^t)]^2}{\sum_m \sum_n v [\text{mod}((\bar{\Phi}_{m,n})_{\text{факт}}^t - (\bar{\Phi}_{m,n})_{\text{ср.кл.}}^t)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

где $\bar{\Phi}_{\text{пр}}^t$ - прогностическое поле в момент времени t ;
 $\bar{\Phi}_{\text{ср.кл.}}^t$ - фактическое сглаженное поле в момент времени t ;

$$\tilde{\Phi}_{\text{ср.кл}}^t = [(\tilde{\Phi}_{\text{факт}}^t)_{1964} + (\tilde{\Phi}_{\text{факт}}^t)_{1965} + \dots + (\tilde{\Phi}_{\text{факт}}^t)_{1968}] : 5$$

– среднеклиматическое сглаженное поле;

$$(\overline{\quad}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} (\quad)^2 \cos\varphi d\varphi d\lambda;$$

$$[\text{mod}(\Phi)]^2 = [\text{Re}(\Phi)]^2 + [\text{Im}(\Phi)]^2;$$

суммирование ведется при положительных m :

$$\gamma = 1, \text{ если } m = 0; \quad \gamma = 2, \text{ если } m > 0.$$

Оценка $\mathcal{E}$ была предложена и использована в работе Г.П.Курбаткина, В.Н.Синяева, А.Г. Янцен [3].

Представляет интерес сравнить относительные оценки, полученные по данной непреобразованной модели и квазисоленоидальной модели при одинаковых начальных данных. Для этой цели была выбрана спектральная восьмиуровневая модель [3].

В таблице даны среднеклиматические оценки прогноза на двое суток с 7 декабря 1968 года по "полной" двухуровневой (I) и восьмиуровневой квазисоленоидальной (II) моделям для I5 и 8I гармоник.

Среднеклиматические оценки по сглаженным
полям геопотенциала

Уровень, гПа	Дата	Модель I		Модель II	
		I5	8I	I5	8I
700	8 XII	0,47	0,67	0,42	0,55
	9 XII	0,74	1,04	0,64	1,01
300	8 XII	0,88	0,99	0,29	0,41
	9 XII	1,14	1,50	0,50	0,78

Интегрирование проводилось для 8I гармоник, а оценки вычислялись дифференцированно – для I5 и 8I гармоник. Во всех случаях оценки для I5 гармоник лучше, чем для 8I гармоник, т.е. ультрадлинные волны описываются хорошо.

Обнадеживающим результатом является то, что оценки на уровне 700 гПа по полной и квазисоленоидальной моделям очень близки друг к другу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- I. Исламов К. А. Алгоритм вычисления нелинейных членов при решении уравнений гидротермодинамики в сигма-координатах

- методом спектрально-сеточного преобразования - Труды САНИИ, Госкомгидромета, 1980, вып. 68(149), с. 74-81.
2. Курбатов Г. П., Исламов К. А., Каримов А. У. Решение уравнений динамики бароклинной атмосферы с помощью сферических функций. - В кн. : Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск Изд-во ВЦ СОАН СССР, 1975, т. 6, с. 80-106.
 3. Курбатов Г. П., Синяев В. Н., Янцен А. Г. Спектральная модель долгосрочного прогноза со среднеклиматическими ограничениями. - Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1973, т. 9, № II, с. III5-III27.

А. М. Горячев

РАСЧЕТ И СРАВНЕНИЕ МЕЖДУ СОБОЙ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ ПО ЕДИНОМУ НАБОРУ ВНЕШНИХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДИК ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Высота пограничного слоя (ПС) в земной атмосфере вне экваториальной зоны имеет порядок 1 км. Вертикальное разрешение большинства современных моделей прогноза по порядку величины соответствует высоте пограничного слоя. В связи с этим невозможен прямой расчет турбулентных потоков, отражающих взаимодействие подстилающей поверхности и атмосферы, и возникает проблема параметризации эффектов ПС в прогностических моделях.

В настоящее время предложено достаточно большое число схем параметризации эффектов ПС [1-14, 16]. Для успешного их применения в прогностических моделях необходимо задавать комплекс внешних параметров. К сожалению, различные методики требуют задания различных внешних параметров. Чаще всего они не определяются в рамках прогностической модели (например, высота ПС, внутренний параметр стратификации и т.д.) Поэтому возникает проблема замены таких параметров на другие, которые возможно рассчитывать в рамках прогностической модели.

В данной работе предлагается комплекс внешних параметров для расчетов турбулентных потоков по различным методикам параметризации ПС. При этом мы исходили из того, что данные параметры должны просто рассчитываться в прогностической модели с малым разрешением по вертикали. Далее, приводятся алгоритмы рассматриваемых методик параметризации ПС и сравнение между собой рассчитанных по этим алгоритмам турбулентных потоков количества движения.

I. Алгоритмы расчетов турбулентных потоков для различных методик параметризации пограничного слоя по единому набору внешних параметров

Основная трудность при расчетах турбулентных потоков по различным методикам параметризации ПС состоит в том, что для успешного их применения необходимо задавать различный набор внешних параметров. Практически невозможно удовлетворить всем требованиям одновременно для всех моделей. Поэтому нами была предпринята попытка видоизменить некоторые из рассматриваемых ниже методик с целью сведения их к единому набору внешних параметров. При этом мы предполагали, что данный набор внешних параметров должен сравнительно просто рассчитываться в рамках той или иной прогностической модели с малым разрешением по вертикали.

Для всех рассматриваемых ниже моделей задавался один и тот же набор внешних параметров: горизонтальные составляющие скорости ветра, параметр Кориолиса, параметр шероховатости, высота рельефа подстилающей поверхности, перепад потенциальной температуры в пограничном слое.

Всего было выбрано 9 методик параметризации ПС. Соответствие порядковых номеров моделей с авторами методики параметризации пограничного слоя приведены в табл. I.

Таблица I

Соответствие порядковых номеров моделей
с авторами методики параметризации пограничного
слоя

Номер модели	Автор, литература
1	А. Аракава [12]
2	Дж.В. Дирдорф [14]
3	Р.Дж. Добоси, Р.С.Дж. Сомервил [16]
4	А.С. Дубов [3, 4]
5	Д.Л. Йорданов, В.В.Пененко, А.Е. Алоян [5,6]
6	Е.В. Курдова [7]
7	А.Г. Тарнопольский, В.А. Шнайдман [10]
8	Д.В. Чаликов [11]
9	С.П.С. Эрай [13]

Рассмотрим алгоритмы расчетов турбулентных потоков по данным моделям.

Модель 1

1. В зависимости от типа подстилающей поверхности вычисляется коэффициент сопротивления для нейтральных условий в ПС

$$C_1^* = \begin{cases} (0,7\bar{v} + 1) 10^{-4}, & \text{при } h=0, \\ (0,0012 h + 1) 10^{-3}, & \text{при } h>0. \end{cases}$$

2. В зависимости от стратификации пограничного слоя уточняется коэффициент сопротивления

$$C_1 = \begin{cases} C_1^* (1 - \gamma \cdot R_1)^{-1} & \text{при } \delta\theta < 0, \\ C_1^* (\sqrt{R_1} + 1) & \text{при } \delta\theta > 0, \end{cases}$$

где

$$R_1 = \delta\theta / \bar{v}^2.$$

3. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_2 \quad u,$$

$$\tau_y = R_2 \quad v,$$

где

$$R_2 = \rho C_1 \bar{v}.$$

Модель 2

1. Задаются начальные приближения для динамической скорости и турбулентного потока тепла

$$u_* = 0,04 \bar{v}_m,$$

$$Q = -1,88 C_p \rho \delta\theta u_*^2 / \bar{v}_m.$$

2. Рассчитывается высота пограничного слоя

$$H = x \quad u_* / \varepsilon.$$

3. Вычисляются коэффициенты сопротивления и теплопередачи для нейтральной стратификации атмосферы

$$C_1^* = (2,86 \cdot \ln R_1 + 8,4)^{-1},$$

$$C_2^* = (2,11 \cdot \ln R_1 + 7,4)^{-1},$$

где

$$R_1 = 0,025 H / z_0.$$

4. Рассчитывается параметр стратификации пограничного слоя

$$R_2 = \beta H \delta \theta / \bar{v}_m^2.$$

5. В зависимости от стратификации пограничного слоя уточняются коэффициенты сопротивления и теплопередачи:

при $R_2 < 0$

$$C_1 = \left[1/c_1^* - 25 \exp(0,26 R_3 - 0,03 R_3^2) \right]^{-1},$$

$$C_2 = (1/c_2^* - 1/c_1^* - 1/c_1)^{-1},$$

где

$$R_3 = \lg(-R_2) - 3,5;$$

при $0 \leq R_2 \leq 2,745$

$$C_1 = c_1^* (1 - 0,328 R_2),$$

$$C_2 = c_2^* (1 - 0,328 R_2).$$

6. Определяются новые значения динамической скорости и турбулентного потока тепла

$$u_*' = \bar{v}_m C_1,$$

$$Q' = -C_p \rho C_2 u_*'^{-1} \delta \theta.$$

7. Если условия

$$|(u_*' - u_*)/u_*| < \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad |(Q' - Q)/Q| < \varepsilon_2$$

не удовлетворяют одновременно, то расчеты с новыми значениями u_*' и Q' повторяют с п. 2.

8. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_4 u_m,$$

$$\tau_y = R_4 v_m,$$

где

$$R_4 = \rho u_*'^2 / \bar{v}_m.$$

Модель 3

1. Рассчитывается параметр Россби R_o .

2. Определяется угол поворота ветра в пограничном слое

$$\alpha = 173,58 \lg R_o - 3,03.$$

3. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_1 (\bar{u}_g \cos \mathcal{L} - \bar{v}_g \sin \mathcal{L}),$$

$$\tau_y = R_1 (\bar{u}_g \sin \mathcal{L} + \bar{v}_g \cos \mathcal{L}),$$

где

$$R_1 = \rho \bar{v}_g (0,205 / (\lg R_0 - 0,54) - 0,03 / \bar{v}_g)^2.$$

Модель 4

1. В зависимости от типа подстилающей поверхности задаются начальные приближения для динамической скорости и турбулентного потока тепла, пронормированного на величину $C_p \rho$:

$$u_* = x \bar{v}_g^* / R_1,$$

$$Q = -x \delta \theta u_* / R_1,$$

где

$$R_1 = \begin{cases} -\lg(z_0/l) & \text{при } h > 0, \\ \lg(g/(0,035 l)) & \text{при } h = 0. \end{cases}$$

2. Вычисляется интегральное число Ричардсона μ_0 .

3. Определяется параметр шероховатости над океаном $z_0 = 0,035 u_*^2 / g$.

4. В зависимости от стратификации пограничного слоя определяются универсальные функции в законах сопротивления и теплопередачи:

при $\mu_0 > 0$

$$A = 4 \sqrt{\mu_0} + 5,7,$$

$$B = \lg(\mu_0 + 7,4) - 4 \sqrt{\mu_0},$$

$$C = \lg \mu_0 - 6 \sqrt{\mu_0};$$

при $\mu_0 < 0$

$$A = 10 / (|\mu_0| + 3,1)^{1/2},$$

$$B = \lg(|\mu_0|/x + 20,2) - 1,$$

$$C = \lg(|\mu_0|/x - 0,1);$$

при $\mu_0 = 0$

$$A = 5,7, \quad B = 2.$$

5. Рассчитываются новые значения для динамической скорости и турбулентного потока тепла

$$U_*' = x \bar{U}_g / (A^2 + (R_2 - B)^2)^{1/2},$$

$$Q' = -x U_* \delta B / (R_2 - C),$$

где

$$R_2 = \ln (U_* / (\ell z_0)).$$

6. Если условия $| (U_*' - U_*) / U_* | < \varepsilon_1$ и $| (Q' - Q) / Q | < \varepsilon_2$

не удовлетворяют одновременно, то расчеты с новыми значениями U_*' и Q' повторяют с пункта 2.

7. Определяется угол поворота ветра в пограничном слое

$$\mathcal{L} = \arctg (R_3 / (1 - R_3)^{1/2}),$$

где

$$R_3 = -C_g A/x.$$

8. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_4 (U_g \cos \mathcal{L} - \bar{U}_g \sin \mathcal{L}),$$

$$\tau_y = R_4 (U_g \sin \mathcal{L} + \bar{U}_g \cos \mathcal{L}),$$

где

$$R_4 = \rho U_*^2 / \bar{U}_g.$$

Модель 5

1. Вычисляется параметр Россби R_0 .

2. Определяется число Ричардсона S .

3. Рассчитываются геострофический коэффициент трения и угол поворота ветра в пограничном слое

$$C_g = \sum_{i=0}^2 \alpha_i R_1^i + \left(\sum_{i=0}^2 \alpha_{3+i} R_1^i \right) R_2 + \left(\sum_{i=0}^2 \alpha_{6+i} R_1^i \right) R_2^2,$$

$$\mathcal{L} = \sum_{i=0}^2 \beta_i R_1^i + \left(\sum_{i=0}^2 \beta_{3+i} R_1^i \right) R_2 + \left(\sum_{i=0}^2 \beta_{6+i} R_1^i \right) R_2^2 + \left(\sum_{i=0}^2 \beta_{9+i} R_1^i \right) R_2^3,$$

где

$$R_1 = \lg(R_0); \quad R_2 = 0,01 x^2 S.$$

При этом в зависимости от знака числа Ричардсона S выбираются коэффициенты α_i и β_i из таблиц, приведенных в [6].

4. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_3 (U_g \cos \mathcal{L} - \bar{U}_g \sin \mathcal{L}),$$

$$\tau_y = R_3 (U_g \sin \mathcal{L} + \bar{U}_g \cos \mathcal{L}),$$

где

$$R_3 = \rho \bar{U}_g C_g^2.$$

Модель 6

1. Вычисляется параметр Россби R_0 .

2. Задаются начальные приближения для геострофического коэффициента сопротивления, пронормированного на постоянную Кармана и интегральное число Ричардсона

$$C_1 = 0,1,$$

$$\mu_0 = 0,00752 \delta B / (\ell \bar{U}_g).$$

3. Определяются универсальные функции в законах сопротивления и теплопередачи

$$A = 1,8 R_1 + 2,5,$$

$$B = -2,6 R_1 + 5,8,$$

где

$$R_1 = (0,01 \mu_0 + 1,5)^2.$$

4. Рассчитываются новые значения для геострофического коэффициента сопротивления и интегрального числа Ричардсона

$$C_1' = (1 / (A^2 + R_2^2))^{1/2},$$

$$\mu_0' = ((\sin \mathcal{L} / C_1 - 2,5) / 1,8 - 1,5)^{1/2},$$

где

$$R_2 = B - \ln(x C_1 / R_0),$$

$$\mathcal{L} = \operatorname{arctg}(-A / R_2).$$

5. Если условия

$$|(C_1' - C_1) / C_1| < \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad |(\mu_0' - \mu_0) / \mu_0| < \varepsilon_2$$

не выполняются одновременно, то расчеты с новыми значениями C_1' и μ_0' повторяются с п. 3.

6. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\begin{aligned}\tau_x &= R_3 (U_g \cos \mathcal{L} - \bar{v}_g \sin \mathcal{L}), \\ \tau_y &= R_3 (U_g \sin \mathcal{L} + \bar{v}_g \cos \mathcal{L}),\end{aligned}$$

где

$$R_3 = \rho \bar{v}_g (x C_1)^2.$$

Модель 7

1. В зависимости от типа подстилающей поверхности определяется параметр Россби R_0 . Над океаном сначала вычисляется безразмерное число

$R_1 = 0,05 \cdot \ell \bar{v}_g / g$, а затем по известному R_1 находится R_0 по табл. 3 из работы [9].

2. Определяется число Ричардсона S .

3. Вычисляется геострофический коэффициент трения нормированный на постоянную Кармана

$$C_1 = (4 \cdot 10^6 + 5 R_0) / (29,4 \cdot 10^6 + 60,6 R_0).$$

4. Рассчитывается внутренний параметр стратификации

$$R_2 = (S - 2,5 R_3 C_1) / (14,4 C_1 \lg(0,072 R_0 C_1)),$$

где

$$R_3 = 0,8448 \cdot 10^{-4} \beta / \ell^2.$$

5. Определяется угол поворота ветра в пограничном слое

$$\mathcal{L} = \begin{cases} (R_2^2 + 10 R_2) \cdot 0,333 \cdot 10^{-2} + R_4 & \text{при } R_2 \geq 0, \\ (R_2^2 - 10 R_2) \cdot 10^{-2} + R_4 & \text{при } R_2 < 0, \end{cases}$$

где

$$R_4 = (102 \cdot 10^6 + 78 R_0) / (3,1 \cdot 10^6 + 4,1 R_0).$$

6. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\begin{aligned}\tau_x &= R_5 (U_g \cos \mathcal{L} - \bar{v}_g \sin \mathcal{L}), \\ \tau_y &= R_5 (U_g \sin \mathcal{L} + \bar{v}_g \cos \mathcal{L}),\end{aligned}$$

где

$$R_5 = \rho \bar{v}_g (x C_1)^2.$$

Алгоритм для расчетов по п. 3-6 взят из [2].

Модель 8

1. Определяется число Ричардсона S .

2. В зависимости от типа подстилающей поверхности определяется параметр Россби. Над океаном параметр Россби рассчитывается по формуле

$$R_0 = g / (\ell \bar{U}_m).$$

3. В зависимости от стратификации пограничного слоя рассчитываются коэффициент сопротивления C_i и угол поворота ветра $\mathcal{L}$. Если ввести обозначения

$$C_i = \begin{cases} b_1 & \text{при } h > 0, \\ b_4 & \text{при } h \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \mathcal{L} = \begin{cases} b_2 & \text{при } h > 0, \\ b_5 & \text{при } h \leq 0, \end{cases}$$

то функции b_i представятся в виде

$$b_i = a_{i1} R_0^{a_{i2}} + a_{i3} R_0^{a_{i4}} S^{a_{i5}} R_0^{a_{i6}},$$

при $i = 2, 5$ и $S > 0$, а также при $i = 1, 4$ и $S \leq 0$;

$$b_i = a_{i1} R_0^{a_{i2}} \exp(a_{i7} R_0^{a_{i8}} \sqrt{|S|})$$

при $i = 1, 4$ и $S > 0$, а также при $i = 2, 5$ и $S \leq 0$.

Численные значения коэффициентов a_{ij} приведены в [II].

4. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_1 (\bar{U}_m \cos \mathcal{L} - \bar{V}_m \sin \mathcal{L}),$$

$$\tau_y = R_1 (\bar{U}_m \sin \mathcal{L} + \bar{V}_m \cos \mathcal{L}),$$

где

$$R_1 = \rho C_i \bar{U}_m.$$

Модель 9

1. Задаются начальные приближения для динамической скорости и масштаба для измерения температуры

$$U_* = 0,04 \bar{U}_m,$$

$$T_* = -x \delta\theta / (\ln((z_0 \ell) / U_*) + 2,55).$$

2. Рассчитывается высота пограничного слоя

$$H = x U_* / \ell$$

3. Вычисляется масштаб длины Монина-Обухова L .

4. Рассчитывается параметр стратификации пограничного слоя λ_* .

5. В зависимости от стратификации пограничного слоя определяются универсальные функции в законах сопротивления и теплоотдачи:
при $\lambda_* \leq -2$

$$A = \ln(-\lambda_* R_1) + 1,5,$$

$$B = 1,8 R_1 \exp(0,2 \lambda_*),$$

$$C = \ln(-\lambda_*) + 3,7;$$

при $\lambda_* \geq 2$

$$A = -0,96 \lambda_* + 2,5,$$

$$B = 0,8 \lambda_* + 1,1,$$

$$C = -2 \lambda_* + 4,7;$$

при $-2 < \lambda_* < 2$

$$A = 1,39; \quad B = 1,95; \quad C = 2,55,$$

где

$$R_1 = \ell H / \omega_*.$$

6. Рассчитываются новые значения для динамической скорости и масштаба температуры

$$\omega_*' = x \bar{u}_m / (B^2 + (\ln R_2 + A)^2)^{1/2},$$

$$T_*' = -x \delta \theta / (\ln R_2 + C),$$

где

$$R_2 = z_0 / H.$$

7. Если условия

$$|(\omega_*' - \omega_*) / \omega_*| < \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad |(T_*' - T_*) / T_*| < \varepsilon_2$$

не удовлетворяют одновременно, то расчеты с новыми значениями ω_*' и T_*' повторяют с п. 2.

8. Вычисляются горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения

$$\tau_x = R_3 \omega_m,$$

$$\tau_y = R_3 \bar{v}_m,$$

где

$$R_3 = \rho \omega_*'^2 / \bar{u}_m.$$

2. Сравнение между собой турбулентных потоков количества движения для различных методик параметризации пограничного слоя

Из общих физических соображений следует, что если одни и те же величины определяются по одному набору исходных данных, то они должны обнаруживать зависимость между собой. Рассмотрим ниже турбулентные потоки количества движения.

Мы ограничимся только теорией линейной корреляции. Известно, что если получена таблица значений x_k и соответствующих им значений y_k ($k=1, 2, \dots, n$), то линейная эмпирическая формула по таблице (x_k, y_k) может быть представлена в виде

$$Y - \bar{y} = r \sigma_y / \sigma_x (X - \bar{x}), \quad (1)$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$; $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$;

$$\sigma_x = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \bar{x}^2 \right)^{1/2}, \quad \sigma_y = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k^2 - \bar{y}^2 \right)^{1/2};$$

$$r = \frac{\eta}{\sigma_x \sigma_y}; \quad \eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k y_k - \bar{x} \bar{y}.$$

Чтобы значения x_k и y_k были близкими, необходимо потребовать приближенное выполнение в (1) следующих соотношений:

$$\bar{x} \approx \bar{y}, \quad \eta / \sigma_x^2 \approx 1. \quad (2)$$

Целью сделанного ниже эксперимента была проверка степени выполнения соотношений (2).

В качестве исходных данных для расчетов использовался архив DST-6 [15] данных о геопотенциале, температуре и составляющих скорости ветра на стандартных изобарических поверхностях с I по 7 февраля 1976 г. за два срока 03 и 15 мск по территории северного полушария. Достоинством данного архива служит то обстоятельство, что вместе с исходными данными в нем приводятся значения по территории северного полушария коэффициента сопротивления и высоты рельефа подстилающей поверхности.

Как уже отмечалось в разд. I, в качестве исходных параметров для расчетов турбулентных потоков количества движения служили: горизонтальные составляющие скорости ветра, параметр Кориолиса, параметр шероховатости, высота рельефа подстилающей поверхности, перепад потенциальной температуры в ПС. Часть из этих параметров бралась из описанного выше архива, другая часть рассчитывалась. Перепад потенциальной температуры вычислялся между изобарическими поверхностями 850 и 1000 гПа. Параметр шероховатости определялся по формуле

$$z_0 = 10 \exp(-x/C_D).$$

Турбулентные потоки количества движения для 9 моделей (см. табл. I) рассчитывались по территории северного полушария. Далее, для всевозможных сочетаний моделей по две строилась соответствующая таблица турбулентных потоков количества движения и вычислялись численные значения величин γ , $\bar{y}/\bar{x}$, $\gamma \sigma_y/\sigma_x$, входящих в (I). Средние значения указанных величин за рассматриваемый промежуток времени приведены в табл. 2 - 4.

Если предположить выполнение соотношений (2) для интервалов

$$\begin{aligned} 0,81 &\leq \bar{y}/\bar{x} \leq 0,98, \\ 0,81 &\leq \gamma \sigma_y/\sigma_x \leq 0,98, \end{aligned} \quad (3)$$

то из табл. 3 и 4 следует, что линейные связи для турбулентного потока количества движения возможны между моделями 8 и 5, 8 и 6. При этом коэффициент корреляции равен 0,9. Отметим, что коэффициент корреляции между моделями 6 и 5 близок к единице и, как следует из табл. 3, в среднем турбулентный поток количества движения, рассчитанный по модели 6, превышает соответствующий поток, рассчитанный по модели 5.

Таблица 2

Средние значения коэффициентов корреляции ($\gamma \times 100$) между турбулентными потоками количества движения для различных моделей пограничного слоя

Номер модели	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	80	56	68	82	80	47	83	79
2		100	42	48	65	62	36	66	75
3			100	72	73	73	64	60	34
4				100	95	95	80	81	37
5					100	100	76	90	57
6						100	76	90	55
7							100	41	22
8								100	64
9									100

Таблица 3

Отношения средних значений турбулентных потоков количества движения ($\tau_i/\tau_j \times 100$) по различным моделям параметризации пограничного слоя

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	27	22	4	20	23	97	20	34
2		100	83	14	75	84	370	74	125
3			100	18	91	102	454	89	152
4				100	526	592	2500	517	888
5					100	131	500	98	168
6						100	454	88	147
7							100	20	34
8								100	170
9									100

Таблица 4

Произведения коэффициента корреляции между различными турбулентными потоками количества движения на отношения соответствующих дисперсий ($\tau_{ij} \sigma_j/\sigma_i \times 100$) по различным моделям параметризации пограничного слоя

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	370	322	1799	565	465	44	429	216
2		100	32	154	78	77	6	76	37
3			100	358	106	90	15	78	78
4				100	27	23	42	20	6
5					100	85	13	78	24
6						100	15	91	28
7							100	238	68
8								100	31
9									100

Расширив границы интервалов в (3) от 0,74 до 1,06, из табл. 3 и 4 видим, что квазилинейные связи возможны между моделями 5 и 2, 6 и 2, 5 и 3, 6 и 3, 8 и 3. Однако в этом случае коэффициенты корреляции не превышают величины 0,74, а коэффициент корреляции между моделями 3 и 2 равен всего лишь 0,42.

По-видимому, из приведенных экспериментов можно заключить, что линейные связи для турбулентного потока количества движения наиболее вероятны между моделями 5, 6, 8 и отсутствуют между моделями I, 4, 7, 9.

Один из методов учета эффектов пограничного слоя в прогностических моделях атмосферы заключается в определении турбулентных потоков количества движения и включения их в правые части уравнений движения. Поскольку выше было показано, что при определенных допущениях эти потоки имеют линейную связь между собой, то вполне естественно в прогностической модели атмосферы провести оценки по включению эффектов ПС для одной из этих методик и для всех методик, которые линейно независимы между собой. Проведенные выше эксперименты показывают, что в прогностической модели атмосферы желательно в первую очередь проверить эффективность параметризации пограничного слоя по моделям I, 4, 7, 9, а также 2 и 3 и одной из моделей 5, 6, 8 (см. табл. I).

В заключение автор приносит благодарность В.А. Шнайдману за полезные советы и замечания.

Выводы

1. На основе единого набора внешних параметров построены и приведены алгоритмы расчетов турбулентных потоков количества движения для 9 различных методик параметризации пограничного слоя.
2. Оценка уклонения корреляционной зависимости от линейной функциональной зависимости для турбулентного потока количества движения показала, что линейные связи отсутствуют между моделями I, 4, 7, 9 и наиболее вероятны между моделями 5, 6, 8 (см. табл. I).
3. Полученные результаты определяют степень близости различных методик параметризации пограничного слоя между собой, но не выявляют их качества.

Список основных обозначений

$L = -\frac{\zeta_*^{3/2}}{C_p \rho} \frac{Q}{(x \beta)}$	- масштаб длины Монина-Обухова,
$\lambda = x \frac{\zeta_*}{\ell}$	- масштаб толщины пограничного слоя,
$T_* = -\frac{Q}{(x C_p \rho \zeta_*)}$	- масштаб для измерения температуры,
$\mu_0 = \beta \frac{x^2 Q}{(C_p \rho \ell \zeta_*^2)}$	- интегральное число Ричардсона,
$R_0 = \bar{u}_g / (\ell z_0)$	- параметр Россби,
$S = \beta \frac{\delta \theta}{(\ell \bar{u}_g)}$	- число Ричардсона,
$C_g = \zeta_* / \bar{u}_g$	- геострофический коэффициент трения,
$\lambda_* = H/L, \mu = \lambda/L$	- параметры стратификации пограничного слоя,
$\beta = g/T$	- параметр плавучести,

$$l = 14,58 \sin \varphi$$

$$A(\mu), B(\mu), C(\mu)$$

$$U(U_g, U_m), V(V_g, V_m)$$

$$\varphi$$

$$z_0$$

$$\delta\theta$$

$$U_*$$

$$H$$

$$Q$$

$$C_p$$

$$\rho$$

$$h$$

$$C_D$$

$$x$$

$$\tilde{z}_x, \tilde{z}_y$$

$$\bar{U}, \bar{U}_m$$

$$g$$

$$\bar{U}_g$$

$$L$$

- параметр Кориолиса,
- безразмерные универсальные функции аргумента μ в законах сопротивления и теплопередачи,
- горизонтальные составляющие скорости (геострофической скорости, средней по пограничному слою скорости) ветра вдоль осей абсцисс и ординат в прогностической модели,
- широта места,
- параметр шероховатости,
- разность потенциальной температуры между верхней и нижней границами пограничного слоя,
- динамическая скорость,
- высота пограничного слоя,
- турбулентный поток тепла,
- удельная теплоемкость при постоянном давлении,
- плотность воздуха,
- высота рельефа подстилающей поверхности,
- коэффициент сопротивления,
- постоянная Кармана,
- горизонтальные составляющие турбулентного потока количества движения,
- модуль скорости (средней по пограничному слою скорости) ветра,
- ускорение силы тяжести,
- скорость геострофического ветра,
- угол поворота ветра в пограничном слое.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абуталиев Ф. Б., Каримбердиева С., Примбетов Н. Примитивная схема учета пограничного слоя в краткосрочном прогнозе геопотенциала по бароклиной адиабатической модели. - Труды САРНИГМИ, 1975, вып. 21(102), с. 54-62.
2. Беркович Л. В., Ткачева Ю. В. Неадиабатическая полусферная модель атмосферы для прогноза метеорологических элементов на несколько суток. - Труды Гидрометцентра СССР, 1982, вып. 242, с. 3-20.

3. Д у б о в А. С. О параметризации процессов в планетарном пограничном слое при численном прогнозе погоды. - Труды ГГО, 1975, вып. 362, с. 41-49.
4. Д у б о в А. С. Об учете притоков тепла от океана к атмосфере в краткосрочном гидродинамическом прогнозе полей геопотенциала. - Труды ГГО, 1977, вып. 382, с. 13-23.
5. Й о р д а н о в Д. Л., П е н е н к о В. В., А л о я н А. Е. Параметризация стратифицированного бароклинного планетарного пограничного слоя для численного моделирования атмосферных процессов. - Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1978, т. 14, № 8, с. 815 - 823.
6. Й о р д а н о в Д. Л., П е н е н к о В. В., А л о я н А. Е. О вертикальной скорости на верхней границе планетарного пограничного слоя над орографически и термически неоднородной подстилающей поверхностью. - Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, № 11, с. 1204 - 1208.
7. К у р д о в а Е. В. Модель планетарного пограничного слоя. - Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1980, т. 16, № 7, с. 690-697.
8. Л ы к о с о в В. Н., Г у т м а н Л. Н. Стационарная задача о турбулентности в планетарном пограничном слое Земли. - Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1970, т. 6, № 12, с. 1238 - 1254.
9. Т а р н о п о л ь с к и й А. Г., Ш н а й д м а н В. А. Параметризация планетарного пограничного слоя в прогностических моделях. - Труды Гидрометцентра СССР, 1974, вып. 145, с. 106-113.
10. Т а р н о п о л ь с к и й А. Г., Ш н а й д м а н В. А. Параметризация бароклинного планетарного пограничного слоя атмосферы. - Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 180, с. 32-40.
11. Ч а л и к о в Д. В. Техника параметризации пограничного слоя атмосферы. - Метеорология и гидрология, 1977, № 8, с. 12 - 16.
12. A r a k a w a A. Design of the UCLA general circulation model. Numerical simulation of the weather and climate.-Los Angeles: University of California, 1972. - 112 p.
13. A r y a S. P. S. Suggested revision to certain boundary layer parametrization used in atmospheric circulation models.- Mon. Wea. Rev., 1977, vol. 105, N 2, p. 215-227.
14. D e a r d o r f f T. W. Parametrization of the planetary boundary layer for use in general circulation models.- Mon. Wea. Rev. vol. 100, N 2, p. 93-106.

15. Desmarais A. T., Traction M. S., Haaren R. T. Data system test (DST).- The GARP programme on numerical experimentation, 1977, report, N 15, p. 15-17.
16. Dobosy R. T., Somerville R. C. T. Test of simple momentum boundary-layer parametrizations in a numerical weather prediction model. - Contr. Atm. Phy., 1979, vol. 52, N 3, p. 190-203.

С.И. Лернер

ПОСТРОЕНИЕ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ ПОЛЯ МЕТЕОЭЛЕМЕНТА ПО НЕРЕГУЛЯРНОЙ СЕТКЕ

Изолинии поля метеоэлемента, как известно, выражаются математически семействами уравнений $\Phi = f_K(x, y)$ и представляют собой проекции на плоскость XOY линий пересечения плоскостей стандартных уровней $H_K(x, y) = \Delta H \cdot K$ с поверхностью поля метеоэлемента и определяются из совместного решения систем уравнений:

$$\begin{cases} H = f(x, y), \\ H_K = \Delta H \cdot K, \end{cases}$$

где $K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n$ - номер стандартного сечения, ΔH - расстояние между плоскостями стандартных уровней.

Однако при решении задачи в общем виде, т.е. когда поле метеоэлемента задано в узлах нерегулярной сетки, возникают трудности, связанные с подбором функции $H = f(x, y)$, описывающей исходное поле.

Решение данной задачи значительно упрощается, если представить поле метеоэлемента в виде дискретной цифровой модели.

Тогда построение изолиний по матрице значений метеоэлемента, заданного в узлах нерегулярной сетки, можно осуществить путем проведения триангуляции сети с дальнейшим проведением изолиний в каждом треугольнике сети.

Следует отметить, что, согласно работе [1], алгоритм построения триангуляционной сети на ЭВМ далеко не прост, более того, существующие алгоритмы построения сети не обеспечивают инвариантность построенной сети относительно первой выбранной точки.

В данной статье предлагается метод построения изолиний по хаотической сетке, свободной от этого существенного недостатка.

Постановка задачи.

Пусть задано N значений метеоэлемента в узлах нерегулярной сети, каждая точка поля имеет координаты (x_i, y_i, H_i') , где x_i, y_i - декартовы координаты, H_i' - значение метеоэлемента в i -й точке поля

($i = \overline{1, N}$). Требуется построить изолинии, характеризующие исходное поле метеоэлемента. Проводя анализ исходного поля, определяем количество и номера значений изолиний, которые будут проведены при расчерчивании:

$$\begin{aligned} MN &= \text{FLOOR}(\text{MIN}(H_i') / \Delta H) \Delta H, & i &= \overline{1, N}, \\ MX &= \text{CEIL}(\text{MAX}(H_i') / \Delta H) \Delta H, & i &= \overline{1, N}, \\ n &= (MX - MN) / \Delta H + 1, \end{aligned}$$

где MN – минимальное значение изолинии, MX – максимальное значение изолинии, n – количество стандартных уровней, FLOOR – функция округления результата в сторону уменьшения, CEIL – функция округления результата в сторону увеличения.

Тогда значения стандартных уровней могут быть найдены по формуле

$$H_K = MN + (K - 1) \Delta H,$$

где $K = \overline{1, n}$

Координаты изолинии, соответствующей значению стандартного уровня H_K ($K = \overline{1, n}$), находятся следующим образом.

Из значений поля метеоэлемента вычитается значение проводимого стандартного уровня, т. е.

$$H_i'' = H_i' - H_K,$$

где $i = \overline{1, N}$, и формируется матрица возможного прохождения изолиний, элементы которой определяются согласно следующей формуле:

$$U_{ij} = U_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если } \text{SIGN}(H_i'') \neq \text{SIGN}(H_j''), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $i, j = \overline{1, N}$,

$$\text{SIGN}(A) = \begin{cases} -1, & \text{если } A < 0, \\ 1, & \text{если } A > 0, \\ 0, & \text{если } A = 0. \end{cases}$$

Затем из матрицы возможных прохождений формируется матрица опорных точек, т. е. выбираются точки, между которыми изолиния обязательно должна пройти, каждый элемент из этой матрицы формируется согласно критерию:

$$U'_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } U_{ij} = 1 \wedge \rho_{ij} = \text{MIN}(\rho_{i, L_1}), \\ & U_{L_1 L_2} = 1, (L_1 = \overline{1, N}, L_2 = j), (L_1 = i, L_2 = \overline{1, N}), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

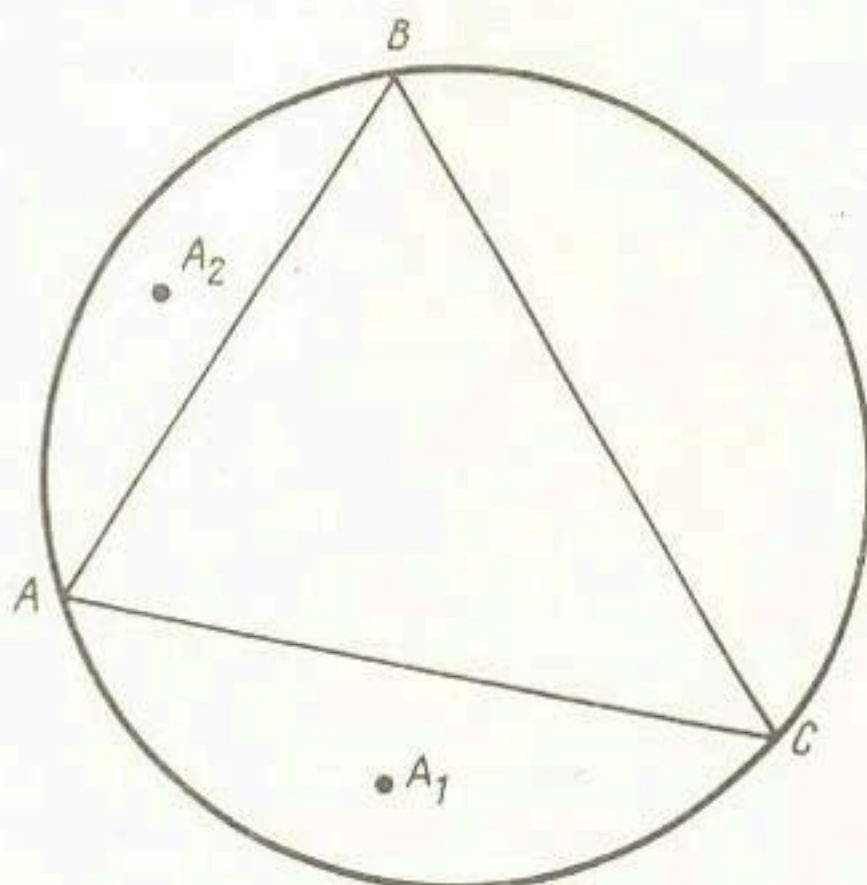
где ρ_{ij} – расстояние между i -й и j -й точками сети.

Любая пара точек, соответствующий элемент матрицы "опорных точек" которых равен единице, может быть взята как опорная сторона для построения плавающего треугольника, построенного согласно следующему правилу: к двум опорным точкам третьей точкой выбирается точка, принадлежащая сети и образующая с ними треугольник, центр описанной окружности которого находится на наименьшем расстоянии от прямой, соединяющей опорные точки.

Докажем, что построение треугольника, согласно этому правилу, гарантирует однозначность построения триангуляционной сети в общем.

Пусть для определенности, согласно правилу, был построен треугольник ABC (рисунок), и третьей точкой была выбрана точка C . Тогда в сегменте ACB нет более узловых точек, иначе, если бы такая существовала, например A_1 , то третьей точкой была бы выбрана точка A_1 , что противоречит нашему критерию выбора.

Пример построения треугольника согласно правилу



Аналогичные рассуждения доказывают отсутствие узловых точек и в сегменте AB , так как наличие таковых, например A_2 , повлекло бы за собой построение одного из двух треугольников ACA_2 или CBA_2 .

Таким образом, для любой точки, принадлежащей треугольнику ABC , может быть построен только этот треугольник и никакой другой.

В целях уменьшения времени выбора третьей точки треугольника правило выбора было усилено, а именно, третьей точкой треугольника может быть точка, удовлетворяющая двум условиям:

1. Хотя бы один из элементов матрицы прохождения изолинии — U_{ij} между этой точкой и двумя ранее выбранными равен единице.
2. Среди точек, удовлетворяющих первому условию, выбирается точка согласно сформированному выше правилу выбора.

Для нахождения координат точек стандартного уровня при прохождении через текущий треугольник нами применялась обратная линейная ин-

терполяция. Так, например, если изолиния проходит через сторону AB треугольника ABC , то координаты точки пересечения изолинии с прямой AB находятся из соотношений:

$$X = X_A - \frac{H_A - H}{H_A - H_B} (X_A - X_B),$$

$$Y = Y_A - \frac{H_A - H}{H_A - H_B} (Y_A - Y_B),$$

где (X_A, Y_A, H_A) - координаты точки A ; (X_B, Y_B, H_B) - координаты точки B ; H - величина стандартного уровня; X, Y - координаты точки изолинии на стороне AB . В общем случае изолиния в треугольнике может пройти только тремя путями: через три вершины треугольника, через две стороны или через две вершины, через одну вершину.

Введем в рассмотрение еще одну матрицу U'' , каждый элемент которой есть

$$U''_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если изолиния прошла между } i\text{-м} \\ & \text{и } j\text{-ым узлом сети,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Для построения текущего треугольника в качестве опорных выбирают-ся две точки треугольника: одна из опорных предыдущего треугольника и третья точка этого треугольника, между которыми прошла изолиния.

Третья точка текущего треугольника выбирается из совокупности точек, лежащих в разных полуплоскостях с предыдущей опорной точкой, не участвующей в построении и удовлетворяющей усиленному критерию. Процесс построения текущего треугольника и проведения в нем изолинии продолжается до тех пор, пока для любой пары опорных точек данной изолинии соответствующий элемент матрицы U''_{ij} будет равен единице.

Для открытых изолиний это достигается путем построения текущего треугольника по обе полуплоскости относительно прямой, проходящей через первую пару выбранных опорных точек, а для замкнутых - в результате построения треугольника, три вершины которого были использованы ранее.

Полученная совокупность координат данной изолинии преобразуется в цепочку кодов Фримэна $[2, 3]$, что позволяет легко решить задачу нахождения центров циклонов и антициклонов $[4]$.

Более того, переход к заданию изолиний цепочками кода Фримэна позволяет упростить решение ряда качественных задач, таких как: восстановление поля метеоэлементов по карте изолиний, классификация и распознавание карт изолиний, снятие различных характеристик карты, создание банка карт и др.

Предложенная методика реализована на языке PL/I - ОС.ЕС ЭВМ. Полученные результаты показывают работоспособность алгоритма и выгодное его отличие от ранее существующих; карты изолиний, построенные описанным выше методом отличаются более достоверным отображением поля метеоэлемента и не требуют длительных расчетов на ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А р о н о в В. И. Методы математической обработки геологических данных на ЭВМ. - М.: Недра, 1977, - 168 с.
2. Х а р т П., Д у д а Р. Распознавание образов и анализ сцен. - М.: Мир, 1976, - 511 с.
3. Л е р н е р С. И. Реализация машинной графики с использованием метода цепного кодирования. - Тезисы лекций и докладов Всесоюзной школы-семинара "Анализ гидрометеорологической информации", Ташкент, 1981, - 31 с.
4. Л е р н е р С. И., Н а д ж и б а е в А. А. К вопросу классификации изолиний с помощью ЭВМ (см. настоящий сборник).

С.И. Лернер, А.А. Наджибаев

К ВОПРОСУ КЛАССИФИКАЦИИ КАРТ ИЗОЛИНИЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

В данной статье рассматривается один из возможных способов классификации карт изолиний с помощью ЭВМ. Главная цель машинной классификации заключается в том, чтобы выделить основные характеристики карт, по которым возможно произвести классификацию.

Введем следующие определения основных характеристик.

Определение 1.

Изолинии - линии одинаковых значений метеозлемента (скалярного), полученные сечением поля метеозлемента горизонтальными плоскостями, проведенным через некоторую величину - высоту сечения ($\Delta H = const$).

Определение 2.

Подощва - замкнутая изолиния с наибольшим (наименьшим) номером, принадлежащая данному циклону (антициклону).

Определение 3.

Мощность зоны циклона (антициклона) - объем ступенчатой фигуры, основаниями которой являются вложенные замкнутые изолинии, а высота каждой ступени - высота сечения.

Определение 4.

Центр циклона (антициклона) - координаты геометрического центра самой внутренней изолинии данного образования.

Для выявления перечисленных выше характеристик нами предлагается следующий подход.

Пусть исходное поле задано значениями метеозлемента в узлах декартовой системы координат, в общем случае допускается нерегулярность сети. Расчертим исходное поле, используя алгоритмы, предложенные в

работах [1, 2]. В результате каждая изолиния будет представлена в виде цепочки кодов Фримэна [3]:

$$t_1, t_2, H, a_1, a_2, \dots, a_n, \quad (I)$$

где t_1, t_2 - координаты первой точки изолинии; H - значение изолинии; $a_1, a_2, \dots, a_n$ - элементы цепочки.

Представление изолиний цепочкой вида (I) позволяет найти перечисленные характеристики поля, используя результаты [1].

На первом этапе все изолинии группируются в два класса - класс замкнутых и класс открытых изолиний согласно критерию:

$$\{1\} + \{2\} + \{3\} = \{5\} + \{6\} + \{7\} \wedge \{1\} + \{0\} + \{7\} = \{3\} + \{4\} + \{5\},$$

где $\{K\}$ - количество элементов кодов Фримэна равных K , содержащихся в цепочке вида (I), соответствующей данной изолинии.

Затем группа замкнутых изолиний проверкой принадлежности первой точки изолинии какой-либо другой изолинии из группы замкнутых разбивается на подгруппы. Так достигается упорядоченность следования изолиний в каждой подгруппе. Анализируя тенденцию изменения значений изолиний в подгруппе, можно отнести данную подгруппу к циклону, если номера изолиний убывают к центру, и к антициклону - в противном случае. Тогда мощность зоны циклона (антициклона) определяется по формуле

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} (S_i + S_{i+1}) \Delta H,$$

где S_i, S_{i+1} - площадь замкнутых изолиний одной подгруппы в порядке вложенности и подсчитанных согласно [1], N - количество замкнутых изолиний в подгруппе.

Переходя для самой внутренней изолинии подгруппы от задания цепочкой Фримэна к координатам, запишем

$$x_1 = t_1, \quad y_1 = t_2,$$

$$x_{i+1} = x_i + \text{SIGN}(a_i - 2)(a_i - 6)h,$$

$$y_{i+1} = y_i + \text{SIGN}[a_i(a_i - 4)]h,$$

где a_i - i -й элемент цепочки вида (I); h - условный шаг перехода от координатного задания к кодам Фримэна. Находим координаты центра циклона (антициклона)

$$x_c = \sum_{i=1}^{N+1} x_i / (N+1), \quad y_c = \sum_{i=1}^{N+1} y_i / (N+1).$$

Для более детального описания образования найдем коэффициент формы подошвы [3]

$$K\Phi_M = \frac{S_M}{4\pi L_M},$$

где L_M — периметр подошвы, найденный по формуле

$$L_M = [\{0\} + \{2\} + \{4\} + \{6\} + \sqrt{2}(\{1\} + \{3\} + \{5\} + \{7\})] h;$$

M — порядковый номер изолинии.

Найденные числовые значения характеристик и их комбинации рассматриваем как координаты информационного вектора, характеризующего карту,

$$\rho(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8),$$

где λ_1 — количество центров антициклонов, λ_2 — количество центров циклонов, λ_3 — отношение количества замкнутых изолиний к общему числу изолиний на карте, λ_4 — суммарная мощность циклонов, λ_5 — суммарная мощность антициклонов, λ_6 — суммарный коэффициент формы подошвы, λ_7 — сумма расстояний от центров циклонов до начала координат, λ_8 — сумма расстояний от центров антициклонов до начала координат.

Следовательно, если у нас имеется J наперед заданных классов карт, то, построив заранее для каждой из этих карт информационный вектор $\rho'_\tau (\tau = 1, J)$, задачу установления наибольшего сходства исходной карты решим нахождением

$$\min_{\tau = 1, J} (\rho(\rho, \rho'_\tau)).$$

Таким образом, предложенная методика моделирует на ЭВМ процесс классификации карт изолиний человеком. Описанная методика может найти применение не только в метеорологии, но и при решении задач классификации карт изолиний при планировании орошаемых земель, геофизики и геологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л е р н е р С. И. Реализация машинной графики с использованием метода цепного кодирования. — Тезисы лекций и докладов всесоюзной школы-семинара "Анализ гидрометеорологической информации", Ташкент, 1981. — 31 с.
2. Л е р н е р С. И. Построение цифровой модели метеоэлемента по нерегулярной сетке (см. настоящий сборник).
3. Х а р т П., Д у д а Р. Распознавание образов и анализ сцен. — М.: Мир, 1976. — 511 с.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Ю. М. Д е н и с о в. Радиационный режим растительного покрова.....	3
А. И. С е р г е е в, А. Н. М о р о з о в. О значении коэффициентов зависимости потенциала почвенной влаги от влажности	10
И. Д. Ш е н ц и с. Макромасштабная модель формирования снежного покрова на территории горного региона.....	15
И. Д. Ш е н ц и с, В. Б. И о н о в а. Методы корректировки расчета снегозапасов в горах по модели данными измерений	27
Г. Е. Г л а з ы р и н, А. Г. К а г а н. Расчет гидрологических характеристик прорыва озера Мерцбахера	36
А. Г. С а в и ц к и й. О возможности решения гидродинамической задачи движения жидкости в водоеме с частичным учетом гидродинамической составляющей давления	43
К. А. И с л а м о в. Некоторые результаты численных экспериментов по спектральной модели динамики атмосферы	52
А. М. Г о р ы ч е в. Расчет и сравнение между собой турбулентных потоков количества движения по единому набору внешних параметров для различных методик параметризации пограничного слоя атмосферы	57
С. И. Л е р н е р. Построение цифровой модели поля метеоэлемента по нерегулярной сетке	73
С. И. Л е р н е р, А. А. Н а д ж и б а е в. К вопросу классификации карт изолиний с помощью ЭВМ	77

ТРУДЫ САНИИ ГОСКОМГИДРОМЕТА, вып. III (192)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Редактор Н.Г. Калайдопуло

Техн. редактор В.Н.Силкина

Корректоры Л.Б.Афанасьева, Р.А.Агафонова

Подписано к печати 7.04.86 г. Т - 09804

Формат 60x90¹/₁₆ Бумага картогр. Печать офсет-
ная Печ. л. 5,25 Уч:изд.л. 4,31 Тираж 430

Индекс М-М-402 Зак. 589 Цена 25 к.

Московское отделение Гидрометеиздата

Москва, 123436, ул.Маршала Рыбалко, д.8

Фабрика офсетной печати ВНИИГМИ-МЦД

г. Обнинск

УДК 551.51

Радиационный режим растительного покрова. Д е н и с о в Ю.М.
Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с.3-10.

Излагается метод расчета коротковолновой и длинноволновой радиации в растительном покрове, где рассматриваются ее восходящие и нисходящие потоки.

Ил. 1. Библ. 10.

УДК 631.431:631.432.26

О значении коэффициентов зависимости потенциала почвенной влаги от влажности. С е р г е е в А.И., М о р о з о в А.Н.
Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с.10-15.

Проводится анализ параметров потенциала почвенной влаги в зависимости от водно-физических свойств почвогрунтов.

Ил. 2. Библ. 11.

УДК 556.12 + 556.01.13

Макромасштабная модель формирования снежного покрова на территории горного региона. Ш е н ц и с И.Д. Труды САНИИ, 1986, вып. III(192), с.15-27.

Предлагается детерминированная модель формирования снежного покрова на территории горного региона. В основе его лежит метод расчета поля осадков в горах с учетом, кроме высоты местности, факторов макрорельефа. Снег рассчитывается в узлах с шагом по времени - декада. Оценка модели по данным снегосъемок и спутниковой информации показала удовлетворительное соответствие рассчитанных снегозапасов измеренным.

Табл. 2. Ил. 7. Библ. 12.

УДК 556.12 + 556.01.13

Методы корректировки расчета снегозапасов в горах по модели данными измерений. Ш е н ц и с И.Д., И о н о в а В.Б.
Труды САНИИ, 1986, вып. III(192), с.27-36.

Решается задача комплексной оценки снегозапасов в горах путем корректировки расчетов по модели данными измерений. Оценивается возможность корректировки расчетов путем изменения начальных условий и параметров модели. Предложены два способа корректировки параметров модели на основе использования численной процедуры оптимизации Розенброка-Стори. Эффект корректировки оценивался по данным наземных снегосъемок и аэрофото-съемки.

Табл. 1. Ил. 4. Библ. 8.

УДК 551.311.21

Расчет гидрологических характеристик прорыва озера Мерцбахера.

Г л а з и р и н Г.Е., К а г а н А. Г. Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с.36-43.

Рассмотрены возможности расчета момента прорыва ледниково-подпрудного озера Мерцбахера, максимального расхода и гидрографа паводка при выходе потока из-под ледника. Показано, что прогноз начала прорыва пока неудовлетворителен. Выполнено сравнение рассчитанных двумя методами гидрографов. Они оказались практически равноценными. Проанализированы трудности, связанные с прогнозом характеристик подобных паводков.

Табл. 2. Ил. 2. Биол. 10.

УДК 556.166

О возможности решения гидродинамической задачи движения жидкости в водоеме с частичным учетом гидродинамической составляющей давления. С а в и ц к и й А.Г. Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с.43-52.

В статье изложен способ численного решения уравнений Навье-Стокса с частичным учетом гидродинамического давления. Результаты численных экспериментов сравнены с опытными данными и аналитическим решением.

Ил. 2. Биол. 8.

УДК 551.511.3

Некоторые результаты численных экспериментов по спектральной модели динамики атмосферы. И с л а м о в К.А. Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с.52-57.

Для проведения численных экспериментов использована спектральная двухуровневая модель, основанная на непреобразованных уравнениях гидротермодинамики в сигма-координатах и применена модификация метода спектрально-сеточного преобразования.

Исследовано влияние спектрального усечения модели на время счета ЭВМ. Сделано сравнение оценок прогноза геопотенциала на двое суток данной и квазисоленоидальной моделей.

Табл. 1. Ил. 1. Биол. 3.

УДК 551.509.313

Расчет и сравнение между собой турбулентных потоков количества движения по единому набору внешних параметров для различных методик параметризации пограничного слоя атмосферы.

Г о р я ч е в А.М. Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с. 57-73.

По единому набору внешних параметров предлагается видоизменение некоторых методик параметризации пограничного слоя с целью их использования в моделях прогноза с малым разрешением по вертикали. Приводятся результаты сравнения турбулентных потоков количества движения.

Табл. 4. Библи. 16.

УДК 551.46.0(98)

Построение цифровой модели поля метеоэлемента по нерегулярной сетке. Л е р н е р С. И. Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с. 73-77.

В работе приводится доказательство единственности построенной триангуляционной сети. Изложен метод построения изолиний по этой сети, обеспечивающий реальное отображение поля метеоэлемента.

Ил. 1. Библи. 4.

УДК 551.46.0(98)

К вопросу классификации карт изолиний с помощью ЭВМ.

Л е р н е р С. И., Н а д ж и б а е в А.А. Труды САНИИ Госкомгидромета, 1986, вып. III(192), с. 77-79.

В работе предложена методика выделения основных характеристик карты изолиний с помощью ЭВМ, которые позволяют произвести дальнейшую классификацию карт по комплексному признаку аналогичности.

Библи. 3.